



**BAUSTEINE  
DER  
HEIZUNGSTECHNIK**  
BERECHNUNG · SOFTWARE

Glück

**Hydrodynamische  
und  
gasdynamische  
Rohrströmung**

**Druckverluste**

---

Bernd Glück

**BAUSTEINE  
DER  
HEIZUNGSTECHNIK**

Berechnung/Software

**HYDRODYNAMISCHE  
UND  
GASDYNAMISCHE  
ROHRSTRÖMUNG**

**DRUCKVERLUSTE**



---

VEB Verlag für Bauwesen · Berlin

# Vorwort

Eine rationelle Projektierung ist zukünftig nur durch Einsatz einer arbeitsplatzbezogenen Rechentechnik denkbar. Die Durchgängigkeit der Algorithmen und der Komplettierungsgrad der Programme wird unterschiedlich sein. Allen Varianten dürfte aber die Forderung nach dialogfähiger Abarbeitung eigen sein. Damit ist der Ingenieur an allen relevanten Entscheidungen beteiligt. Dies stellt eine optimale Synthese zwischen der bisherigen Abarbeitung auf Großrechnern, deren Programmabläufe den Anwendern in der Regel unbekannt waren, und den vollkommen manuellen Projektierungsverfahren dar.

Grundlage für die Erarbeitung von praxisorientierten Programmen sollten in sich abgeschlossene, theoretisch fundierte Algorithmen sein, die bausteinartig zu speziellen Komplexprogrammen verknüpfbar sind.

Mit dem ersten Band der Reihe „Bausteine der Heizungstechnik — Zustands- und Stoffwerte der Medien Wasser, Wasserdampf, Luft und Rauchgase“ wurde eine Grundlage für vielfältige heizungstechnische Berechnungen geschaffen.

In dieser Veröffentlichung werden fortführend Bausteine zur hydraulischen und gasdynamischen Berechnung von Rohrsystemen, soweit diese in der Heizungstechnik bedeutungsvoll sind, in transparenter Form vorgestellt. Bei der Gestaltung des Textes wurden nachstehende Ziele verfolgt:

- Überblick über stationäre hydro- und gasdynamische Rohrströmungen gemäß des derzeitigen theoretischen Standes bei Beachten der tatsächlichen Geschwindigkeitsverteilung;
- Druckverlustberechnung mit stufenweiser Integration der Rechentechnik;
- Definition einer reibungsbehafteten polytropen Zustandsänderung für die Rohrströmung kompressibler Medien und Ableiten begründeter Mittelwerte für die Zustands- und Stoffgrößen entlang des Strömungsweges;
- Zusammenstellen der Druckänderungen in einer Rohrströmung unter Beachten heizungstechnischer Besonderheiten;
- Ableiten effizienter, teilautomatisierter Bemessungsverfahren für Rohrstränge, die von inkompressiblen und kompressiblen Medien beaufschlagt werden;
- Darstellen der Algorithmen aller praktisch relevanten Nachrechnungs- und Bemessungsaufgaben in sofort umsetzbaren, nicht rechnerspezifischen Flußplänen;
- Erläuterung aller Berechnungsvarianten an Beispielen und Demonstration der Verknüpfbarkeit der Bausteinprogramme (Module) zur vollautomatisierten, kompletten Bemessung und Nachrechnung eines Heizwassernetzes.

Bei den Algorithmen zur numerischen Druckberechnung — auch wenn diese Flußpläne enthalten — wird die Schreibweise des üblichen Formelsatzes verwendet. Die EDV-Schreibweise der Formelzeichen wurde dagegen nur bei der Vorstellung von automatisierter und teilautomatisierter Bemessung von Netzen oder Strängen benutzt. Zugehörig finden sich dann auch Recherausdrucke bzw. Dialogprotokolle. Die Druckverlusttabellen behalten wegen ihrer einfachen Handhabung und Übersichtlichkeit trotz vorhandener Kleinstrechenprogramme vorläufig noch ihre Exi-

ISBN 3-345-00222-1

1. Auflage

© VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1988

VLN 152 · 905/76/88

Printed in the German Democratic Republic

Gesetzt aus: 9/10 Extended

Gesamtherstellung: VEB Druckhaus „Maxim Gorki“ DDR-7400 Altenburg

Lektor: Dipl.-Ing. Barbara Roesler

Einbandgestaltung: Dietrich Otte

Hersteller: Ing. Sabine Hiebsch

DK 697

LSV 3777

Bestellnummer: 562 463 4

04000

stenzberechtigung. Nachfolgende Gesichtspunkte waren für die Tabellengestaltung maßgebend:

- Um den durch die Fernheizung und die Niedertemperaturheizung stark erweiterten Einsatzbedingungen zu entsprechen, wurden für das Durchflußmedium Wasser fünf verschiedene Bezugstemperaturen und mehrere Rohrsortimente betrachtet. Weiterhin wurde das Durchflußmedium Niederdruckdampf mit aufgenommen.
- Die Angabe des Staudruckes in den Tabellenwerten ermöglicht durch Multiplikation mit den Einzelwiderstandsbeiwerten die Druckverluste infolge Einzelwiderstände direkt zu berechnen. Der früher übliche Zwischenschritt über die Geschwindigkeit entfällt, wodurch der Berechnungsablauf wesentlich verkürzt und die Ergebnisse bedeutend genauer werden.
- Da die Weiterrechnung mit den  $R$ - und  $S$ -Werten stets mit einem Taschenrechner vorgenommen werden dürfte, sind im Interesse einer genauen Druckverlustermittlung alle Stellen durch gesicherte Ziffern angegeben.

Diagrammsysteme für Mittel- und Hochdruckdampf sowie für Druckluft sind angesichts der vorgestellten, wesentlich genaueren Kleinstrechenprogramme überholt, so daß eine Bearbeitung unterblieb.

Eine Zusammenstellung der Einzelwiderstände bzw. deren Beiwerte ergänzt die Ausarbeitung.

Es ist mir an dieser Stelle ein Bedürfnis, Herrn Dipl.-Ing. B. STROBEL, 1. Stellvertreter des Generaldirektors im VEB Kombinat Technische Gebäudeausrüstung Leipzig, für die Befürwortung des Titels und die gewährte Unterstützung zu danken.

Ein herzliches Dankeschön sei auch Herrn Ing. M. SCHÜTZE ausgesprochen, der mich bei der Erstellung der Tabellen gewissenhaft unterstützte.

Aus dem Bereich der Anwender begutachtete dankenswerterweise Herr Chefingenieur J. MÜNKE das Manuskript.

Schließlich sei dem Verlag für die sehr gute Zusammenarbeit bei der Herausgabe — im besonderen Frau Dipl.-Ing. B. ROESLER für die konstruktiven Diskussionen — gedankt.

Bernd Glück

## Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Strömungsformen</b>	<b>13</b>
1.1.	Laminare Strömung	13
1.2.	Turbulente Strömung	18
1.3.	Geltungsbereich der Strömungsformen	22
<b>2.</b>	<b>Grundaussagen</b>	<b>23</b>
2.1.	Kompressibilität	23
2.2.	Kontinuitätsgleichung	25
2.3.	Energiegleichungen	25
2.3.1.	Energiegleichung für inkompressible Medien	27
2.3.2.	Energiegleichung für kompressible Medien	29
2.4.	Schallgeschwindigkeit und maximaler Durchsatz	33
2.5.	Ausströmvorgang	35
2.6.	Veranschaulichung des Energieumsatzes im MOLLIER-Diagramm	40
<b>3.</b>	<b>Druckverluste durch Rohrreibung bei inkompressiblen Medien</b>	<b>48</b>
3.1.	Laminare Strömung	48
3.2.	Turbulente Strömung	49
3.3.	Rohrrauhigkeit	53
3.4.	Druckverluste von Rechteckrohren	54
3.5.	Druckverluste von Wellrohren	55
3.6.	Druckverluste bei nichtisothermer Strömung	57
<b>4.</b>	<b>Druckverluste durch Einzelwiderstände bei inkompressiblen Medien</b>	<b>58</b>
4.1.	Algorithmen zur Druckverlustberechnung von Einzelwiderständen	60
4.1.1.	Algorithmus unter Verwendung des $\zeta$ -Wertes	60
4.1.2.	Algorithmus unter Verwendung des $k_v$ -Wertes	61
4.1.3.	Algorithmus unter Verwendung des Durchflußbeiwertes $\alpha$	63
4.1.4.	Umrechnung der Kennwerte	63
4.1.5.	Kennfelder	64
4.2.	Druckverluste durch Rohrverzweigungen	64
4.2.1.	Einzelwiderstandsbeiwerte für T-Stück	66

4.2.2.	Einzelwiderstandsbeiwerte für +-Stück . . . . .	69
4.2.3.	Einzelwiderstandsbeiwerte für T-Stück, Gegenlauf . . . . .	71
4.3.	Druckverluste durch Querschnittsänderungen . . . . .	73
4.3.1.	Einzelwiderstandsbeiwerte für Rohrerweiterungen . . . . .	73
4.3.2.	Einzelwiderstandsbeiwerte für Rohreinziehungen . . . . .	74
4.3.3.	Einzelwiderstandsbeiwerte für Blenden und Venturidüsen . . . . .	75
4.4.	Druckverluste durch Richtungsänderungen . . . . .	77
4.5.	Druckverluste durch Armaturen . . . . .	79
4.5.1.	Absperrarmaturen . . . . .	79
4.5.2.	Stellventile . . . . .	79
4.5.3.	Heizkörper-Regulierventile . . . . .	79
4.6.	Druckverluste von Heizflächen . . . . .	80
4.7.	Druckverluste von Apparaten . . . . .	80
4.8.	Maschinelle Berechnung . . . . .	80
4.8.1.	Druckverluste in Drosselstrecken . . . . .	81
4.8.2.	Beispiele . . . . .	84
<b>5.</b>	<b>Algorithmus zur numerischen Druckberechnung von inkompressiblen Strömungen . . . . .</b>	<b>86</b>
5.1.	Gliederung eines Rohrsystems und praktische Vereinfachungen . . . . .	86
5.2.	Druckberechnung für Teilstrecken . . . . .	88
5.2.1.	Teilstreckenformen . . . . .	88
5.2.2.	Druckverlust einer Teilstrecke . . . . .	94
5.3.	Druckberechnung für Fördersysteme . . . . .	97
5.4.	Druckberechnung für Zirkulationssysteme . . . . .	100
5.5.	Modellbeispiel für die Druckverlustberechnung eines Heizwasserstranges . . . . .	104
<b>6.</b>	<b>Bemessung von Heizwassernetzen . . . . .</b>	<b>107</b>
6.1.	Automatisierte Bemessung . . . . .	107
6.1.1.	Eingabewerte . . . . .	108
6.1.2.	Stoffwerte . . . . .	112
6.1.3.	Netzstruktur . . . . .	112
6.1.4.	Massestromverteilung . . . . .	114
6.1.5.	Einzelwiderstandsbeiwerte . . . . .	115
6.1.6.	Teilstreckendruckverlust . . . . .	119
6.1.7.	Relevanter Abnehmer . . . . .	119
6.1.8.	Wahl der Normdurchmesser . . . . .	123
6.1.9.	Bemessungsablauf . . . . .	124
6.1.10.	Beispiel . . . . .	127

6.2.	Teilautomatisierte Bemessung . . . . .	131
6.2.1.	Algorithmus . . . . .	131
6.2.2.	Beispiel . . . . .	132
6.3.	Manuelle Bemessung . . . . .	137
6.3.1.	Algorithmus . . . . .	137
6.3.2.	Beispiel . . . . .	137
<b>7.</b>	<b>Druckverluste durch Rohrreibung bei kompressiblen Medien . . . . .</b>	<b>140</b>
7.1.	Analytische Lösung der Energiegleichung . . . . .	143
7.2.	Beispiel . . . . .	146
7.3.	Numerische Lösung der Energiegleichung . . . . .	148
7.4.	Beispiel . . . . .	159
<b>8.</b>	<b>Druckverluste durch Einzelwiderstände bei kompressiblen Medien . . . . .</b>	<b>162</b>
<b>9.</b>	<b>Algorithmus zur numerischen Druckberechnung von kompressiblen Strömungen . . . . .</b>	<b>163</b>
9.1.	Ideale Gase . . . . .	163
9.2.	Beispiele . . . . .	172
9.3.	Wasserdampf . . . . .	180
9.4.	Beispiele . . . . .	190
<b>10.</b>	<b>Bemessung von Druckluft- und Dampfnetzen . . . . .</b>	<b>202</b>
10.1.	Algorithmus . . . . .	202
10.1.1.	Teilautomatisierte Bemessung . . . . .	204
10.1.2.	Manuelle Bemessung . . . . .	206
10.2.	Beispiele . . . . .	206
<b>11.</b>	<b>Druckverluste von Zweiphasenströmungen . . . . .</b>	<b>212</b>
11.1.	Algorithmus für waagerechte Rohrleitungen . . . . .	212
11.2.	Beispiel . . . . .	216
<b>Anhang I: Druckverlusttabellen für Rohre in Wasserheizungen . . . . .</b>		<b>221</b>
1.	Druckverlusttabellen; Konventionelles Rohrsortiment; Bezugstemperatur 40 °C . . . . .	230
2.	Druckverlusttabellen; Konventionelles Rohrsortiment; Bezugstemperatur 60 °C . . . . .	252
3.	Druckverlusttabellen; Konventionelles Rohrsortiment; Bezugstemperatur 85 °C . . . . .	274

4. Druckverlusttabellen; Konventionelles Rohrsortiment; Bezugstemperatur 120 °C . . . . .	296
5. Druckverlusttabellen; Konventionelles Rohrsortiment; Bezugstemperatur 160 °C . . . . .	318
6. Druckverlusttabellen; Ergänzungssortiment; Bezugstemperatur 40 °C . . . . .	340
7. Druckverlusttabellen; Ergänzungssortiment; Bezugstemperatur 60 °C . . . . .	348
8. Druckverlusttabellen; Ergänzungssortiment; Bezugstemperatur 85 °C . . . . .	356
9. Druckverlusttabellen; Ergänzungssortiment; Bezugstemperatur 120 °C . . . . .	364
10. Druckverlusttabellen; Ergänzungssortiment; Bezugstemperatur 160 °C . . . . .	372
11. Druckverlusttabellen; Dünnwandiges Rohrsortiment; Bezugstemperatur 40 °C . . . . .	380
12. Druckverlusttabellen; Dünnwandiges Rohrsortiment; Bezugstemperatur 60 °C . . . . .	394
13. Druckverlusttabellen; Dünnwandiges Rohrsortiment; Bezugstemperatur 85 °C . . . . .	408
14. Druckverlusttabellen; Dünnwandiges Rohrsortiment; Bezugstemperatur 120 °C . . . . .	422

## Anhang II: Druckverlusttabellen für Rohre in Niederdruckdampfheizungen 437

1. Druckverlusttabellen; Konventionelles Rohrsortiment; Bezugstemperatur 103 °C . . . . .	438
2. Druckverlusttabellen; Ergänzungssortiment; Bezugstemperatur 103 °C . . . . .	452

## Anhang III: Einzelwiderstände . . . . . 458

1. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes bei Stromvereinigung . . . . .	458
2. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines +-Stückes bei Stromvereinigung . . . . .	459
3. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T- oder +-Stückes bei Stromtrennung . . . . .	460
4. Einzelwiderstandsbeiwert für den Durchgang eines T- oder +-Stückes bei Stromvereinigung . . . . .	461
5. Einzelwiderstandsbeiwert für den Durchgang eines T- oder +-Stückes bei Stromtrennung . . . . .	462

6. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes mit Gegenlauf bei Stromvereinigung . . . . .	463
7. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes mit Gegenlauf bei Stromtrennung . . . . .	464
8. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes (Trennung plus Vereinigung) . . . . .	465
9. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines +-Stückes (Trennung plus Vereinigung) . . . . .	466
10. Einzelwiderstandsbeiwert für den Durchgang eines T- oder +-Stückes (Trennung plus Vereinigung) . . . . .	467
11. Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes mit Gegenlauf (Trennung plus Vereinigung) . . . . .	468
12. Vereinfachte Annahmen für Einzelwiderstandsbeiwerte rechtwinkliger, scharfkantiger Rohrverzweigungen, anwendbar für Überschlagsrechnungen . . . . .	469
13. Einzelwiderstandsbeiwerte von Querschnittsänderungen in Rohrleitungen . . . . .	469
14. Einzelwiderstandsbeiwerte von Richtungsänderungen in Rohrleitungen . . . . .	470
15. Einzelwiderstandsbeiwerte von Armaturen . . . . .	471
16. Einzelwiderstandsbeiwerte und Druckverluste von Drosselblenden 473	
17. Ventilkoeffizienten für Stellventile, Drosselventile und Drosselklappen . . . . .	474
18. Druckverluste von Heizkörperventilen nach TGL 25877 mit Gehäuse aus GGL-15 . . . . .	476
19. Druckverluste von Heizkörperventilen nach TGL 25877 mit Gehäuse aus CuZn39Pb3 (vernickelt) . . . . .	478
20. Druckverluste von Heizkörperventilen nach TGL 7875 (Hochdruck-Regulierventil) . . . . .	479
21. Druckverluste von Platten- und Konvektorheizkörpern . . . . .	480
22. Druckverluste von Strahlplatten . . . . .	481
23. Zugeschnittene Größengleichungen zur Nachrechnung oder Bemessung von Drosselstellen (Blenden, Stellventile) . . . . .	482

## Literaturverzeichnis . . . . . 483

## Namen- und Sachwörterverzeichnis . . . . . 485

# 1. Strömungsformen

Da in der technischen Anwendung nicht jeder Strömungsvorgang meßtechnisch untersucht werden kann, sind gewonnene Erfahrungen auf ähnliche Anwendungsfälle zu übertragen. Um die zahlreichen Meßergebnisse ordnen, interpretieren und auf geplante Objekte umrechnen zu können, wurde eine spezielle Theorie — die Ähnlichkeitstheorie — entwickelt.

Zwei Strömungsabläufe sind genau dann vergleichbar, wenn **geometrische und physikalische** (thermodynamische und strömungsmechanische) **Ähnlichkeit** besteht. Während bei der geometrischen Umrechnung alle Abmessungen mit gleichem Maßstabsfaktor verändert werden, ist diese einfache Umrechnung auf die Stoffwerte der strömenden Medien (Dichte, Viskosität u. a. m.) sowie auf die physikalischen Größen (Druck, Temperatur, Geschwindigkeit usw.) nicht möglich. Statt dessen sind die für die Zustandsänderung maßgeblichen physikalischen Gesetze zu analysieren und aus der Verknüpfung der physikalischen Größen die speziellen Maßstabsfaktoren abzuleiten. Aus umfangreichen Betrachtungen wurde eine Reihe von dimensionslosen Kennzahlen entwickelt. Generell ist es nicht möglich, eine komplette Ähnlichkeit abzusichern, so daß man sich in der Regel auf die entscheidenden Einflußfaktoren beschränken muß. Für einfache, erzwungene Strömungsvorgänge ist das Verhältnis von Trägheitskraft zur Zähigkeitskraft maßgebend. Damit stellt die **REYNOLDS-Zahl**

$$Re = \frac{wd}{\nu} = \frac{wd\rho}{\eta} = \frac{4\dot{m}}{\eta\pi d} \quad (1.1)$$

die entscheidende Ähnlichkeitskennzahl dar. Bezogen auf die **Rohrströmung** bedeuten:

$w$ Geschwindigkeit	$\eta$ dynamische Viskosität
$d$ Rohrlinnendurchmesser	$\rho$ Dichte
$\nu$ kinematische Viskosität	$\dot{m}$ Massestrom.

Die Benennung der Kennzahl geht auf den englischen Physiker **OSBORNE REYNOLDS** zurück.

Die Rohrströmung tritt in zwei grundsätzlich verschiedenen Formen auf, der laminaren und der turbulenten Strömung.

## 1.1. Laminare Strömung

Bei dieser Strömungsform bewegen sich die Medienteilchen auf achsparallelen Strombahnen. Da keinerlei Querbewegung erfolgt, tritt auch keine Vermischung des Mediums ein. Somit breitet sich beispielsweise ein über eine Düse injizierter Farbstoffstrahl in einem Flüssigkeitsstrom geradlinig in Fließrichtung aus. Die Laminarströmung wird deshalb auch Schichten- oder Parallelströmung genannt.

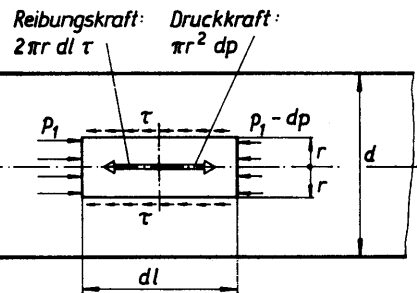


Bild 1.1 Zylinderförmiges Element in einer laminaren Rohrströmung

Zwischen den Strombahnen erfolgt eine Relativbewegung, wodurch Schubspannungen nach dem Newtonschen Ansatz

$$\tau = -\eta \frac{dw}{dr} \quad (1.2)$$

hervorgerufen werden. Dabei bedeutet:

$w$  Geschwindigkeit im Abstand  $r$  von der Rohrachse.

Nach Bild 1.1 muß für jedes  $r$  das Kräftegleichgewicht aus der Reibungskraft, die an den Rändern des Zylinderelementes angreift, und der Druckkraft, die auf die Zylinderdeckflächen wirkt, bestehen:

$$2\pi r dl \tau = \pi r^2 dp.$$

Dabei wurde ein waagrecht liegender Rohrabschnitt vorausgesetzt. Der Quotient  $(dp/dl)$  sei zunächst als eine konstante Größe behandelt. Dies ist möglich, da sich die weiteren Betrachtungen zunächst nur auf den Rohrquerschnitt 1 beziehen. Es muß deshalb auch noch nicht zwischen kompressibler und inkompressibler Strömung unterschieden werden. Die Substitution der Gl. (1.2) ergibt

$$-2\pi r \eta \frac{dw}{dr} = \left(\frac{dp}{dl}\right) \pi r^2. \quad (1.3)$$

Daraus folgt die Differentialgleichung der Geschwindigkeitsverteilung zu

$$dw = -\frac{1}{2\eta} \left(\frac{dp}{dl}\right) r dr \quad (1.4)$$

und nach Integration ergibt sich die vom Abstand  $r$  abhängige Geschwindigkeit

$$w = -\frac{1}{4\eta} \left(\frac{dp}{dl}\right) r^2 + C.$$

Die Integrationskonstante  $C$  kann aus der Gegebenheit  $w = 0$  an der Stelle  $r = d/2$  (Rohrwand) berechnet werden. Es folgt

$$C = \frac{1}{4\eta} \left(\frac{dp}{dl}\right) \frac{d^2}{4}$$

und damit gilt

$$w = \frac{1}{4\eta} \left(\frac{dp}{dl}\right) \left(\frac{d^2}{4} - r^2\right). \quad (1.5)$$

In Rohrmitte ist die Geschwindigkeit am größten. Sie entspricht der Integrationskonstanten

$$w_{\max} = \frac{1}{4\eta} \left(\frac{dp}{dl}\right) \frac{d^2}{4} \equiv C.$$

Damit kann das Geschwindigkeitsprofil, das im kreisförmigen Rohr einem Paraboloid entspricht, in einfacher Form dargestellt werden:

$$w = w_{\max} \left[1 - \left(\frac{2r}{d}\right)^2\right]. \quad (1.6)$$

Zur Veranschaulichung ist eine Profildarstellung im Bild 1.2 gezeigt.

Der vorgestellte Geschwindigkeitsverlauf hat sich erst nach einer Anlaufstrecke von  $l_a > 0,03 d Re$  voll ausgebildet. Am Einlauf herrscht zunächst konstante Geschwindigkeit über dem Querschnitt.

Die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{w}$  findet man durch Integration über den Querschnitt und Division durch die Querschnittsfläche  $A = (\pi d^2)/4$ . Ausgehend von der kleinen Kreisringfläche  $dA = 2\pi r dr$  (vgl. Bild 1.3), die mit der Geschwindigkeit  $w$  durchströmt wird, gilt:

$$\bar{w} = \frac{2\pi \int_0^{d/2} w r dr}{\frac{\pi d^2}{4}}. \quad (1.7)$$

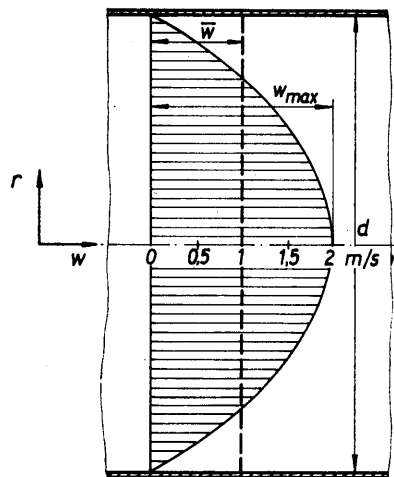
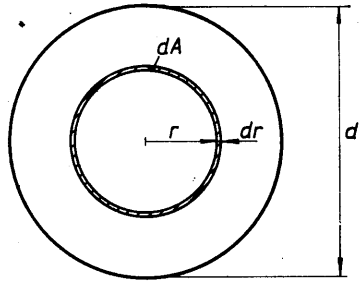


Bild 1.2 Geschwindigkeitsprofil einer isothermen, laminaren Rohrströmung mit  $\bar{w} = 1$  m/s





**Bild 1.3** Darstellung der infinitesimalen Kreisringfläche  $dA$ , die in Normalenrichtung von der Geschwindigkeit  $w$  durchströmt wird

Nach Substitution von  $w$  gemäß Gl. (1.6) ergibt sich schrittweise

$$\bar{w} = \frac{8}{d^2} w_{\max} \int_0^{d/2} \left( r - \frac{4}{d^2} r^3 \right) dr$$

$$\bar{w} = \frac{8}{d^2} w_{\max} \left[ \frac{d^2}{8} - \frac{1}{d^2} \frac{d^4}{16} \right]$$

$$\bar{w} = \frac{1}{2} w_{\max}. \quad (1.8)$$

In der später zu betrachtenden Energiegleichung wird eine zeitbezogene Bilanz aufgestellt. Von besonderem Interesse ist der kinetische Energieanteil, für den üblicherweise

$$\dot{E}_{\text{kin}}^* = \frac{\dot{m}}{2} \bar{w}^2 = \frac{\rho}{2} \frac{\pi d^2}{4} \bar{w}^3 \quad (1.9)$$

gesetzt wird. Genau betrachtet muß die Geschwindigkeitsverteilung über den Rohrquerschnitt  $A$  integriert werden.

$$\dot{E}_{\text{kin}} = \frac{\rho}{2} \int_A w^3 dA \quad (1.10)$$

$$\dot{E}_{\text{kin}} = \frac{\rho}{2} 2\pi \int_0^{d/2} w^3 r dr = \rho \pi w_{\max}^3 \int_0^{d/2} \left( 1 - \frac{4}{d^2} r^2 \right)^3 r dr$$

$$\dot{E}_{\text{kin}} = \rho \frac{\pi d^2}{32} w_{\max}^3. \quad (1.11)$$

Wenn man mit der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{w}$  rechnet, müßte man eigentlich  $\dot{E}_{\text{kin}}^*$  mit dem Faktor  $K_E$  korrigieren, so daß

$$\dot{E}_{\text{kin}} = K_E \dot{E}_{\text{kin}}^* \quad (1.12)$$

gilt. Die Substitution der Gln. (1.8), (1.9) und (1.11) liefert für die Laminarströmung

$$K_E = 2. \quad (1.13)$$

Eine andere, häufig benutzte Größe ist der Impulsstrom. Für ihn gilt bezogen auf  $\bar{w}$

$$\dot{I}^* = \dot{m} \bar{w} = \rho \frac{\pi d^2}{4} \bar{w}^2, \quad (1.14)$$

in exakter Darstellung jedoch

$$\dot{I} = \rho \int_A w^2 dA \quad (1.15)$$

$$\dot{I} = \rho 2\pi \int_0^{d/2} w^2 r dr = 2\rho \pi w_{\max}^2 \int_0^{d/2} \left( 1 - \frac{4}{d^2} r^2 \right)^2 r dr$$

$$\dot{I} = \rho \frac{\pi d^2}{12} w_{\max}^2. \quad (1.16)$$

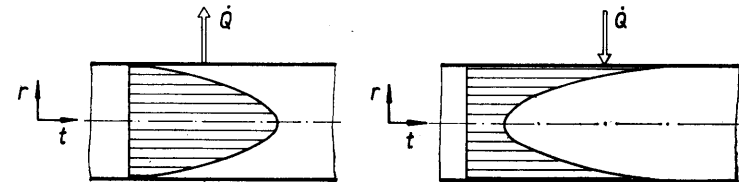
Ein impulsbezogener Korrekturfaktor  $K_I$  folgt aus

$$\dot{I} = K_I \dot{I}^* \quad (1.17)$$

unter Beachtung der Gl. (1.8) zu

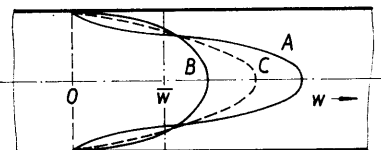
$$K_I = 1,333. \quad (1.18)$$

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß über dem Rohrquerschnitt ein konstanter statischer Druck  $p$  und eine konstante Temperatur  $t$  vorliegen. Die erste Annahme wird, wie Meßwerte beweisen, sehr gut erfüllt. Die letztgenannte Annahme bestätigt sich aber nur bei adiabater Wärmedämmung. Wird Wärme mit der Umgebung getauscht, dann sind auch Temperaturprofile über dem Querschnitt zu erwarten. Bild 1.4 zeigt zwei mögliche Verläufe. Die Folge der Temperaturverteilung sind ortsabhängige Zähigkeitswerte  $\eta$ , die wiederum veränderte Geschwindigkeitsprofile bewirken (Bild 1.5). Da bei rohrhydraulischen Berechnungen in der Regel keine Aussagen über die Temperaturverteilungen bekannt sind, ist die Berechnung mit mittleren Temperaturen  $t$  — die konstant über dem Rohrquerschnitt angenommen werden — durchzuführen. Damit gelten die Korrekturfaktoren  $K_E = 2$  und  $K_I = 1,333$  temperaturunabhängig für jede Laminarströmung.



**Bild 1.4** Temperaturverteilung über den Rohrquerschnitt

links: bei Wärmeabgabe des Rohres  
rechts: bei Wärmeaufnahme des Rohres



**Bild 1.5** Geschwindigkeitsprofil einer laminaren Rohrströmung

Kurve A: bei Wärmeabgabe des Rohres  
 Kurve B: bei Wärmeaufnahme des Rohres } Schwerkrafteinfluß vernachlässigt  
 Kurve C: isotherme Rohrströmung

Unter dieser vereinfachten Annahme  $t(r) = \text{const}$  kann der Enthalpiestrom

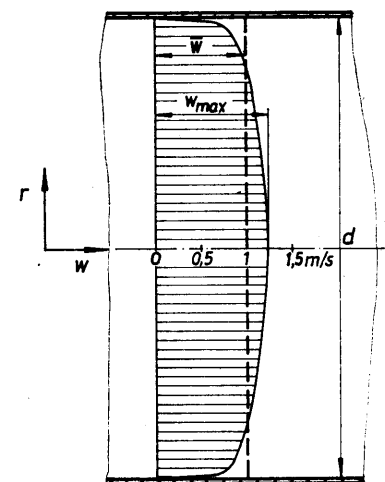
$$\dot{H} = \dot{m}h = \rho \frac{\pi d^2}{4} \bar{w}h \quad (1.19)$$

geschrieben werden. Eine Korrektur erübrigt sich dann. Dem Anwender sollte aber stets bewußt sein, daß die Annahme fehlerbehaftet ist und nur aus praktischen Erwägungen heraus getroffen wurde.

## 1.2. Turbulente Strömung

Bei dieser Strömungsform folgen die Medienteilchen keinen geradlinigen Strombahnen. Die Hauptstromrichtung wird von wirbelhaften Querbewegungen überlagert. Ein injizierter Farbstrahl vermischt sich rasch. Die turbulente Strömung wird häufig auch Wirbelströmung genannt. Das Geschwindigkeitsprofil ist infolge der Querbewegungen abgeflacht. Es kann durch Parabeln mit dem Exponenten  $1/n$  approximiert werden. Mit den Angaben des Bildes 1.6 gilt

$$w = w_{\max} \left[ 1 - \frac{2r}{d} \right]^{1/n} \quad (1.20)$$



**Bild 1.6** Geschwindigkeitsprofil einer isothermen, turbulenten Rohrströmung mit  $\bar{w} = 1 \text{ m/s}$  ( $Re = 10^5$ ;  $n = 7$ ;  $w_{\max}/\bar{w} = 1,224$ )

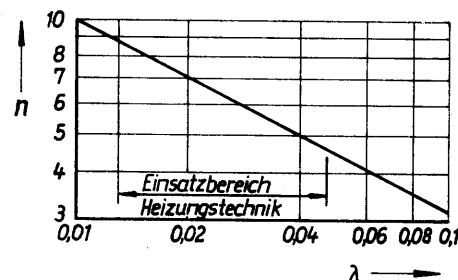
Das Geschwindigkeitsprofil ist nach einer Anlaufstrecke von  $l_a > (25 \dots 40) d$  voll ausgebildet.

Der Wert  $n$  ist von der REYNOLDS-Zahl und der relativen Rauigkeit abhängig. Für glatte Rohre ist  $n \approx (6 \dots 10)$  und für raue Rohre sind kleinere Werte bis etwa  $n \approx 4$  anzunehmen. NUNNER [1] gibt nach einer umfangreichen Auswertung die Beziehung

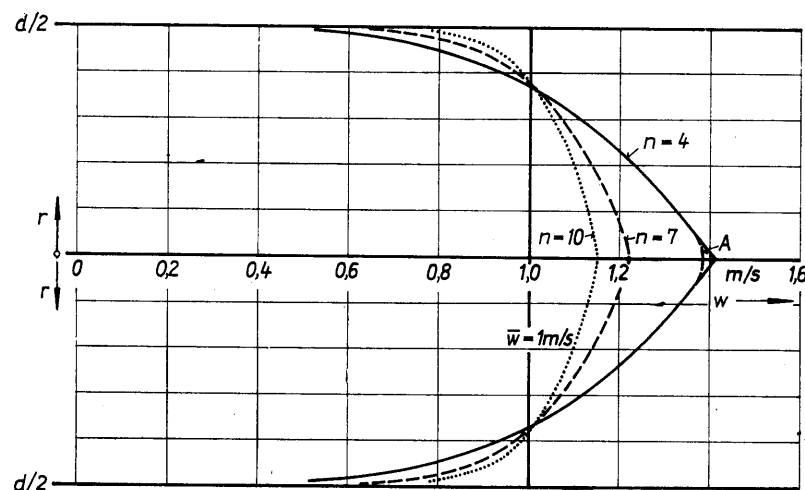
$$n = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (1.21)$$

an, wobei  $\lambda$  den Rohrreibungsbeiwert (Berechnung nach Gl. (3.8)) darstellt. Die Gl. (1.21) ist im Bild 1.7 ausgewertet.

Den Einfluß der Potenz  $1/n$  auf den Geschwindigkeitsverlauf über den Strömungsquerschnitt verdeutlicht das Bild 1.8. Diese Darstellung zeigt auch, daß das Potenzgesetz in der Mitte der Rohrströmung nicht exakt anwendbar ist. So tritt beispielsweise an der Stelle A in Wirklichkeit eine Abflachung des Strömungsprofils auf. Des weiteren besteht trotz der Querbewegungen der Medienteilchen entlang der Begren-



**Bild 1.7** Grafische Auswertung der Gl. (1.21)



**Bild 1.8** Geschwindigkeitsprofile isothermer, turbulenter Rohrströmungen mit  $\bar{w} = 1 \text{ m/s}$  bei unterschiedlichen Exponenten  $n$

zung des Strömungskanals eine laminare Unterschicht, die Grenzschicht. In ihr baut sich das Geschwindigkeitsprofil von  $w = 0$  an der Rohrwand wie bei der laminaren Strömung auf. Die Grenzschicht, die gewissermaßen als „Schmierschicht“ der turbulenten Strömung aufgefaßt werden kann, hat nach PRANDTL eine Dicke von etwa

$$d_G \approx 62,7 Re^{-0,875} d = 62,7 \left( \frac{\nu}{\bar{w}} \right)^{0,875} d^{0,125}. \quad (1.22)$$

Wird beispielsweise ein Rohr mit  $d = 0,2$  m von Wasser mit einer Temperatur  $t = 100^\circ\text{C}$  und einer Geschwindigkeit  $\bar{w} = 2$  m/s durchflossen, so beträgt die Grenzschichtdicke nur  $d_G = 5,4 \cdot 10^{-5}$  m  $\approx 0,054$  mm.

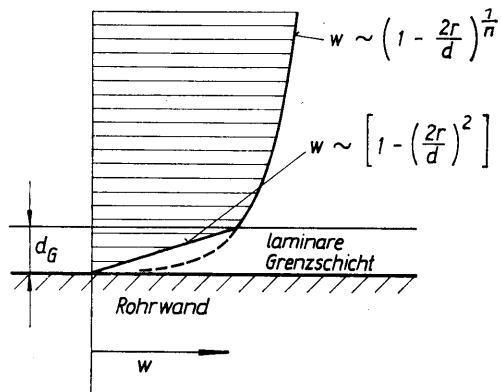
Strenggenommen gilt das Potenzgesetz nach Gl. (1.20) auch nur außerhalb der laminaren Grenzschicht, während innerhalb jener die Strömung der Geschwindigkeitsverteilung nach Gl. (1.6) gehorcht. An der inneren Grenzschichtfläche hat der Geschwindigkeitsverlauf somit einen singulären Punkt (Bild 1.9).

Zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit bei turbulenter Strömung darf die laminare Unterschicht jedoch unbeachtet bleiben, da wegen der geringen Grenzschichtdicke das Ergebnis praktisch nicht verfälscht wird. Mit Hilfe der Definitionsgleichung (1.7) kann aus der Geschwindigkeitsverteilung nach Gl. (1.20) die mittlere Geschwindigkeit der turbulenten Strömung bestimmt werden. Es gelten:

$$\bar{w} = \frac{8}{d^2} w_{\max} \int_0^{d/2} \left[ 1 - \frac{2r}{d} \right]^{1/n} r \, dr$$

$$\bar{w} = \frac{8}{d^2} w_{\max} \left[ \frac{\left( 1 - \frac{2 \cdot d}{d \cdot 2} \right)^{\frac{1}{n} + 2} - 1}{\frac{4}{d^2} \left( \frac{1}{n} + 2 \right)} - \frac{\left( 1 - \frac{2 \cdot d}{d \cdot 2} \right)^{\frac{1}{n} + 1} - 1}{\frac{4}{d^2} \left( \frac{1}{n} + 1 \right)} \right]$$

$$\bar{w} = \frac{2}{\left( \frac{1}{n} + 2 \right) \left( \frac{1}{n} + 1 \right)} w_{\max} = f w_{\max}. \quad (1.23)$$



**Bild 1.9** Qualitative Geschwindigkeitsverteilung  $w$  in der laminaren Grenzschicht bei turbulenter Rohrströmung

Für den Faktor  $f$  ergeben sich:

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10
$f$	0,643	0,711	0,758	0,791	0,817	0,837	0,853	0,866

Für die überschläglichen Berechnungen kann  $f \approx 0,8$  bei einem maximalen Fehler von etwa 8% gesetzt werden (Geltungsbereich nach Bild 1.7.).

Schließlich sei noch die kinetische Energie nach Gl. (1.10) bestimmt. Es gilt mit Gl. (1.20)

$$\dot{E}_{\text{kin}} = \frac{\rho}{2} 2\pi \int_0^{d/2} w^3 r \, dr = \rho \pi w_{\max}^3 \int_0^{d/2} \left( 1 - \frac{2r}{d} \right)^{\frac{3}{n}} r \, dr$$

$$\dot{E}_{\text{kin}} = \rho \frac{\pi d^2}{4} w_{\max}^3 \frac{1}{\left( \frac{3}{n} + 1 \right) \left( \frac{3}{n} + 2 \right)}. \quad (1.24)$$

Bezogen auf  $\dot{E}_{\text{kin}}^*$  nach Gl. (1.9) berechnet sich der in Gl. (1.12) definierte Korrekturfaktor zu

$$K_E = \frac{1}{4} \frac{\left( \frac{1}{n} + 2 \right)^3 \left( \frac{1}{n} + 1 \right)^3}{\left( \frac{3}{n} + 1 \right) \left( \frac{3}{n} + 2 \right)}. \quad (1.25)$$

Es ergeben sich nach dieser Beziehung die Zuordnungen:

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_E$	1,255	1,156	1,106	1,077	1,058	1,046	1,037	1,031

Für überschlägliche Berechnungen ist in Auswertung des Bildes 1.7 mit  $K_E \approx 1,07$  zu rechnen. Der dabei auftretende Fehler liegt unter 5%.

Zur Berechnung des Impulsstromes ist von den Gln. (1.15) und (1.20) auszugehen:

$$\dot{I} = \rho 2\pi \int_0^{d/2} w^2 r \, dr = 2\rho \pi w_{\max}^2 \int_0^{d/2} \left( 1 - \frac{2r}{d} \right)^{\frac{2}{n}} r \, dr$$

$$\dot{I} = 2\rho \frac{\pi d^2}{4} w_{\max}^2 \frac{1}{\left( \frac{2}{n} + 2 \right) \left( \frac{2}{n} + 1 \right)}. \quad (1.26)$$

Bezugnehmend auf Gl. (1.14) errechnet sich nach Substitution der Gl. (1.23) der Korrekturfaktor

$$K_I = \frac{1}{2} \frac{\left( \frac{1}{n} + 2 \right)^2 \left( \frac{1}{n} + 1 \right)^2}{\left( \frac{2}{n} + 2 \right) \left( \frac{2}{n} + 1 \right)}. \quad (1.27)$$

Die zahlenmäßige Auswertung liefert:

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_1$	1,089	1,055	1,037	1,027	1,020	1,016	1,013	1,011

Als Mittelwert sei  $K_1 \approx 1,03$  bei einem maximalen Fehler von 2% empfohlen. Zur Ermittlung des Enthalpiestromes gilt wiederum unter Annahme einer konstanten Medientemperatur die Gl. (1.19).

### 1.3. Geltungsbereich der Strömungsformen

Der Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Rohrströmung ist durch die REYNOLDS-Zahl determiniert. Bei  $Re < 2320$  bildet sich immer ein laminares Strömungsprofil aus. Eventuelle Störungen werden stets wieder geglättet. Über  $Re = 2320$  kann zwar auch eine laminare Strömung existieren (bei idealen Versuchsbedingungen konnten sogar Spitzenwerte von  $Re = 50000$  erzielt werden), allerdings verursachen bereits geringe Störungen den Umschlag in eine turbulente Strömung. Diese ist dann auch durch lange Beruhigungsstrecken nicht mehr rückwandelbar. Laminare Rohrströmungen über der **kritischen Reynolds-Zahl**  $Re_{krit} = 2320$  sind somit als labile Strömungszustände zu betrachten.

Die Laminarströmung tritt vor allem in Heizungssystemen mit natürlichem Umtrieb (Schwerkraftanlagen) auf.

## 2. Grundaussagen

### 2.1. Kompressibilität

Man versteht darunter die Zusammendrückbarkeit des Strömungsmediums durch allseitig einwirkenden Druck bei gleichbleibender Temperatur. Eine kennzeichnende Größe ist der **Kompressibilitätskoeffizient**

$$\kappa = -\frac{1}{v_0} \left( \frac{dv}{dp} \right)_{t=\text{const.}} \quad (2.1)$$

Er stellt die Volumenänderung zur Druckänderung bei konstanter Temperatur, dividiert durch ein Bezugsvolumen, dar. Der Kehrwert des Kompressibilitätskoeffizienten  $\kappa$  ist der Elastizitätsmodul  $E$ .

Da bei **Flüssigkeiten** die Volumenänderungen infolge Druckänderungen sehr klein sind, werden sie als **inkompressible Medien** bezeichnet. Für Wasser von  $p_0 = 2 \text{ MPa}$  gelten beispielsweise die Werte:

$t$ in °C	10	50	100	150	200
$\kappa$ in $10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$	4,72	4,42	5,00	6,33	8,99

Ein Beispiel soll die Kleinheit von  $\kappa$  verdeutlichen. Die zur Temperatur  $t = 80^\circ\text{C}$  gehörigen Daten lauten:

$$p_1 = 0,1 \text{ MPa} \quad v_1 = 0,0010292 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$p_2 = 10 \text{ MPa} \quad v_2 = 0,0010245 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$p_3 = 50 \text{ MPa} \quad v_3 = 0,0010071 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Das heißt, die großen Drucksteigerungen von  $p_1$  auf  $p_2$  bzw. von  $p_2$  auf  $p_3$  bewirken nur Volumenänderungen um 0,5% bzw. 1,7%.

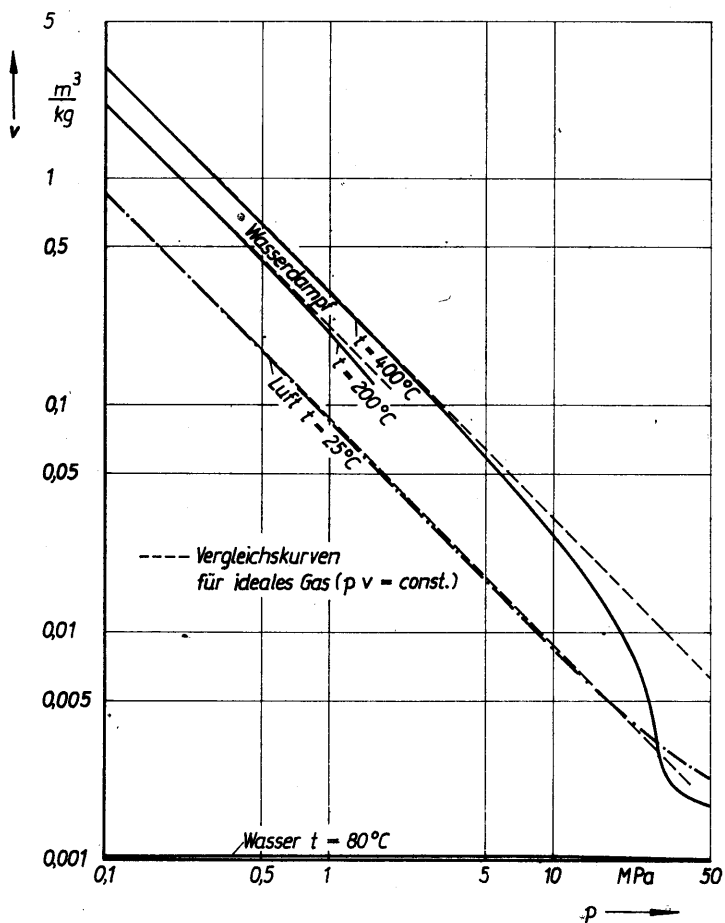
Für übliche hydrodynamische Vorgänge — z. B. Wasserströmung in Rohren — kann das spezifische Volumen  $v$  bzw. die Dichte  $\rho$  als druckunabhängig betrachtet werden. Dadurch ergeben sich relativ einfache Berechnungsgleichungen.

**Achtung!** Bei Druckstoßberechnungen muß die Kompressibilität allerdings Berücksichtigung finden.

Generell anders verhalten sich **Gase und Dämpfe**. Sie müssen als **kompressible Medien** betrachtet werden. Für ideale Gase gilt das BOYLESche Gesetz

$$pv = \text{const.}, \quad (2.2)$$

d. h., jede Druckänderung bewirkt eine umgekehrte proportionale Volumenänderung.



**Bild 2.1** Spezifisches Volumen  $v$  in Abhängigkeit vom Druck  $p$  für Wasser, Wasserdampf und Luft ausgewählter Temperaturen und Vergleichskurven für das ideale Gas

Für reale Gase und Dämpfe sind die echten Zustandswerte ( $p; v$ ) oder die entsprechenden Differentialquotienten Tabellen zu entnehmen. Für Wasserdampf von  $p_0 = 2 \text{ MPa}$  ergeben sich:

$t$ in $^{\circ}\text{C}$	250	300	350	400
$\alpha$ in $10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$	5,47	5,28	5,19	5,13

Ein Zahlenbeispiel soll die Druckabhängigkeit des spezifischen Volumens am Beispiel des Wasserdampfes bei einer Temperatur  $t = 400^{\circ}\text{C}$  zeigen:

$p_1 = 0,1 \text{ MPa}$	$v_1 = 3,103$
$p_2 = 10 \text{ MPa}$	$v_2 = 0,02641$
$p_3 = 50 \text{ MPa}$	$v_3 = 0,001732$

Die Drucksteigerung von  $p_1$  auf  $p_2$  verursacht eine Volumenänderung um 99%, d. h. das spezifische Volumen beim Zustand 2 beträgt nur noch etwa 1% von  $v_1$ . Damit entspricht das Verhalten des überhitzten Dampfes dieser Parameter nahezu dem des idealen Gases (Gl. (2.2)). Die Drucksteigerung von  $p_2$  auf  $p_3$  bewirkt dann wiederum eine Volumenänderung um 93%. Diese Relation könnte mit Gl. (2.2) allerdings nicht beschrieben werden, da damit nur 80% das Ergebnis wären. Einige typische Verläufe des Zusammenhangs  $v = f(p)$  zeigt Bild 2.1.

## 2.2. Kontinuitätsgleichung

Bei einer stationären Strömung in einem Rohr wird durch jeden beliebigen Rohrquerschnitt der gleiche Massestrom  $\dot{m}$  durchgesetzt. Dies gilt auch, wenn sich der Rohrdurchmesser (vgl. Bild 2.2) oder die Temperatur des strömenden Mediums ändern. Der Sachverhalt

$$\dot{m} = \text{const}$$

kann auch

$$\rho_1 \dot{V}_1 = \rho_2 \dot{V}_2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{\dot{V}_2}{v_2} \quad (2.3)$$

oder

$$\rho_1 A_1 \bar{w}_1 = \rho_2 A_2 \bar{w}_2 \quad (2.4)$$

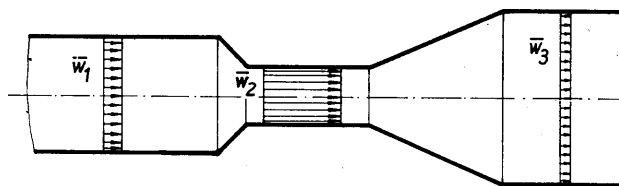
geschrieben werden. Im Sonderfall der inkompressiblen, isothermen Strömung gilt  $\rho_1 = \rho_2$ , so daß sich die beiden letzten Gleichungen zu

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad (2.5)$$

und

$$A_1 \bar{w}_1 = A_2 \bar{w}_2 \quad (2.6)$$

vereinfachen.

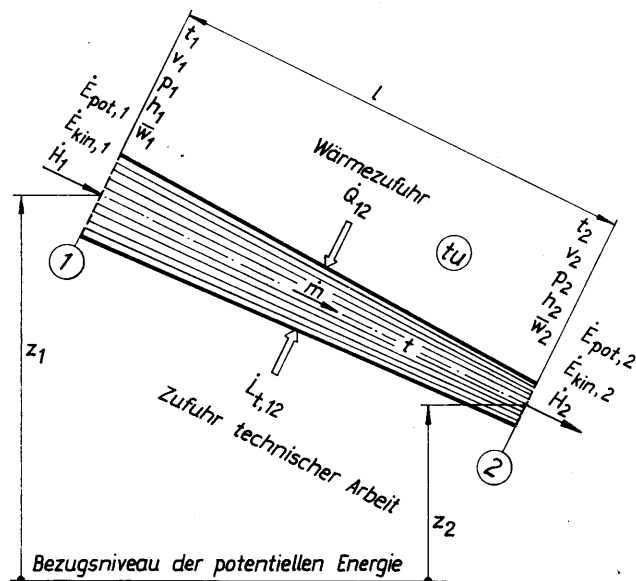


**Bild 2.2** Veranschaulichung der Kontinuitätsgleichung

## 2.3. Energiegleichungen

Ausgehend vom ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt für die Energiebilanz einer Stromröhre (Bild 2.3) mit stationärem Stoffdurchsatz

$$\dot{Q}_{12} + \dot{L}_{t,12} = (\dot{H}_2 + \dot{E}_{\text{kin},2} + \dot{E}_{\text{pot},2}) - (\dot{H}_1 + \dot{E}_{\text{kin},1} + \dot{E}_{\text{pot},1}). \quad (2.7)$$



**Bild 2.3** Zustandsgrößen und Energieströme an einer Stromröhre

$\dot{Q}_{12}$  stellt den Wärmestrom dar, der zwischen Umgebung und Strömungskanal getauscht wird. Er ist bei Zufuhr an das System positiv. Allgemein gilt

$$\dot{Q}_{12} = kA(t_u - t) \quad (2.8)$$

mit

$k$  Wärmedurchgangskoeffizient bezogen auf die Rohraußenfläche

$A$  Rohraußenfläche ( $A = \pi d_a l$ )

$t_u$  Umgebungstemperatur

$t$  Temperatur des strömenden Mediums.

$\dot{H}$  verkörpert den Enthalpiestrom des Mediums gemäß Gl. (1.19)

$$\dot{H} = \dot{m}h.$$

$\dot{E}_{kin}$  ist die kinetische Energie nach Definitionsgleichung (1.10). Für laminare Strömung gilt die spezielle Berechnungsgleichung (1.11), für turbulente Strömung die Gl. (1.24). Praktische Ermittlungen wird man zweckmäßigerweise auf

$$\dot{E}_{kin} = K_E \frac{\dot{m}}{2} \bar{w}^2 \quad (2.9)$$

aufbauen und den Korrekturfaktor  $K_E$  in Abhängigkeit vom Strömungsprofil einsetzen.

$\dot{E}_{pot}$  stellt die potentielle Energie dar. Es gilt die Beziehung

$$\dot{E}_{pot} = \dot{m}gz. \quad (2.10)$$

Die Höhenkoordinate  $z$  ist jeweils bis zur Mitte der Stromröhre zu bemessen.

$\dot{L}_{t,12}$  repräsentiert die technische Arbeit. Sie ist positiv bei Zufuhr an das System.

Speziell gilt für die technische Arbeit in einem offenen, stationär durchströmten System die Beziehung

$$\dot{L}_{t,12} = \dot{m} \int_1^2 v dp + (\dot{E}_{kin,2} + \dot{E}_{pot,2}) - (\dot{E}_{kin,1} + \dot{E}_{pot,1}) + \dot{L}_{R,12}. \quad (2.11)$$

Diese Darstellung folgt unmittelbar aus der allgemeinen Energiebilanz Gl. (2.7), wenn der Zusammenhang zwischen Enthalpie, innerer Energie und Volumenänderungsarbeit hergestellt wird. Üblicherweise befindet sich in den Rohrteilstrecken keine Pumpe, d. h., es wird auch keine technische Arbeit zugeführt ( $\dot{L}_{t,12} = 0$ ). Weiterhin muß für die Reibungsarbeit  $\dot{L}_{R,12} > 0$  gelten, da sie stets in Form von Wärme dem System übergeben wird.

Die Gl. (2.11) findet man häufig auch in differentieller Schreibweise

$$v dp + K_E \bar{w} d\bar{w} + g dz + dl_R = 0 \quad (2.12)$$

bzw.

$$dp + K_E \rho \bar{w} d\bar{w} + \rho g dz + \rho dl_R = 0. \quad (2.13)$$

Beide Gleichungen sind als EULERSche Gleichungen bekannt.

### 2.3.1. Energiegleichung für inkompressible Medien

Flüssigkeiten können in sehr guter Näherung als inkompressibel betrachtet werden. Es gilt für isotherme Strömungen  $v = 1/\rho = \text{const.}$  Näherungsweise kann man dies auch auf Gase und Dämpfe mit geringen Dichteänderungen zwischen den Bilanzquerschnitten ( $0,9 < \rho_1/\rho_2 < 1,1$ ) übertragen. Die Strömungen inkompressibler Medien werden auch als **hydrodynamische Strömungen** bezeichnet. Aus Gl. (2.11) folgt nach Substitution der Gln. (2.9) und (2.10) und geringer Umformung für die reine Rohrströmung (eine Pumpe ist nicht enthalten)

$$(p_2 - p_1) + K_{E,2} \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2 + \rho g(z_2 - z_1) + \rho \frac{\dot{L}_{R,12}}{\dot{m}} = 0. \quad (2.14)$$

Alle Summanden stellen Drücke oder Druckdifferenzen dar. Die Analyse der Einheiten bestätigt dies sofort:

$$\left\langle K_E \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 \right\rangle = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}$$

$$\langle \rho g z \rangle = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{m} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}$$

$$\left\langle \rho \frac{\dot{L}_{R,12}}{\dot{m}} \right\rangle = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{Nm/s}}{\text{kg/s}} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}.$$

Es ist üblich, die Summe

$$\underbrace{p + \rho g z}_{\text{statischer Druck}} + \underbrace{K_E \frac{\rho}{2} \bar{w}^2}_{\text{Staudruck}} = \underbrace{p_{\text{ges}}}_{\text{Gesamtdruck}} \quad (2.15)$$

auch als **Gesamtdruck** zu bezeichnen. Die Gl. (2.14) lautet dann verkürzt

$$p_{\text{ges},1} - p_{\text{ges},2} = \rho \frac{\dot{L}_{R,12}}{\dot{m}}. \quad (2.16)$$

Das Reibungsglied verkörpert damit die Verringerung des Gesamtdruckes zwischen den Bilanzquerschnitten 1 und 2 der Stromröhre, beispielsweise infolge der Wandreibung. Es gilt die Definition

$$\Delta p_{V,12} = \rho \frac{\dot{L}_{R,12}}{\dot{m}} > 0, \quad (2.17)$$

wobei

$\Delta p_V$  für den Druckverlust durch dissipative Effekte steht. Im geraden Rohr tritt nur der **Druckverlust durch Rohrreibung**  $\Delta p_R$  auf. Durch Drosselstellen und Richtungsänderungen entstehen Wirbel oder Sekundärströmungen, die bei praktischen Berechnungen als **Druckverlust durch Einzelwiderstände**  $\Delta p_E$  erfaßt werden. Zusammenfassend gilt:

$$\Delta p_V = \Delta p_R + \Delta p_E. \quad (2.18)$$

Wegen der fundamentalen Bedeutung der Gl. (2.14) für die Rohrhydraulik werden nachfolgend weitere Darstellungsformen angegeben:

$$p_1 + \rho g z_1 + K_{E,1} \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + K_{E,2} \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2 + \Delta p_{V,12}. \quad (2.19)$$

Für idealisierte Strömungen mit konstantem Geschwindigkeitsprofil  $w$  über dem Querschnitt (Kolbenströmung) gilt  $K_E = 1$  und damit

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{\rho}{2} w_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{\rho}{2} w_2^2 + \Delta p_{V,12}. \quad (2.20)$$

Schließlich folgt für reibungsfreie Strömungen die bekannte **BERNOULLI-Gleichung**

$$p + \rho g z + \frac{\rho}{2} w^2 = p_{\text{ges}} = \text{const.} \quad (2.21)$$

Die Gl. (2.20) wird häufig auch als **BERNOULLI-Gleichung** mit Reibungsglied oder als reibungsbehaftete **BERNOULLI-Gleichung** bezeichnet.

Falls längs des Rohres ein Wärmestrom zu- oder abgeführt wird und in dessen Folge sich das spezifische Volumen ändert  $v = v(t)$ , so ist es in der Regel ausreichend, mit dem arithmetischen Mittel  $v = 0,5(v_1 + v_2)$  bzw.  $\rho = 0,5(\rho_1 + \rho_2)$  zu rechnen.

### 2.3.2 Energiegleichung für kompressible Medien

Alle Gase und Dämpfe sind kompressibel. Um die Gl. (2.11) für  $\dot{L}_{t,12} = 0$  auswerten zu können, muß der Zusammenhang zwischen  $p$  und  $v$ , der während der Zustandsänderung auftritt, bekannt sein. Es werden nachfolgend für ideale Gase verschiedene Standardfälle betrachtet. Die potentiellen Energieanteile, kurz „Höhenglieder“ genannt, können in der Regel wegen ihrer Kleinheit vernachlässigt werden. Bei den theoretischen Ableitungen sollen sie jedoch Berücksichtigung finden.

#### Isotherme Zustandsänderung ( $t = \text{const}$ )

Substituiert man

$$\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{v}{v_1} = \frac{p_1}{p} \quad (2.22)$$

in Gl. (2.11), so folgt nach Integration des ersten Terms

$$\int_1^2 v \, dp = v_1 p_1 \int_1^2 \frac{dp}{p} = v_1 p_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$$

die neue Bilanzgleichung

$$v_1 p_1 \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2) + g(z_2 - z_1) + \frac{\dot{L}_{R,12}}{\dot{m}} = 0. \quad (2.23)$$

Die Definitionsgleichung (2.17) für den Druckverlust werde prinzipiell beibehalten. Man muß aber beachten, daß die Reibungsarbeit und damit der Druckverlust Funktionen des Verlaufes der Zustandsänderung sind. Deshalb wird für das spezifische Volumen auch ein Mittelwert  $v_m$  eingeführt:

$$\Delta p_{V,12} = \frac{\dot{L}_{R,12}}{v_m \dot{m}}. \quad (2.24)$$

Die Energiegleichung kann nunmehr zu

$$v_1 p_1 \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2) + g(z_2 - z_1) + v_m \Delta p_{V,12} = 0 \quad (2.25)$$

weiterentwickelt werden. Es ist zu beachten, daß die Austrittsgeschwindigkeit  $\bar{w}_2$  und der Austrittsdruck  $p_2$  einer natürlichen Begrenzung unterliegen (siehe Abschnitt 2.4.).

Aus Gl. (2.25) kann die Geschwindigkeit

$$\bar{w}_2 = \sqrt{\frac{K_{E,1}}{K_{E,2}} \bar{w}_1^2 - \frac{2}{K_{E,2}} \left[ g(z_2 - z_1) + v_1 p_1 \ln \frac{p_2}{p_1} + v_m \Delta p_{V,12} \right]} \quad (2.26)$$

oder mit

$$\bar{w}_2 = \bar{w}_1 \frac{p_1}{p_2} \quad (2.27)$$

der Druck am Ende der Rohrteilstrecke

$$p_2 = \frac{p_1}{\sqrt{\frac{K_{E,1}}{K_{E,2}} - \frac{2}{K_{E,2} \bar{w}_1^2} \left[ v_1 p_1 \ln \frac{p_2}{p_1} + g(z_2 - z_1) + v_m \Delta p_{V,12} \right]}} \quad (2.28)$$

iterativ ermittelt werden.

### Reibungsbehaftete polytrophe Zustandsänderung

Eine polytrophe Zustandsänderung ist durch einen beliebigen Wärmeaustausch mit der Umgebung bei gleichzeitig reversiblen, d. h. reibungsfreiem Verlauf gekennzeichnet. Als Gesetzmäßigkeit gilt  $pv^n = \text{const.}$ , wobei  $n$  Polytropenexponent genannt wird.

Ein Sonderfall der polytropen Zustandsänderung ist die **isentropische Zustandsänderung**, bei der kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet. Für den Exponenten gilt dann

$$n = \kappa,$$

mit den speziellen Stoffdaten:

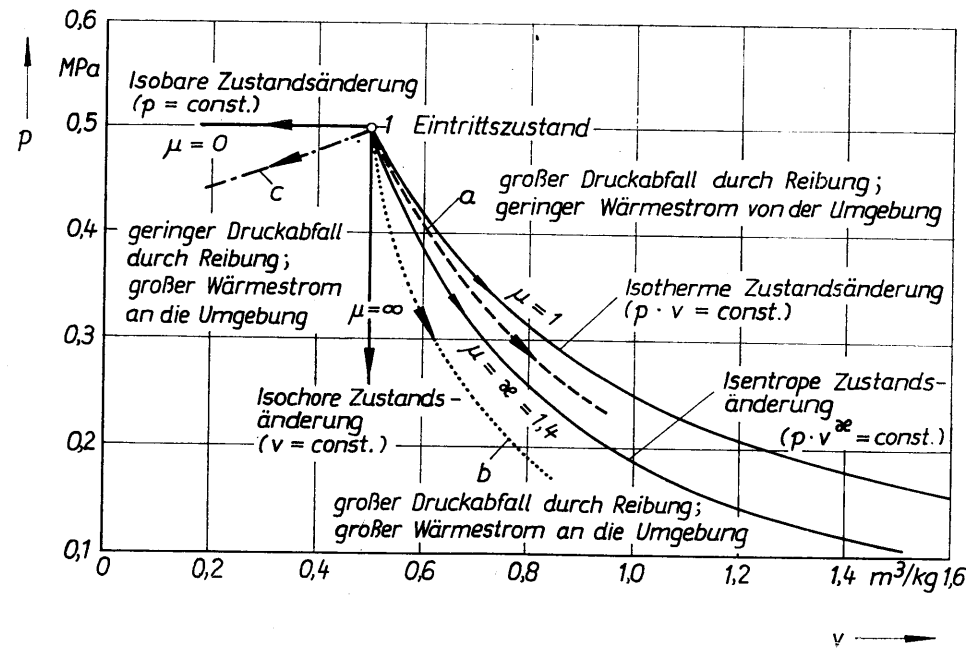
Luft, Stickstoff  $\kappa \approx 1,4$

Sattdampf  $\kappa \approx 1,135$

Heißdampf  $\kappa \approx 1,3$ .

Auch die bereits besprochene **isotherme Zustandsänderung** kann als Sonderfall der polytropen Zustandsänderung für  $n = 1$  aufgefaßt werden. Es sei aber bemerkt, daß die polytrophe Zustandsänderung letztlich auch nur eine Modellierung für ideale Gase darstellt. Reale Gase und Dämpfe zeigen mehr oder weniger große Abweichungen. Für reibungsbehaftete Vorgänge – so beispielsweise auch für reale Rohrströmungen – ist die polytrophe Zustandsänderung nach der Definition der Thermodynamik nicht gültig.

Die Auswertung realer reibungsbehafteter Prozesse zeigt jedoch, daß in den meisten Fällen ein Zusammenhang  $pv^\mu = \text{const.}$  hergestellt werden kann (siehe auch Bild 7.2). Zumindest ist dies abschnittsweise möglich. Trotz der Analogie der Druck-Volumen-Beziehung zur Polytrope handelt es sich im weiteren nicht mehr um eine solche. Es wird dies durch die Bezeichnung des Exponenten mit  $\mu$  verdeutlicht. Zur Abgrenzung soll der Vorgang eine **reibungsbehaftete polytrophe Zustandsänderung** genannt



**Bild 2.4** Reibungsbehaftete polytrophe Zustandsänderung beginnend vom Zustand 1  
Den theoretisch üblichen, reibungsfreien Zustandsänderungen sind praktisch vorkommende Zustandsänderungen (a, b, c), die die Reibungsarbeit beachten, gegenübergestellt.

werden. Der Wärmeaustausch mit der Umgebung sei nach wie vor zugelassen. Die Zustandsgrößen ändern sich nach den Beziehungen

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\mu}} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\mu-1}} \quad (2.29)$$

Der Schluß von  $p$  bzw.  $v$  auf die Temperatur gilt in der angegebenen Form exakt nur für ideale Gase.

Eine Zusammenstellung theoretisch und praktisch möglicher Zustandsänderungen ist im Bild 2.4 gegeben.

Betrachtet man wiederum eine Rohrteilstrecke, in der keine Pumpe enthalten ist ( $\dot{L}_{t,12} = 0$ ), so ergibt sich aus Gl. (2.11) nach Integration des ersten Summanden

$$\int_1^2 v dp = v_1 p_1^{1/\mu} \int_1^2 p^{-1/\mu} dp = v_1 p_1 \frac{\mu}{\mu-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] \quad (2.30)$$

die veränderte Bilanzgleichung

$$p_1 v_1 \frac{\mu}{\mu-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] + \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2) + g(z_2 - z_1) + \frac{\dot{L}_{R,12}}{\dot{m}} = 0 \quad (2.31)$$



Mit dem Druckverlust  $\Delta p_V$  nach Gl. (2.24) folgt

$$p_1 v_1 \frac{\mu}{\mu - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] + \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2) + g(z_2 - z_1) + v_m \Delta p_{V,12} = 0. \quad (2.32)$$

Diese Gleichung könnte man in Analogie zur Gl. (2.20) auch als reibungsbehaftete BERNOULLI-Gleichung der Gasdynamik bezeichnen. Gl. (2.32) zeigt deutlich, daß die als „Druckverlust“ bezeichnete Größe  $\Delta p_V$  nur ein Summand der gesamten Druckänderung von  $p_1$  auf  $p_2$  darstellt. Sie ist nur unter Vernachlässigung der kinetischen und potentiellen Energieänderungen mit ihr identisch.

#### Anmerkung

Die sogenannte BERNOULLI-Gleichung der Gasdynamik beschreibt den reibungsfreien und adiabaten – also den isentropen – Vorgang nach der Beziehung

$$p_1 v_1 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] + \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{v}_2^2 - K_{E,1} \bar{v}_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0.$$

Oftmals wird nicht auf den Eintrittszustand 1, sondern auf einen Ruhezustand  $(p_0, v_0)$  bezogen. Der erste Summand der Gleichung lautet dann

$$p_0 v_0 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right].$$

Das Geschwindigkeitsverhältnis ist aus Gl. (2.29) ableitbar

$$\bar{w}_2 = \bar{w}_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\mu}. \quad (2.33)$$

Aus Gl. (2.32) sind die Austrittsgeschwindigkeit

$$\bar{w}_2 = \sqrt{\frac{K_{E,1}}{K_{E,2}} \bar{w}_1^2 - \frac{2}{K_{E,2}} \left\{ g(z_2 - z_1) + p_1 v_1 \frac{\mu}{\mu - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] + v_m \Delta p_{V,12} \right\}} \quad (2.34)$$

oder der Austrittsdruck

$$p_2 = p_1 \bar{w}_1^\mu \left[ \frac{K_{E,1}}{K_{E,2}} \bar{w}_1^2 - \frac{2}{K_{E,2}} \left\{ g(z_2 - z_1) + p_1 v_1 \frac{\mu}{\mu - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] + v_m \Delta p_{V,12} \right\} \right]^{-\frac{\mu}{2}} \quad (2.35)$$

zu eliminieren. Die letzte Gleichung ist nur iterativ lösbar.

Es sei auch darauf hingewiesen, daß der *Druckverlust*  $\Delta p_V$  zunächst nur eine *formale Angabe* darstellt. Zur realen Erfassung wird das Integral der Gl. (2.30) zu erweitern sein. Spezielle Aussagen dazu finden sich im Abschnitt 7.

Die Austrittsgeschwindigkeit  $\bar{w}_2$  und der Austrittsdruck  $p_2$  haben wiederum natürliche Grenzen (vgl. Abschnitt 2.4.).

## 2.4. Schallgeschwindigkeit und maximaler Durchsatz

Durchströmt ein Medium eine Rohrleitung, so sinkt infolge der Rohrreibung der Druck  $p$  dieses Mediums mit zunehmender Rohrlänge. Handelt es sich um ein kompressibles Medium, so wird mit sinkendem Druck das Volumen immer größer. Bei gleichem Massedurchsatz  $\dot{m}$  und gleichem Rohrquerschnitt  $A$  muß die Geschwindigkeit  $\bar{w}$  mit zunehmendem Strömungsweg anwachsen. Dabei gibt es einen maximalen Durchsatz durch den Querschnitt. Diese Behauptung soll im weiteren überprüft werden.

Allgemein gilt für den Massestrom bei Annahme einer **reibungsbehafteten polytropen Zustandsänderung**

$$\dot{m} = \frac{A \bar{w}_2}{v_2} = \frac{A \bar{w}_2}{v_1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\mu}. \quad (2.36)$$

Da an dieser Stelle noch kein praktikabler Ansatz über den Druckverlust bekannt ist, sei **formal** für

$$v_m \Delta p_{V,12} = C_1 \bar{w}_1^2 + C_2 \bar{w}_2^2 \quad (2.37)$$

angenommen. Substituiert man diesen Zusammenhang in Gl. (2.32), so folgt

$$p_1 v_1 \frac{\mu}{\mu - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] + \left( \frac{K_{E,2}}{2} + C_2 \right) \bar{w}_2^2 - \left( \frac{K_{E,1}}{2} - C_1 \right) \bar{w}_1^2 + g(z_2 - z_1) = 0.$$

Mit den Abkürzungen

$$\frac{K_{E,2}^*}{2} = \frac{K_{E,2}}{2} + C_2; \quad \frac{K_{E,1}^*}{2} = \frac{K_{E,1}}{2} - C_1$$

ergibt sich dann analog der Gl. (2.34) die Geschwindigkeit  $\bar{w}_2$ , womit Gl. (2.36) die Form

$$\dot{m} = \frac{A}{v_1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\mu} \sqrt{\frac{K_{E,1}^*}{K_{E,2}^*} \bar{w}_1^2 - \frac{2}{K_{E,2}^*} \left\{ g(z_2 - z_1) + p_1 v_1 \frac{\mu}{\mu - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right] \right\}}$$

erhält.

Um einen maximalen Massedurchsatz zu finden, wird  $d\dot{m}/d(p_2/p_1) = 0$  untersucht. Es folgt

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{m}}{d\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} &= \frac{A}{v_1} \frac{1}{\mu} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\mu}{\mu}} \sqrt{\frac{K_{E,1}^*}{K_{E,2}^*} \bar{w}_1^2 - \dots} \\ &+ \frac{A}{v_1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\mu}} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{K_{E,1}^*}{K_{E,2}^*} \bar{w}_1^2 - \dots}} \frac{-2p_1 v_1}{K_{E,2}^*} \frac{\mu}{\mu - 1} \frac{\mu - 1}{\mu} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{-\frac{1}{\mu}} = 0 \end{aligned}$$

und nach einigen Umrechnungen

$$\sqrt{\frac{p_1 v_1}{K_{E,2}^*} \mu \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}}} = \sqrt{\frac{K_{E,1}^*}{K_{E,2}^*} \bar{w}_1^2} - \dots \quad (2.38)$$

sowie nach Substitution in Gl. (2.34)

$$\bar{w}_{2,\max} = \sqrt{\frac{p_1 v_1}{K_{E,2}^*} \mu \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}}}.$$

Mit der Polytropenbeziehung

$$v_1 = v_2 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/\mu}.$$

ergibt sich

$$\bar{w}_{2,\max} = \sqrt{\frac{\mu}{K_{E,2}^*} p_2 v_2} = \sqrt{\frac{\mu}{K_{E,2}^* + 2C_2} RT_2}. \quad (2.39)$$

Es gibt also eine maximale Austrittsgeschwindigkeit, die nur vom örtlichen Zustand des Gases in diesem Querschnitt abhängig ist.

Ganz analog ist bekannterweise die **Schallgeschwindigkeit**  $a$  in Gasen formuliert

$$a = \sqrt{\kappa p v} = \sqrt{\kappa R T}. \quad (2.40)$$

Genaugenommen handelt es sich hierbei um die **isentropen Schallgeschwindigkeit**. Wegen der nahezu verlustlosen Fortpflanzung der Druckwellen z. B. in Luft, kann dieser Vorgang durch die isentrope (reibungsfreie adiabate) Zustandsänderung praxisgerecht modelliert werden.

Unter Annahme eines laufenden Temperatenausgleichs erhalte man die **isotherme Schallgeschwindigkeit**

$$a_i = \sqrt{p v} = \sqrt{R T}.$$

Verallgemeinert spricht BOŠNJKOVIČ von einer **polytropen Schallgeschwindigkeit**, wenn der Vorgang mit einem Wärmefluß verbunden ist:

$$a_p = \sqrt{n p v} = \sqrt{n R T}.$$

Damit ist die Identität zu Gl. (2.39) hergestellt, wenn man den Ungleichförmigkeitsgrad  $K_{E,2} = 1$  und in dessen Folge  $w_2 = \bar{w}_2$  setzt sowie den Druckverlust bzw. allgemeiner gesagt, die Reibungsarbeit unabhängig von der Austrittsgeschwindigkeit, d. h.  $C_2 = 0$ , annimmt. Das Ergebnis sagt also aus, daß das kompressible Medium (Gas oder Dampf) maximal mit der örtlichen Schallgeschwindigkeit am Austrittsquerschnitt der Rohrleitung strömen kann.

Strömt das Gas selbst mit Schallgeschwindigkeit, so spricht man auch von der **Lavalgeschwindigkeit** oder der **kritischen Geschwindigkeit**  $a^*$ , so daß

$$w_{2,\max} = a = a^* \quad (2.41)$$

gilt.

Für eine **isotherme Zustandsänderung** ergibt sich analog zum Vorangegangenen aus dem Durchsatz  $\dot{m}$  mit den Gln. (2.25) und (2.37) die maximale Geschwindigkeit zu

$$\bar{w}_{2,\max} = \sqrt{\frac{v_2 p_2}{K_{E,2}^*}} = \sqrt{\frac{R T_2}{K_{E,2}^*}} = \sqrt{\frac{R T_1}{K_{E,2}^* + 2C_2}}. \quad (2.42)$$

Für die **realen Gase**, die in der Heizungstechnik bedeutungsvoll sind, kann die isentrope Schallgeschwindigkeit in guter Näherung nach Gl. (2.40) berechnet werden. So gelten für

$$\text{Luft } a = 20,04 \sqrt{T}$$

t in °C	20	40	60	80	100
a in m/s	343	355	366	377	387

$$\text{Stickstoff } a = 20,38 \sqrt{T}$$

t in °C	20	40	60	80	100
a in m/s	349	361	372	383	394

Für **Wasserdampf** wären die Gleichungen für ideale Gase nur mit großem Fehler anwendbar. Es ist deshalb auf die Werte der Wasserdampftafeln zurückzugreifen:

t °C	a in m/s		
	p = 0,1 MPa	p = 1,0 MPa	p = 10 MPa
100	477	—	—
200	533	517	—
300	585	578	—
400	632	628	581

Der **maximale Durchsatz** beträgt in jedem Fall

$$\dot{m} = \frac{A}{v_2} \bar{w}_{2,\max} = \frac{A}{v_2} a. \quad (2.43)$$

## 2.5. Ausströmvorgang

Entsprechend Bild 2.5 stelle man sich einen Zylinder mit großem Querschnitt vor. Er wird durch einen Kolben verschlossen, auf den eine konstante Kraft  $F$  wirkt, so daß das im Zylinder eingeschlossene Gas einen stets konstanten Druck  $p_0$  aufweist. Da auch die Temperatur  $T_0$  unverändert sein soll, muß auch das spezifische Gas-

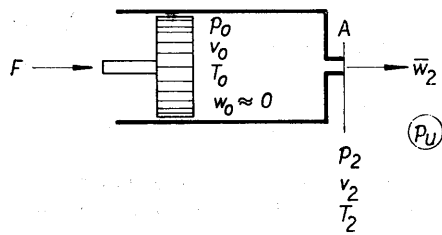


Bild 2.5 Ausströmung aus einem Zylinder

volumen  $v_0$  konstant sein. Die Ausströmung erfolgt über eine verhältnismäßig kleine Öffnung vom Querschnitt  $A$ . Im Austrittsquerschnitt liegen die Zustandsgrößen  $p_2$ ,  $v_2$  und  $T_2$  vor. Die Geschwindigkeit beträgt  $\bar{w}_2$ . Ein turbulentes Geschwindigkeitsprofil habe sich innerhalb des kurzen Stützens noch nicht herausgebildet. Der Ausströmvorgang soll ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung und reibungsfrei — also **isentrop** — ablaufen. Selbstverständlich muß auch hier wieder die Energiegleichung gelten. Der Strömungszustand 1 wird nun durch den im Zylinder herrschenden Ruhezustand 0 ersetzt. Weiterhin kann von einigen Vereinfachungen Gebrauch gemacht werden:

$w_0 = 0$	keine Anfangsgeschwindigkeit
$K_{E,2} = 1$	konstantes Geschwindigkeitsprofil
$z_1 = z_2$	kein Höhenunterschied
$\dot{L}_{R,12} = \Delta p_{V,12} = 0$	keine Reibung; $C_2 = 0$ in Gl. (2.37)

Bei Ausströmung eines **inkompressiblen** Mediums folgt aus Gl. (2.19) oder aus der **BERNOULLI-Gleichung**

$$\bar{w}_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_0 - p_2)}. \quad (2.44)$$

Der Massestrom ergibt sich für  $v = v_0 = v_2$ :

$$\dot{m} = \frac{\bar{w}_2 A}{v} = A \sqrt{2\rho(p_0 - p_2)}. \quad (2.45)$$

Bei Flüssigkeiten ist der Druck im Mündungsquerschnitt  $p_2$  stets mit dem Umgebungsdruck  $p_a$  identisch.

Beim isentropen Ausströmen eines **kompressiblen** Mediums gilt  $\mu = \kappa$ . Es kann dann von der Energiegleichung (2.31) oder direkt von Gl. (2.34) ausgegangen werden. Die Geschwindigkeit im Mündungsquerschnitt beträgt

$$\bar{w}_2 = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} p_0 v_0 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}. \quad (2.46)$$

Diese Gleichung wird auf **SAINT-VENANT** und **WANTZEL** zurückgeführt. Die Größe der Geschwindigkeit wird vom Ausgangszustand  $(p_0, v_0)$ , von der Gasart  $(\kappa)$  und vom Außendruck  $p_a$ , der bei  $\bar{w}_2 \leq a$  mit dem Druck an der Mündung  $p_2$  übereinstimmt, bestimmt. Aus dem vorangegangenen Abschnitt ist aber bekannt, daß es einen maximalen Durchsatz als natürlichen Grenzwert gibt. Die maximale Geschwindigkeit

am Austritt ist mit Gl. (2.39) prinzipiell bekannt und das sogenannte kritische Druckverhältnis könnte für die hier geltenden Vereinfachungen sofort aus Gl. (2.38) gewonnen werden.

Zum besseren Verständnis soll nachfolgend jedoch die einfache Ableitung für den isentropen Ausströmvorgang unter Beachten der genannten Vereinfachungen wiederholt werden. Es berechnet sich der Durchsatz nach der Beziehung

$$\dot{m} = \frac{A \bar{w}_2}{v_2} = A \bar{w}_2 \rho_2$$

mit

$$v_2 = v_0 \left( \frac{p_0}{p_2} \right)^{1/\kappa} \quad \text{und Gl. (2.46) zu}$$

$$\dot{m} = \frac{A}{v_0} \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{1/\kappa} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} p_0 v_0 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

bzw.

$$\dot{m} = A \sqrt{2 p_0 \rho_0} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}. \quad (2.47)$$

In der Literatur ist es üblich, den Ausdruck

$$\Psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} \quad (2.48)$$

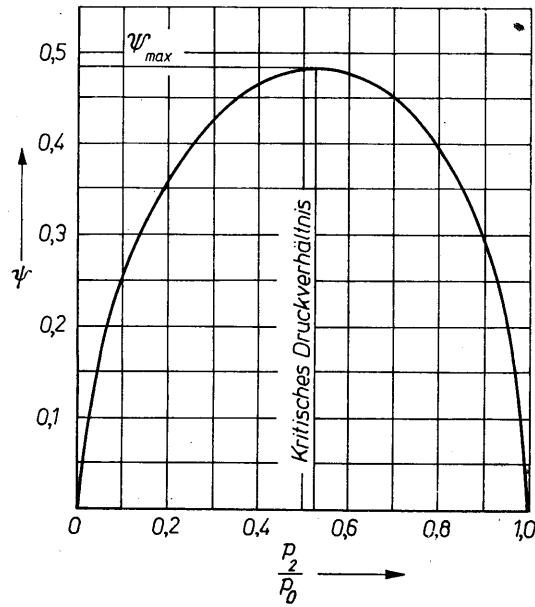
als **Ausflußfunktion** zu bezeichnen. Der Massestrom lautet dann

$$\dot{m} = A \sqrt{2 p_0 \rho_0} \Psi = A \sqrt{2 \frac{p_0}{v_0}} \Psi. \quad (2.49)$$

Um das Maximum des Durchsatzes in Abhängigkeit vom Druckverhältnis festzustellen, reicht es aus, den Verlauf der Ausflußfunktion zu untersuchen. Rein mathematisch betrachtet, ergibt sich der im Bild 2.6 gezeigte Verlauf. Er sei aus physikalischer Sicht diskutiert:

- Für  $p_2/p_0 = 1$  gilt  $p_2 = p_0$ , d. h., es existiert kein Druckunterschied zwischen innen und außen;  $\Psi = 0$ . Es ist logisch, daß kein Massestrom fließt, da kein Potentialunterschied vorhanden ist.
- Für  $p_2/p_0 = 0,8$  gilt  $p_2 = 0,8 p_0$ , d. h., es ist eine Druckdifferenz vorhanden. Die Ausflußfunktion  $\Psi = 0,4$  ergibt einen Massestrom  $\dot{m} > 0$ . Dieser steigt zunächst mit kleiner werdendem Druckverhältnis an.
- Für  $p_2/p_0 \approx 0,5$  ergibt sich  $\Psi_{\max}$  und damit der größte Massedurchsatz. Der genaue Wert berechnet sich nach den Regeln der Extremwertbestimmung zu

$$\frac{d\Psi}{d\left(\frac{p_2}{p_0}\right)} = \frac{0,5 \frac{\kappa}{\kappa - 1}}{\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}} \left[ \frac{2}{\kappa} \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}-1} - \frac{\kappa + 1}{\kappa} \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}-1} \right] = 0$$



**Bild 2.6** Prinzipieller Verlauf der Ausflußfunktion  $\Psi$  nach mathematischer Auswertung der Gl. (2.48) für  $\kappa = 1,4$  in Abhängigkeit des Druckverhältnisses  $p_2/p_0$

und damit folgt

$$\frac{p_2}{p_0} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}. \quad (2.50)$$

Dieses Druckverhältnis wird das **kritische Druckverhältnis** oder **Laval-Druckverhältnis** genannt. Damit sind folgende Maximalwerte determiniert:

Maximale Ausflußfunktion

$$\Psi_{\max} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}} \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad (2.51)$$

Maximaler Massestrom

$$\dot{m}_{\max} = A \sqrt{2 p_0 \rho_0} \Psi_{\max}. \quad (2.52)$$

Maximale Geschwindigkeit

$$\begin{aligned} \bar{w}_{2,\max} &= \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} p_0 v_0 \left[ 1 - \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} \\ \bar{w}_{2,\max} &= \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} p_0 v_0} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} R T_0}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Alle berechneten Größtwerte sind interessanterweise nur noch von den Werten im Druckzylinder abhängig, der Umgebungsdruck spielt keine Rolle mehr. Um

die maximale Geschwindigkeit physikalisch bewerten zu können, wird sie auf die Zustandsgrößen im Ausströmquerschnitt 2 mit der Polytropenbeziehung und dem kritischen Druckverhältnis nach Gl. (2.50) umgerechnet.

$$\begin{aligned} \bar{w}_{2,\max} &= \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} R T_2 \left( \frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} R T_2 \left( \frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa}}} \\ \bar{w}_{2,\max} &= \sqrt{\kappa R T_2} = \sqrt{\kappa p_2 v_2}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Es besteht Übereinstimmung mit der **isentropen Schallgeschwindigkeit**  $a$  nach Gl. (2.40). Das heißt, das Gas strömt im engsten Querschnitt selbst mit Schallgeschwindigkeit, die gemäß Definition nach Gl. (2.41) als **kritische Geschwindigkeit** bezeichnet wird:

$$\bar{w}_{2,\max} \equiv a \equiv a^*. \quad (2.55)$$

Damit ist auch hier für die geltenden Vereinfachungen die vollständige Analogie zu Gl. (2.39), die für eine reibungsbehaftete polytrope Zustandsänderung unter Annahme einer endlich großen Vorgeschwindigkeit  $w_1 \neq 0$  abgeleitet wurde, hergestellt.

- Sinkt das Druckverhältnis unter das kritische Druckverhältnis ab, indem beispielsweise der Druck  $p_0$  ansteigt, so folgt nach Bild 2.6 bzw. Gl. (2.48) rechnerisch ein  $\Psi < \Psi_{\max}$ . Das heißt, mit weiterer Zunahme des Druckunterschiedes würde ein Rückgang des Massedurchsatzes verbunden sein. Dies widerspricht jedoch der physikalischen Logik und Beobachtung. Damit ist die Ausflußfunktion  $\Psi$  nach Gl. (2.48) nur im Bereich

$$\left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = \left( \frac{p_2}{p_0} \right)_{\text{krit.}} \leq \frac{p_2}{p_0} \leq 1 \quad (2.56)$$

gültig. Bei kleineren Druckverhältnissen als dem kritischen bleibt

$$\Psi = \Psi_{\max} = \text{const.} \quad (2.57)$$

Die für die Praxis interessierenden Kurven sind im Bild 2.7 aufgezeichnet.

Der Druck  $p_2$  im Querschnitt 2 (Mündungsquerschnitt) entspricht beim kritischen Druckverhältnis gerade dem Umgebungsdruck  $p_u$ . Bei kleineren Druckverhältnissen liegt der Druck  $p_2$  über dem Umgebungsdruck  $p_u$ . Der mit Schallgeschwindigkeit ausströmende Gasstrahl reißt außerhalb der Düse, der Blende, des Ventil-sitzes oder des Rohrstützens auf und entspannt sich unter starker Geräusentwicklung irreversibel auf  $p_u$ .

Für den Druck im Mündungsquerschnitt gilt dann gemäß Gl. (2.50)

$$p_2 = p_0 \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}.$$

Überschallströmung kann nur bei sich nach dem engsten Querschnitt erweiternden Düsen (Lavaldüsen) auftreten. Auf sie soll nicht eingegangen werden, da diese in der Heizungstechnik außer bei Strahlpumpen bisher keine Rolle spielten.

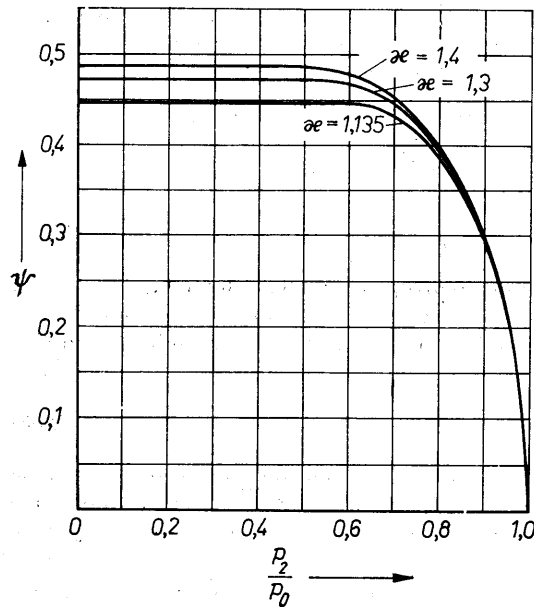


Bild 2.7 Physikalisch richtiger Verlauf der Ausflußfunktion  $\Psi$

Bei der Ausströmung tritt in Wirklichkeit Reibung auf, die die Geschwindigkeit reduziert, und außerdem ergibt sich eine Strahleinschnürung. Beide Einflüsse werden im Ausflußbeiwert  $\alpha$  erfaßt (vgl. Anhang III, Bild 23).

## 2.6. Veranschaulichung des Energieumsatzes im Mollier-Diagramm

Das von MOLLIER eingeführte Enthalpie  $h$ -Entropie  $s$ -Diagramm bietet den Vorteil einer einfachen Darstellung von Expansions- und Kompressionsprozessen sowie deren sofortige quantitative Auswertbarkeit. Ein Exkurs in die Thermodynamik erklärt die beiden Diagrammvariablen:

**Enthalpie** ist eine energetische Zustandsgröße gemäß der Definition

$$H = U + pV \quad \text{bzw.} \quad \frac{H}{m} = h = u + pv$$

mit  $U$  der inneren Energie,  $p$  dem Druck und  $V$  dem Volumen. Für das ideale Gas gilt eine reine Temperaturabhängigkeit

$$h = u + RT = c_p(T - T_0) + h_0$$

mit  $c_p$  der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck und  $T_0$  der Bezugstemperatur bei der  $h = h_0$  gilt. Im einfachsten Fall wählt man  $T_0 = 273 \text{ K}$  und  $h_0 = 0$ , so daß mit

$$h = c_p t \quad (2.58)$$

für das ideale Gas gerechnet werden kann. Die Linien  $h = \text{const}$  (Isenthalpen) verlaufen somit parallel zur  $s$ -Achse.

Für reale Gase und Dämpfe treten Abweichungen auf. Man entnimmt die Werte entsprechenden Tafeln, z. B. den bekannten Wasserdampftafeln [2] für das Medium Wasserdampf.

**Entropie** ist ebenfalls eine energetische Zustandsgröße, die die Nichtumkehrbarkeit eines Vorganges, d. h., die Irreversibilität kennzeichnet. Es gilt die Definition

$$dS = \frac{dU + p dV}{T} \equiv \frac{dH - V dp}{T}$$

Für das ideale Gas gelten für die spezifischen Werte:

$$s = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0} + s_0$$

$$s = c_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{v}{v_0} + s_0$$

$$s = c_v \ln \frac{p}{p_0} + c_p \ln \frac{v}{v_0} + s_0. \quad (2.59)$$

Da bei den hier zu betrachtenden Vorgängen nur die Entropiedifferenzen interessiert sind, fällt der Bezugswert  $s_0$  stets heraus, d. h., seine Größe ist in diesen Fällen bedeutungslos. Für reale Gase und Dämpfe sollte  $s$  aus den entsprechenden Tabellen entnommen werden.

Im Bild 2.8 ist das  $h,s$ -Diagramm mit den Parameterkurven  $p$  und  $T$  dargestellt.

Die in eine stationär durchflossene Stromröhre — z. B. in eine Rohrleitung — ein- und austretenden Entropieströme

$$\dot{S}_1 = \dot{m}s_1 \quad \text{und} \quad \dot{S}_2 = \dot{m}s_2$$

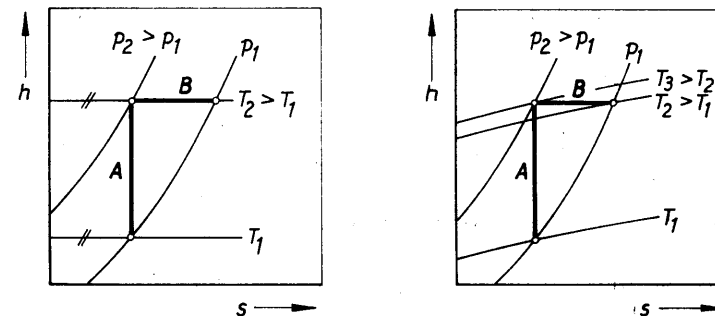
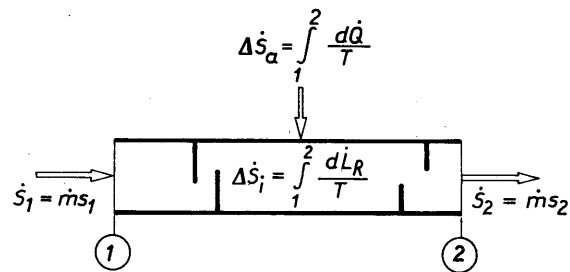


Bild 2.8 Charakteristische Darstellung der MOLLIER- $h,s$ -Diagramme

links: Ideales Gas; rechts: Reales Gas oder überhitzter Dampf (Heißdampf)

A stellt eine isentrope (verlustfreie adiabate) Zustandsänderung dar. Die Linie  $s = \text{const}$  heißt „Isentrope“.

B bildet eine Zustandsänderung  $h = \text{const}$  ab. Diese Linie wird „Isenthalpe“ genannt.



**Bild 2.9** Entropieströme und mögliche Entropieänderungen bei der Rohrströmung

sind im Bild 2.9 veranschaulicht. Der Wärmeaustausch des Rohres mit der Umgebung ruft den äußeren Entropiestrom

$$\Delta \dot{S}_a = \int_1^2 \frac{d\dot{Q}}{T} \geq 0 \quad (2.60)$$

hervor. Das Integral hat den Wärmestrom durch die Rohrwand zwischen den Querschnitten 1 und 2 zu erfassen. Je nach Richtung des Wärmestromes (Zufuhr an das Rohr  $> 0$ ), kann die Entropieänderung positiv oder negativ sein. Erfolgt kein Wärmeaustausch (adiabate Dämmung), so gilt  $\Delta \dot{S}_a = 0$ .

Auf Grund der dissipativen Effekte, der Wandreibung, der Wirbelbildung usw. findet im Inneren der Stromröhre eine Entropieproduktion statt. Sie kann nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik nur positiv sein. Im reibungsfreien Gleichgewichtsfall, reversible Zustandsänderung, ist die Entropieproduktion Null. Es gilt

$$\Delta \dot{S}_i = \int_1^2 \frac{d\dot{L}_R}{T} \geq 0. \quad (2.61)$$

Zusammengefaßt ergibt sich die Bilanz

$$\dot{S}_2 = \dot{S}_1 + \Delta \dot{S}_a + \Delta \dot{S}_i \quad (2.62)$$

bzw.

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{\dot{m}} \int_1^2 \frac{1}{T} d\dot{Q} + \frac{1}{\dot{m}} \int_1^2 \frac{1}{T} d\dot{L}_R. \quad (2.63)$$

Im folgenden sollen einige typische Zustandsänderungen betrachtet werden:

#### • Rohrleitung mit Drosselventil

Annahmen:  $\bar{w}_2 \approx \bar{w}_1$ ;  $z_2 = z_1$ ; adiabate Dämmung.

Aus Gl. (2.7) folgt

$$\dot{H}_2 = \dot{H}_1 \quad \text{bzw.} \quad h_2 = h_1,$$

d. h., die Enthalpie bleibt unter diesen Bedingungen der Drosselung konstant.

Aus Gl. (2.11) ergibt sich

$$\dot{L}_{R,12} = -\dot{m} \int_1^2 v dp$$

bzw.

$$d\dot{L}_{R,12} = -\dot{m} v dp.$$

Die Substitution in Gl. (2.63) liefert dann

$$s_2 - s_1 = -\int_1^2 \frac{v}{T} dp.$$

Falls das strömende Medium als ideales Gas betrachtet werden darf, folgt mit  $pv = RT$

$$s_2 - s_1 = -R \int_1^2 \frac{dp}{p} = -R \ln \frac{p_2}{p_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (2.64)$$

Wegen der Irreversibilität des Vorgangs nimmt die Entropie des Stoffstromes zu (Bild 2.10).

#### • Rohrleitung bei Wärmeabgabe ohne Druckverlust

Annahmen:  $\bar{w}_2 \approx \bar{w}_1$ ;  $z_2 = z_1$ .

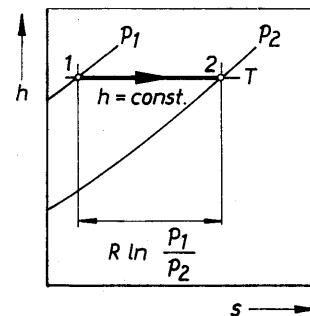
Aus Gl. (2.7) folgt

$$\dot{H}_2 - \dot{H}_1 = \dot{Q}_{12}$$

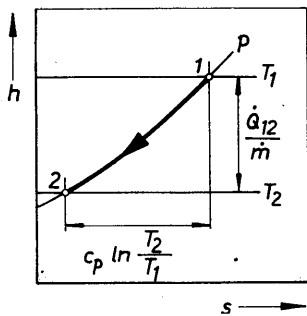
$$h_2 - h_1 = \frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{m}} < 0, \quad \text{da Wärmeabgabe } (\dot{Q}_{12} < 0).$$

In differentieller Schreibweise lautet diese Beziehung

$$\frac{dh}{d\dot{Q}} = \frac{1}{\dot{m}} \quad \text{bzw.} \quad d\dot{Q} = \dot{m} dh.$$



**Bild 2.10** Adiabate Drosselung eines idealen Gases bei Vernachlässigung der Geschwindigkeitsänderung



**Bild 2.11** Isobare Abkühlung eines idealen Gases bei Vernachlässigung der Geschwindigkeitsänderung

Mit diesem Zusammenhang und unter Beachten der Vorgabe  $\dot{L}_{R,12} = 0$  ergibt Gl. (2.63)

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{\dot{m}} \int_1^2 \frac{1}{T} dh.$$

Gl. (2.58) lautet für das ideale Gas

$$s_2 - s_1 = c_p \int_1^2 \frac{dT}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.65)$$

Da wegen  $\dot{L}_{R,12} = 0$  innere Reversibilität vorliegt und  $T_2 < T_1$  ist, bewegt sich die Zustandsänderung zu einer kleineren spezifischen Entropie  $s_2 < s_1$ . (Dies ist kein Verstoß gegen den zweiten Hauptsatz, da die Entropie nur im Teilsystem „Rohrleitung“ wegen des Entropietransportes nach außen abnimmt. Im Gesamtsystem würde sie infolge der  $\dot{Q}$ -Aufnahme der Umgebung bei der entsprechend niedrigeren Temperatur  $T_u$  summarisch anwachsen.) Die Zustandsänderung ist im Bild 2.11 dargestellt.

### • Adiabate irreversible Luftverdichtung in einem Lüfter

Annahmen:  $\bar{w}_2 \approx \bar{w}_1$ ;  $z_2 = z_1$ ; Wirkungsgrad  $\eta$   
Gl. (2.7) ergibt:

$$\dot{L}_{t,12} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 \quad \text{bzw.} \quad l_{t,12} = h_2 - h_1.$$

Aus Gl. (2.11) folgt

$$\dot{L}_{t,12} = \dot{m} \int_1^2 v dp + \dot{L}_{R,12}.$$

Das Integral  $\dot{m} \int_1^2 v dp$  stellt die Arbeit dar, die bei einer reversiblen Zustandsänderung erforderlich würde. Im Bild 2.12 ist dies der Zustandsverlauf von 1 nach 2'.

Mit der bekannten Wirkungsgraddefinition kann man den realen Arbeitsaufwand auch

$$\dot{L}_{t,12} = \frac{\dot{m}}{\eta} \int_1^2 v dp$$

schreiben, wovon sich mit der Isentropenbeziehung

$$v = v_1 \left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

die Leistung

$$\begin{aligned} \dot{L}_{t,12} &= \frac{\dot{m}}{\eta} v_1 p_1^{\frac{1}{\kappa}} \int_1^2 p^{-\frac{1}{\kappa}} dp \\ &= \frac{\dot{m}}{\eta} v_1 p_1^{\frac{1}{\kappa}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]_1^2 \\ &= \frac{\dot{m}}{\eta} v_1 p_1^{\frac{1}{\kappa}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ p_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \\ &= \frac{\dot{m}}{\eta} v_1 p_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \equiv l_{t,12} \dot{m} \end{aligned}$$

des Verdichters ergibt.

Da keine Wärme mit der Umgebung getauscht wird, ergibt Gl. (2.63)

$$s_2 - s_1 = \frac{1 - \eta}{\eta} \int_1^2 \frac{v}{T} dp$$

und für das ideale Gas

$$s_2 - s_1 = \frac{1 - \eta}{\eta} R \int_1^2 \frac{dp}{p} = \frac{1 - \eta}{\eta} R \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (2.66)$$

Der Zustandsverlauf ist aus Bild 2.12 ersichtlich.

### • Isentrope Ausströmung aus einem Behälter

Annahmen:  $\bar{w}_0 = 0$ ;  $z_2 = z_1$

Gl. (2.7) liefert

$$\dot{H}_1 - \dot{H}_2 = \frac{\dot{m}}{2} \bar{w}_2^2 \quad \text{bzw.} \quad h_1 - h_2 = \frac{\bar{w}_2^2}{2}.$$

Wegen  $d\dot{Q} = 0$  und  $d\dot{L}_{R,12} = 0$  ergibt sich Gl. (2.63) zu

$$s_2 - s_1 = 0. \quad (2.67)$$

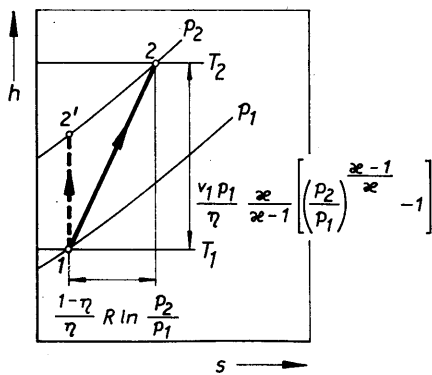


Bild 2.12

**Bild 2.12** Adiabate, verlustbehaftete Verdichtung eines idealen Gases bei Vernachlässigung der Geschwindigkeitsänderung

**Bild 2.13** Ausströmung aus einem Druckbehälter ( $p_1 \rightarrow p_2$ ;  $\Delta h_{\max} = h_1 - h_2$ )

1,2 Isentrope Entspannung mit vollkommenem Umsatz der Enthalpiedifferenz in kinetische Energie

1,2\* Adiabate Entspannung mit teilweiseem Umsatz der Enthalpiedifferenz in kinetische Energie

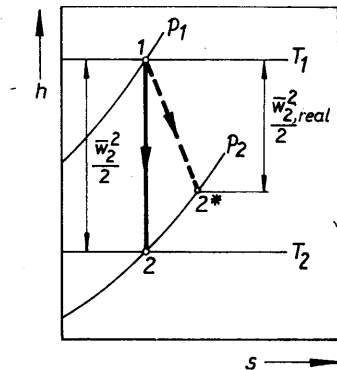


Bild 2.13

Bild 2.13 zeigt diesen idealen Zustandsverlauf. In Wirklichkeit wird sich natürlich nicht die vollkommene Umsetzung der Enthalpiedifferenz in kinetische Energie erreichen lassen. In der Regel wird ein Geschwindigkeitsbeiwert angesetzt, der die ideale Geschwindigkeit auf den realen Wert reduziert. Der qualitative Verlauf ist ebenfalls im Bild 2.13 eingetragen.

Bei der Durchströmung einer Rohrleitung treten in der Praxis stets dissipative Effekte (Wandreibung, Stoßverluste) und Wärmeverluste auf. Gleichsam wird infolge der Entspannung die Geschwindigkeit anwachsen. Infolge der Überlagerungen können die Ergebnisse, die aus den Gln. (2.7), (2.11) und (2.63) folgen, nicht ohne weiteres abgeschätzt werden. Einfacher kommt man zum Ergebnis, wenn die gleichzeitigen Vorgänge als nacheinander ablaufende Zustandsänderungen aufgefaßt werden. Die im Bild 2.14 dargestellte Rohrstrecke sei in drei Abschnitte zerlegt. Kennzeichnend für diese Abschnitte seien:

1. Teil:  $\dot{L}_{R,12} > 0$ ;  $\dot{Q}_{12} = 0$ ;  $\bar{w}_2 \approx \bar{w}_1$

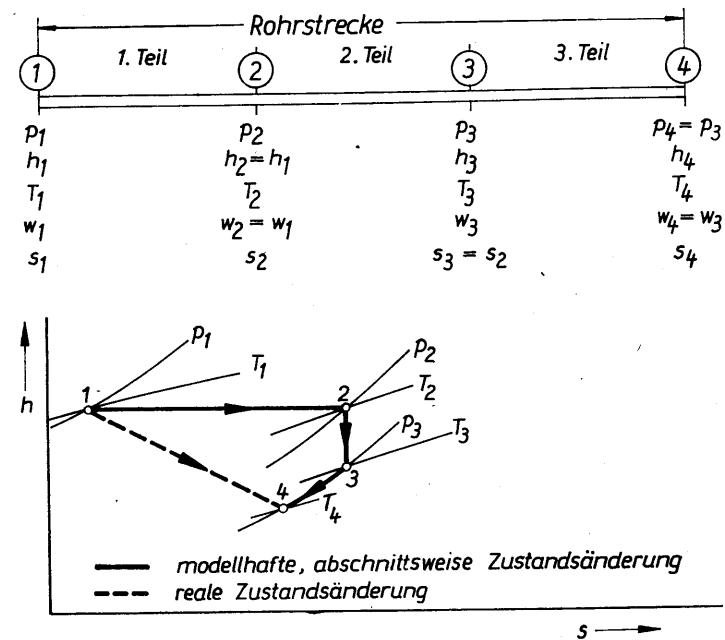
Die gesamte Drosselung liegt in diesem Abschnitt. Dies ist verbunden mit konstanter Enthalpie  $h_2 = h_1$  und einer starken Zunahme der Entropie  $s_2 > s_1$ .

2. Teil:  $\dot{L}_{R,23} = 0$ ;  $\dot{Q}_{23} = 0$ ;  $\bar{w}_3 > \bar{w}_2$

Es erfolgt eine isentrope Umsetzung ( $s_3 = s_2$ ) der Enthalpie  $h_3 < h_2$  in kinetische Energie  $\bar{w}_3 > \bar{w}_2$ .

3. Teil:  $\dot{L}_{R,34} = 0$ ;  $\dot{Q}_{34} < 0$ ;  $\bar{w}_4 = \bar{w}_3$

Es erfolgt eine isobare Wärmeabgabe der Rohrleitung  $p_3 = p_4 = \text{const.}$  Dabei sinkt die Enthalpie  $h_4 < h_3$  und die Entropie vermindert sich ebenfalls  $s_4 < s_3$ .



**Bild 2.14** Modellhafte Zustandsänderung in einer von Dampf oder von einem realen Gas durchflossenen Rohrleitung

In Wirklichkeit wird eine direkte Veränderung vom Zustand 1 ( $h_1, s_1$ ) zum Zustand 4 ( $h_4, s_4$ ) auftreten.

In Abschnitt 7.1. wird nochmals auf diese komplexe Zustandsänderung eingegangen.



### 3. Druckverluste durch Rohrreibung bei inkompressiblen Medien

Bei der Berechnung ist zwischen laminaren und turbulenten Strömungen zu unterscheiden. Zur Vereinfachung des Rechenablaufes wurde jedoch ein allgemeingültiger Ansatz eingeführt:

$$\Delta p_R = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 = \lambda \frac{l}{d} S = Rl \quad (3.1)$$

$\Delta p_R$	Druckabfall durch Rohrreibung
$\lambda$	Rohrreibungsbeiwert
$l$	Rohrlänge
$d$	Rohrrinnendurchmesser
$\rho$	Dichte
$\bar{w}$	Mittlere Geschwindigkeit
$R$	Druckverlust je Meter Rohr.

Die Gl. (3.1) kann für laminare Strömung theoretisch begründet und  $\lambda$  analytisch ermittelt werden. Bei turbulenter Rohrströmung ist  $\lambda$  statistisch aus Meßwerten bestimmt worden.

Der Term

$$S = \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 \quad (3.2)$$

stellt den sogenannten **Staudruck** dar. Für praktische Berechnungen wird der **spezifische Druckverlust**  $R$  — häufig auch Druckgefälle genannt — tabelliert.

Es sei zur Verdeutlichung darauf hingewiesen, daß sich die Definition des Druckverlustes nach Gl. (3.1) auf die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}^*$  nach Gl. (1.9) mit  $\bar{w}$  gebildet bezieht. Die zusätzliche Multiplikation mit dem Ungleichförmigkeitsgrad  $K_E$  wäre falsch!

Die weiteren Überlegungen sind auf den dimensionslosen **Rohrreibungsbeiwert** gerichtet. Dabei werden die erhöhten Druckverluste innerhalb der Anlaufstrecke üblicherweise durch einen Einzelwiderstandsbeiwert erfaßt (siehe Abschnitt 5.).

#### 3.1. Laminare Strömung

Grundlage der theoretischen Ableitung sind die Newtonschen Schubspannungen nach Gl. (1.2), die auf Grund der Relativbewegungen zwischen den parallelen Strombahnen auftreten.

Ausgehend von Gl. (1.4)

$$\frac{dw}{dr} = -\frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dl} r$$

und dem Differentialquotienten  $dw/dr$  aus Gl. (1.6)

$$\frac{dw}{dr} = -w_{\text{max}} \frac{8r}{d^2} \quad (3.3)$$

folgt nach Gleichsetzen und Integration

$$\Delta p_R = 2l\eta w_{\text{max}} \frac{8}{d^2}. \quad (3.4)$$

Dieser Wert ist von  $r$  unabhängig, da die statischen Drücke jeweils über den gesamten Querschnitt gelten.

Nach Substitution der Gl. (1.8) ergibt sich

$$\Delta p_R = 32l\eta\bar{w}d^{-2}.$$

Diese Darstellung geht auf HAGEN und POISEUILLE zurück. Durch gezielte Erweiterungen mit  $\bar{w}$ , dem Faktor 2 und der Beziehung  $\eta = \nu\rho$

$$\Delta p_R = \frac{64}{\nu} \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 \quad (3.5)$$

folgt schließlich die zu Gl. (3.1) äquivalente Darstellung

$$\Delta p_R = \frac{64}{Re} \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 \quad (3.6)$$

mit der REYNOLDS-Zahl nach Gl. (1.1).

Der **Rohrreibungsbeiwert**  $\lambda$  ist somit als

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (3.7)$$

determiniert. Es besteht nur eine funktionelle Abhängigkeit von der REYNOLDS-Zahl. Die Rohrrauigkeit nimmt keinen Einfluß auf  $\lambda$ .

#### 3.2. Turbulente Strömung

Eine analytische Ableitung des Druckverlustes analog der laminaren Strömung ist nicht möglich. Außer der REYNOLDS-Zahl nimmt die **Rohrrauigkeit**  $\epsilon$  Einfluß auf den Strömungswiderstand. Liegen diese Unregelmäßigkeiten der Rohrwand sehr tief innerhalb der laminaren Unterschicht — der Grenzschicht —, deren Dicke Gl. (1.22) angibt, so nimmt die Rohrrauigkeit keinen Einfluß auf den Druckverlust. Man spricht dann von einer **hydraulisch glatten Rohrströmung**. Ragen die Rauigkeiten weit über die Grenzschicht hinaus, so ist deren Gleitschichteffekt unwirksam und der Widerstand ist praktisch nur von der Rauigkeit der Rohrwand abhängig. Es liegt dann eine **hydraulisch raue Rohrströmung** vor. Natürlich gibt es zwischen beiden Extremen auch ein **Übergangsgebiet**, in dem der Strömungswiderstand ursächlich von der REYNOLDS-Zahl und von der Rohrrauigkeit abhängt.

Allgemein betrachtet werden die Druckverluste durch die Reibungsverluste in der laminaren Grenzschicht und durch die Mischungs- sowie Stoßverluste bei den Querbewegungen der Strömungsteilchen hervorgerufen. Für die praktische Berechnung hat es wenig Bedeutung, die Art der turbulenten Rohrströmung näher zu analysieren. Grundsätzlich ergaben sich aus der Versuchserfahrung folgende Proportionalitäten:

$$\begin{aligned} \Delta p_R &\sim l \\ &\sim 1/d \\ &\sim \frac{\rho}{2} \bar{w}^2. \end{aligned}$$

Weiterhin wurde erkannt, daß eine Ähnlichkeit der verlustbehafteten Rohrströmungen nur möglich war, wenn die **relative Rauigkeit**  $\varepsilon/d$  als kriterielle Größe verwendet wurde.

Diese Ergebnisse befriedigen den Ansatz (3.1), wobei sich alle Individualitäten der Strömung und der Rauigkeit im Rohrreibungsbeiwert

$$\lambda = \lambda(Re, \varepsilon/d)$$

einordnen lassen.

Die von PRANDTL-COLEBROOK aufgestellte Gleichung für das Übergangsgebiet

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[ \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,71d} \right] \quad (3.8)$$

$\lambda$  Rohrreibungsbeiwert  
 $\varepsilon$  Rohrrauigkeit  
 $d$  Rohrrinnendurchmesser,

erfaßt in idealer Weise auch die Zusammenhänge der Grenzgebiete.

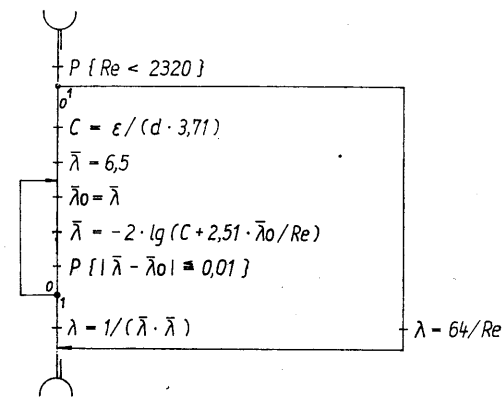
So folgt für  $Re \rightarrow \infty$  der Zusammenhang für die ausgebildete Rauigkeitsströmung nach NIKURADSE

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \frac{\varepsilon}{3,71d} = -2 \lg \left( \frac{\varepsilon}{d} \right) + 1,14 \quad (3.9)$$

und für  $\varepsilon = 0$  die Berechnungsgleichung für die Glattrrohrströmung nach v. KÁRMÁN

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} = 2 \lg (Re \sqrt{\lambda}) - 0,8. \quad (3.10)$$

Um kleine Rechenprogramme zu erhalten und Auswahltests zu vermeiden, wird im weiteren stets Gl. (3.8) benutzt und zur Ermittlung des Rohrreibungsbeiwertes  $\lambda$  das in Bild 3.1 dargestellte Unterprogramm vorgeschlagen. Um Rechenzeit einzusparen, wird  $\bar{\lambda} = 1/\sqrt{\lambda}$  iterativ errechnet. Daß Gl. (3.8) zur Iteration geeignet ist, beweist



**Bild 3.1** Flußbild LAMBDA zur Ermittlung des Rohrreibungsbeiwertes  $\lambda$

die 1. Abteilung der rechten Gleichungsseite

$$\left| -2 \cdot \frac{1}{\bar{\lambda} + \frac{\varepsilon \cdot Re}{3,71 \cdot 2,51 \cdot d}} \cdot \lg e \right| < 1,$$

die stets Werte kleiner als Eins liefert. Damit ist garantiert, daß für ein beliebig vorgegebenes  $\bar{\lambda}_0$  ein  $\bar{\lambda}$  errechnet wird, welches näher am endgültigen Ergebnis liegt. Der prozentuale Fehler für  $\lambda$  infolge der Schranke  $\Delta \bar{\lambda}$  beträgt nach den Gesetzen der Fehlerrechnung

$$\delta_\lambda = \frac{2 \cdot \Delta \bar{\lambda}}{\bar{\lambda}} \cdot 100\%.$$

Davon ausgehend, daß der praktisch vorkommende Rohrreibungsbeiwert im Bereich  $\lambda = 0,01 \dots 0,04$  liegt, was einem  $\bar{\lambda} = 10 \dots 5$  entspricht, so ergeben sich für  $\Delta \bar{\lambda} = 0,01$  relative Fehler von  $\delta_\lambda = 0,2\%$  bis  $0,4\%$ . Diese Genauigkeit ist für die Rohrnetz-berechnungen völlig ausreichend. Als Ausgangswert für die Iterationen wird ein mittlerer Wert  $\bar{\lambda} = 6,5$  — entspricht  $\lambda = 0,0237$  — gewählt. (Durch Verkleinerung der Schranke  $\Delta \bar{\lambda}$  kann der Fehler  $\delta_\lambda$  natürlich gesenkt werden. Davon wurde beispielsweise bei der Berechnung der Tabellen im Anhang I und II Gebrauch gemacht.) Der Umschlagpunkt zwischen laminarer und turbulenter Strömung wird mit  $Re_{krit} = 2320$  angenommen, auch wenn sich nach Abschnitt 1.3. bei günstigen Einlaufbedingungen die Laminarströmung noch bei bedeutend höheren REYNOLDS-Zahlen halten kann. Bezüglich der Druckverlustberechnung liegt man mit der getroffenen Annahme auf der „sicheren Seite“.

Im Bild 3.2 sind die Gln. (3.8) bis (3.10) für die manuelle Druckverlustberechnung ausgewertet. Zur weiteren Erleichterung der Handrechnung werden in der Heizungs-technik für das Medium Wasser bei typischen Anlagentemperaturen und für verschiedene Rohrsortimente die Druckverluste je Meter Rohr  $R$  entsprechend Gl. (3.1) tabelliert (Anhang I).

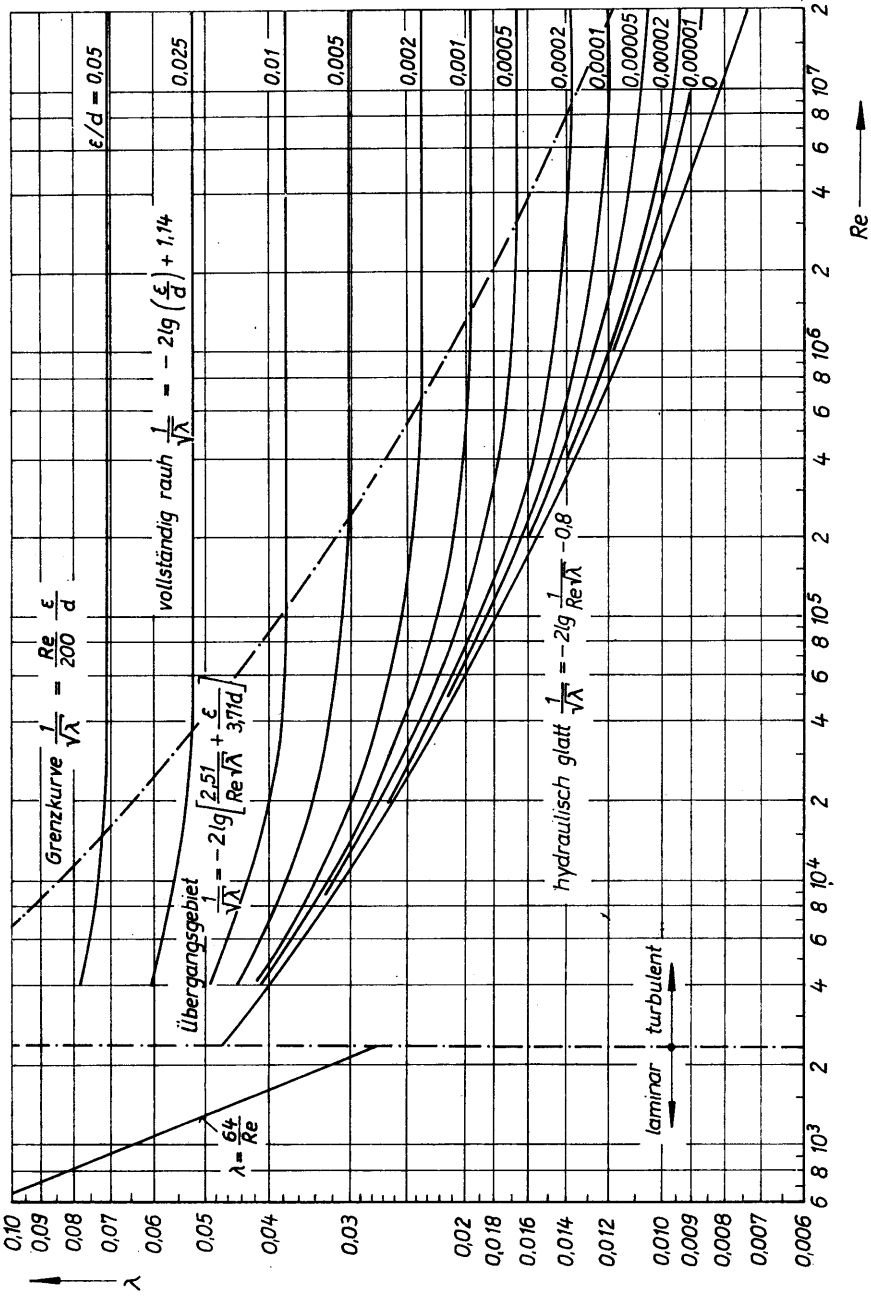


Bild 3.2 Rohrreibungsbeiwert λ für gerade Rohre in Abhängigkeit der REYNOLDS-Zahl und der relativen Rauigkeit

### 3.3. Rohrrauigkeit

Bei der turbulenten Rohrströmung wird der Durchflußwiderstand von der Rauigkeit beeinflusst. Es ist nicht nur die Höhe der Unregelmäßigkeiten der Rohrwand, die herstellungsbedingt oder durch Korrosion bzw. Erosion hervorgerufen sind, sondern auch die Verteilung und die Form der Rauigkeit (glatte, wellenartige Erhebungen, scharfkantige Beläge u. a. m.) maßgebend. Da die hydraulische Wirkung der Rauigkeit interessiert, spricht man auch von der **hydraulischen Rauigkeit**  $\epsilon$ . Sie steht in keinem funktionellen Zusammenhang zu den meßbaren Wanderhebungen. Eine zuverlässige Ermittlung ist nur durch Druckverlustmessungen möglich. Mit zunehmender Betriebszeit kann die Rohrrauigkeit ansteigen. Die Literaturangaben über  $\epsilon$  schwanken in einem weiten Bereich [4, 15, 18, 25, 34]. Ein Auszug ist in Tabelle 3.1 wiedergegeben. In [16] wurden sehr sorgfältig durchgeführte Druck-

Tabelle 3.1 Rohrrauigkeit  $\epsilon$  [4, 15, 34]

Rohrart	Spezifik	$\epsilon$ mm
Stahlrohr, nahtlos	neu	0,02...0,06
	gebeizt	0,03...0,04
	gleichmäßige Rostnarben ohne Ablagerungen	0,1...0,2
	Heizwasser- oder Dampfleitung; mehrjähriger Betrieb; gereinigt	0,04
	Heißwasserleitung; entlüftet; aufbereitetes Wasser	0,1
	Heißdampfleitung	0,1
Stahlrohr, geschweißt	Dampfleitung; periodisch arbeitend	0,5
	Kondensatleitung; offenes System	0,5
	Kondensatleitung; periodisch arbeitend	1,0
	neu	0,04...0,1
Kupferrohr u. Kunststoffrohr	galvanisiert	0,008
	Heizwasserleitung	0,002
	gleichmäßige Rostnarben ohne Ablagerungen	0,15...0,2
	Heißwasserleitung; entlüftet; aufbereitetes Wasser	0,15...0,2
	Dampf- und Druckluftleitung; mehrjähriger Betrieb	0,1...0,4

verlustmessungen an nahtlosen und geschweißten Stahlrohren, die neu, gelagert und bis zu 30 Jahren als Heizwasser-, Dampf- oder Kondensatleitung fungierten, dargestellt. Die Ergebnisse lagen bis auf einen Extremwert zwischen  $\varepsilon = 0,016$  mm und  $\varepsilon = 0,048$  mm. Für Rohre in Wasserheizungsanlagen wird eine Rauigkeit  $\varepsilon = 0,03$  mm als ausreichend erachtet. Den bewährten Druckverlusttabellen in [12] ist  $\varepsilon = 0,045$  mm zugrunde gelegt.

Für sachgerecht gelagerte und montierte Stahlrohre in ordnungsgemäß betriebenen Wasserheizungsanlagen, in denen die anfängliche Korrosion rasch zum Stillstand kam, wird vorgeschlagen:

Stahlrohr, nahtlos oder längsgeschweißt,

$$d < 200 \text{ mm} \quad \varepsilon = 0,05 \text{ mm}$$

Stahlrohr, längs- oder spiralgeschweißt,

$$d \geq 200 \text{ mm} \quad \varepsilon = 0,07 \text{ mm.}$$

Zusätzlich sind Rückfragen beim Rohrersteller zu empfehlen.

### 3.4. Druckverluste von Rechteckrohren

Grundsätzlich sollen die Berechnungsgleichungen für kreisförmige Rohre beibehalten werden. Die mittlere Geschwindigkeit wird nach wie vor aus der Beziehung

$$\bar{w} = \frac{\dot{V}}{A} \quad (3.11)$$

$\dot{V}$  Volumenstrom  
 $A$  Durchflußquerschnitt

berechnet. Für den Durchmesser  $d$  in Gl. (3.1) und zur Berechnung der weiteren durchmesserabhängigen Strömungswerte ist nach einer Vergleichsbetrachtung der sogenannte hydraulische Durchmesser

$$d_h = \frac{4A}{U} \quad (3.12)$$

mit

$U$  Umfang, den die Flüssigkeit benetzt,

einzusetzen. (Für ein Kreisrohr folgt natürlich  $d_h = d$ .)

Damit gelten für den Druckverlust

$$\Delta p_R = \lambda \frac{l}{d_h} \frac{\rho}{2} \bar{w}^2, \quad (3.13)$$

für die REYNOLDS-Zahl

$$Re = \frac{\bar{w} d_h}{\nu} \quad (3.14)$$

und für die relative Rauigkeit  $\varepsilon/d_h$ .

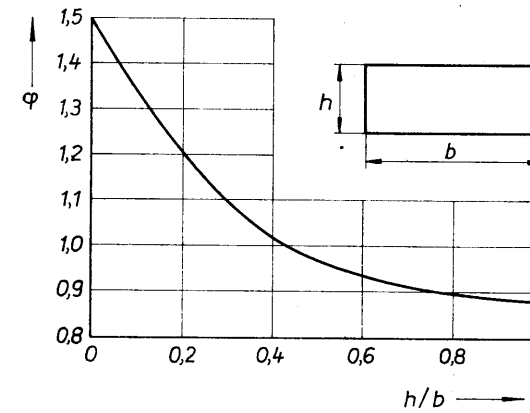


Bild 3.3 Beiwert  $\varphi$  für Gl. (3.15) nach [4]

Der Rohrreibungsbeiwert  $\lambda$  für turbulente Strömung folgt dann aus Gl. (3.8) bzw. aus den Bildern 3.1 oder 3.2 in gewohnter Weise.

Bei laminarer Strömung ist nach [4]

$$\lambda = \varphi \frac{64}{Re} \quad (3.15)$$

mit dem im Bild 3.3 gegebenen, querschnittsabhängigen Korrekturwert zu setzen.

### 3.5. Druckverluste von Wellrohren

Auch bei dieser speziellen Rohrform – ein halber Längsschnitt ist im Bild 3.4 gezeichnet – soll die Grundformel (3.1) zur Druckverlustberechnung Verwendung finden. Der Rohrreibungsbeiwert ist im laminaren Bereich ähnlich wie beim Glattrohr der REYNOLDS-Zahl umgekehrt proportional. Allgemeingültige Angaben für  $\lambda$ -Beziehungen im turbulenten Bereich findet man in der Literatur selten. Vor allem ist die  $Re$ -Abhängigkeit noch nicht im gesamten technisch relevanten Bereich gesichert. Nach [5] gilt

$$\lambda = 3400 \left(\frac{h}{d}\right)^{4,13} \left(\frac{h}{a}\right)^{230} \left(\frac{h}{a}\right)^{2,1-0,7} Re^{0,193 \exp\left\{-3300\left(\frac{h}{a}\right)^{2,6} \frac{h}{a}\right\}} \quad (3.16)$$

für die Bereiche  $5 \cdot 10^4 < Re < 3 \cdot 10^5$

$$0,2 < h/a < 0,6$$

$$0,0455 < h/d < 0,0635.$$

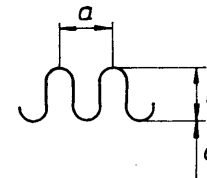
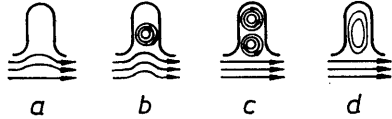


Bild 3.4 Längsschnitt durch eine gewellte Rohrwand mit ihren charakteristischen Abmessungen

Für  $Re = 5 \cdot 10^4$  und  $0,2 < h/a < 1,2$  wird der einfachere Zusammenhang genannt:

$$\lambda = 0,2 \left( \frac{h}{d} \right)^{0,6} \left( \frac{a}{h} \right)^{0,7} \quad (3.17)$$

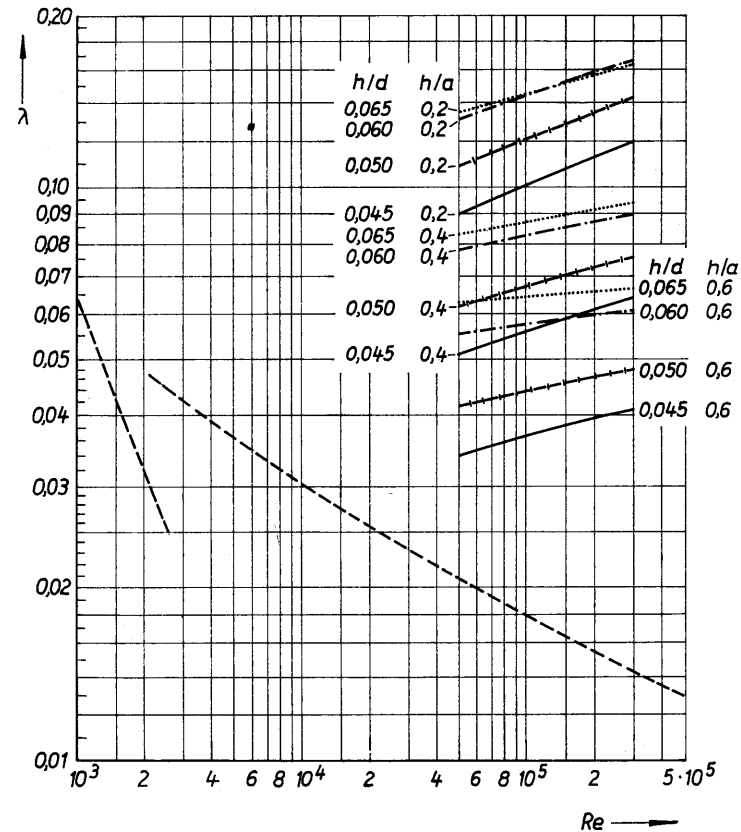
Typisch für die turbulente Strömung in Rillenrohren ist das Anwachsen der  $\lambda$ -Werte bei  $Re > \approx 4 \cdot 10^4$ . Diese Erscheinung wird auf das Ausbilden unterschied-



**Bild 3.5** Durchströmung der Rohrwandausbuchtungen in Abhängigkeit der axialen Durchflußgeschwindigkeit nach [6]

a laminarer Bereich  
b Übergangsbereich

c turbulenter Bereich  
d turbulenter Bereich mit  $Re > 5 \cdot 10^4$



**Bild 3.6** Rohrreibungsbeiwert für Wellrohre nach Gl. (3.16)

Die gestrichelten Linien gelten für Glattrohre und dienen zur Orientierung.

licher Wirbeln (Primär- und Sekundärwirbel) in den Wandausbuchtungen zurückgeführt (vgl. Bild 3.5).

Herstellungsbedingt haben die gewellten Rohre in der Regel die Form eines Gewindes. Dadurch wird dem Durchflußmedium außer der Axial- zusätzlich eine Drehbewegung aufgeprägt. Dieser Einfluß auf das Widerstandsverhalten ist nach [5] nur gering. Für den Wärmeübergang ist die Intensität der Rotation allerdings sehr bedeutungsvoll, da sie „Totwasserzonen“ in den Rillen vermeiden kann.

Im Bild 3.6 ist Gl. (3.16) ausgewertet. Wegen der noch vorhandenen Berechnungsunsicherheiten sollte man vor dem analytischen Herangehen vom Hersteller produkt-spezifische Meßwerte anfordern.

### 3.6. Druckverluste bei nichtisothermer Strömung

Das Bild 1.4 zeigte die Temperaturverteilung in der Flüssigkeit bei Wärmeaustausch durch die Rohrwand. Die daraus folgenden veränderten Geschwindigkeitsprofile sind im Bild 1.5 dargestellt. Dieser Einfluß auf den Druckverlust soll nach [7] durch Korrektur des bisherigen „isothermen“ Reibungsbeiwertes  $\lambda_{iso}$  in der Form

$$\lambda = \lambda_{iso} \left( \frac{\eta_w}{\eta} \right)^{0,14} \quad (3.18)$$

$\eta_w$  Viskosität bei Wandtemperatur

$\eta$  Viskosität bei mittlerer Mediumtemperatur

erfolgen. Nach [8] gilt für Wasser im Bereich von  $45^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C}$  bei einem maximalen Fehler von 4%  $\eta \sim t^{-1}$ . Damit kann Gl. (3.18) auch

$$\lambda = \lambda_{iso} \left( \frac{t}{t_w} \right)^{0,14} \quad (3.19)$$

geschrieben werden. Unterscheiden sich beispielsweise die Flüssigkeitstemperatur  $t$  und die Wandtemperatur  $t_w$  um 20 K (z. B.  $t = 120^\circ\text{C}$ ;  $t_w = 100^\circ\text{C}$ ), so beträgt der Korrekturfaktor lediglich 1,026. Daraus ist ersichtlich, daß wegen der starken Unterschiede der inneren und äußeren Wärmeübergangskoeffizienten die übliche Strömung in Heizwasserleitungen als isotherme Strömung betrachtet werden darf. Dies ist sogar zulässig, wenn zur Verbesserung der Wärmeabgabe nach außen Rippen am Rohr angebracht sind (beispielsweise bei Strahlplatten, vgl. [9, S. 250]). Nicht vernachlässigt werden sollte aber die Auswirkung der Stoffwerte bei sich stark abkühlenden Rohrströmungen (z. B. bei Heizflächen). Der Druckverlust ist dann für eine mittlere Medientemperatur  $t = (t_1 + t_2)/2$  zu ermitteln, wenn  $t_1$  die Eintrittstemperatur und  $t_2$  die Austrittstemperatur der betrachteten Rohrteilstrecke sind.

## 4. Druckverluste durch Einzelwiderstände bei inkompressiblen Medien

Grundsätzlich sind zwei Formen von Einzelwiderständen zu unterscheiden:

- Rohrformstücke (Rohrverzweigungen, Krümmer, Diffusoren u. a. m.)
- Einbauten im Rohrsystem (Armaturen, Heizflächen, Apparate usw.).

Die bei der Durchströmung auftretenden Druckverluste sollen zunächst genau definiert und anschließend die in der Heizungstechnik üblichen Berechnungsweisen vorgestellt werden.

Nach Gl. (2.16) ergibt sich der **Druckverlust** aus der **Verringerung des Gesamtdruckes**, der durch Gl. (2.15) definiert ist.

Bei **Rohrformstücken** tritt zur bekannten Rohrreibung noch ein zusätzlicher Druckverlust auf. Er entsteht durch Störungen des im geraden Rohr vorhandenen Geschwindigkeitsprofils infolge von Umlenkungen und Querschnittsveränderungen. Da die Druckverluste für übliche Wandreibung bereits mit Gl. (3.1) erfaßt wurden, folgt der Druckverlust dieses Einzelwiderstandes mit den Bezeichnungen des Bildes 4.1 (oben) zu

$$\Delta p_E = p_1 + \rho_1 g z_1 + K_{E,1} \frac{\rho_1}{2} \bar{w}_1^2 - p_2 - \rho_2 g z_2 - K_{E,2} \frac{\rho_2}{2} \bar{w}_2^2 - \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{\rho_1}{2} \bar{w}_1^2 - \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{\rho_2}{2} \bar{w}_2^2.$$

Bei den experimentellen Bestimmungen wurden zur Vereinfachung stets die Höhenglieder und die Dichteunterschiede eliminiert:

$$\Delta p_E = p_1 + K_{E,1} \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2 - p_2 - K_{E,2} \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2 - \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2 - \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2. \quad (4.1)$$

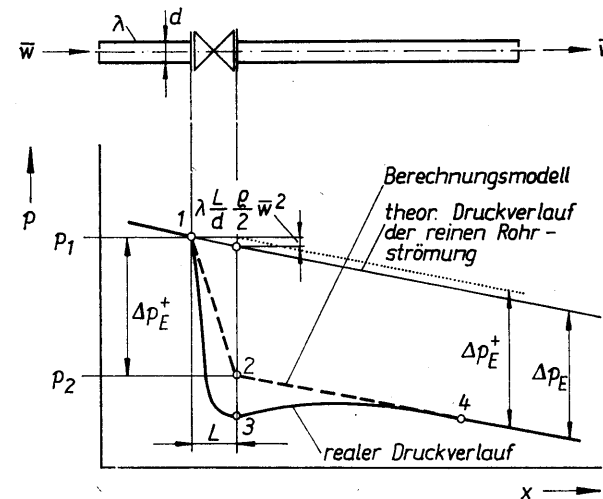
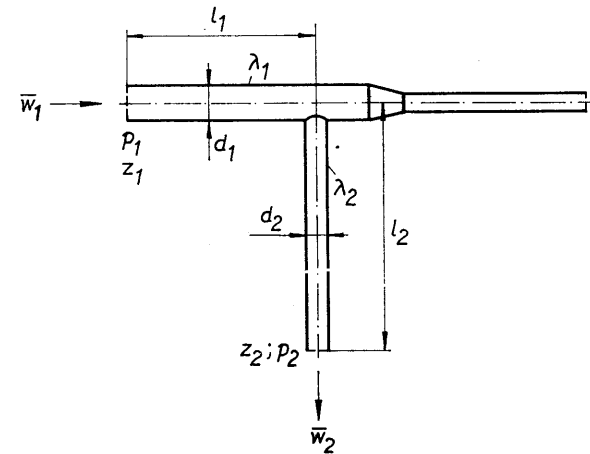
Bei **Einbauten** im Rohrsystem werden die Druckverluste fast ausschließlich durch Umlenkungen und Querschnittsänderungen verursacht. Die Wandreibung ist von untergeordneter Bedeutung. Somit folgt für eine horizontale Anordnung des Strömungswiderstandes

$$\Delta p_E^+ = p_1 + K_{E,1} \frac{\rho_1}{2} \bar{w}_1^2 - p_2 - K_{E,2} \frac{\rho_2}{2} \bar{w}_2^2. \quad (4.2)$$

Die Annahme ungleicher Dichten ist nur bei Wärmeübertragern, Raumheizflächen u. ä. sinnvoll. Bei Armaturen mit beidseitig gleichen Anschlußquerschnitten gilt vereinfacht

$$\Delta p_E^+ = p_1 - p_2. \quad (4.2a)$$

Damit stellt  $\Delta p_E$  den zusätzlichen Druckverlust des Einzelwiderstandes zur Rohrreibung dar, während  $\Delta p_E^+$  den Druckverlust des Bauteils komplett wiedergibt.



**Bild 4.1**  
oben: Rohrverzweigung mit Angabe der Berechnungsgrößen  
unten: Ventilrohrstrecke mit Angabe der Berechnungsgrößen und Druckverlauf

Am Beispiel einer Ventilrohrstrecke nach Bild 4.1 (unten) soll dies verdeutlicht werden. Rechnungsmäßig ist der reale Druckverlauf in einem Ventil und die Druckumsetzung in der nachfolgenden Rohrleitung ohnehin nicht allgemeingültig erfaßbar. Modellhaft wird unmittelbar nach dem Ventil wieder eine ausgebildete Strömung angenommen und der verursachte Druckverlust auf die Einbaulänge  $L$  projiziert. Die Druckverläufe selbst werden durch gerade Kurvenzüge idealisiert. Der Zusammenhang zwischen  $\Delta p_E^+$  und  $\Delta p_E$  lautet

$$\Delta p_E^+ = \Delta p_E + \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho}{2} \bar{w}^2. \quad (4.3)$$

Für Armaturen gilt in sehr guter Näherung

$$\Delta p_E = \Delta p_E^+. \quad (4.4)$$

### Praktische Handhabung

- Bei Rohrformstücken (Verzweigungen, Krümmern, Diffusoren, Düsen usw.) ist  $\Delta p_E$  zu bestimmen. Außerdem sind die Längen der Rohrelemente in den jeweiligen Längen  $l$  der Geradrohre mit zu erfassen.
- Bei Armaturen ist  $\Delta p_E \approx \Delta p_E^+$  zu ermitteln. Weiterhin sollte die Baulänge  $L$  der Armaturen in die Rohrlänge  $l$  einbezogen werden (vgl. Anmerkung 2).
- Bei der Druckverlustberechnung von Heizflächen, Wärmeübertragern, Stationen u. a. m. wird nur  $\Delta p_E^+$  berechnet.

#### Anmerkung 1

Unterscheiden sich die An- und Abströmgeschwindigkeiten bei Einzelwiderständen, so beeinflussen die zugehörigen Staudrücke  $\left(K_E \frac{\rho}{2} \bar{w}^2\right)$  das Ergebnis  $\Delta p_E$  bzw.  $\Delta p_E^+$ . In den meisten Fällen wurde bei der Bestimmung der Druckverluste der Ungleichförmigkeitsgrad  $K_E = 1$  gesetzt. Die Unterschiede werden im Abschnitt 4.3.1. am Beispiel der Rohrerweiterung herausgestellt.

#### Anmerkung 2

In der Literatur wird die Druckverlustberechnung von Armaturen bezüglich der Berücksichtigung der Einbaulänge unterschiedlich gehandhabt ([4], [18] u. a.). Da die Meßbedingungen, die zur Ermittlung der Widerstandsbeiwerte führten, in der Regel nicht bekannt sind, sei die möglicherweise auftretende geringe Differenz ( $\Delta p_E^+ - \Delta p_E$ ) als kleiner Zuschlag gewertet.

#### Anmerkung 3

Die im weiteren angegebenen Einzelwiderstände gelten exakt nur für Einzelanordnungen mit nachgeschalteter Anlaufstrecke. Da es für die Vielzahl von Kombinationsmöglichkeiten von Widerständen keine summativen Werte gibt, muß bei praktischen Berechnungen näherungsweise trotzdem auf die Addition von Einzelwerten zurückgegriffen werden. Eine Ausnahme ist lediglich bei speziellen Krümmernanordnungen gegeben (Hinweise im Abschnitt 4.4.).

## 4.1. Algorithmen zur Druckverlustberechnung von Einzelwiderständen

Der Druckverlust durch Einzelwiderstände wird durch verschiedene Kennwerte charakterisiert oder in Abhängigkeit vom Durchsatz direkt angegeben. Die üblichen Darstellungen werden im folgenden aufgezeigt. Eine Zusammenfassung ist im Anhang III, Bild 23 enthalten.

### 4.1.1. Algorithmus unter Verwendung des $\zeta$ -Wertes

Der durch den Einzelwiderstand gegenüber der Rohrleitung zusätzlich verursachte Druckverlust wird proportional dem Staudruck  $S$  und dem Einzelwiderstandsbeiwert  $\zeta$  gesetzt:

$$\Delta p_E = \zeta \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 = \zeta S. \quad (4.5)$$

Dieser Druckverlustanteil wird auch oft als  $Z$  bezeichnet. Der Koeffizient  $\zeta$  ist dimensionslos und von der Art des Widerstandes (Ventil, Krümmer usw.) und der

Strömungsform in der Rohrleitung (REYNOLDS-Zahl) abhängig. Somit müßte man eigentlich zwischen laminarer und turbulenter Strömung unterscheiden. Es existieren dafür allerdings keine detaillierten  $\zeta$ -Werte.

Aus Gl. (4.5) ist weiterhin ersichtlich, daß zur Angabe des Einzelwiderstandsbeiwertes  $\zeta$  stets auch die Bezugsgeschwindigkeit  $\bar{w}$  vermerkt werden muß. Dies ist bei Querschnitts- und Massestromveränderungen zur richtigen Berechnung von  $\Delta p_E$  unerlässlich. Für die Berechnung in der Heizungstechnik gelten:

- Bei Verengungen (Blenden, Ventilen u. a. m.) wird auf die Geschwindigkeit im Rohrquerschnitt bezogen.
- Bei Durchmesseränderungen wird der  $\zeta$ -Wert stets der Rohrteilstrecke mit dem kleineren Durchmesser zugeordnet.
- Bei Verzweigungen oder Vereinigungen beziehen sich die  $\zeta$ -Werte stets auf die abgehenden bzw. zuführenden Rohrteilstrecken und nicht auf die Hauptrohrleitung.

Für  $n$  in Reihe geschaltete Einzelwiderstände gilt der resultierende Wert

$$\zeta_r = \sum_{i=1}^n \zeta_i = \zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_n. \quad (4.6)$$

Diese Addition ist nur zulässig, wenn der Staudruck  $S$  konstant ist. Dies kann bei gleichbleibendem Massestrom und Rohrquerschnitt jedoch stets vorausgesetzt werden. Weiterhin müßte sich zwischen zwei aufeinanderfolgenden Einzelwiderständen genaugenommen erst wieder ein stationäres Strömungsprofil ausgebildet haben.

Der Druckverlust ergibt sich dann aus dem Produkt von Staudruck und resultierendem Einzelwiderstandsbeiwert zu

$$\Delta p_E = \zeta_r S = (\Sigma \zeta) S. \quad (4.7)$$

Die Rechnung verläuft damit analog der Ermittlung des Rohrreibungsdruckverlustes nach Gl. (3.1).

Die Rechnung mit dem Einzelwiderstandsbeiwert  $\zeta$  ist dem Heizungsingenieur vertraut und bereitet keine Schwierigkeiten. Die Beiwerte für Armaturen werden vom Hersteller angegeben, für Rohrleitungsteile (Bogen, Abzweige u. ä.) sind sie durch Messungen und deren Veröffentlichung Allgemeingut geworden.

### 4.1.2. Algorithmus unter Verwendung des $k_v$ -Wertes

Der Druckverlust, unter dem man bei dieser Darstellung  $\Delta p_E^+$  versteht, errechnet sich nach

$$\Delta p_E^+ = \rho \left( \frac{\dot{V}}{k_v} \right)^2 = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\dot{m}}{k_v} \right)^2. \quad (4.8)$$

Wie sofort ersichtlich, hat der  $k_v$ -Wert die Dimension einer Fläche:

$$\langle k_v \rangle = \left\langle \dot{V} \sqrt{\frac{\rho}{\Delta p_E}} \right\rangle = \frac{\text{m}^3 \sqrt{\text{kg}}}{\text{s} \sqrt{\text{m}^3} \sqrt{\text{Pa}}} = \text{m}^2.$$

Physikalisch müßte man darunter eine korrigierte Durchströmfläche verstehen, da diese infolge der Strahleinschnürung, Wirbelbildung u. a. m. nicht dem geometrisch engsten Querschnitt entspricht.

Die Hoffnung, daß mit Einführen des Internationalen Maßsystems die  $k_v$ -Werte künftig physikalisch richtig wiedergegeben werden, hat sich leider nicht bestätigt.

In der Praxis arbeitet man statt mit Gl. (4.8) mit einer zugeschnittenen Größen-gleichung

$$\Delta p_E^+ = \rho \left( \frac{\dot{V}}{100k_v^*} \right)^2 = \frac{1}{\rho} \left( \frac{36\dot{m}}{k_v^*} \right)^2 \quad \text{in MPa} \quad (4.9)$$

$\dot{V}$	m <sup>3</sup> /h	Volumenstrom durch das Ventil
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\Delta p_E^+$	MPa	Differenzdruck, der über dem Ventil abfällt
$k_v^*$	m <sup>3</sup> /h	$k_v^*$ -Wert
$\dot{m}$	kg/s	Massestrom durch das Ventil.

Der  $k_v^*$ -Wert gibt üblicherweise den Wasserdurchfluß bei  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  und  $\Delta p_E^+ = 0,1 \text{ MPa}$  an, d. h., für beispielsweise  $\dot{V} = 1 \text{ m}^3/\text{h}$  folgt  $k_v^* = 1 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Setzt man diese Werte in Gl. (4.8) ein, so ergibt sich:

$$k_v = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \sqrt{\frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3}} \sqrt{\frac{1}{0,1 \text{ MPa}}}$$

$$k_v = \frac{\text{m}^3}{3600 \text{ s}} \sqrt{\frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{s}^2 \text{ m}^2}{0,1 \cdot 10^6 \text{ kg m}}} = 27,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Damit gilt allgemein

$$\frac{k_v}{k_v^*} = \frac{28 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{1 \text{ m}^3/\text{h}} \quad (4.10)$$

und mit  $k_v^*$  in m<sup>3</sup>/h:

$$k_v = 28 \cdot 10^{-6} k_v^* \quad \text{in m}^2 \quad (4.11)$$

$$k_v = 28k_v^* \quad \text{in mm}^2. \quad (4.12)$$

Sind Einzelwiderstände zusammengeschaltet, so kann ein resultierender Wert  $k_{v,r}$  gebildet werden. Er errechnet sich bei *Reihenschaltung*

$$k_{v,r} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{k_{v,1}^2} + \frac{1}{k_{v,2}^2} + \dots + \frac{1}{k_{v,n}^2}}} \quad (4.13)$$

*Parallelschaltung*

$$k_{v,r} = \sum_{i=1}^n k_{v,i} = k_{v,1} + k_{v,2} + \dots + k_{v,n}. \quad (4.14)$$

Der im Jahre 1953 von der Firma Mason-Neilan Regulator Co., Boston eingeführte Ventilkoeffizient  $C_v$  hat sich im Bereich der Regelungstechnik mit metrischen Maß-

einheiten als  $k_v$ -Wert rasch durchgesetzt. In der angewandten Strömungslehre ist er dagegen nicht gebräuchlich. Bei heizungstechnischen Berechnungen findet er bei Stellventilen und zur hydraulischen Charakterisierung kompletter Anlagenteile, z. B. Abnehmerstationen, Anwendung. Bei nichtturbulenter Armaturendurchströmung — dies kann bei Heizkörper-Regulerventilen der Fall sein — ist nach [35] in den Gln. (4.8) und (4.9) zusätzlich der REYNOLDS-Zahl-Faktor  $F_R$  multiplikativ mit dem  $k_v$ -Wert zu verknüpfen.

#### 4.1.3. Algorithmus unter Verwendung des Durchflußbeiwertes $\alpha$

Der Druckverlust, der das Bauteil komplett erfaßt, lautet:

$$\Delta p_E^+ = \frac{1}{(\alpha m)^2} \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 = \frac{1}{(\alpha m)^2} S. \quad (4.15)$$

$\alpha$  Durchflußbeiwert;  $m$  Öffnungsverhältnis ( $m = A_D/A$ );  
 $A_D$  Fläche des Drosselquerschnitts;  $A$  Fläche des Rohrquerschnitts.

Der Durchflußbeiwert beinhaltet den Kontraktionsbeiwert  $\mu$ , der die Strahleinschnürung hinter Engstellen berücksichtigt, sowie den Geschwindigkeitsbeiwert  $\varphi$ , der die reversible und irreversible Strömung vergleicht. (Die Bezeichnungen sind leider nicht einheitlich. Oft werden  $\alpha$  und  $\mu$  vertauscht.)

Die Darstellung mit dem Durchflußbeiwert  $\alpha$  hat sich ausgehend von der bekannten Durchflußmessung

$$\dot{m} = \alpha m A \sqrt{2} \sqrt{\rho \Delta p} \quad (4.16)$$

in der Forschung bzw. in der Erzeugnisentwicklung von Armaturen eingeführt.

#### 4.1.4. Umrechnung der Kennwerte

Unter der Voraussetzung, daß man bei Armaturen, Blenden und ähnlichen Einbauteilen gemäß Gl. (4.4)  $\Delta p_E = \Delta p_E^+$  setzen kann, ergeben sich aus den Gln. (4.5), (4.8) und (4.15) folgende Identitäten:

$\zeta$ -Wert;  $k_v$ -Wert

$$\zeta = 2 \frac{A^2}{k_v^2} \quad k_v = A \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\zeta}} \quad (4.17)$$

$\zeta$ -Wert;  $\alpha$ -Wert

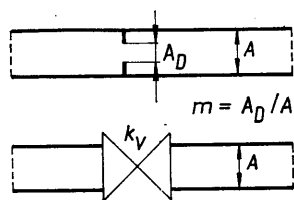
$$\zeta = \frac{1}{\alpha^2 m^2} \quad \alpha = \frac{1}{m \sqrt{\zeta}} \quad (4.18)$$

$k_v$ -Wert;  $\alpha$ -Wert

$$k_v = \sqrt{2} A_D \alpha \quad \alpha = \frac{k_v}{\sqrt{2} A_D}. \quad (4.19)$$

Die Bezugsflächen sind aus Bild 4.2 ersichtlich.





**Bild 4.2** Bezeichnungen der Durchflußquerschnitte  
 $A_D$  Drosselquerschnitt;  $A$  Rohrquerschnitt

Die Gl. (4.17) und (4.19) zeigen die Vorteile der Definition des  $k_v$ -Wertes als Fläche. Sowohl bei diesen Umrechnungen als auch bei Gl. (4.8) handelt es sich um SI-konforme Größengleichungen. Deshalb sollte man die in  $\text{m}^3/\text{h}$  gegebenen  $k_v^*$ -Werte stets erst in die  $k_v$ -Darstellung gemäß der Gl. (4.11) und (4.12) überführen. Erfolgt dies nicht, so ist die genaue Angabe aller dimensionsbehafteten Größen eindeutig erforderlich. Es gilt beispielsweise für Gl. (4.17) nach Substitution der Gl. (4.12)

$$\zeta = 0,00255 \frac{A^2}{k_v^*} \quad k_v^* = 0,0505 \frac{A}{\sqrt{\zeta}} \quad (4.20)$$

mit  $A$  in  $\text{mm}^2$  und  $k_v^*$  in  $\text{m}^3/\text{h}$ .

#### 4.1.5. Kennfelder

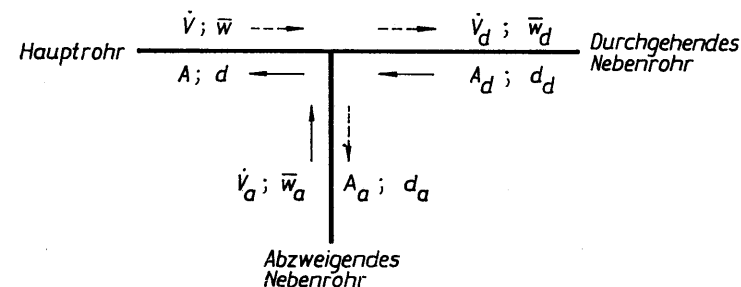
Für einige Bauteile ist es in der Heizungstechnik üblich, den Druckverlust in Form von Diagrammen als Funktion des Durchsatzes anzugeben. So wird beispielsweise bei den modernen Heizflächen verfahren. Dort ist es schon deshalb zweckmäßig, weil Stoßverluste und Rohrreibungsverluste, die in den engen Wasserkanälen auftreten, zu einer Überlagerung führen. Damit gilt

$$\frac{\ln(\Delta p^+ / \Delta p_0^+)}{\ln(\dot{V} / \dot{V}_0)} < 2,$$

wodurch  $\zeta \neq \text{const}$  sein würde. Die Diagrammdarstellung oder die Angabe einer Approximationsgleichung für den Druckverlust ist in diesen Fällen praxisnäher. Des weiteren ist es einfacher, für Regulierventile Kennfelder anzugeben, da als zusätzlicher Parameter die Voreinstellung — z. B. durch eine Hubbegrenzung bewirkt — gleich mit ins Diagramm aufgenommen werden kann.

## 4.2. Druckverluste durch Rohrverzweigungen

Die Berechnung der Druckverluste erfolgt auf der Grundlage der Gl. (4.5). In [11] und [12] werden umfangreiche Zusammenstellungen von Einzelwiderstandsbeiwerten für Stromverzweigungen mitgeteilt. Die angegebenen Werte bzw. Gleichungen bedürfen jedoch sowohl für die automatisierte als auch manuelle Berechnung einer umfangreichen Aufbereitung. Der Hauptanteil der Messungen wurde von deutschen Wissenschaftlern in den Jahren 1926 bis 1931 und von sowjetischen Wissenschaftlern in den Jahren 1948 bis 1964 durchgeführt und publiziert.



**Bild 4.3.** Rohrverzweigung mit Zuordnung der Berechnungsgrößen

Bild 4.3 zeigt eine Rohrverzweigung. In der Strömungstechnik ist es üblich, die Einzelwiderstandsbeiwerte ( $\zeta'$ -Werte) stets auf die Geschwindigkeit im Hauptrohr  $\bar{w}$  (Gesamtmengestrom) zu beziehen. Diese Form ist in der Heizungstechnik nicht gebräuchlich, denn man ordnet die Druckverluste den Nebenrohren (Teilmengeströmen) zu und bezieht die  $\zeta$ -Werte auf die dort auftretenden Geschwindigkeiten  $\bar{w}_a$ ,  $\bar{w}_d$ . Die in [11] angegebenen Berechnungsgleichungen bedürfen deshalb einer Umrechnung. Es muß z. B. für den Abzweig

$$\Delta p_E = \zeta'_a \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 = \zeta_a \frac{\rho}{2} \bar{w}_a^2 \quad (4.21)$$

gelten, woraus

$$\zeta_a = \zeta'_a \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^2 = \zeta'_a \left( \frac{\dot{V}}{\dot{V}_a} \right)^2 \left( \frac{d_a}{d} \right)^4 \quad (4.22)$$

folgt. Für den  $\zeta$ -Wert des durchgehenden Rohrteils gilt analog

$$\zeta_d = \zeta'_d \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right)^2 = \zeta'_d \left( \frac{\dot{V}}{\dot{V}_d} \right)^2 \left( \frac{d_d}{d} \right)^4. \quad (4.23)$$

Des weiteren wurde versucht, die komplizierten, halbempirischen Ansätze so darzustellen, daß stets nur die Quotienten — gebildet aus den Geschwindigkeiten, den Durchmessern oder den Volumenströmen an der jeweiligen Verzweigung — als charakteristische Variablen auftreten. Priorität hat dabei der Quotient  $\bar{w}/\bar{w}_a$  bzw.  $\bar{w}/\bar{w}_d$ , da dieser das hauptsächlichste Kennzeichen der Strömungsverhältnisse darstellt und vielfach sogar völlig ausreichend ist. Für die manuelle Berechnung wurden Diagramme erarbeitet, die als Abszisse den genannten Geschwindigkeitsquotienten aufweisen. Die Diagrammform wurde gegenüber Tabellen bevorzugt, da Interpolationen weitestgehend entfallen können.

Für die maschinelle Berechnung der  $\zeta$ -Werte sollen zur Einsparung von Rechenzeit die Gleichungen so einfach wie möglich aufgebaut sein. So wurden z. B. Ausdrücke wie

$$\left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^{-1} \quad \text{durch} \quad \left( \frac{d}{d_d} \right)^2 \quad \text{ersetzt.}$$

Diese Umrechnungen stehen oftmals im Gegensatz zu einem einheitlichen Diagramm-  
aufbau. Dieser ist für die manuelle Berechnung jedoch erforderlich, um Projektie-  
rungszeit einzusparen und Arbeitserleichterungen zu schaffen. Aus diesen Gründen  
weichen die charakteristischen Parameter in den Berechnungsgleichungen mitunter  
von den Diagrammparametern ab.

Im weiteren werden **scharfkantige Verzweigungen** betrachtet. Dabei erfolgt zunächst  
die Angabe für die Einzelverzweigungen und anschließend die Zusammenfassung für  
paarweise-zugehörige Rohrteile. Letzteres ist zweckmäßig, wenn heizungstechnische  
Rohrnetzrechnungen für Vor- und Rücklauf gemeinsam, d. h. stromkreisweise,  
vorgenommen werden.

#### 4.2.1. Einzelwiderstandsbeiwerte für T-Stück (Bild 4.4)

##### Abzweig, Vereinigung

Nach [11] gilt für den rechtwinkligen Abzweig bei  $A = A_d$

$$\zeta'_a = \left[ 1 + \left( \frac{\dot{V}_a}{\dot{V}} \frac{A}{A_a} \right)^2 - 2 \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \right] C \quad (4.24)$$

mit dem Korrekturfaktor  $C$  in Abhängigkeit vom Verhältnis der Querschnitte

$A_a/A$	0...0,2	0,3...0,4	0,6	0,8	1,0
$C$	1,0	0,75	0,70	0,65	0,60

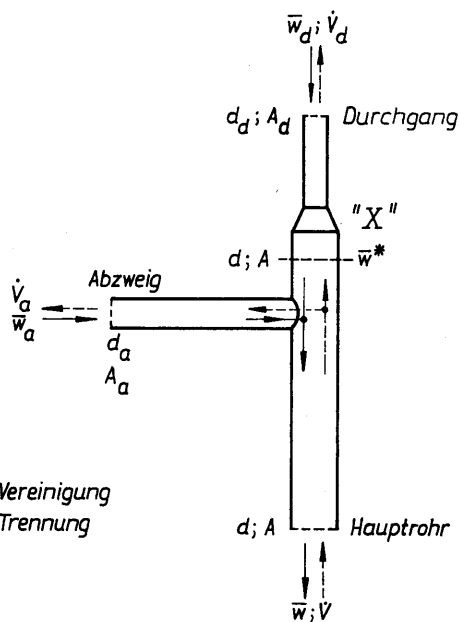


Bild 4.4 Rohrverzweigung als T-Stück

— Vereinigung  
- - - Trennung

Die Auswertung dieser Tabelle ergab für den Korrekturfaktor den analytischen  
Zusammenhang

$$C = 0,6 \left( \frac{d}{d_a} \right)^{0,5} \quad \text{für} \quad \left( \frac{d_a}{d} \right) \geq 0,36 \quad (4.25)$$

$$C = 1 \quad \text{für} \quad \left( \frac{d_a}{d} \right) < 0,36.$$

Damit kann geschrieben werden:

$$\zeta_a = C \left\{ 1 + \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^2 \left[ 1 - 2 \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \right] \right\}. \quad (4.26)$$

Diese Gleichungen sind für die maschinelle Berechnung anzuwenden. Für die Er-  
arbeitung eines Diagramms (Anhang III, Bild 1) gilt die Umformung des Korrektur-  
faktors

$$C = 0,6 \left( 1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^{-0,25} \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^{-0,25} \quad \text{für} \quad \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \left[ 1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right] \geq 0,13 \quad (4.27)$$

$$C = 1 \quad \text{für} \quad \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \left[ 1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right] < 0,13.$$

##### Abzweig, Trennung

Nach [12] kann aus der diskreten Punkteverteilung

$\frac{\bar{w}_a}{\bar{w}}$	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0
$\zeta_a$	12	7	3,5	2,5	2,0	1,0

die Regressionskurve

$$\zeta_a = 0,9 + \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^2 \quad (4.28)$$

— dargestellt im Anhang III, Bild 3 — gewonnen werden.

Nach [11] gilt die Gl. (4.28) nur für  $d_a < 0,7d$ , d. h., wenn der Abzweig mindestens  
um einen Nenndurchmesser kleiner als das Hauptrohr ist. In der Praxis trifft dies  
meistens zu. Für  $d_a = d$  wird in [11]

$$\zeta_a = 1,2 + \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^2 - 0,8 \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \quad (4.29)$$

genannt. Die zugehörige Kurve ist ebenfalls im Anhang III, Bild 3 eingetragen. Mit  
Gl. (4.28) liegt man immer auf der „sicheren Seite“.

**Durchgang, Vereinigung**

Für das rechtwinklige T-Stück kann nach [11] der Durchgangswiderstandsbeiwert

$$\zeta'_d = 1 - \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \quad (4.30)$$

gesetzt werden. Vorausgesetzt wird dabei gleichbleibender Querschnitt des durchgehenden Rohres. Dies ist aus fertigungstechnischen Gründen, wie Bild 4.4 zeigt, im Bereich des Abzweiges in der Regel gegeben. Häufig befindet sich vor dem Abzweig aber eine Durchmesserabstufung (Stelle „X“). Die Geschwindigkeit des Volumensstromes  $\dot{V}_d$  verringert sich von  $\bar{w}_d$  auf  $\bar{w}^*$ , wodurch ein Stoßverlust auftritt. Nach Gl. (4.52) beträgt der entsprechende Einzelwiderstandsbeiwert — bezogen auf  $\bar{w}_d$  —

$$\zeta = \left( \frac{A_d}{A} - 1 \right)^2 = \left[ \left( \frac{d_d}{d} \right)^2 - 1 \right]^2. \quad (4.31)$$

Damit ergibt sich nach Umrechnung der Gl. (4.30) auf  $\bar{w}_d$  und Addition der Gl. (4.31)

$$\zeta_d = \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{d_d}{d} \right)^2 - 1 \right]^2 \quad (4.32)$$

bzw. für die diagrammatische Auswertung (Anhang III, Bild 4)

$$\zeta_d = \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right) \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right) - 1 \right]^2. \quad (4.33)$$

**Durchgang, Trennung**

Nach [12, 23] kann man mit den Bezeichnungen des Bildes 4.4 näherungsweise

$$\zeta'_d = (0,35 \dots 0,40) \left( 1 - \frac{\bar{w}^*}{\bar{w}} \right)^2 \quad (4.34)$$

setzen, wenn  $\bar{w}^* \leq \bar{w}$  gilt. Die Nebenbedingung ist beim Aufbau nach Bild 4.4 bis zur Stelle X wegen des gleichbleibenden Durchmessers stets erfüllt. Gl. (4.34) kann damit auch

$$\zeta'_d = (0,35 \dots 0,40) \left( 1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \quad (4.35)$$

geschrieben werden. Die Umrechnung auf  $\bar{w}_d$  liefert

$$\zeta_d = (0,35 \dots 0,40) \left( 1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right)^2.$$

Infolge der möglichen Rohrverengung an der Stelle „X“ müßte noch der Verlust für eine Düse addiert werden. Da er relativ klein ist, wird er der Einfachheit halber vernachlässigt. Zum Ausgleich sei der obere Grenzwert des angegebenen Koeffi-

zientenbereichs verwendet:

$$\zeta_d = 0,4 \left( 1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right)^2 \quad (4.36)$$

Die grafische Auswertung ist im Anhang III, Bild 5 vorgenommen.

**Zusammenfassung von Vereinigung und Trennung**

Die Gln. (4.26) und (4.28) sowie die Gln. (4.32) und (4.36) ergeben für den

*Abzweig*

$$\zeta_a = C \left\{ 1 + \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^2 \left[ 1 - 2 \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 \right] \right\} + 0,9 + \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^2 \quad (4.37)$$

Für C gilt Gl. (4.25) weiterhin!

*Durchgang*

$$\zeta_d = \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_d} \right)^2 \left[ 1,4 - 0,6 \left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2 - 0,8 \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right] + \left[ \left( \frac{d_d}{d} \right)^2 - 1 \right]^2. \quad (4.38)$$

Die beiden Gleichungen sind im Anhang III, Bild 8 und Bild 10 grafisch ausgewertet.

**4.2.2. Einzelwiderstandsbeiwerte für + -Stück (Bild 4.5)**

**Abzweig, Vereinigung**

Nach [11] kann für den Abzweig eines rechtwinkligen Kreuzstückes der Einzelwiderstandsbeiwert

$$\zeta'_a = 1 + \left( \frac{\dot{V}_a}{\dot{V}} \right)^2 \left\{ \left( \frac{A}{A_a} \right)^2 - 8 \frac{\left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2}{3 + \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}} \right\} \quad (4.39)$$

errechnet werden. Bezogen auf den Teilstrom gilt

$$\zeta_a = 1 + \left( \frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} \right)^2 \left\{ 1 - 8 \frac{\left( \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \right)^2}{3 + \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}} \right\}. \quad (4.40)$$

Die Auswertung erfolgt im Anhang III, Bild 2.

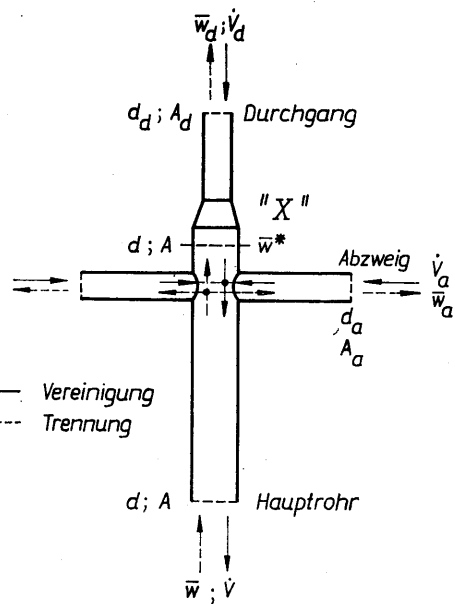


Bild 4.5 Rohrverzweigung als +-Stück

### Abzweig, Trennung

Nach [11] und [12] sind die Einzelwiderstandsbeiwerte näherungsweise gleich denen eines T-Stückes, womit die Gln. (4.28) und (4.29) sowie Anhang III, Bild 3 uneingeschränkt gelten.

### Durchgang, Vereinigung

Nach [11] gilt

$$\zeta'_d = 1 + \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2 \left[ 1 - \frac{1 + \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}}{\left(0,75 + 0,25 \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2} \right] \quad (4.41)$$

bzw. nach der Bezugnahme auf den Teilstrom unter Berücksichtigung eines Stoßverlustes durch Querschnittsänderung gemäß Gl. (4.52)

$$\zeta_d = \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_d}\right)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2 \left[ 1 - \frac{1 + \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}}{\left(0,75 + 0,25 \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2} \right] \right\} + \left[ \left(\frac{d_d}{d}\right)^2 - 1 \right]^2. \quad (4.42)$$

Der diagrammatischen Darstellung wurde die modifizierte Form

$$\zeta_d = \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_d}\right)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2 \left[ 1 - \frac{1 + \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}}{\left(0,75 + 0,25 \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2} \right] \right\} + \left[ \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_d}\right) \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right) - 1 \right]^2 \quad (4.43)$$

zugrunde gelegt.

Die Aufzeichnung liefert fast deckungsgleiche Kurvenzüge zu Anhang III, Bild 4. Das bedeutet, daß Gl. (4.32) und Gl. (4.42) in bezug auf die praktisch sinnvollen Ergebnisse gleich sind. Damit kann zur Verringerung des Rechenaufwandes Gl. (4.32) als Ersatz für Gl. (4.42) verwendet werden, d. h., der  $\zeta$ -Wert Durchgang, Vereinigung eines T-Stückes wird gleich dem eines +-Stückes gesetzt.

### Durchgang, Trennung

Nach den Angaben in [11] und [12] sind die Einzelwiderstandsbeiwerte gleich denen eines T-Stückes, womit Gl. (4.36) und Anhang III, Bild 5 uneingeschränkt gelten.

### Zusammenfassung von Vereinigung und Trennung

Aus den Gln. (4.40) und (4.28) folgt für den

Abzweig

$$\zeta_a = 1,9 + \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a}\right)^2 \left\{ 2 - 8 \frac{\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2}{3 + \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}} \right\}. \quad (4.44)$$

Der Kurvenverlauf ist im Anhang III, Bild 9 aufgezeichnet.

Für *Durchgang* gelten Gl. (4.38) und Anhang III, Bild 10 gleichermaßen wie für das T-Stück.

### 4.2.3. Einzelwiderstandsbeiwerte für T-Stück, Gegenlauf (Bild 4.6)

Für symmetrische, rechtwinklige Gegenstrom-Rohrelemente finden sich in [11] einige Angaben.

### Vereinigung

Es gilt

$$\zeta'_a = 1 + \left(\frac{A}{A_a}\right)^2 \left\{ 1 + 3 \left[ \left(\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}}\right)^2 - \left(\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}}\right) \right] \right\}, \quad (4.45)$$

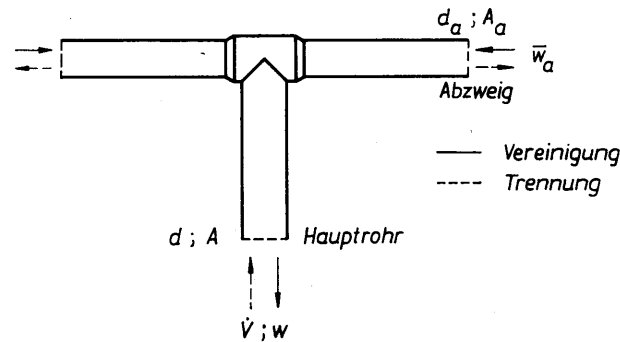


Bild 4.6 Rohrverzweigung als T-Stück, Gegenlauf

woraus nach Umrechnung

$$\zeta_a = \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a}\right)^2 + \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right)^2 + 3 \left(1 - \frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right) \quad (4.46)$$

folgt. Diese Abhängigkeit ist im Anhang III, Bild 6 dargestellt.

#### Trennung

Aus der Angabe für gleiche Abgangsquerschnitte mit symmetrischer Beaufschlagung

$$\zeta'_a = 1 + 0,075 \left(\frac{A}{A_a}\right)^2 \quad (4.47)$$

berechnet sich

$$\zeta_a = \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a}\right)^2 + 0,075 \left(\frac{A}{A_a}\right)^2 \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a}\right)^2 = \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a}\right)^2 + 0,075 \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right)^2.$$

Im Symmetriefall  $\dot{V}_a = \frac{\dot{V}}{2}$  ergibt sich

$$\zeta_a = \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a}\right)^2 + 0,3. \quad (4.48)$$

Die Gleichung ist im Anhang III, Bild 7 ausgewertet.

#### Zusammenfassung von Vereinigung und Trennung

Aus den Gln. (4.46) und (4.48) folgt sofort

$$\zeta_a = 2 \left(\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a}\right)^2 + \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right)^2 + 3 \left(1,1 - \frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right). \quad (4.49)$$

Der Zusammenhang ist im Anhang III, Bild 11 aufgezeichnet.

### 4.3. Druckverluste durch Querschnittsänderungen

Die Druckverlustberechnung erfolgt auf der Grundlage der Gl. (4.5).

#### 4.3.1. Einzelwiderstandsbeiwerte für Rohrerweiterungen

Nur in einzelnen Fällen lassen sich die Druckverluste von Durchströmteilen analytisch ableiten. Ein Paradebeispiel ist die **sprungförmige Rohrerweiterung**. Die plötzliche Geschwindigkeitsverringern bewirkt einen Stoßverlust. Er kann nach dem Impulssatz hergeleitet werden. Es gilt für den stationären Fall

$$\mathfrak{R} = \int_{\text{Eintritt}} \rho w w_n dA_k - \int_{\text{Austritt}} \rho w w_n dA_k, \quad (4.50)$$

wobei  $\mathfrak{R}$  die Resultierende der Kräfte ist, die im Kontrollgebiet wirken. Im einzelnen sind dies:

- $F_W$  Druckkraft auf die Wand
- $F_K$  Druckkraft auf die Kontrollfläche
- $F_r$  Reibungskraft an der Wand.

Bei der symmetrischen Rohrerweiterung heben sich  $F_W$  gegenseitig auf, und  $F_r$  ist infolge der Strömungsablösung gleich Null. Die Behandlung der Gl. (4.50) vereinfacht sich noch weiter, da die Geschwindigkeitsvektoren stets senkrecht auf den Kontrollflächen stehen. Damit ergibt sich unter Beachten des impulsbezogenen Korrekturfaktors (Gl. (1.17)) nach Bild 4.7 das Kräftegleichgewicht

$$\mathfrak{R} = K_{I,1} \rho \bar{w}_1^2 A_1 - K_{I,2} \rho \bar{w}_2^2 A_2 = -p_1 A_2 + p_2 A_2,$$

woraus

$$p_2 - p_1 = K_{I,1} \rho \bar{w}_1^2 \frac{A_1}{A_2} - K_{I,2} \rho \bar{w}_2^2$$

folgt. Vergleicht man dies mit der BERNOULLI-Gleichung für reibungsbehaftete Strömungen durch einen Einzelwiderstand (Gln. (2.19), (2.18), (4.5))

$$p_2 - p_1 = -K_{E,2} \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2 + K_{E,1} \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2 - \zeta_1 \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2,$$

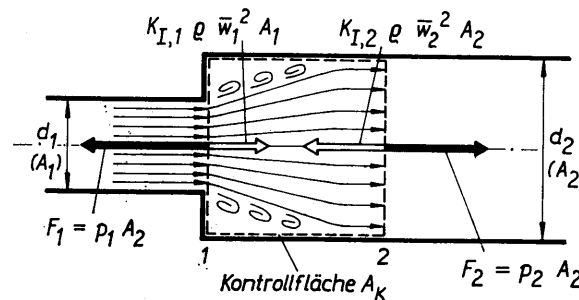


Bild 4.7 Sprunghörmige Rohrerweiterung mit Kennzeichnung der Berechnungsgrößen und des Bilanzraumes

so erhält man

$$\zeta_1 = (2K_{I,2} - K_{E,2}) \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 2K_{I,1} \frac{A_1}{A_2} + K_{E,1}. \quad (4.51)$$

Für eine Kolbenströmung mit konstanter Geschwindigkeit  $\bar{w}$  über den Rohrquerschnitt folgt, wegen  $K_I = K_E = 1$ , die bekannte Darstellung

$$\zeta_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 2 \frac{A_1}{A_2} + 1 = \left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right)^2 = \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 - 1\right]^2. \quad (4.52)$$

Bezieht man den Einzelwiderstandsbeiwert auf  $\bar{w}_2$ , so ergibt sich

$$\zeta_2 = \zeta_1 \left(\frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_2}\right)^2 = \zeta_1 \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right]^2. \quad (4.53)$$

Die Gl. (4.52) ist u. a. im Anhang III, Bild 13 ausgewertet.

Bei einem **Auslauf** (ein Rohr mündet in einen Behälter, Sammler usw.) folgt mit  $d_1/d_2 \approx 0$  aus Gl. (4.52)  $\zeta_1 = 1$  bzw. aus Gl. (4.51)  $\zeta_1 = K_{E,1}$ .

Der **Diffusor** stellt eine allmähliche, stetige Rohrerweiterung dar. Die Druckverluste sind am geringsten, wenn keine Ablösung von der Wand auftritt. Dies ist bei einem Neigungswinkel der Wand von  $\beta \leq 4^\circ$  in der Regel gegeben. Genaugenommen ist der Grenzwinkel eine Funktion der REYNOLDS-Zahl. Die Einzelwiderstandsbeiwerte für Diffusoren sind im Anhang III, Bild 13 aufgeführt.

#### 4.3.2. Einzelwiderstandsbeiwerte für Rohreinziehungen

Zunächst sei wiederum die **sprungförmige Rohrverengung** betrachtet. Bild 4.8 zeigt die Konturen der Strömung. Der scharfkantige Einlauf bewirkt eine Strahleinschnürung (Kontraktion) auf den Durchmesser  $d_0$ . Zur quantitativen Kennzeichnung definiert man einen Kontraktionsbeiwert

$$\mu = \frac{A_0}{A_2} = \left(\frac{d_0}{d_2}\right)^2. \quad (4.54)$$

Die Beschleunigung der Strömung vom Querschnitt I bis zum Querschnitt II erfolgt nahezu verlustfrei. Zwischen den Querschnitten II und III tritt ein Stoßverlust ein, der mit Gl. (4.53) berechnet werden kann. Als Flächenverhältnis ist hierbei  $A_2/A_0$  einzusetzen. Damit gilt

$$\zeta_2 = \left(1 - \frac{A_2}{A_0}\right)^2 \quad (4.55)$$

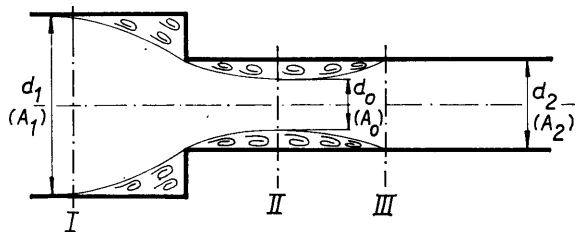


Bild 4.8 Sprungförmige Rohrverengung mit Kennzeichnung der Berechnungsgrößen

und nach Substitution von Gl. (4.54)

$$\zeta_2 = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2 = \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2. \quad (4.56)$$

Der Kontraktionsbeiwert berechnet sich nach [23] für scharfkantige Einläufe und  $Re > 5 \cdot 10^3$  zu

$$\mu = \left[1 + 0,707 \sqrt{1 - \frac{A_2}{A_1}}\right]^{-1}. \quad (4.57)$$

Die Gl. (4.56) ist unter Beachtung der Gl. (4.57) im Anhang III, Bild 13 ausgewertet. Mit Gl. (4.56) können auch **Einläufe** (ein Rohr schließt an einen Behälter, Verteiler usw. an) betrachtet werden. Der Kontraktionsbeiwert beträgt nach Messungen für

scharfkantige Einläufe	$\mu = 0,59$
gut gerundete Düsen	$\mu = 0,96$
vorstehende Rohre	$\mu = 0,50$
(BORDA-Mündung)	

Der Wert für scharfkantige Einläufe ergibt sich auch aus Gl. (4.57), wenn  $A_2/A_1 = 0$  gesetzt wird.

Der **Konfusor (Düse)** stellt eine allmähliche, stetige Rohrverjüngung dar. Die Druckverluste sind kleiner als bei sprunghafter Querschnittsänderung ( $\zeta_2 < 0,1$ ). Die Zusammenstellung findet sich im Anhang III, Bild 13.

#### 4.3.3. Einzelwiderstandsbeiwerte für Blenden und Venturidüsen

Die Form der Strömung und damit verbunden die Druckverluste sind in starkem Maße von der geometrischen Gestalt der Blende abhängig. Die Form der sogenannten Normblende, die für Durchflußmessungen verwendet wird, ist im Bild 4.9 dargestellt. Sie sollte auch Grundlage für die Anfertigung von Drosselscheiben sein. Der Verlauf der Stromlinien (Bild 4.10) zeigt nach der Engstelle eine weitere Einschnürung. Der nach Gl. (4.57) berechenbare Kontraktionsbeiwert gilt weiterhin. Mit den im Bild 4.10 festgelegten Bezeichnungen folgt

$$\mu = \left[1 + 0,707 \sqrt{1 - \frac{A_D}{A}}\right]^{-1} \quad (4.58)$$

$A$  Rohrquerschnitt  
 $A_D$  Drosselquerschnitt.

Zur Vereinfachung verwendet man häufig auch das Öffnungsverhältnis

$$m = \frac{A_D}{A} = \left(\frac{d_D}{d}\right)^2, \quad (4.59)$$

womit

$$\mu = (1 + 0,707 \sqrt{1 - m})^{-1}$$

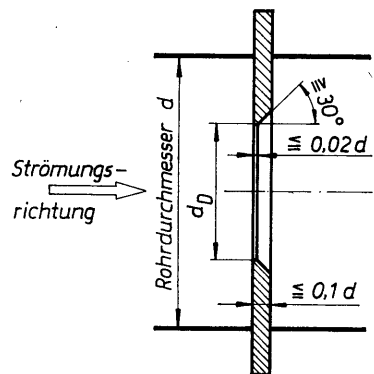


Bild 4.9 Normblende zur Durchflußmessung

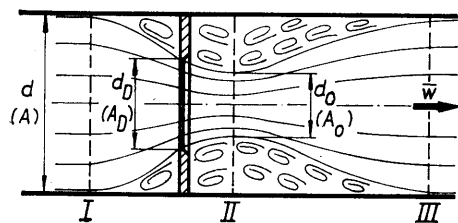


Bild 4.10

**Bild 4.10** Strömung beim Passieren der Drosselstelle

Nach der Blende tritt eine weitere Kontraktion auf. Der kleinste Strömungsquerschnitt wird auch „vena contracta“ genannt.

**Bild 4.11** Kontraktionsbeiwert  $\mu$  in Abhängigkeit des Öffnungsverhältnisses  $m = A_D/A$

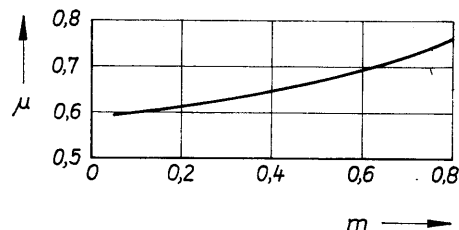


Bild 4.11

lautet. Der Zusammenhang ist im Bild 4.11 grafisch dargestellt. Analog zur Rohreinziehung kann der Energieverlust zwischen den Querschnitten I und II (Bild 4.10) vernachlässigt werden. Der Stoßverlust zwischen den Querschnitten II und III ergibt einen auf  $\bar{w}$  bezogenen Einzelwiderstandsbeiwert (vgl. Gl. (4.55))

$$\zeta = \left(1 - \frac{A}{A_0}\right)^2. \quad (4.60)$$

Mit der Gl. (4.59) und dem Kontraktionsbeiwert  $\mu = A_0/A_D$  folgt

$$\zeta = \left(1 - \frac{1}{m\mu}\right)^2 = \left(\frac{1}{m\mu} - 1\right)^2. \quad (4.61)$$

Eine quantitativ sofort auswertbare Form ergibt sich nach Substitution von Gl. (4.58):

$$\zeta = \left[\frac{A}{A_D} \left(1 + 0,707 \sqrt{1 - \frac{A_D}{A}}\right) - 1\right]^2 \quad (4.62)$$

Die  $\zeta$ -Werte für eine Auswahl von Öffnungsverhältnissen sind im Anhang III, Bild 13 angegeben.

Die Gleichung ist auch für teilweise verdeckte Einläufe anwendbar. Schließlich beträgt der Druckverlust

$$\Delta p_E = \zeta S.$$

Auf der Grundlage der letzten beiden Gleichungen wurde Anhang III, Bild 16 erarbeitet. In das Diagramm geht man mit der Geschwindigkeit  $\bar{w}$  oder besser mit dem Staudruck  $S$  der Rohrströmung. Die Parameterkurven stellen den gewünschten Druckverlust dar, so daß als Teilergebnis der  $\zeta$ -Wert ablesbar ist. Ausgehend von diesem Zwischenergebnis, kann nach Durchlaufen eines weiteren Kurvenzuges das Durchmesser-Öffnungsverhältnis ermittelt werden.

Für Blendenberechnungen wird oft auch die Darstellung mit dem Durchflußbeiwert  $\alpha$  verwendet. Die Gl. (4.62) läßt sich mit Gl. (4.18) auch in der Form schreiben:

$$\alpha = \left[1 + 0,707 \sqrt{1 - \frac{A_D}{A}} - \frac{A_D}{A}\right]^{-1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - m} - m}. \quad (4.63)$$

Eine zusammengefaßte Berechnungsanleitung gibt Anhang III, Bild 23 wieder. Auf dieser Grundlage arbeitet auch das im Abschnitt 4.8. vorgestellte Rechenprogramm. Zur Durchflußmessung mit geringem, bleibendem Druckverlust werden Normventuridüsen nach Bild 4.12 verwendet. Die  $\zeta$ -Werte sind wiederum abhängig vom Öffnungsverhältnis. Eine Auswahl ist im Anhang III, Bild 13 angegeben.

#### 4.4. Druckverluste durch Richtungsänderungen

Die Richtungsänderungen verursachen Strömungsablösungen (Bild 4.13). Infolge der unterschiedlichen Fliehkräfte entstehen weiterhin Sekundärströmungen.

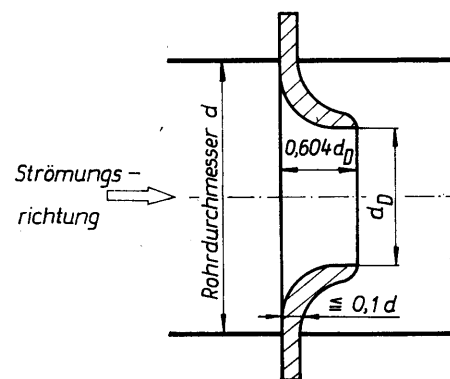


Bild 4.12 Normventuridüse zur Durchflußmessung mit geringem, bleibendem Druckverlust

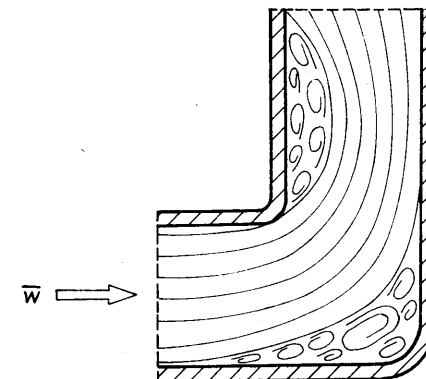
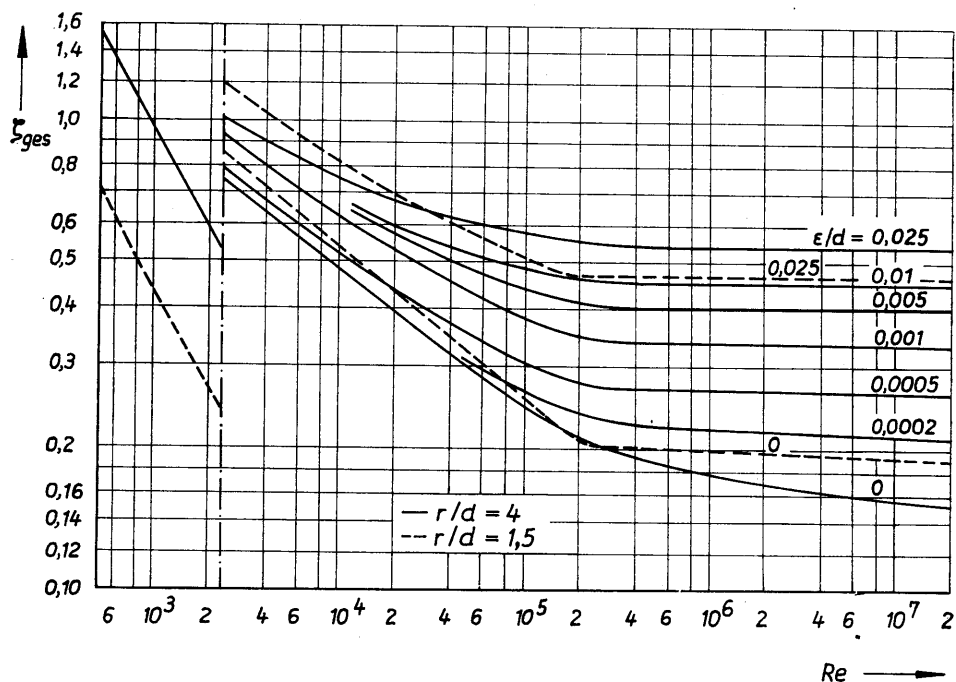


Bild 4.13 Strömungsablösungen in einem Krümmer



**Bild 4.14** Gesamtwiderstandsbeiwert von Krümmern in Abhängigkeit des relativen Biegeradius und der REYNOLDS-Zahl nach [11]

Über Kreisbogen-Rohrkrümmen liegen zahlreiche Untersuchungsergebnisse vor. Dabei ist es üblich, den Gesamtdruckabfall durch Umlenkung und Rohrreibung gemäß Gl. (4.3) zu erfassen. Der Gesamtwiderstandsbeiwert

$$\zeta_{ges} = \zeta + \lambda \frac{L}{d}$$

ist vom relativen Biegeradius des Krümmers  $r/d$  und von der REYNOLDS-Zahl abhängig. Einen Überblick gibt Bild 4.14. Weiterhin muß beachtet werden, daß der Widerstand eines Krümmerpaares stets kleiner ist als die Summe von zwei Einzelkrümmern. Abminderungsfaktoren können [4, 11] entnommen werden. Dabei ist zwischen S- und U-förmigen sowie räumlichen Bogenkombinationen zu unterscheiden. Die Länge eines geraden Zwischenstückes nimmt ebenfalls Einfluß auf die Abminderungsfaktoren (Auszug in Anhang III, Bild 14).

In der Heizungstechnik ist es aber nach wie vor übliche Praxis, die Bogenlänge bei der Druckverlustberechnung der geraden Rohre nach Gl. (3.1) mit zu erfassen und nur den Umlenkverlust als Einzelwiderstand gemäß Gl. (4.5) auszuweisen. Weiterhin findet in der Regel die Abhängigkeit der  $\zeta$ -Werte von der REYNOLDS-Zahl der Einfachheit halber keine Beachtung. Übliche  $\zeta$ -Werte für Krümmen und Knie sind im Anhang III, Bild 14 angegeben.

## 4.5. Druckverluste durch Armaturen

In Armaturen treten sowohl Querschnittsänderungen als auch Umlenkungen auf. Die Widerstandsbeiwerte sind nur durch aufwendige Druckverlust-Meßreihen bestimmbar. Das Ergebnis für eine Armatur kann in der Regel nicht auf eine andere übertragen werden, da vollständige Ähnlichkeit meistens nicht gegeben ist.

### 4.5.1. Absperrarmaturen

Die in der Literatur angegebenen  $\zeta$ -Werte beziehen sich fast ausnahmslos auf ältere Baumuster. Für die jetzt üblichen Baureihen gilt eine ausgeprägte Produktspezifität. Im Anhang III, Bild 15 wird eine Vielzahl von  $\zeta$ -Werten bereitgestellt. Bei speziellen Armaturen sollte stets eine Rückfrage beim Hersteller erfolgen.

### 4.5.2. Stellventile

Es hat sich durchgesetzt, für diese Armaturen den Druckverlust mit Hilfe des  $k_{vs}$ -Wertes zu beschreiben. Angaben sind sowohl in Standards festgelegt als auch vom Hersteller zu erfragen. Man versteht unter dem  $k_{vs}$ -Wert den in Gl. (4.9) beschriebenen  $k_v^*$ -Wert bei vollkommener Öffnung, d. h. bei 100% Hub. Angaben finden sich im Anhang III, Bild 17. Den Druckverlust berechnet man mit Hilfe der Gln. (4.8) und (4.9). Eine Zusammenfassung ist im Anhang III, Bild 23 gegeben. Eine maschinelle Bemessung bzw. Nachrechnung ist mit dem im Abschnitt 4.8. vorgestellten Rechenprogramm möglich.

Es ist zu beachten, daß die Stellventile nur bis zu einem bestimmten, minimalen Hub nach einer reproduzierbaren Kennlinie arbeiten. Der Ventilkoeffizient nimmt dann den Wert  $k_{vr}$  an. Der maximal mögliche Arbeitsbereich des Stellventils wird durch das Stellverhältnis

$$r = \frac{k_{vs}}{k_{vr}} \quad (4.64)$$

charakterisiert. Es liegt in der Größenordnung von  $r = 25 \dots 50$ . (Mitunter wird als Stellverhältnis auch der reziproke Wert, d. h.  $r = k_{vr}/k_{vs}$  definiert.) Das Stellverhältnis für ein spezielles Ventil ist ebenso wie der zu bevorzugende Arbeitsbereich ( $k_{v,max} \dots k_{v,min}$ ) eine Herstellerangabe und somit nicht allgemeingültig zu benennen. Detaillierte Hinweise für die Auswahl von Stellventilen finden sich in [3] und [22].

### 4.5.3. Heizkörper-Regulierventile

Bei den Heizkörper-Regulierventilen handelt es sich funktionell natürlich auch um Stellventile. Mit ihnen soll außer der effektiven Regelung zunächst der hydraulische Druckabgleich des jeweiligen Stromkreises erreicht werden. Deshalb haben diese Ventile eine sogenannte Voreinstellung, die üblicherweise in Form einer Hubbegrenzung oder eines zusätzlichen, in Reihe liegenden Widerstandes realisiert ist. Sonderformen reduzieren die regelbare Durchlaßfläche direkt. In allen Fällen haben



die Ventile aber nicht nur eine durchsatzabhängige Kennlinie, sondern durch die Voreinstellung einen weiteren Einflußparameter auf den Differenzdruck. Man stellt die Druckverluste des Ventils als Funktion des Volumenstroms und der Voreinstellung in Form eines Kennfeldes dar. Da in der heizungstechnischen Berechnung stets mit den Masseströmen gearbeitet wird, ist es sinnvoll — und bei kleinem Fehler zulässig — statt des Volumendurchsatzes den Massestrom zu verwenden. Einige Angaben finden sich im Anhang III, Bilder 18 bis 20.

#### 4.6. Druckverluste von Heizflächen

Während bei Radiatoren wegen der großen Strömungsquerschnitte nur die Stoß- und Beschleunigungsverluste am Ein- und Austritt bedeutungsvoll sind, die mit einem  $\zeta$ -Wert erfaßt werden, spielen bei den modernen Heizflächen Stoßverluste und Reibungsverluste in den Wasserkanälen eine Rolle. Da die Anteile typspezifisch und ihre Einflüsse durchsatzabhängig sind, müssen die Druckverluste durch Kennfelder bzw. Gleichungen als Funktion des Volumen- oder vereinfacht des Massestromes wiedergegeben werden.

Beispiele finden sich im Anhang III, Bilder 21 und 22.

#### 4.7. Druckverluste von Apparaten

Die Druckverluste von Apparaten — beispielsweise Wärmeübertragern — sollten in Form von durchsatzabhängigen Kennlinien oder als Kennfelder, in denen als weiterer Parameter die mittlere Medientemperatur erscheint, angegeben werden.

Ist der Druckverlust eines Apparates oder einer Station — beispielsweise einer Hausanschlußstation — in guter Näherung dem Quadrat des Durchsatzes proportional, dann ist das Aggregat wie ein Einzelwiderstand behandelbar. Das heißt, es genügt die Angabe eines  $\zeta$ -Wertes, bezogen auf den Anschlußquerschnitt, oder des  $k_v$ -Wertes. Falls keine Herstellerdaten bekannt sind, können die Druckverluste der Apparate überschlägig aus Rohr- und Einzelwiderständen auf der Grundlage der Konstruktionszeichnungen bestimmt werden (weitere Literatur [18], [25]).

#### 4.8. Maschinelle Berechnung

In den vorangegangenen Abschnitten wurden zahlreiche komplizierte Berechnungsgleichungen und Einzelwerte benannt. Selbstverständlich sind alle Gleichungen automatisiert auswertbar und die Einzelwerte speicherbar. Dies ist separat aber nicht immer sinnvoll, so beispielsweise bei den Einzelwiderstandsbeiwerten für Rohrverzweigungen. In der Regel müssen alle Durchmesser, Volumenströme und Geschwindigkeiten der Haupt- und Abzweigleitungen bereitgestellt werden. Diese Gleichungen sind somit nur nach ihrer Integration in kompletten Nachrechnungs- und Bemessungsalgorithmen rationell nutzbar. Das bedeutet, es müssen die Netzkonfiguration und die Teilstreckendaten im Rechner gespeichert sein. Im Abschnitt 6. wird eine solche Variante vorgestellt.

Die Mehrzahl der angegebenen Gleichungen, die die Einzelwiderstands-Druckverluste beschreiben, sind somit nur als Bausteine in komplexen Systemen der Druckverlustberechnung zu verstehen. Die Einzelauswertung per Rechner liefert gegenüber der

Diagrammablesung kaum einen Rationalisierungseffekt. Eine Ausnahme bildet lediglich die Nachrechnung der Druckverluste in Drosselstellen (Blenden, Stellventilen) oder deren Bemessung, da es sich hierbei um eine abgeschlossene, praxisübliche Aufgabe handelt.

##### 4.8.1. Druckverluste in Drosselstrecken

Mit dem in Bild 4.15 vorgestellten Flußplan können für das Durchflußmedium Wasser Drosselblenden und Stellventile bemessen und nachgerechnet werden. Grundlage bilden die Abschnitte 4.1.2. und 4.3.3. bzw. die Zusammenfassung Anhang III, Bild 23.

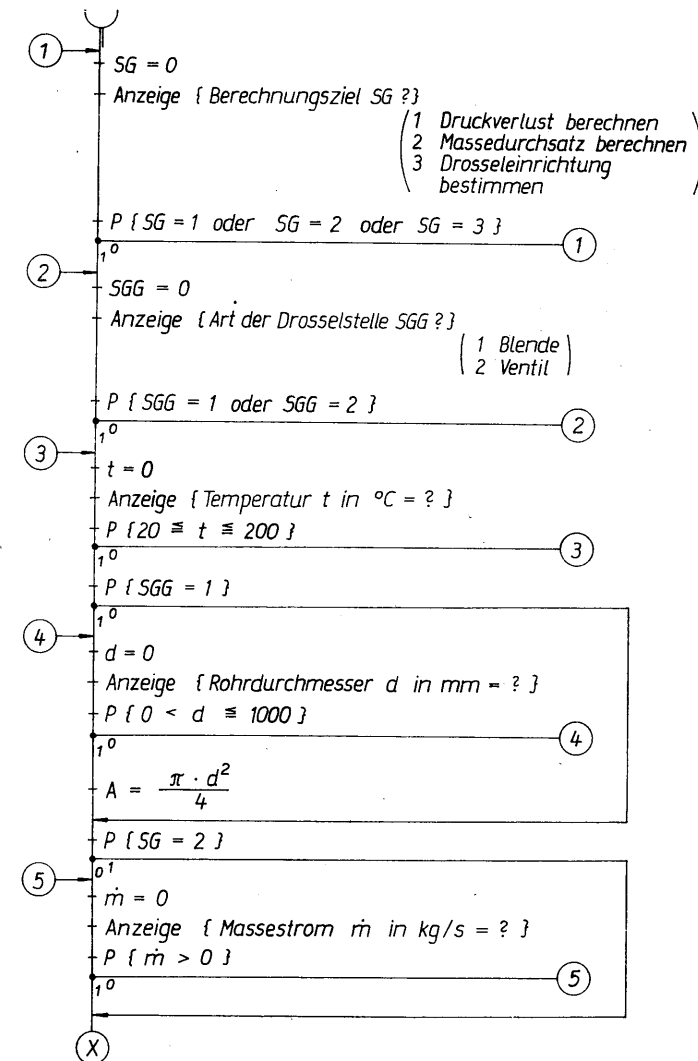


Bild 4.15 (1)

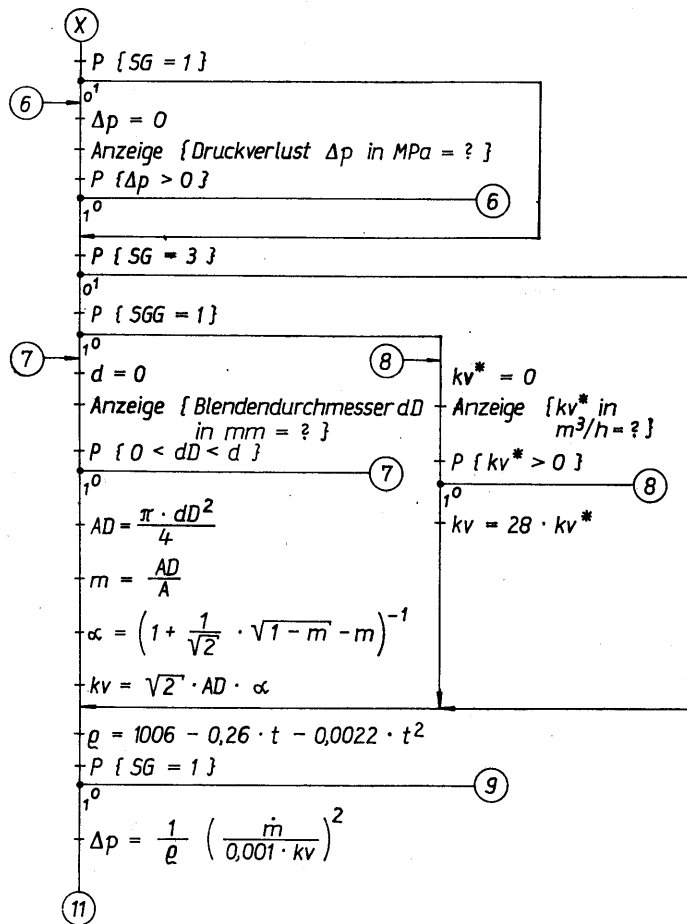


Bild 4.15 (2)

Berechnungsziele können sein:

1.  $\Delta p$  MPa Druckabfall über der Drosselstrecke ( $\Delta p \equiv \Delta p_E^+$ )
2.  $\dot{m}$  kg/s Massestrom
3.  $k^*$  m³/h Ventilkoeffizient eines Stellventils

oder

$d$  mm Öffnungsdurchmesser einer Blende.

Die Größen, die nicht Berechnungsziel sind, müssen eingegeben werden. Weiterhin ist stets die Temperatur  $t$  in °C zu benennen. Wird eine Drosselblende betrachtet, muß man zusätzlich den Innendurchmesser der Rohrleitung  $d$  in mm eingeben. Die Abfrage erfolgt im Dialog.

Aus dem Anhang III, Bild 23 angegebenen, zugeschnittenen Berechnungsgleichung für den Massestrom

$$\dot{m} = 0,001 k_v \sqrt{\rho \Delta p} \quad (4.65)$$

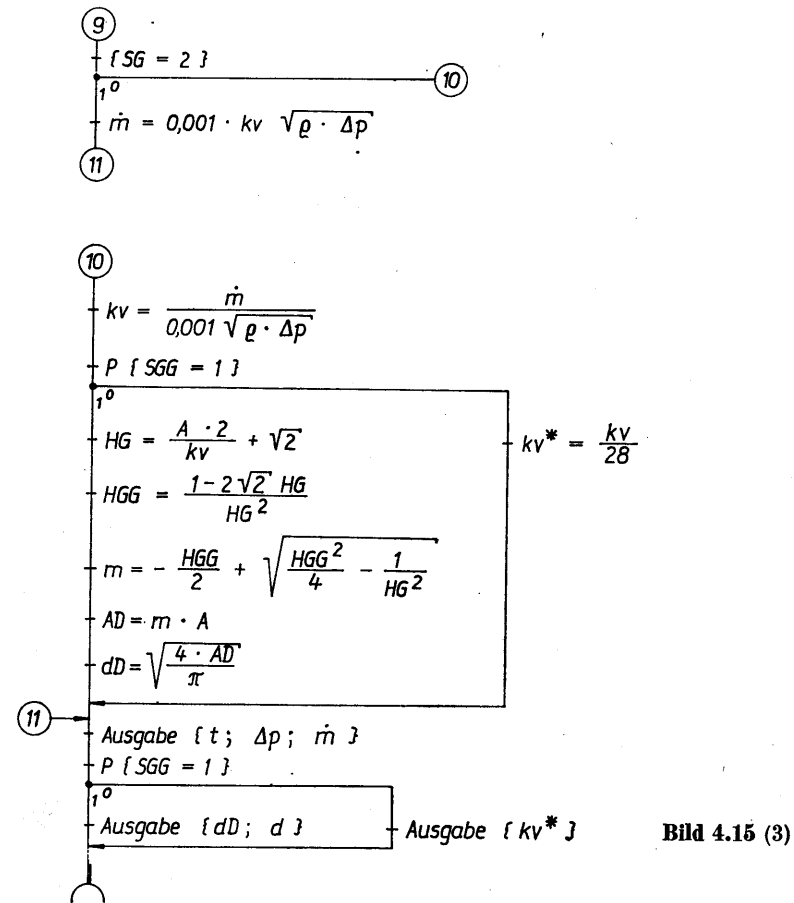


Bild 4.15 (3)

**Bild 4.15** Flußplan zur Druckverlustberechnung für Blenden und Stellventile

Wahlweise können die Druckverluste bzw. die Massedurchsätze berechnet oder die Drossel-einrichtungen bemessen werden. (Temperaturbereich: 20°C...200°C; Medium: Wasser)  
Einheiten: Druckdifferenzen in MPa; Masseströme in kg/s; Temperaturen in °C; Durchmesser in mm; Flächen in mm²;  $k^*$  in m³/h;  $k_v$  in mm²; Dichte in kg/m³.

folgt sofort die Druckdifferenz

$$\Delta p = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\dot{m}}{0,001 k_v} \right)^2 \quad (4.66)$$

oder der Ventilkoeffizient

$$k_v = \frac{1000 \dot{m}}{\sqrt{\rho \Delta p}} \quad (4.67)$$

Dabei gelten

$k_v$	mm <sup>2</sup>	Ventilkoeffizient ( $k_v = 28k_v^*$ )
$k_v^*$	m <sup>3</sup> /h	Ventilkoeffizient
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\Delta p$	MPa	Druckdifferenz (Druckverlust $\Delta p \equiv \Delta p_E$ )
$\dot{m}$	kg/s	Massestrom.

Bei Einbau einer Drosselscheibe gilt der Zusammenhang

$$k_v = \sqrt{2} A_D \alpha = \sqrt{2} m \alpha A \quad (4.68)$$

$$A_D \text{ mm}^2 \quad \text{Drosselquerschnitt} \left( A_D = \frac{\pi d_D^2}{4} \right)$$

$$A \text{ mm}^2 \quad \text{Rohrquerschnitt} \left( A = \frac{\pi d^2}{4} \right)$$

$$m \text{ —} \quad \text{Öffnungsverhältnis} (m = A_D/A)$$

$$\alpha \text{ —} \quad \text{Durchflußbeiwert.}$$

Damit sind die Gln. (4.65) und (4.66) in einfacher Weise auswertbar. Problematisch ist allerdings die Bestimmung von  $m$  aus Gl. (4.63). Es folgt aus Gl. (4.68) mit Gl. (4.63)

$$\frac{k_v}{\sqrt{2}} = \frac{mA}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1-m} - m} \quad (4.69)$$

Nach aufwendiger Umformung ergibt sich

$$m = -\frac{HGG}{2} + \sqrt{\frac{HGG^2}{4} - \frac{1}{HG^2}} \quad (4.70)$$

wobei die Abkürzungen

$$HG = \frac{2A}{k_v} + \sqrt{2} \quad (4.71)$$

$$HGG = \frac{1 - 2\sqrt{2} HG}{HG^2} \quad (4.72)$$

gelten.

Die vorgestellten Berechnungsgleichungen finden sich im Flußbild (Bild 4.15) in organisierter Folge. Die Indizes sind auf Zeilenhöhe geschrieben.

#### 4.8.2. Beispiele

##### Beispiel 1

Gegeben ist ein Ventil mit einem Ventilkoeffizient  $k_{vs}^* = 50 \text{ m}^3/\text{h}$ . Der Massedurchsatz beträgt  $\dot{m} = 20 \text{ kg/s}$ . Es ist der Druckverlust bei voller Ventilöffnung zu bestimmen. Anschließend ist die Fragestellung zu verändern, so daß  $\Delta p$  und  $\dot{m}$  zu berechnen sind.

##### Lösung

Das Flußbild 4.15 wird auf einem programmierbaren Taschen- oder Tischrechner umgesetzt. Mit den Eingaben

$$t = 90^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 20 \text{ kg/s}$$

$$k_v^* = 50 \text{ m}^3/\text{h}$$

berechnet sich der Druckverlust zu

$$\Delta p = 0,211532 \text{ MPa.}$$

Die zyklische Vertauschung des Berechnungsziels führt zu den jeweils gleichen Werten. Zur Probe sei eine Handrechnung durchgeführt (Gl. 4.65)):

$$\dot{m} = 0,001 \cdot 50 \cdot 28 \sqrt{965 \cdot 0,211532} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 20,00 \text{ kg/s.}$$

##### Beispiel 2

Für eine Drosselblende, die in einer Rohrleitung mit einem lichten Durchmesser  $d = 100 \text{ mm}$  eingebaut ist, soll der Lochdurchmesser  $d_D$  bestimmt werden.

Vorgegeben sind weiterhin:

$$t = 90^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 8 \text{ kg/s}$$

$$\Delta p = 0,006031 \text{ MPa.}$$

##### Lösung

Das Rechenprogramm auf der Grundlage des Flußbildes 4.15 liefert:

$$d_D = 60 \text{ mm.}$$

Eine Kontrollrechnung von Hand ergibt:

$$m = \left( \frac{60}{100} \right)^2 = 0,36$$

$$\alpha = \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - 0,36} - 0,36 \right)^{-1} = 0,8294$$

$$k_v = \sqrt{2} A_D \alpha = \sqrt{2} \frac{\pi \cdot 60^2}{4} \cdot 0,8294 \text{ mm}^2 = 3316,45 \text{ mm}^2$$

$$\dot{m} = 0,001 \cdot 3316,45 \sqrt{965 \cdot 0,006031} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 8,001 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

# 5. Algorithmus zur numerischen Druckberechnung von inkompressiblen Strömungen

Aus der Energiegleichung für inkompressible Medien (Gl. (2.14)) folgte die druckbezogene Form (Gl. (2.19)):

$$p_1 + \rho g z_1 + K_{E,1} \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + K_{E,2} \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2 + \Delta p_{V,12}. \quad (5.1)$$

Der Druckverlust berechnet sich nach den Gln. (2.18), (3.1) und (4.7) zu

$$\Delta p_V = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 = Rl + S \sum \zeta. \quad (5.2)$$

Soweit sind die Berechnungsgleichungen für eine Rohrleitung zwischen den Querschnitten 1 und 2 bekannt und anwendbar.

In diesem Abschnitt geht es darum, einen möglichst rationellen Berechnungsalgorithmus zu finden. Dabei sollen manuelle und teilautomatisierte Verfahren im Vordergrund stehen.

## 5.1. Gliederung eines Rohrsystems und praktische Vereinfachungen

Im Bild 5.1 ist schematisch ein **Rohrnetz** mit einer Einspeisung und zwölf Abnehmern dargestellt. Es besteht aus 23 Rohrabschnitten, den **Teilstrecken**. Diese erstrecken sich jeweils zwischen: Einspeisestelle — Knoten; Knoten — Knoten; Knoten — Knoten; Knoten — Abnehmer. Dabei muß nicht jeder Knoten eine Mehrfachverzweigung darstellen; so schließt beispielsweise nur die Teilstrecke 18 an die Teilstrecke 17 an. Eine unmittelbare Folge von Teilstrecken bildet eine **Strecke** bzw. einen **Strang**. Im Modellnetz könnten dies z. B. die Teilstrecken 1, 2, 3, 4, 5, 6 oder 17, 18, 19, 21 usw. sein. Solche Einteilungen haben keine physikalische, sondern nur rechenorganisatorische Bedeutung.

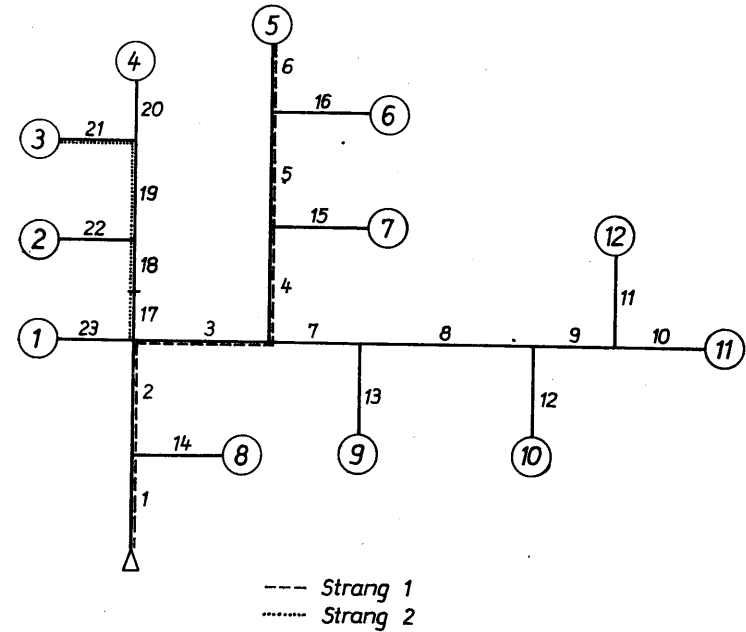
Kernstück der Berechnung soll die *Teilstrecke* sein. Ihr Anfang und Ende sei mit den bisher symbolisch verwendeten Querschnitten 1 und 2 identisch. Bild 5.2 zeigt detailliert einen Netzausschnitt mit höhenmäßiger Einordnung der Rohrleitungen. Jede Teilstrecke *x* muß folgende Eigenschaften aufweisen:

- konstanter Durchmesser  $d_x$
- konstante Medientemperatur  $t_x$
- konstanter Massestrom  $\dot{m}_x$ .

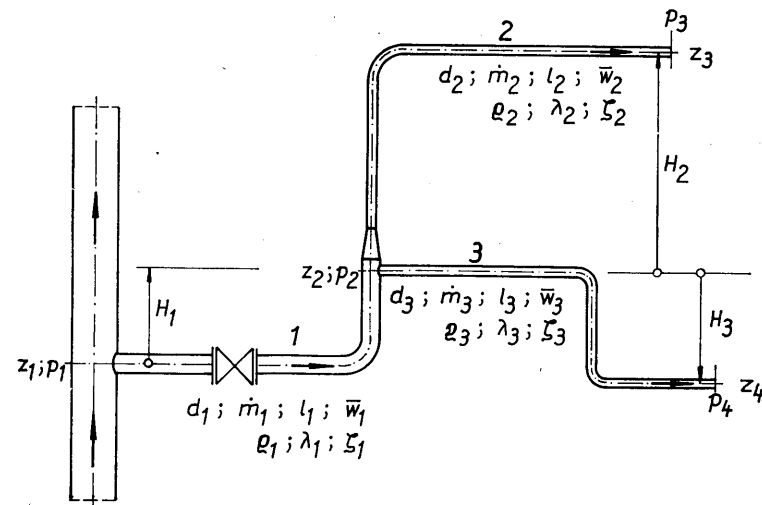
Für inkompressible Medien ergibt sich daraus auch

- konstante Geschwindigkeit  $\bar{w}_x$ .

Damit ist die Unterteilung im Bild 5.2 begründet.



**Bild 5.1** Rohrnetz im Verastelungssystem mit einer Einspeisung und beispielhafter Strangbildung



**Bild 5.2** Detaillierter Ausschnitt aus einem Rohrnetz mit drei Teilstrecken

Zur einfacheren Handhabung der Gleichungen und zur Zusammenfassung von Termen gelten folgende Vereinbarungen:

- Anstelle der Einzelhöhen ist es rationeller, die **Höhendifferenzen** (vgl. Bild 5.2)

$$H_1 = z_2 - z_1; H_2 = z_3 - z_2; H_3 = (z_4 - z_2) < 0$$

zu verwenden. Sie sind bei steigenden Teilstrecken positiv, bei fallenden negativ!

- Als Abkürzung wird ein **modifizierter Gesamtdruck**

$$\tilde{p} = p + K_E \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 \quad (5.3)$$

eingeführt. Für eine **vereinfachte Rechnung** gilt:  $K_E = 1$

- Bei Rohrverzweigungen werde der Druckverlust  $\Delta p_E$  dem Abzweig zugeordnet. Im Schnittpunkt der Rohrachsen sollen die Drücke und Geschwindigkeiten des Hauptrohres gelten.

## 5.2. Druckberechnung für Teilstrecken

### 5.2.1. Teilstreckenformen

- **Teilstrecke  $x$  in Normalform** (Bild 5.3)

Die  $(\sum \zeta)_x$  ist aus den Einzelwiderstandsbeiwerten

- 1 T-Stück, Abzweig, Trennung
- 1 Ventil
- 1 Krümmer

zu bilden. Die Geschwindigkeit ändert sich von  $\bar{w}$  auf  $\bar{w}_x$ . Für den Druck am Ende der Teilstrecke  $x$  gilt:

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2. \quad (5.4)$$

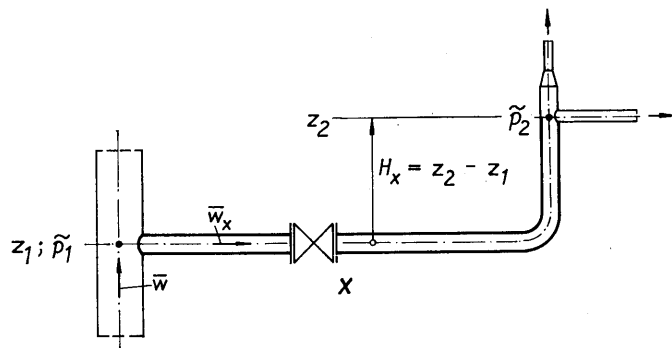


Bild 5.3 Normalform einer Teilstrecke

- **Teilstrecke  $x$  mit Einlauf** (Bild 5.4)

Nach einem Einlauf muß sich das Geschwindigkeitsprofil erst herausbilden. Bild 5.5 zeigt die Entwicklungen beispielhaft für drei Querschnitte (a, b, c) mit den jeweils dort vorhandenen Geschwindigkeitsverteilungen. Die Rohrstrecke, innerhalb der sich das endgültige Profil formt, nennt man **Anlaufstrecke** (vgl. Abschnitt 1.). Die Rohrreibung ist bei ausgebildetem Strömungsprofil am kleinsten. Sie wird durch  $\lambda_x \frac{l_x}{d_x}$  erfaßt. Innerhalb der Anlaufstrecke  $l_a$  tritt infolge verstärkter Wandreibung ein größerer Druckverlust auf. Dieser zusätzliche Verlust wird üblicherweise durch einen  $\zeta$ -Wert ausgedrückt. Es gilt überschläglich:

$$\zeta_{an} \approx 0,2. \quad (5.5)$$

Damit sind bei der Summierung der Einzelwiderstandsbeiwerte  $(\sum \zeta)_x$

- 1 Einlauf
- 1 Anlauf
- 1 Krümmer

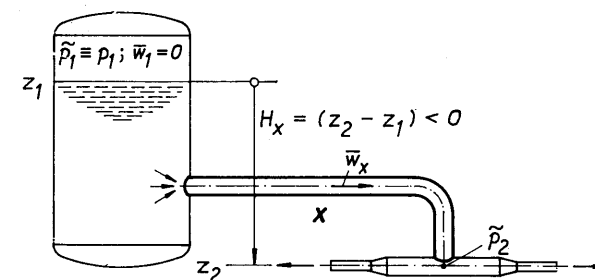
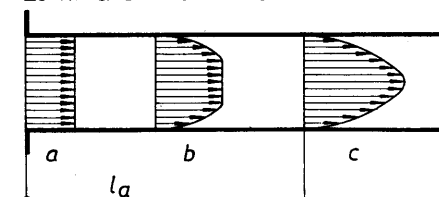


Bild 5.4 Teilstrecke mit Einlauf

### Laminare Anlaufstrecke



### Turbulente Anlaufstrecke

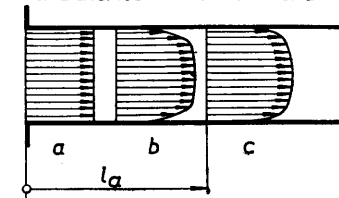


Bild 5.5 Ausbildung des Strömungsprofils ausgehend von der Kolbenströmung am Einlauf

zu berücksichtigen. Die Geschwindigkeit steigt im Einlauf von  $\bar{w}_1 = 0$  auf  $\bar{w}_x$  an. Wegen  $\bar{w}_1 = 0$  gilt  $\tilde{p}_1 \equiv p_1$ .

Der Druck am Ende der Teilstrecke beträgt dann

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2. \quad (5.6)$$

Der Druckabfall, der durch den Aufbau des Geschwindigkeitsprofils entsteht, ist bereits im modifizierten Gesamtdruck gemäß Gl. (5.3) enthalten.

$$\tilde{p}_2 = p_2 + K_E \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2.$$

#### Anmerkung

Oft wird der Anlaufverlust aus

$$\zeta'_{an} = \zeta_{an} + (K_E - 1) \quad (5.7)$$

gebildet. Es gelten dann für laminare Strömung  $\zeta'_{an} = 1,25$  und für turbulente Strömung  $\zeta'_{an} = 0,14 \dots 0,22$ . Der Anlaufverlust bei turbulenter Strömung ist kleiner als bei laminarer Strömung, da sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der ausgebildeten turbulenten Strömung von der Kolbenströmung am Eintritt weniger unterscheidet als bei der Laminarströmung (vgl. Bild 5.5).

Bei der Definition nach Gl. (5.7) muß allerdings  $\tilde{p}_2$  neu festgelegt werden:

$$\tilde{p}_2 = p_2 + \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2. \quad (5.8)$$

Für eine Rohrleitung konstanten Durchmessers liefern beide Varianten gleiche Ergebnisse, nicht aber bei Geschwindigkeitsänderungen.

#### ● Teilstrecke $x$ mit Auslauf (Bild 5.6)

Grundsätzlich sind zwei verschiedene Gedankenmodelle möglich.

Bei *Variante I* liegt die Bilanzfläche unmittelbar vor dem Austritt. Die Summe der Einzelwiderstandsbeiwerte  $(\sum \zeta)_x^I$  ist aus

- 1 T-Stück, Durchgang, Trennung
- 2 Krümmer

zu bilden.

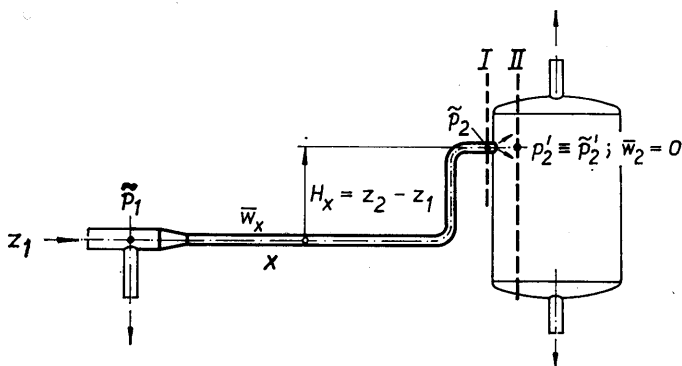


Bild 5.6 Teilstrecke mit Auslauf

Der Druck am Ende der Teilstrecke  $x$  beträgt

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x^I \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2. \quad (5.9)$$

Bei *Variante II* befindet sich die Bilanzfläche, die das Ende der Teilstrecke  $x$  markiert, im Behälter. Die Einzelwiderstandsbeiwerte  $(\sum \zeta)_x^{II}$  beinhalten dann

- 1 T-Stück, Durchgang, Trennung
- 2 Krümmer
- 1 Auslauf.

Damit folgt

$$\tilde{p}_2' = \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x^{II} \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2. \quad (5.10)$$

Der Druck  $p_2$  am Auslauf der Rohrleitung muß gleich dem Druck im Behälter in Höhe der Rohrleitung  $p_2' \equiv p_2''$  sein, da  $\bar{w}_2 = 0$  gilt.

*Probe:* (Statische Drücke im Querschnitt I und II müssen gleich sein!)

$$\begin{aligned} p_2 = \tilde{p}_2 - K_E \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 &= \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x^I \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 - K_E \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 \\ &= \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x^{II} \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 = p_2' \\ &\quad - K_E \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 = [ -(\sum \zeta)_x^{II} + (\sum \zeta)_x^I ] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 \end{aligned}$$

$$K_E = \zeta_{\text{Auslauf}}.$$

Aus Gl. (4.51) folgt für eine sehr große Querschnittsänderung ( $A_2 \gg A_1$ )

$$\zeta = K_E.$$

Das heißt, beide Ansätze sind gleichwertig. Es wird empfohlen, Gl. (5.10) zu verwenden.

#### ● Teilstrecke $x$ mit Einlauf und Auslauf (Bild 5.7)

Die Bilanzflächen sind im Bild angegeben. Die Einzelwiderstandsbeiwerte berechnen sich durch Summation von

- 1 Einlauf
- 1 Anlauf
- 2 Ventile
- 1 Krümmer
- 1 Auslauf.

Der Druck am Ende der Teilstrecke beträgt somit

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2. \quad (5.11)$$

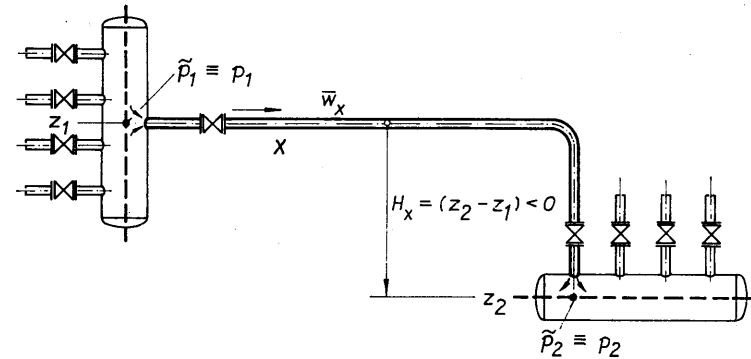


Bild 5.7 Teilstrecke mit Ein- und Auslauf

wobei in diesem Sonderfall

$$\tilde{p}_2 \equiv p_2; \quad \tilde{p}_1 \equiv p_1$$

gelten.

- **Teilstrecke  $x$  mit eingebautem Stellventil oder mit einem Apparat**

Zusätzlich zur Rohrreibung und dem durch  $\zeta$ -Werte erfaßten Druckverlust werden die Druckdifferenzen  $\Delta p_E^+$  subtrahiert, die beim Durchströmen von Stellventilen und Apparaten auftreten. Die Werte  $\Delta p_E^+$  können aus  $k_v$ -Angaben nach Gl. (4.8) bzw. (4.9) folgen oder Kennfeldern entstammen.

- **Teilstrecke  $x$  mit eingebauter Pumpe**

Der in einer Pumpe vorhandene Gesamtdrucksprung beträgt mit den im Bild 5.8 festgelegten Größen

$$\Delta p_P = p_D - p_S + K_E \frac{\rho_x}{2} (\bar{w}_D^2 - \bar{w}_S^2) + \rho_x g H_P. \quad (5.12)$$

Weiterhin wird die Teilstrecke  $x$  in drei Abschnitte zerlegt. Es gelten die Einzeldruckbilanzen und die Summation:

$$p_S = p_1 - \rho_x g H'_x + K_E \frac{\rho_x}{2} (\bar{w}_x^2 - \bar{w}_S^2) - \Delta p'_{V,x}$$

$$p_D = p_S - \rho_x g H_P + K_E \frac{\rho_x}{2} (\bar{w}_S^2 - \bar{w}_D^2) + \Delta p_P$$

$$p_2 = p_D - \rho_x g H''_x + K_E \frac{\rho_x}{2} (\bar{w}_D^2 - \bar{w}_x^2) - \Delta p''_{V,x}$$

$$p_2 = p_1 - \rho_x g H_x - \Delta p_{V,x} + \Delta p_P$$

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \Delta p_{V,x} + \Delta p_P. \quad (5.13)$$

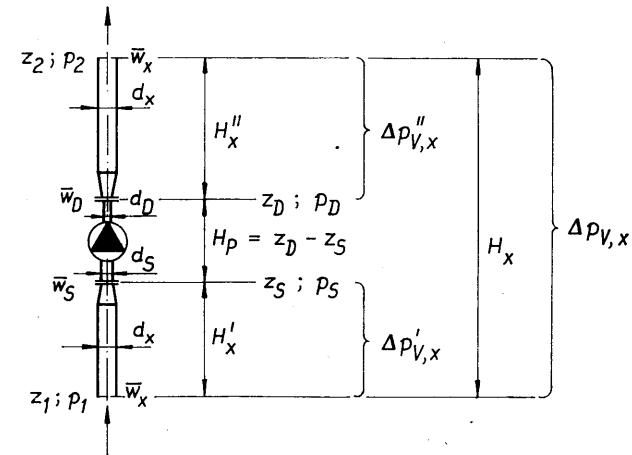


Bild 5.8 Teilstrecke mit Pumpe

Damit kann die Teilstrecke in üblicher Weise durchgehend betrachtet werden. Es ist lediglich der Gesamtpumpendruck  $\Delta p_P$  zu addieren. Man könnte  $\Delta p_P$  als „negativen Druckverlust“ der Teilstrecke  $x$  betrachten.

- **Zusammenfassung**

Zur Berechnung des Druckverlaufs in einer Teilstrecke  $x$  kann die Gleichung

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \rho_x g H_x - \left[ \lambda_x \frac{l_x}{d_x} + (\sum \zeta)_x \right] \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 - \Delta p_E^+ + \Delta p_P \quad (5.14)$$

allgemeingültig verwendet werden. Es bedeuten:

$\tilde{p}$  – modifizierter Gesamtdruck  $\left( p + K_E \frac{\rho_x}{2} \bar{w}_x^2 \right)$

$H_x$  – Höhenunterschied ( $z_2 - z_1$ )

$\Delta p_E^+$  – Druckverlust eines speziellen Einzelwiderstandes (Stellventil, Apparat)

$\Delta p_P$  – Förderdruck einer Pumpe.

Anspruchsvolle Programmsysteme bieten zur Auswertung jedes in Gl. (5.14) enthaltenen Summanden spezielle Unterprogramme an [10], wobei beispielsweise der Pumpendruck durch ein Polynom approximiert wird, dessen Koeffizienten für eine große Typenvielfalt in aufwendigen Katalogen gespeichert werden. Hier sollen nicht komplette Programmsysteme vorgestellt, sondern nur die arbeitsintensiven Berechnungsgänge in Programmbausteine gefaßt werden. Damit bleibt die Gesamtberechnung übersichtlich und Raum für die Eigeninitiative zur weiteren, aufgabenbezogenen Komplettierung erhalten.

Für die Auswertung der Gl. (5.14) sei deshalb angenommen, daß der Pumpendruck aus Kennfeldern entnehmbar und der geodätische Druckanteil (Höhenglied) mühelos auswertbar ist. Der Druckverlust eines speziellen Einzelwiderstandes  $\Delta p_E^+$  folgt aus Abschnitt 4.8.1. für vorgegebene  $k_v$ -Werte oder Blendendurchmesser. Das für den

Dialog geeignete Programm ist für Bemessungs- als auch Nachrechnungsaufgaben einsetzbar. Arbeitsintensiv gestaltet sich allerdings die Druckverlustberechnung. Hierauf sei anschließend besonders eingegangen.

### 5.2.2. Druckverlust einer Teilstrecke

Die Gl. (5.2) kann prinzipiell nach drei unterschiedlichen Varianten ausgewertet werden. Gegeben sind im allgemeinen Fall die Größen:

$$l; d; \varepsilon; \sum \zeta; t; \dot{m}.$$

#### Anmerkung

Zur Rationalisierung der Berechnung werden bei Heizwassernetzen vielfach Vor- und Rücklauf einer Teilstrecke bezüglich der Länge und der Einzelwiderstände zusammengefaßt und in einem Rechengang betrachtet. Es ist dann die mittlere Temperatur  $t = 0,5(t_V + t_R)$  zu verwenden. Über die möglichen Fehler gibt Anhang I Auskunft.

#### Variante I: Manuelle Berechnung mit diagrammatischer Bestimmung des Rohrreibungsbeiwertes

Folgende Arbeitsschritte sind vorzunehmen:

- Stoffwerte  $\rho$  und  $\eta$  oder  $\nu$  in Abhängigkeit von  $t$  aufsuchen [8];
- Geschwindigkeit ausrechnen

$$\bar{w} = \frac{4\dot{m}}{\rho\pi d^2};$$

- Nach Gl. (1.1) REYNOLDS-Zahl ermitteln:

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\eta\pi d} = \frac{\bar{w}d}{\nu};$$

- Mit der Rohrrauigkeit  $\varepsilon$  und dem Rohrdurchmesser  $d$  den Quotienten  $\varepsilon/d$  bilden;
- Rohrreibungsbeiwert  $\lambda$  aus Bild 3.2 entnehmen;
- Druckverlust nach Gl. (5.2) bestimmen!

#### Variante II: Manuelle Berechnung mittels Tabellen

Unter der Voraussetzung, daß das verwendete Rohrmaterial dem Tabellensortiment entspricht ( $d; \varepsilon$ ) und die Medientemperatur ( $t$ ) mit der Tabellengrundlage übereinstimmt, vereinfacht sich der Berechnungsablauf beträchtlich. Es sind folgende Schritte erforderlich:

- Für  $\dot{m}$  und  $d$  aus der Tabelle das Wertetripel

$R$  Spezifischer Druckverlust in Pa/m

$\bar{w}$  Geschwindigkeit in m/s

$S$  Staudruck in Pa

entnehmen;

- Druckverlust nach Gl. (5.2) bestimmen!  
Geschwindigkeit dient nur zur Information.

#### Variante III: Rechenprogramm

Der Flußplan zur Druckverlustermittlung einer Teilstrecke (Bild 5.9) beginnt mit der dialogmäßigen Abfrage der Größen:  $t; \dot{m}; d; l; \sum \zeta$ .

Die Approximationen für die Dichte und die dynamische Viskosität ergeben im Temperaturbereich von 20...200°C maximale Fehler von 0,16 bzw. 0,15%. (Statt der dynamischen Viskosität kann auch die kinematische Viskosität verwendet werden  $\nu = \eta/\rho$ .) Die Rauigkeitswerte  $\varepsilon$  gelten für in Heizungsanlagen eingesetzte Stahlrohre. Der Algorithmus zur iterativen Berechnung des Rohrreibungsbeiwertes  $\lambda$  entspricht dem Bild 3.1.

#### Beispiel

Nach den vorgestellten Varianten I bis III ist die Druckverlustberechnung für folgende Rohrleitung durchzuführen:

$$\begin{aligned} t &= 60^\circ\text{C} & l &= 20 \text{ m} \\ \dot{m} &= 6,3 \text{ kg/s} & \sum \zeta &= 5,5. \\ d &= 100 \text{ mm} \end{aligned}$$

#### Variante I:

Aus [8] ergeben sich die Stoffwerte:

$$\rho = 983,4 \text{ kg/m}^3; \quad \eta = 467 \cdot 10^{-6} \text{ kg/s m}.$$

Die Geschwindigkeit beträgt

$$\bar{w} = \frac{4 \cdot 6,3}{983,4 \cdot \pi \cdot 0,1^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,816 \text{ m/s}.$$

Mit

$$Re = \frac{4 \cdot 6,3}{467 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 0,1} = 171765$$

und

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0,05}{100} = 0,0005$$

folgt aus Bild 3.2

$$\lambda = 0,019.$$

Damit ergibt dann Gl. (5.2)

$$\Delta p_V = \left(0,019 \frac{20}{0,1} + 5,5\right) \frac{983,4}{2} 0,816^2 \text{ Pa} = 3045 \text{ Pa}.$$

#### Variante II:

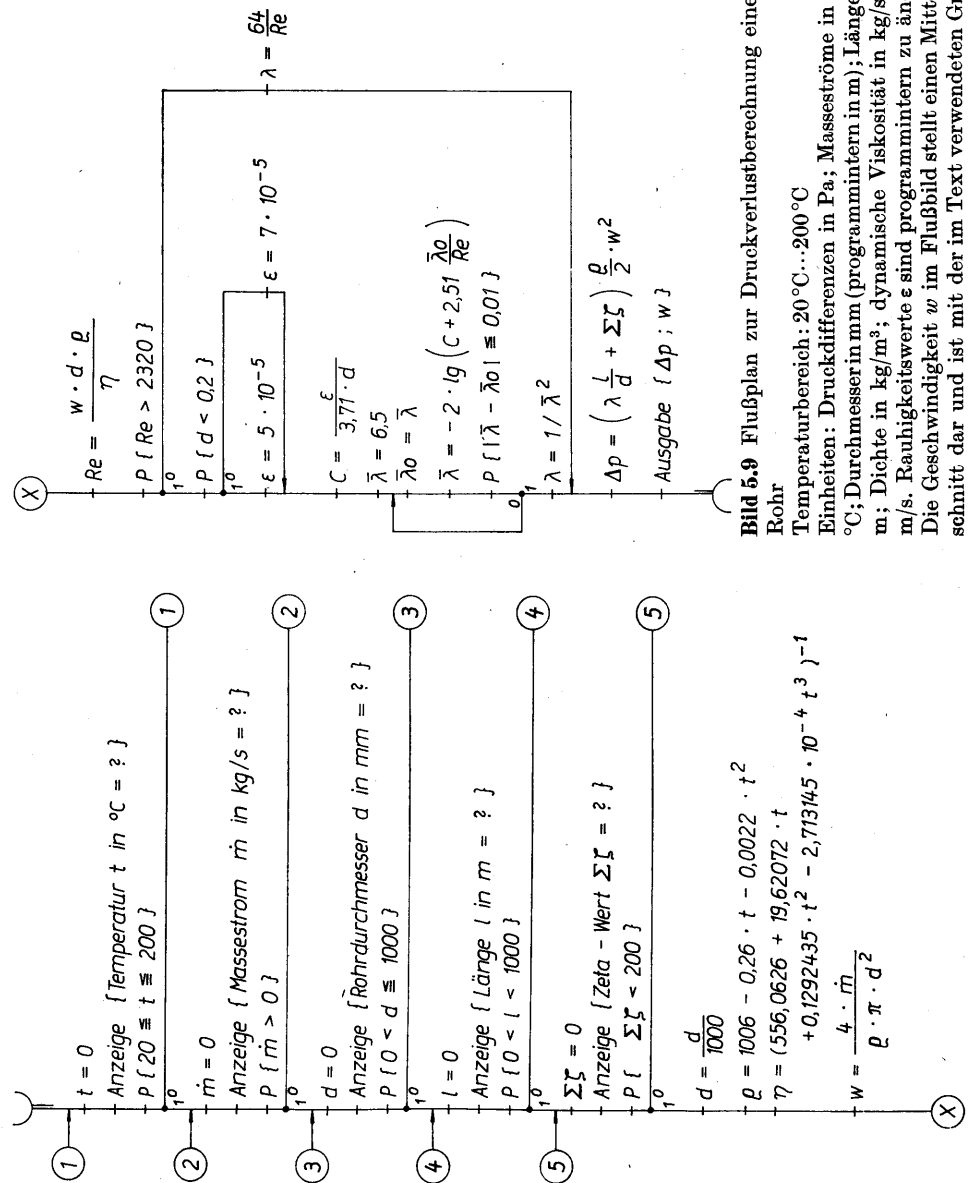
Aus Anhang I folgen (Bezugstemperatur 60°C)

$$R = 62,5 \text{ Pa/m}$$

$$\bar{w} = 0,82 \text{ m/s}$$

$$S = 327 \text{ Pa}.$$





**Bild 5.9** Flußplan zur Druckverlustberechnung einer Wasserströmung im Rohr  
Temperaturbereich:  $20^{\circ}\text{C} \dots 200^{\circ}\text{C}$   
Einheiten: Druckdifferenzen in Pa; Masseströme in  $\text{kg/s}$ ; Temperaturen in  $^{\circ}\text{C}$ ; Durchmesser in  $\text{mm}$  (programmintern in  $\text{m}$ ); Längen und Rauigkeiten in  $\text{m}$ ; Dichte in  $\text{kg/m}^3$ ; dynamische Viskosität in  $\text{kg/sm}$ ; Geschwindigkeit in  $\text{m/s}$ . Rauigkeitswerte sind programmintern zu ändern!  
Die Geschwindigkeit  $w$  im Flußbild stellt einen Mittelwert über dem Querschnitt dar und ist mit der im Text verwendeten Größe  $\bar{w}$  identisch.

Die Gl. (5.2) liefert damit:

$$\Delta p_v = (62,5 \cdot 20 + 327 \cdot 5,5) \text{ Pa} = 3049 \text{ Pa.}$$

*Variante III:*

Ein Rechenprogramm, das auf der Grundlage des Flußbildes 5.9 erstellt wurde, ergibt die Werte:

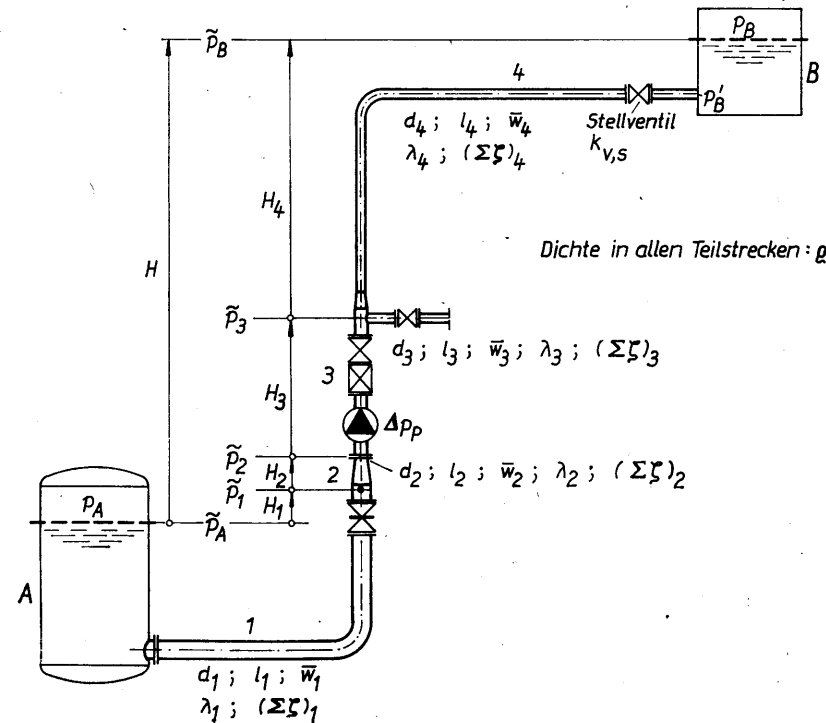
$$\Delta p_v = 3051 \text{ Pa}$$

$$\bar{w} = 0,82 \text{ m/s.}$$

Die Unterschiede von 0,20% sind bedeutungslos.

### 5.3. Druckberechnung für Fördersysteme

Unter Fördersystemen sollen Rohrleitungen, in denen ein flüssiges Medium von einem Ort zum anderen transportiert wird, verstanden werden. In der Heizungstechnik sind Kondensatnetze oder offene Kühlwassernetze Beispiele für Fördersysteme. Im Bild 5.10 ist ein Rohrsystem mit Pumpe dargestellt, das von einem Behälter A Wasser in einen höher gelegenen Behälter B fördern soll. Die Rohrleitung besteht



**Bild 5.10** Schema eines Fördersystems

aus drei Abschnitten unterschiedlichen Durchmessers. Der erforderliche Pumpendruck und der sich einstellende Druck am Saugstutzen der Pumpe sind zu bestimmen.

Bezugnehmend auf Gl. (5.14) ergeben sich für:

Teilstrecke 1

$$\tilde{p}_1 = \tilde{p}_A - \rho g H_1 - \left[ \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + (\sum \zeta)_1 \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2$$

$(\sum \zeta)_1$ : Einlauf, Anlauf, Krümmer, Schieber

Teilstrecke 2

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \rho g H_2 - \left[ \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + (\sum \zeta)_2 \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2$$

$(\sum \zeta)_2$ : Düse

Teilstrecke 3

$$\tilde{p}_3 = \tilde{p}_2 - \rho g H_3 - \left[ \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} + (\sum \zeta)_3 \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_3^2 + \Delta p_P$$

$(\sum \zeta)_3$ : Rückschlagventil; Absperrventil

Teilstrecke 4

$$\tilde{p}_B = \tilde{p}_3 - \rho g H_4 - \left[ \lambda_4 \frac{l_4}{d_4} + (\sum \zeta)_4 \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_4^2 - \Delta p_{E, \text{Ventil}}^+$$

$(\sum \zeta)_4$ : T-Stück, Durchgang, Trennung; Krümmer; Auslauf

Die Summation ergibt

$$\tilde{p}_B = \tilde{p}_A - \rho g (H_1 + H_2 + H_3 + H_4) - \sum_{i=1}^4 \left[ \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + (\sum \zeta)_i \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_i^2 + \Delta p_P - \Delta p_{E, \text{Ventil}}^+$$

woraus mit  $H = H_1 + H_2 + H_3 + H_4$  der Pumpendruck als sofort plausibles Ergebnis folgt:

$$\Delta p_P = \tilde{p}_B - \tilde{p}_A + \rho g H + \sum_{i=1}^4 \left[ \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + (\sum \zeta)_i \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_i^2 + \Delta p_{E, \text{Ventil}}^+. \quad (5.15)$$

Bei einem Fördersystem berechnet sich der Pumpendruck aus der Differenz der Behälterdrücke ( $p_B - p_A$ ), dem Druck der Wassersäule ( $\rho g H$ ) und den Druckverlusten.

Der Druck am Saugstutzen berechnet sich aus  $\tilde{p}_2$ . Dieser wiederum ergibt sich durch Addition der ersten beiden Teilstrecken

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_A - \rho g (H_1 + H_2) - \sum_{i=1}^2 \left[ \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + (\sum \zeta)_i \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_i^2.$$

Schließlich beträgt der Saugdruck

$$p_S = p_2 = \tilde{p}_A - K_E \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2 - \rho g (H_1 + H_2) - \sum_{i=1}^2 \left[ \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + (\sum \zeta)_i \right] \frac{\rho}{2} \bar{w}_i^2. \quad (5.16)$$

**Zahlenbeispiel**

Für das im Bild 5.10 gezeigte Rohrsystem gelten folgende Werte:

$$\begin{aligned} p_A &= 0,18 \text{ MPa}; & p_B &= 0,20 \text{ MPa}; & k_{vs}^* &= 12,5 \text{ m}^3/\text{h} \\ H_1 &= 0,5 \text{ m}; & H_2 &= 0,5 \text{ m}; & H_3 &= 2 \text{ m}; & H_4 &= 4 \text{ m}. \end{aligned}$$

Die Nenndurchmesser, Masseströme und Teilstreckenlängen sind in Tabelle 5.1 eingetragen. Das Fördermedium ist aufbereitetes Kesselspeisewasser mit der Temperatur  $t = 40^\circ\text{C}$ .

Der Pumpendruck und der Saugdruck sind zu bestimmen. Der letztgenannte Wert ist unter Variation von  $K_E = 1,05$  und  $K_E = 1$  zu berechnen.

**Lösung**

Die Einzelwiderstandsbeiwerte ergeben sich gemäß der bereits vorgestellten Auflistung zu:

$$(\sum \zeta)_1 = 0,5 + 0,2 + 0,3 + 0,3 = 1,3$$

$$(\sum \zeta)_2 = 0,1$$

$$(\sum \zeta)_3 = 6 + 5 = 11 \text{ (Annahme, da Fabrikat unbekannt!)}$$

$$(\sum \zeta)_4 = 0,2 + 0,3 + 1,0 = 1,5.$$

Die Druckverlustberechnung erfolgte mit Hilfe der Tabellen in Anhang I. Das Ergebnis ist aus Tabelle 5.1 zu entnehmen.

**Tabelle 5.1** Ermittlung der Druckverluste

Teilstrecke	$\dot{m}$ kg/s	DN	$R$ Pa/m	$l$ m	$Rl$ Pa	$S$ Pa	$\sum \zeta$ —	$S \sum \zeta$ Pa	$\bar{w}$ m/s
1	4	80	74,5	8,0	596	292	1,3	380	0,77
2	4	50	792	0,5	396	1902	0,1	190	2,0
3	4	50	792	2,0	1584	1902	11	20922	2,0
4	2,3	40	847	10,0	8470	1529	1,5	2294	1,8
					$\sum \Delta p_{V,1...4}$ :	11046			23786
					$\sum \Delta p_{V,1...4}$ :	34832 Pa			
					$\sum \Delta p_{V,1...2}$ :	992			570
					$\sum \Delta p_{V,1...2}$ :	1562 Pa			

Der Druckabfall im Stellventil berechnet sich nach Anhang III, Bild 23 zu:

$$\Delta p_{E, \text{Ventil}} = \frac{1}{\varrho} \left( \frac{\dot{m}}{0,001 \cdot k_v} \right)^2 = \frac{1}{992,4} \left( \frac{2,3}{0,001 \cdot 12,5 \cdot 28} \right)^2 \text{ MPa} = 0,043514 \text{ MPa}.$$

Damit kann nach Gl. (5.15) der Pumpendruck bestimmt werden:

$$\Delta p_P = (0,20 \cdot 10^6 - 0,18 \cdot 10^6 + 992,4 \cdot 9,81 \cdot 7 + 34832 + 43514) \text{ Pa}$$

$$\Delta p_P = 166494 \text{ Pa}.$$

Der Druck am Saugstutzen ergibt sich nach Gl. (5.16) für

$$K_E = 1,05$$

$$p_S = \left( 0,18 \cdot 10^6 - 1,05 \frac{992,4}{2} 2^2 - 992,4 \cdot 9,81 \cdot 1 - 1562 \right) \text{ Pa}$$

$$p_S = 166619 \text{ Pa}$$

$$K_E = 1$$

$$p_S = 166718 \text{ Pa}.$$

Die Abweichung beträgt 0,06%.

Bei einem offenen Rohrsystem kann der Ungleichförmigkeitsgrad ohne merklichen Fehler  $K_E = 1$  gesetzt werden.

## 5.4. Druckberechnung für Zirkulationssysteme

Zirkulationssysteme stellen in sich geschlossene Rohrsysteme dar, in denen das flüssige Medium im Kreislauf gefördert wird. Solche Systeme dienen beispielsweise dem Wärmetransport zwischen zwei Orten. Kennzeichnend ist der stationäre Massestrom bei ungleichen Temperaturen und Dichten im Vor- und Rücklauf. Beispiele für derartige Systeme sind alle Heizwassernetze.

Bild 5.11 zeigt ein solches System. Im Wärmeübertrager *A* wird der Massestrom erwärmt. Die Austrittsparameter betragen  $t_1$ ;  $\varrho_1$ . Im Wärmeübertrager *B* erfolgt die Kühlung des flüssigen Mediums auf  $t_2$ ;  $\varrho_2$ . Längs der Rohrleitungen ändern sich die jeweiligen Dichten näherungsweise nicht. Der Pumpendruck ist zu bestimmen. Ausgehend von Gl. (5.14) folgen für:

Teilstrecke 1

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}_1 - \varrho_1 g H_1 - \left[ \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + (\sum \zeta)_1 \right] \frac{\varrho_1}{2} \bar{w}_1^2 - \frac{1}{2} \Delta p_{E,A} - \frac{1}{2} \Delta p_{E,B}$$

$(\sum \zeta)_1$ : 2 Ventile, 2 Krümmer

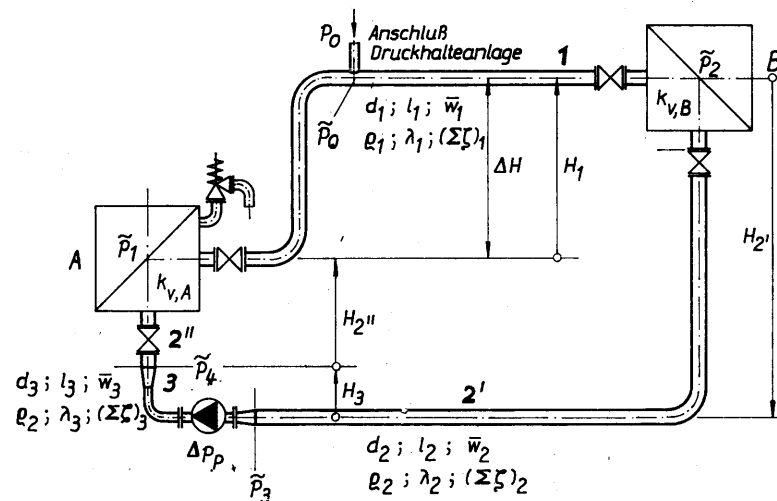


Bild 5.11 Schema eines Zirkulationssystems

Teilstrecke 2 (Zusammenfassung von 2' und 2'')

$$\tilde{p}_3 + \tilde{p}_1 = \tilde{p}_2 + \tilde{p}_4 - \varrho_2 g (H_{2''} + H_{2'}) - \left[ \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + (\sum \zeta)_2 \right] \frac{\varrho_2}{2} \bar{w}_2^2 - \frac{1}{2} \Delta p_{E,B} - \frac{1}{2} \Delta p_{E,A}$$

$(\sum \zeta)_2$ : 2 Ventile, 1 Krümmer

Teilstrecke 3

$$\tilde{p}_4 = \tilde{p}_3 - \varrho_2 g H_3 - \left[ \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} + (\sum \zeta)_3 \right] \frac{\varrho_2}{2} \bar{w}_2^2 + \Delta p_P$$

$(\sum \zeta)_3$ : 1 Düse; 1 Krümmer; 1 Diffusor.

Die Summation der Teilstrecken ergibt:

$$0 = -\varrho_1 g H_1 - \varrho_2 g (H_{2''} + H_{2'} + H_3) - \sum_{i=1}^3 \left[ \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + (\sum \zeta)_i \right] \frac{\varrho_i}{2} \bar{w}_i^2 - \Delta p_{E,A} - \Delta p_{E,B} + \Delta p_P.$$

Beachtet man, daß die vektorielle Addition der Höhen

$$-H_1 = H_{2'} + H_3 + H_{2''}$$

liefert, ergibt sich

$$-\varrho_1 g H_1 - \varrho_2 g (H_{2''} + H_{2'} + H_3) = (\varrho_2 - \varrho_1) g H_1.$$

Dieser Term stellt den sogenannten **thermodynamischen Umtriebsdruck**

$$\Delta \rho g \Delta H$$

dar. Es gelten die Definitionen

$$\Delta \rho = \rho_{\text{kalt}} - \rho_{\text{warm}} > 0 \tag{5.17}$$

und

$$\Delta H = H_{\text{Abkühlungspunkt}} - H_{\text{Aufwärmungspunkt}}. \tag{5.18}$$

Der thermodynamische Umtriebsdruck ist somit positiv, wenn der Abkühlungspunkt höher als der Aufwärmungspunkt liegt ( $\Delta H > 0$ ). Im umgekehrten Fall ( $\Delta H < 0$ ) wirkt er dem Pumpendruck entgegen.

Schließlich lautet die Druckbilanz über das geschlossene System:

$$\Delta p_P + \Delta \rho g \Delta H = \sum_{i=1}^3 \left[ \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + (\sum \zeta)_i \right] \frac{\rho_i}{2} \bar{w}_i^2 + \Delta p_{E,A}^+ + \Delta p_{E,B}^+. \tag{5.19}$$

Bei Zirkulationssystemen halten der Pumpendruck und der thermodynamische Umtriebsdruck (Druckdifferenz der Wassersäulen  $\Delta \rho g \Delta H$ ) den Druckverlusten das Gleichgewicht.

- Diese Bilanz gilt für jeden geschlossenen Stromkreis.
- Bei  $\Delta p_P = 0$  handelt es sich um eine reine Schwerkraftheizung.
- Bei Fernwärmenetzen ist ( $\Delta \rho g \Delta H$ ) in der Regel vernachlässigbar.
- In Gebäudeheizungsanlagen muß die Überlagerung des Pumpendruckes und des Schwerkraftanteils bei unterschiedlicher Höhenlage der Heizkörper unbedingt beachtet werden, da sonst Funktionsstörungen auftreten können.

In Gl. (5.19) sind keine absoluten Druckwerte  $p$  oder  $\tilde{p}$  vorhanden. Dies ist typisch für Zirkulationssysteme, da die angegebene Druckbilanz unabhängig vom tatsächlichen Systemdruck gilt. Am Anschlußpunkt der Druckhalteanlage ist  $p_0$  definiert. Im Zirkulationssystem beträgt der modifizierte Gesamtdruck an dieser Stelle (vgl. Bild 5.11) dann

$$\tilde{p}_0 = p_0 + K_{E,1} \frac{\rho_1}{2} \bar{w}_1^2.$$

Damit sind alle Drücke im Rohrsystem durch schrittweise Anwendung der Gl. (5.1) berechenbar. Der Auflastdruck  $p_0$  ist so zu wählen, daß im Rohrsystem mit Sicherheit kein Ausdampfen auftritt. Zur übersichtlichen Darstellung der Druckverhältnisse stellt man sogenannte **Druckschaubilder** auf. Einzelheiten sind aus [10] ersichtlich.

**Zahlenbeispiel**

Für das im Bild 5.11 vorgestellte Zirkulationssystem gelten die Daten:

Erwärmung in A und Abkühlung in B:  $t_1 = 120^\circ\text{C}; \quad \rho_1 = 943,0 \text{ kg/m}^3$   
 $t_2 = t_3 = 60^\circ\text{C}; \quad \rho_2 = 983,4 \text{ kg/m}^3$

$\Delta H = 6 \text{ m}; \quad k_{v,A}^* = k_{v,B}^* = 21 \text{ m}^3/\text{h}.$

Tabelle 5.2 Ermittlung der Druckverluste

Teilstrecke	$\dot{m}$ kg/s	DN	R Pa/m	l m	Rl Pa	S Pa	$\sum \zeta$ —	S $\sum \zeta$ Pa	$\bar{w}$ m/s
1	4	65	155	20	3100	566	10,6	6000	1,1
2	4	65	157	22	3454	543	10,3	5593	1,1
3	4	50	782	1	782	1919	0,5	960	2,0

$$\sum \Delta p_{v,1...3}: \quad 7336 \quad 12553$$


---


$$\sum \Delta p_{v,1...3}: \quad 19889 \text{ Pa}$$

Die Nenndurchmesser, Masseströme und Teilstreckenlängen sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Der Pumpendruck und der Einfluß des thermodynamischen Umtriebsdruckes sind zu bestimmen.

**Lösung**

Die Einzelwiderstandsbeiwerte betragen gemäß der anfangs gegebenen Auflistung:

$$(\sum \zeta)_1 = 5 + 5 + 0,3 + 0,3 = 10,6 \quad (\text{Da Fabrikat unbekannt, Annahme } \zeta_{\text{Ventil}} = 5.)$$

$$(\sum \zeta)_2 = 5 + 5 + 0,3 = 10,3$$

$$(\sum \zeta)_3 = 0,1 + 0,3 + 0,1 = 0,5.$$

Zur Druckverlustberechnung werden die Tabellen im Anhang I verwendet. Das Ergebnis ist aus Tabelle 5.2 ersichtlich. Der Druckabfall in den beiden Wärmeübertragern ist gleich, da die  $k_v$ -Werte und die mittleren Temperaturen jeweils gleich sind. Nach Anhang III, Bild 23 gilt:

$$\Delta p_{E,A,B}^+ = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\dot{m}}{0,001 \cdot k_v} \right)^2 = \frac{1}{963,2} \left( \frac{4}{0,001 \cdot 21 \cdot 28} \right)^2 \text{ MPa} = 0,0480 \text{ MPa}.$$

Der thermodynamische Umtriebsdruck beträgt:

$$\Delta \rho g \Delta H = (983,4 - 943) \cdot 9,81 \cdot 6 \text{ Pa} = 2378 \text{ Pa}.$$

Damit liefert Gl. (5.19) den Differenzdruck der Umwälzpumpe

$$\Delta p_P + 2378 \text{ Pa} = 115889 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_P = 113,5 \text{ kPa}.$$

Würde man den Schwerkrafteinfluß vernachlässigen, so müßte die Pumpe

$$\Delta p_P^* = 115,9 \text{ kPa.}$$

realisieren. Der Anteil entspricht in diesem Fall 2,1%.

### 5.5. Modellbeispiel für die Druckverlustberechnung eines Heizwasserstranges

Für das im Bild 5.12 dick gezeichnete Rohrsystem (Teilstrecken 1 bis 4) soll der Druckverlust berechnet werden. Die Masseströme, Teilstreckenlängen und Durchmesser sind in Tabelle 5.3 angegeben. Die Wassertemperatur beträgt 80°C.

Tabelle 5.3 Ermittlung der Druckverluste

Teilstrecke	$\dot{m}$ kg/s	$d$ mm	$R$ Pa/m	$l$ m	$Rl$ Pa	$S$ Pa	$\sum \zeta$ —	$S \sum \zeta$ Pa	$\bar{w}$ m/s
1	0,09	15,7	223	3	669	112	2,8	314	0,48
2	0,28	21,2	418	10	4180	325	0	0	0,82
3	0,17	27,1	47,5	20	950	44,8	14,6	654	0,30
4	0,28	27,1	120	5	600	122	0	0	0,50
5	0,09	12,5							0,76
6	0,10	15,7							0,53
7	0,11	21,2							0,32
8	0,11	27,1							0,20

$\sum \Delta p_{v,1..4}:$	6399	968
$\sum \Delta p_{v,1..4}:$	<u>7367 Pa</u>	

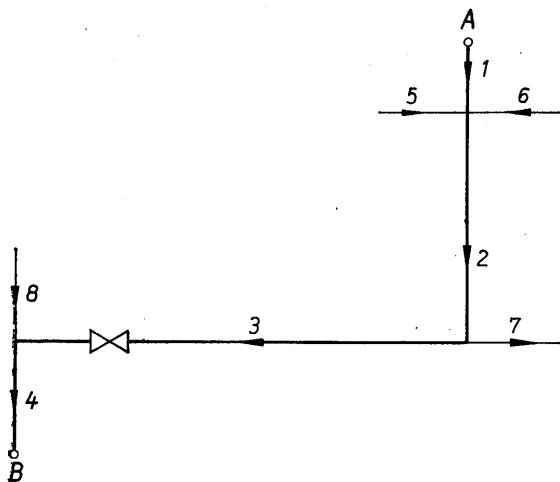


Bild 5.12 Rohrsystem für Beispielrechnung

Tabelle 5.4 Ermittlung der Einzelwiderstandsbeiwerte

Teilstrecke 1 Durchgang, Vereinigung		
$\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} = \frac{0,82}{0,48} = 1,71$		
$\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \approx \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}} = \frac{0,09}{0,28} = 0,32$		
Aus Anhang III, Bild 4, folgt $\zeta = 2,8$		$\sum \zeta_1 = 2,8$
Teilstrecke 2	$\zeta = 0$	$\sum \zeta_2 = 0$
Teilstrecke 3 Gegenlauf, Trennung		
$\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} = \frac{0,82}{0,30} = 2,73$		
Aus Anhang III, Bild 7, folgt $\zeta = 7,8$		
Abzweig, Vereinigung		
$\frac{\bar{w}}{\bar{w}_a} = \frac{0,50}{0,30} = 1,67$		
$\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} \approx \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}} = \frac{0,11}{0,28} = 0,39$		
Aus Anhang III, Bild 1, folgt $\zeta = 1,8$		
Absperrventil (Muffenarmatur) (Anhang III, Bild 15)	$\zeta \approx 5$	$\sum \zeta_3 = 14,6$
Teilstrecke 4	$\zeta = 0$	$\sum \zeta_4 = 0$

Tabelle 5.5 Zusammenstellung der Ein- und Ausgabedaten bei maschineller Druckverlustberechnung

Teilstrecke	$\dot{m}$ kg/s	$d$ mm	$l$ m	$\sum \zeta$ —	$\Delta p_{v,i}$ Pa	$\bar{w}$ m/s
1	0,09	15,7	3	2,8	984	0,48
2	0,28	21,2	10	0	4190	0,82
3	0,17	27,1	20	14,6	1609	0,30
4	0,28	27,1	5	0	605	0,50

$$\sum \Delta p_{v,1..4}: \quad 7388 \text{ Pa}$$

## Lösung

Mit Hilfe der Druckverlusttabellen (Anhang I) für die Bezugstemperatur  $85^\circ\text{C}$  können die Spalten Druckverlust je Meter Rohr  $R$ , der Staudruck  $S$  und die Geschwindigkeit  $\bar{w}$  in Tabelle 5.3 ergänzt werden.

Bei Kenntnis der Geschwindigkeitsverhältnisse und gegebenenfalls der Volumenstromverhältnisse sind mit Hilfe von Diagrammen (Anhang III) die Einzelwiderstandsbeiwerte zu bestimmen. Die schrittweise Ermittlung gibt Tabelle 5.4 wieder. Durch Übertragung in Tabelle 5.3 und Bilden der Produkte  $R \cdot l$  sowie  $S \cdot \sum \zeta$  ist die Vervollständigung der Nachrechnung möglich.

Die teilstreckenweise Berechnung der Druckverluste mit Hilfe eines Programms nach Bild 5.9 liefert für  $80^\circ\text{C}$  die Werte der Tabelle 5.5.

## 6. Bemessung von Heizwassernetzen

Das Bemessen von Rohrnetzen ist eine häufig wiederkehrende Aufgabe der Heizungstechnik. Es wurden dazu Algorithmen entwickelt, die zu optimalen Ergebnissen hinsichtlich der Jahresgesamtkosten führen. Je nach Optimierungsmethode können sowohl theoretische Durchmesser als auch Normdurchmesser das Ergebnis der Bemessung sein. Die tatsächlichen Temperaturverläufe des Netzes werden iterativ eingearbeitet. Ein derartiges, besonders für Fernwärmenetze geeignetes Programm ist in [10] ausführlich vorgestellt. Für Gebäudeheizungssysteme muß vor allem bei höheren Gebäuden und großen Temperaturspreizungen auch der thermodynamische Umtriebsdruck — verursacht durch den Schwerkrafteinfluß bei unterschiedlicher Dichte — Beachtung finden. Zugehörige Algorithmen finden sich in [26, 27, 19]. Da die Kostenkurven in Abhängigkeit von den technischen Bemessungsparametern — wie z. B. der Rohrdurchmesser — in der Nähe des Optimums relativ flach verlaufen, haben auch einfache, nicht optimierende Algorithmen bei der Bemessung von kleineren Rohrnetzen eine Daseinsberechtigung. Dabei sind folgende Qualitätsstufen möglich:

- automatisierte Bemessung
- teilautomatisierte Bemessung
- manuelle Bemessung.

Ausgehend von der höchsten Stufe, ergeben sich durch Weglassen von Teilalgorithmen die einfacheren Lösungswege. Dabei wird deutlich, daß der entscheidende Sprung zwischen der Bemessung eines Netzes und der einer Strecke (Strang) liegt.

### Hinweis

In den Abschnitten 6.1. und 6.2. werden die Variablen im Text der Darstellung in den Flußbildern angepaßt. Die Geschwindigkeit  $w$  stellt den Mittelwert über dem Rohrquerschnitt dar und entspricht dem sonst verwendeten Symbol  $\bar{w}$ .

### 6.1. Automatisierte Bemessung

Das eigentliche Bemessungs- und Nachrechnungsprogramm stellt die Verknüpfung von mehreren Unterprogrammen dar. Diese Modulbauweise vermeidet „Mammutprogramme“ und gestattet den mehrfachen Einsatz von Unterprogrammen, sowohl im betrachteten Hauptprogramm, als auch in anderen Algorithmen. Der Aufbau der Hauptprogramme ist somit klar, und die Änderung bzw. Aktualisierung der Unterprogramme gestaltet sich einfach.

Zunächst werden aus didaktischen Gründen die Unterprogramme — beginnend mit den Eingabewerten — vorgestellt, bevor das Hauptprogramm betrachtet wird.

## 6.1.1. Eingabewerte

## Teilstreckendaten

$x; y; z;$   
 $Ax; Ay; Az$  — Die Teilstrecke  $i$  führt im Vorlauf zu einem Netzknoten oder zu einem Abnehmer. Es sind alle Teilstrecken zu erfassen. Sie werden in der Reihenfolge der natürlichen Zahlenreihe abgefragt. Die Numerierung im Netz ist beliebig, wobei Zahlen auch übersprungen werden dürfen. Jede Teilstrecke  $i$  darf jedoch nur einmal vorkommen. Die Daten fehlender Teilstrecken werden durchweg Null gesetzt.

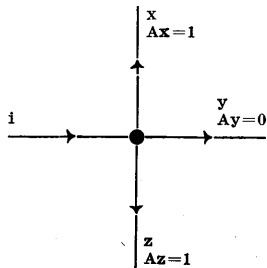
Für  $x, y, z$  sind die Nummern der abgehenden Teilstrecken zu erfassen.

$Ax, Ay, Az$  kennzeichnen die Abgangsform der Strecken  $x, y, z$  von der Teilstrecke  $i$ . Es bedeuten:

0 — gerader Durchgang

1 — rechtwinkliger Abzweig

Beispiel:



Ab — Nummer des Abnehmers, der durch  $i$  versorgt wird. Die Numerierung kann beliebig erfolgen. Es dürfen Zahlen der natürlichen Reihe fehlen.

l — Länge der Teilstrecke  $i$  (nur Vorlauf)  
Sind die Längen der Teilstrecke  $i$  für Vor- und Rücklauf unterschiedlich, dann ist für  $l$  der Mittelwert aus beiden Längen einzusetzen.

d — mm Rohrippendurchmesser  
(Interne Abspeicherung in m.)

$\zeta$  — Summe der Einzelwiderstandsbeiwerte für Krümmer und Armaturen in der Vor- und Rücklaufleitung.  
(Die Widerstandsbeiwerte für die Abzweige werden rechnerintern ermittelt und zu  $\zeta$  addiert.)

iEin — Nummer der Teilstrecke  $i$ , die an die Einspeisung anschließt

## Abnehmerdaten

Die Abnehmer werden in der Reihenfolge der natürlichen Zahlenreihe abgefragt.  
Die Numerierung der Abnehmer  $Abn$  im Netz ist beliebig, wobei Zahlen auch übersprungen werden dürfen. Jeder Abnehmer  $Abn$  darf nur einmal vorkommen. Die Daten fehlender Abnehmer werden durchweg Null gesetzt.

m — kg/s — Massestrom des Abnehmers

$\Delta pA$  — kPa — Differenzdruck des Abnehmers  
(Interne Abspeicherung erfolgt in Pa.)

## Basisdaten

$\Delta pE$  — kPa — Differenzdruck an der Einspeisestelle  
(Interne Abspeicherung erfolgt in Pa.)

tV — °C — Vorlauftemperatur an der Einspeisestelle

tR — °C — Rücklauftemperatur an der Einspeisestelle

wmax — m/s — Maximal zulässige Geschwindigkeit

a — — Druckverlust durch Einzelwiderstände/Gesamtdruckverlust

## Steuerungsdaten

BE — — Nachrechnung BE = 1  
Bemessung BE = 2  
Ende BE = 0  
Die Abfrage erfolgt innerhalb des Hauptprogramms.

## Katalogdaten

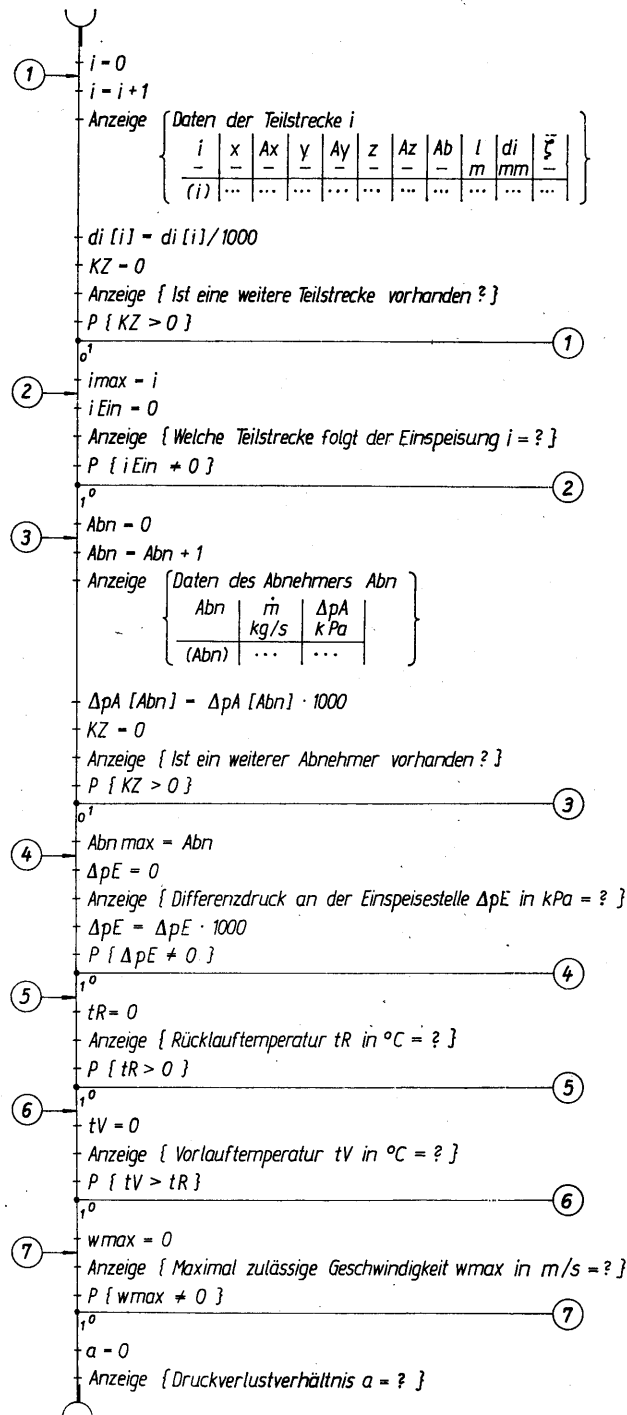
D[n] — mm — Für einen internen Katalog sind die Durchmesser der Normreihe bereitzustellen, wobei  $n$  von 1 bis  $n_{max}$  reicht.  
Da die Durchmessersortimente über relativ lange Zeiträume gelten, wurden sie nicht in die Dialogeingabe aufgenommen.

Die Eingabe erfolgt im Dialogsystem. Der Ablauf ist im Unterprogramm „EIN“ (Bild 6.1) dargestellt. Für die Beantwortung der qualitativen Fragen gelten:

Ja: 1  
Nein: 0.

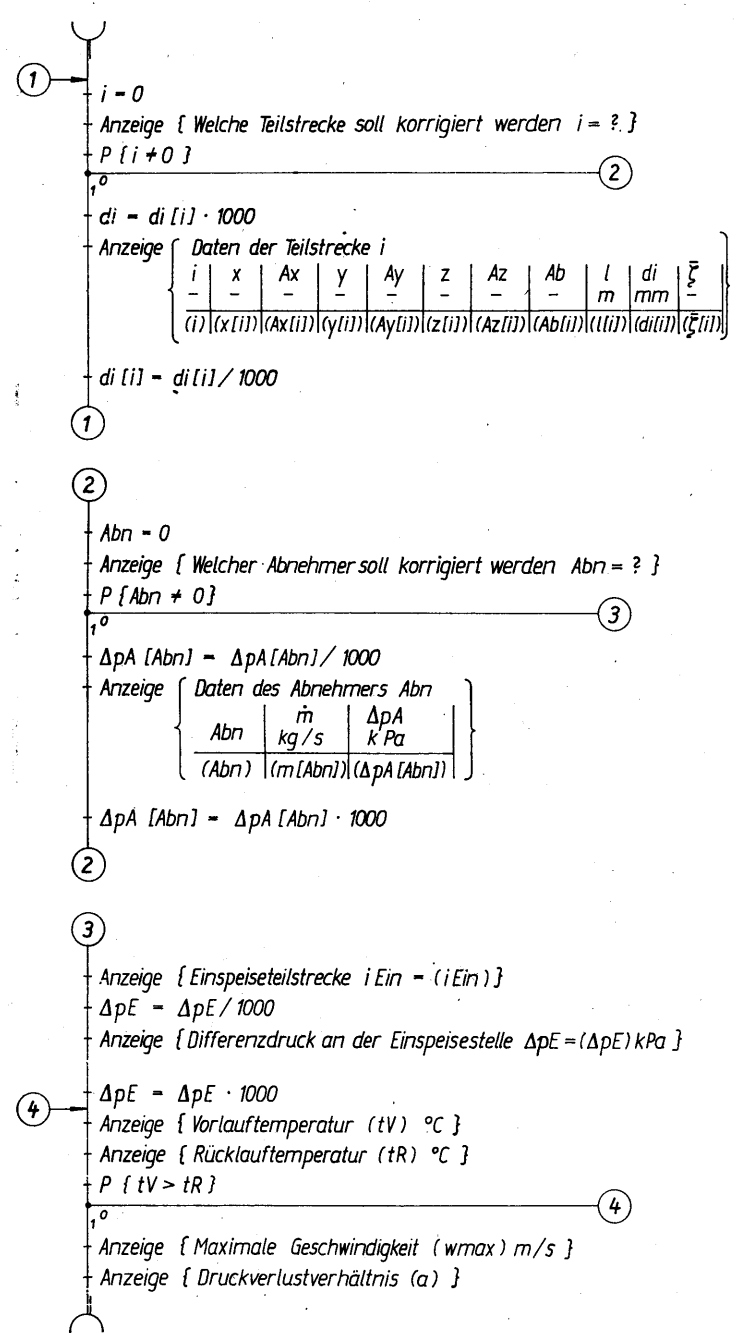
Die höchste Teilstreckennummer wird als  $i_{max}$  und die höchste Abnehmernummer als  $Abn_{max}$  fixiert.

Eine Veränderung der Daten ist mit dem Unterprogramm „KORR“ (Bild 6.2) möglich.



**Bild 6.1** Unterprogramm „EIN“ zur dialogfähigen Eingabe der Netzdaten und spezieller Basisdaten

Die abgefragten Daten sind selbsttätig auf den zugehörigen Plätzen zu speichern. Allgemeine Fragen sind mit 1 zu bejahen und mit 0 zu verneinen.



**Bild 6.2** Unterprogramm „KORR“ zur dialogfähigen Korrektur der Eingabedaten

Die zu korrigierenden Teilstrecken- bzw. Abnehmerdaten werden durch Eingabe der Teilstrecken- bzw. Abnehmernummer  $i$  bzw.  $Abn$  aufgerufen. Nach Anzeige der Daten und eventueller Korrektur, sind die neuen Werte selbsttätig abzuspeichern. Gleiches gilt für die sonstigen Daten.



## 6.1.2. Stoffwerte

Da die Druckverlustberechnung gemeinsam für den Vor- und Rücklauf vorgenommen wird, sind mittlere Stoffwerte zu berechnen.

Die Dichte  $\rho$  und die kinematische Viskosität  $\nu$  werden deshalb für die arithmetische Mitteltemperatur  $\bar{t}$  bestimmt. Das Unterprogramm „STOFF“ ist im Bild 6.3 dargestellt. Die verwendeten Approximationsgleichungen sind im Temperaturbereich von 20°C bis 200°C anwendbar. Der Fehler liegt unter 0,3%.

## 6.1.3. Netzstruktur

Der Aufbau der Netzstruktur erfolgt selbständig durch das Unterprogramm „NETZ“ gemäß Bild 6.4.

Im ersten Berechnungszyklus wird geprüft, wieviele echte Teilstrecken  $i$  es gibt. (Bekannterweise konnten bei der Eingabe Teilstrecken- und Abnehmernummern übersprungen werden.) Als Indiz dient die Teilstreckenlänge  $l[i] > 0$ .

Die eigentliche Aufgabe besteht darin, eine strukturbestimmende Knotennumerierung  $Kno$  zu finden und die Teilstrecken  $i$ , die zu den Knotenpunkten  $Kno$  bzw. zu den Abnehmern  $Abn$  führen, diesen als  $ikno[Kno]$  und  $iab[Abn]$  fest zuzuordnen. Die von der Einspeisestelle kommende Teilstrecke  $iEin$  (Eingabewert) führt zum Knoten  $Kno = 1$ . Von dort können maximal drei Teilstrecken ( $\bar{x} = x[i]$ ;  $\bar{y} = y[i]$ ;  $\bar{z} = z[i]$ ) anschließen. Sie werden nacheinander betrachtet. Existiert die Teilstrecke  $\bar{x}$ , d. h. ist  $\bar{x} \neq 0$ , dann muß diese zu einem Knoten oder Abnehmer führen. Wenn  $Ab[\bar{x}] = 0$ , wird die Knotenzahl  $Kno$  um Eins erhöht und  $ikno[Kno] = \bar{x}$  gesetzt. Bei Nichterfüllung des Tests gilt  $iab[Abn] = \bar{x}$ , und die Zahl der echten Abnehmer erhöht sich um Eins.

Nach analoger Abarbeitung von  $\bar{y}$  und  $\bar{z}$  wird der nächste Knoten betrachtet. Der Durchgang ist beendet, wenn die Anzahl der echten Teilstrecken  $iemax$  gleich der Summe der gefundenen Knoten und der echten Abnehmer  $Abemax$  ist. Diese Gleichheit muß gelten, da jede tatsächlich vorhandene Teilstrecke entweder zu einem Knoten oder zu einem Abnehmer führt. Das Ergebnis der Knotennumerierung und die Tabellierung der Zuführungsteilstrecken ist im Bild 6.5 gezeigt.

$$\bar{t} = (tV + tR) / 2$$

$$\rho = 1006 - 0,26 \cdot \bar{t} - 0,0022 \cdot \bar{t}^2$$

$$\nu = (556406,7 + 19689,27 \cdot \bar{t} + 124,6096 \cdot \bar{t}^2 - 0,3783792 \cdot \bar{t}^3)^{-1}$$

Bild 6.3 Unterprogramm „STOFF“ zur Berechnung der mittleren Temperatur, der Dichte und der kinematischen Viskosität von Wasser

Temperaturbereich: 20°C...200°C

Einheiten: Temperatur  $\bar{t}$  in °C; Dichte  $\rho$  in kg/m<sup>3</sup>;

Viskosität  $\nu$  in m<sup>2</sup>/s.

## 6.1. Automatisierte Bemessung

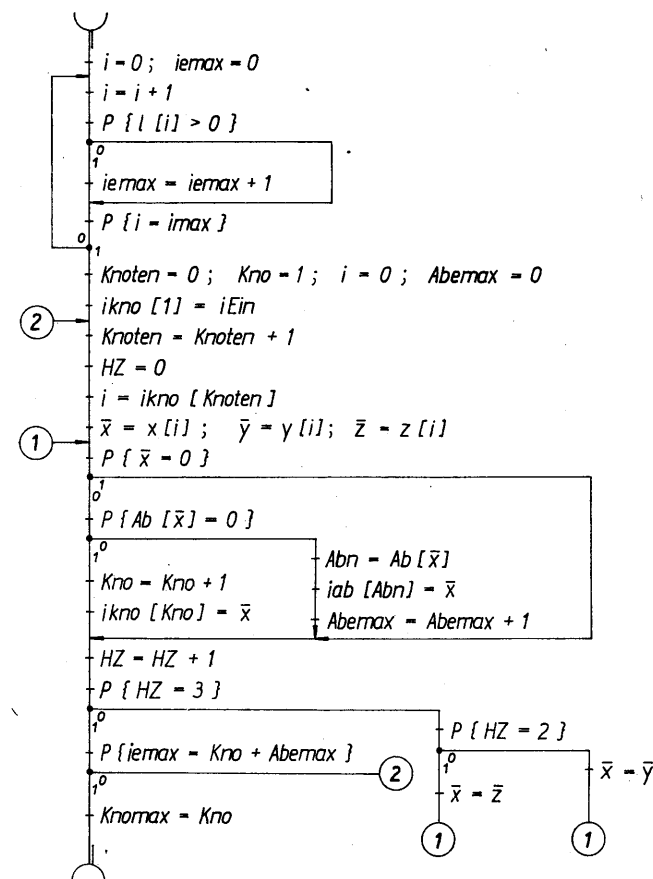


Bild 6.4 Unterprogramm „NETZ“ zur Numerierung der Knoten und Zuführungsteilstrecken zu den Knoten und Abnehmern

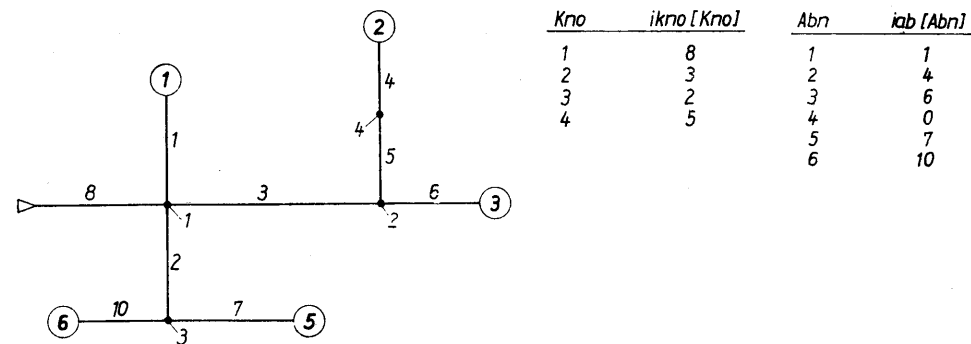


Bild 6.5 Ergebnis der Knotennumerierung und Zusammenstellung aller Zuführungsteilstrecken zu den Knoten und den Abnehmern

Diese vom Rechner automatisch ermittelte Struktur ist somit jeder subjektiven Festlegung entzogen, wodurch sich die Fehlermöglichkeiten stark verringern. Sie besitzt ausgezeichnete Eigenschaften, den Ablauf der notwendigen Rechenoperationen zu organisieren, die bei der Netzbeimessung oder -nachrechnung erforderlich sind. Sowohl das Fortschreiten von der Einspeisestelle zur Netzperipherie (Aufteilung des Pumpendruckes auf die Teilstrecken einschließlich Durchmesserermittlung) als auch umgekehrt (Addition der Masseströme) ist mühelos möglich.

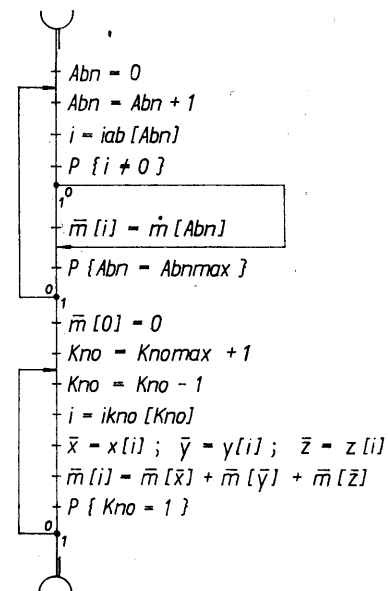
Verändert sich die Netzkonfiguration, so sind die entsprechenden Teilstrecken oder Abnehmer zu ergänzen oder wegzulassen. Der größte Teil bleibt mit den gewählten Bezeichnungen erhalten. Die Knotennumerierung verändert sich möglicherweise vollkommen.

Diese Überlegung zeigt, wie vorteilhaft es ist, die manuellen Arbeiten auf ein Mindestmaß zu beschränken.

### 6.1.4. Massestromverteilung

Das Unterprogramm „MASS“ ist im Bild 6.6 dargestellt.

Ausgehend von den bekannten Masseströmen  $\dot{m}[Abn]$ , die die echten Abnehmer benötigen, erfolgt die teilstreckenweise Zuordnung ( $i = iab[Abn]$ ;  $\bar{m}[i] = \dot{m}[Abn]$ ). Damit sind zunächst alle peripheren Teilstrecken mit den Masseströmen  $\bar{m}[i]$  belegt. Jetzt kann durch Addition der bekannten Masseströme — beginnend bei der größten Knotenpunktzahl  $Knomax$  — schrittweise der Massestrom  $\bar{m}[i]$  der jeweils zuführenden Teilstrecke  $i = ikno[Kno]$  für alle echten Teilstrecken bestimmt werden. Wie sich leicht am Bild 6.5 verfolgen läßt, ist die Numerierung der Knoten so gearretet, daß bei rekursivem Durchschreiten der Knotenpunkte die Masseströme der abgehenden Rohrstrrecken ( $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ) stets bekannt vorliegen.



**Bild 6.6** Unterprogramm „MASS“ zur Ermittlung der in den Teilstrecken fließenden Masseströme

### 6.1.5. Einzelwiderstandsbeiwerte

Die Widerstandsbeiwerte, die als reine Formfaktoren (Ventile, Schieber, Krümmer) konstant sind, wurden bei den Teilstreckendaten eingegeben und unter  $\zeta[i]$  gespeichert. Die Widerstandsbeiwerte von Rohrverzweigungen sollen rechnerintern bestimmt werden.

Das Unterprogramm „ZETA 1“ (Bild 6.8) zeigt eine einfache Version. Jeder Abzweigform wird ein fester  $\zeta$ -Wert zugeordnet. Um die Gestalt des Abzweigs aus den Eingabedaten zu erkennen, werden eine Kennzahl  $KZ$  — sie gibt die Summe der abgehenden Teilstrecken ( $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ) an — gebildet und die Abgangscharakteristiken  $Ax[i]$ ;  $Ay[i]$ ;  $Az[i]$  zur Summe  $SUM$  addiert. Das Produkt  $KS = KZ \cdot SUM$  ist ein Indikator für die Abzweigform (vgl. Bild 6.7). Für  $KS = 0; 1; 4$  sind die  $\zeta$ -Zuweisungen eindeutig. Für  $KS = 2; 6$  ist noch zu unterscheiden, ob jeweils die gerade durchgehende oder die rechtwinklig abzweigende Teilstrecke betrachtet wird. Dies kann durch  $A = Ax[i]$ ;  $Ay[i]$ ;  $Az[i]$ , welches Null oder Eins ist, erkannt werden. Im Bild 6.7 sind die pauschalen  $\zeta$ -Werte vermerkt. Sie werden zu den Eingabewerten  $\zeta[i]$  addiert.

Bei Rohrverzweigungen sind die Widerstandsbeiwerte in Wirklichkeit von den Strömungsprofilen abhängig. Diese werden nach Abschnitt 4.2. vereinfacht durch die Geschwindigkeits- und Massestromverhältnisse charakterisiert. Eine verbesserte Berechnung ist mit dem Unterprogramm „ZETA 2“ nach Bild 6.9 möglich. Es ist nur bei bekannten Teilstreckendurchmessern anwendbar, d. h. bei Nachrechnungen oder bei iterativ arbeitenden Bemessungsverfahren, die von Durchmesserschätzungen ausgehen. Bei gleicher Organisation der Abarbeitung werden statt der konstanten  $\zeta$ -Werte die für Stromtrennung und Stromvereinigung bekannten Gleichungen in zu-

Vorlauf							
Rücklauf							
KZ	3	3	2	2	2	1	1
SUM	2	2	1	1	2	1	0
KS	6	6	2	2	4	1	0
A	0	1	0	1			
$\zeta$	1,2 Gl.(4.36)	3,5 Gl.(4.44)	1,2 Gl.(4.36)	3,5 Gl.(4.37)	11 Gl.(4.49)	1,2	0

**Bild 6.7** Abzweig- und Vereinigungsformen von Rohrleitungen, zugeordnete Kennzahlen und Einzelwiderstandsbeiwerte  $\zeta$  bzw. Nummern der entsprechenden Berechnungsgleichungen



Bild 6.9 (2)

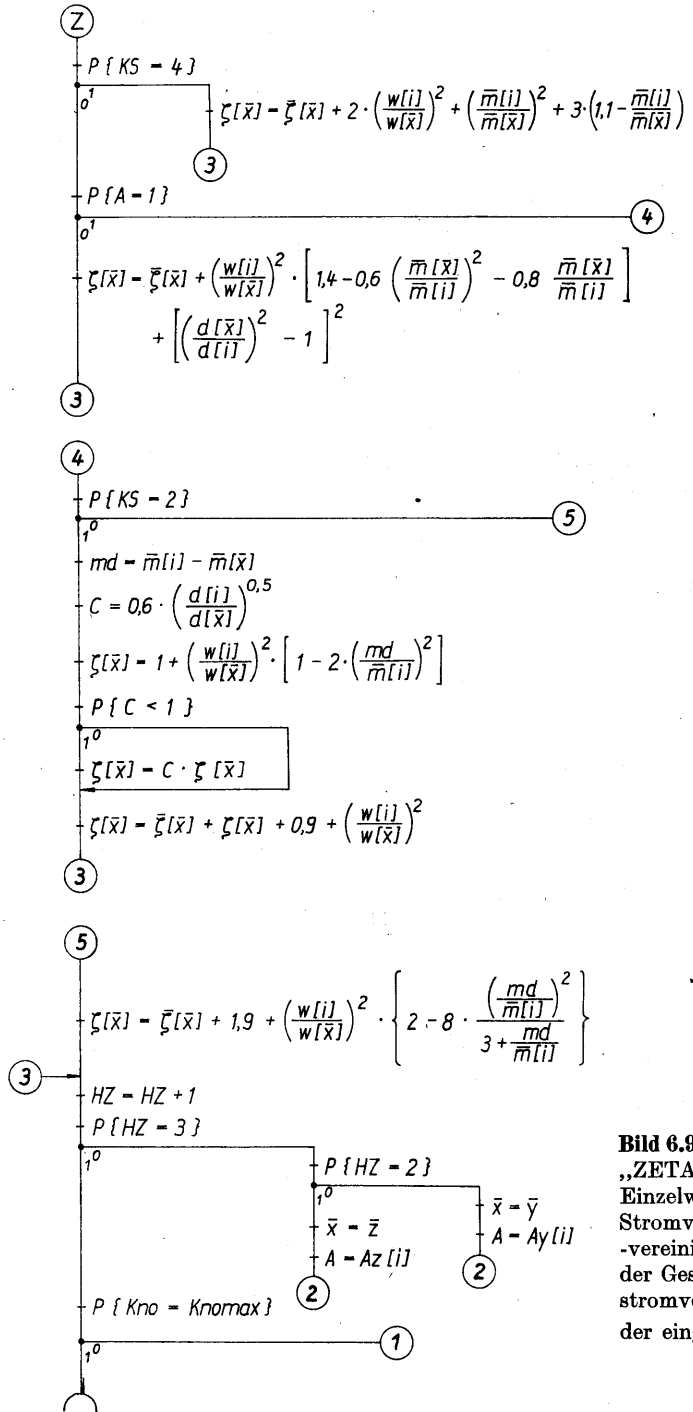


Bild 6.9 Unterprogramm „ZETA 2“ zur Berechnung der Einzelwiderstandsbeiwerte von Stromverzweigungen und -vereinigungen in Abhängigkeit der Geschwindigkeits- und Massestromverhältnisse und Addition der eingegebenen ζ-Werte

sammengefaßter Form eingesetzt. Die entsprechenden Gleichungsnummern sind ebenfalls im Bild 6.7 vermerkt. Die Geschwindigkeitsverhältnisse werden mit den modifizierten Geschwindigkeiten

$$w[i] = \frac{\bar{m}[i]}{(d[i])^2}$$

gebildet, und anstelle der Volumenstromverhältnisse finden die Massestromverhältnisse Verwendung.

6.1.6. Teilstreckendruckverlust

Zur Berechnung der Druckverluste dient das Unterprogramm „TEIDRU“ (Bild 6.10). Es entspricht im Inhalt dem Programm zur Druckverlustberechnung für eine Teilstrecke (Bild 5.9).

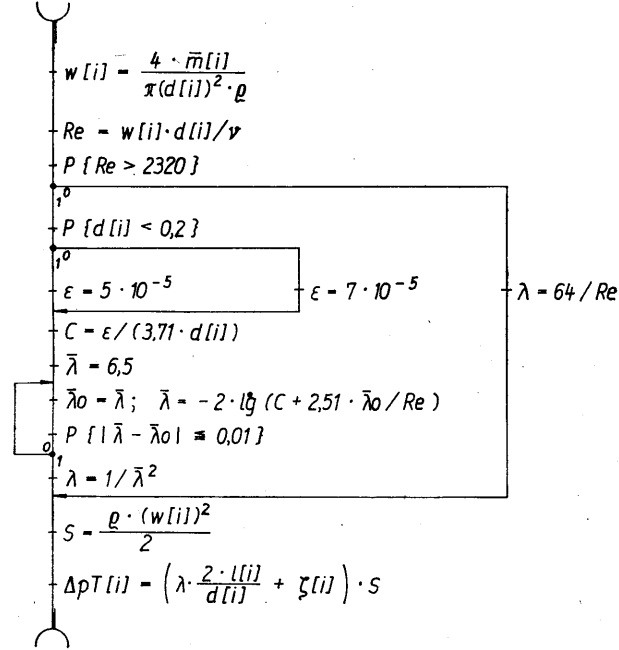


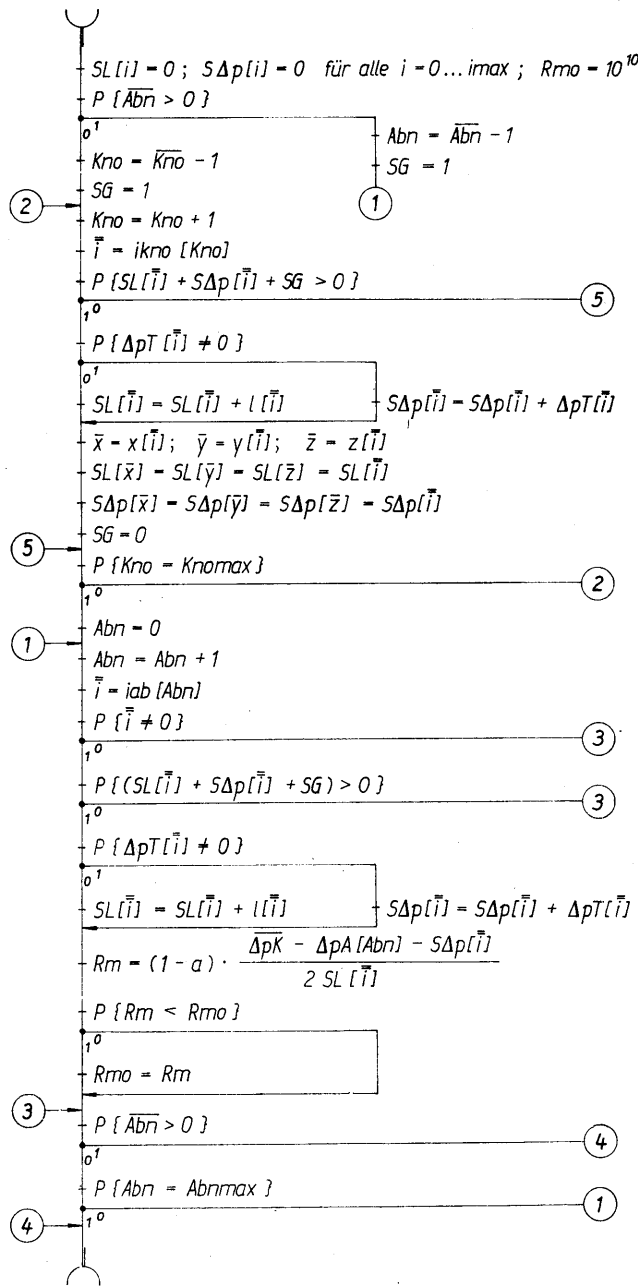
Bild 6.10 Unterprogramm „TEIDRU“ zur Berechnung des Druckverlustes einer Teilstrecke Einheiten: Durchmesser d, Länge l und Rauigkeiten ε in m; Dichte ρ in kg/m³; Druckverlust ΔpT in Pa. Rauigkeitswerte ε sind programmintern zu ändern!

6.1.7. Relevanter Abnehmer

Zur einfachen Ermittlung der Rohrdurchmesser wird üblicherweise von der Vorgabe des mittleren Druckgefälles Rm ausgegangen. Grundsätzlich steht für den Druckverlust im Rohrsystem der Differenzdruck:

$$\Delta p = \Delta p E - \Delta p A \tag{6.1}$$

Falls die Nullfüllung der Felder SL und SΔp über eine Laufanweisung erfolgt, ist anstelle von i z. B.  $\bar{i}$  zu verwenden, um den aktuellen Wert i im Hauptprogramm zu erhalten!



**Bild 6.11** Unterprogramm „REAB“ zur Ermittlung des relevanten Abnehmers, der für die betrachtete Teilstrecke  $i$  den kleinsten spezifischen Druckabfall  $R_{mo}$  fordert

Die Druckverluste der Abnehmer sowie eventuell bereits vorhandener Teilstrecken und die Rohrleitungslängen werden exakt berücksichtigt. Das Verhältnis  $a$  (Druckverlust durch Einzelwiderstände/Gesamtdruckverlust) ist ein Schätzwert.

Einheiten: Längen  $l$  und  $SL$  in m; Differenzdrücke  $\Delta pK$ ,  $\Delta pA$ ,  $\Delta pT$ ,  $S\Delta p$  in Pa; spezifischer Druckabfall  $R_{mo}$  in Pa/m.

zur Verfügung. Dabei stellen  $\Delta pE$  die Druckdifferenz an der Einspeisestelle und  $\Delta pA$  den Druckverlust des Abnehmers dar. Der verfügbare Differenzdruck  $\Delta p$  wird durch die Einzelwiderstände und die Rohrreibung längs des betrachteten Versorgungsweges aufgebraucht. Da die Anteile in einem Rohrsystem nicht konstant sind, können sie vorab nur geschätzt werden. Für das Verhältnis (Einzelwiderstände/Gesamtwiderstände)

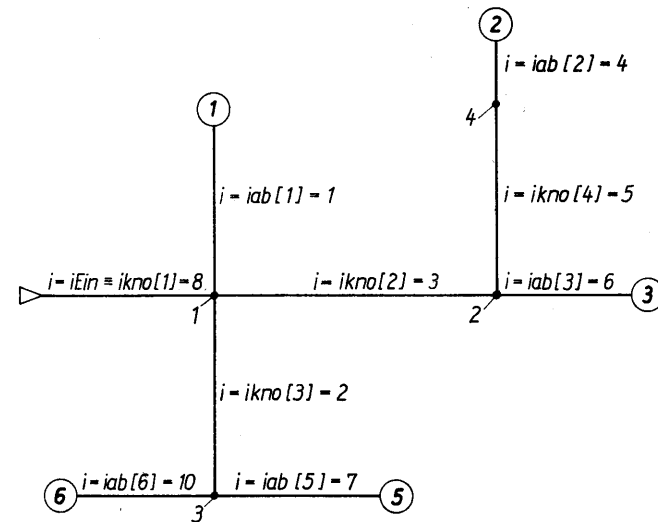
$$a = \frac{S \sum \zeta}{Rl + S \sum \zeta} \tag{6.2}$$

gilt in Fernwärmenetzen (0,1)...0,15...0,25, in Gebäudenetzen bis 0,5. Für den mittleren spezifischen Druckverlust folgt dann

$$R_m = (1 - a) \frac{\Delta pE - \Delta pA}{2l}, \tag{6.3}$$

wenn  $l$  die Länge des Versorgungsweges darstellt. Soll beispielsweise die Teilstrecke  $i = 8$  des Bildes 6.12 bemessen werden, so liegt im Vorhinein nicht fest, welcher Versorgungsweg mit dem Abnehmer  $X = 1..6$  am Ende für die Bestimmung des kleinsten  $R_m$  relevant ist. Es nehmen die drei Größen  $a$ ,  $\Delta pA_X$  und  $l_X$  Einfluß auf das Ergebnis. Die Kompliziertheit wird perfekt, wenn man einzelnen Teilstrecken längs des Versorgungsweges bereits einen festen Durchmesser zuordnet, d. h., einige Teilstrecken sind beispielsweise schon montiert. Um die Unwägbarkeiten auf ein Minimum zu reduzieren, wurde das Unterprogramm „REAB“ gemäß Bild 6.11 entwickelt.

Der relevante Abnehmer bezüglich einer Teilstrecke  $i$  wird unter allen Abnehmern  $Abn$ , die  $i$  nachgeschaltet sind, gesucht. Während dabei die Abnehmerdrücke, die Rohrlängen und die Druckverluste bereits vorhandener Teilstrecken genaue Beachtung finden, bleibt  $a$  als Schätzgröße übrig. Sie ist letztlich auch der Grund dafür, daß der Mindestdurchmesser der zu bemessenden Teilstrecke nicht mit



**Bild 6.12** Teilstreckenbezeichnungen gemäß Eingabe und nach selbständiger Zuordnung

vollkommener Sicherheit voraussagbar ist. Nach Auswahl des Normdurchmessers und Berechnung des zugehörigen Druckverlustes wird der Knotendifferenzdruck bestimmt und anstelle der Einspeisedruckdifferenz für eine neue Ermittlung von  $R_m$  mittels „REAB“ verwendet. Dadurch werden Abweichungen infolge der Normdurchmesserwahl und infolge von Fehlschätzungen bezüglich  $a$  im Verlauf der Bemessung weitestgehend kompensiert. Die teilstreckenweise Neuberechnung des mittleren spezifischen Druckverlustes  $R_m$  erhöht zwar die Treffsicherheit bei der Durchmesserbestimmung, der Berechnungsaufwand steigt natürlich ebenfalls und der Algorithmus für „REAB“ wird komplizierter.

Zunächst werden die summativen Versorgungslängen  $SL[i]$  und die summativen Druckverluste für bereits vorhandene Teilstrecken  $S\Delta p[i]$  für alle  $i$  gleich Null gesetzt. Ein Vergleichswert  $R_{mo}$  sei mit  $10^{10}$  sehr groß veranschlagt. Im weiteren sind drei Ablaufvarianten zu unterscheiden. Zur Erläuterung ist das Netz des Bildes 6.5 mit der Bemessung der Zuführungstrecken zu den Knoten und den Abnehmern  $ikno[Kno]$  bzw.  $iab[Abn]$  im Bild 6.12 dargestellt. Die Längen der Teilstrecken betragen  $l[i]$ , die Druckverluste bei vorgegebenen Teilstreckendurchmessern  $\Delta pT[i]$  und die erforderlichen Abnehmerdifferenzdrücke  $\Delta pA[Abn]$ .

### Variante I.

Zur Bemessung der Teilstrecke  $i = iEin$  müssen alle Abnehmerwege untersucht werden. Der verfügbare Differenzdruck  $\overline{\Delta pK}$  ist gleich der Einspeisedruckdifferenz  $\Delta pE$ . Zunächst werden der Reihe nach alle Zuführungsteilstrecken zu den Knoten  $\bar{i} = ikno[Kno]$  für alle  $Kno = 1 \dots Kno_{max}$  betrachtet. (Die Bezeichnung  $\bar{i}$  gilt für die Abarbeitung aller Teilstrecken im Unterprogramm „REAB“;  $\bar{i}$  steht für die zu bemessende Teilstrecke, wobei der Durchlauf stets mit  $\bar{i} = i$  beginnt.) Bei jeder neuen Teilstrecke  $\bar{i}$  wird geprüft, ob  $\Delta pT[\bar{i}] \neq 0$  ist. Wenn ja, so erfolgt die Addition zu  $S\Delta p[\bar{i}]$ , ansonsten wird die Teilstreckenlänge zu  $SL[\bar{i}]$  addiert. Diese beiden Ergebnisse werden dann den vom Knoten abgehenden Teilstrecken  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  als  $S\Delta p[\bar{x}]$ ,  $SL[\bar{x}]$  usw., zugewiesen. Anschließend wird das Additionsverfahren vorhandener Druckverluste bzw. der Teilstreckenlängen mit den Teilstrecken  $\bar{i} = iab[Abn]$ , die zu den echten Abnehmern  $Abn$  führen, fortgesetzt. Daraus ergibt sich der mittlere, spezifische Druckverlust zu

$$R_m = (1 - a) \frac{\overline{\Delta pK} - \Delta pA[Abn] - S\Delta p[\bar{i}]}{2 SL[\bar{i}]} \quad (6.4)$$

Ist dieser Wert kleiner als  $R_{mo}$ , so wird  $R_{mo} = R_m$  gesetzt. Sind alle  $Abn = 1$  bis  $Abn_{max}$  abgearbeitet, so liegt  $R_{mo}$  als ungünstigster Wert zur Bemessung der Teilstrecke  $i = iEin \equiv ikno[1]$  fest.

### Variante II.

Für die Teilstrecken  $i = ikno[\overline{Kno}]$  mit  $\overline{Kno} > 1$  ist die Ermittlung des kleinsten  $R_m$  abzukürzen, d. h., es sind nur die  $i$  nachgeschalteten Teilstrecken  $\bar{i}$  bis zur Netzperipherie des entsprechenden Netzabschnittes zu verfolgen. ( $\overline{Kno}$  und  $\overline{Abn}$  stellen

die Laufvariablen des Hauptprogramms dar.  $Kno$  und  $Abn$  sind die Variablen des Unterprogramms, wobei die Abarbeitung stets bei  $Kno = \overline{Kno}$  beginnt.) Die Addition von  $\Delta pT[\bar{i}]$  zu  $S\Delta p[\bar{i}]$  und  $l[\bar{i}]$  zu  $SL[\bar{i}]$  beginnen bei  $\bar{i} = i$  und enden formal bei  $\bar{i} = ikno[Knomax]$ . Teilstrecken  $\bar{i}$ , für die der Test

$$SL[\bar{i}] + S\Delta p[\bar{i}] + SG > 0 \quad (6.5)$$

nicht erfüllt ist — sie sind  $i$  nicht nachgeordnet — werden nicht betrachtet. Die Steuergröße  $SG$  steht nur am Anfang bei  $\bar{i} = i$  auf  $SG = 1$  und sichert den Start. Anschließend werden die Additionen für die Abnehmerteilstrecken mit positivem Test nach Gl. (6.5) vorgenommen. Die Berechnung des  $R_m$  erfolgt auf der Grundlage der Gl. (6.4) gemäß Variante I. Als Anfangswert  $\overline{\Delta pK}$  gilt der zu Beginn der Teilstrecke  $i$  noch verfügbare Differenzdruck.

### Variante III.

Nachdem alle  $i = ikno[1 \dots Kno_{max}]$  bemessen sind, müssen noch die  $i = iab[1 \dots Abn_{max}]$  betrachtet werden. Für die Laufvariable  $Abn = \overline{Abn} > 0$  gilt jeweils  $SG = 1$ , so daß die Berechnung eines  $R_m$  nach Gl. (6.4) für  $\bar{i} \equiv i = iab[Abn]$  gewährleistet ist.  $\overline{\Delta pK}$  entspricht wiederum dem am Anfang der Teilstrecke  $i$  verfügbaren Druckdifferenzrest.

### 6.1.8. Wahl der Normdurchmesser

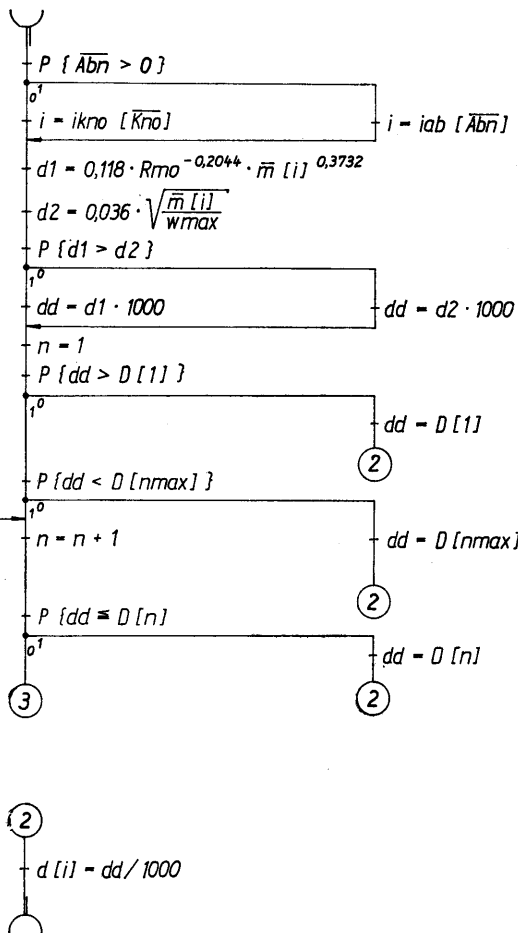
Ausgehend vom Massestrom in der Teilstrecke  $\bar{m}[i]$  in kg/s, dem ermittelten spezifischen Druckverlust  $R_{mo}$  in Pa/m und einer vorgegebenen maximal zulässigen Geschwindigkeit  $w_{max}$  in m/s werden der hydraulisch bedingte Durchmesser

$$d1 = \frac{0,118}{R_{mo}^{0,2044}} (\bar{m}[i])^{0,3732} \quad \text{in m} \quad (6.6)$$

und der durch die Grenzgeschwindigkeit geforderte Durchmesser

$$d2 = 0,036 \sqrt{\frac{\bar{m}[i]}{w_{max}}} \quad \text{in m} \quad (6.7)$$

bestimmt. Der Größtwert von beiden —  $dd$  genannt — ist für die Auswahl aus der Normdurchmesserreihe maßgebend. Es können  $n = n_{max}$  Durchmesser  $D[n]$  vorgegeben sein. Ist  $dd$  kleiner als  $D[1]$  oder größer als  $D[n_{max}]$ , so werden diese Begrenzungen der Durchmesserreihe für  $d[i]$  verwendet. Liegt  $dd$  zwischen  $D[1]$  und  $D[n_{max}]$ , so wird stets der zu  $dd$  nächstgrößere Durchmesser  $D[n]$  für  $d[i]$  gesetzt. Der Ablauf ist im Unterprogramm „ROWA“ (Bild 6.13) veranschaulicht. Die Normdurchmesserreihe  $[Dn]$  ist praxisgerecht in mm vorzugeben.



**Bild 6.13** Unterprogramm „ROWA“ zur Auswahl des Rohrdurchmessers aus einer Normreihe  $D[n]$  auf der Grundlage des Massestromes, des spezifischen Druckabfalls und einer vorgegebenen Maximalgeschwindigkeit

Einheiten: Massestrom  $\bar{m}$  in kg/s; spezifischer Druckabfall  $R_{mo}$  in Pa/m; Geschwindigkeit  $w_{max}$  in m/s; Durchmesser  $d$  in m (innerhalb der Sortimentsauswahl  $dd$  in mm).

### 6.1.9. Bemessungsablauf

Die Unterprogramme werden im Hauptprogramm „BEMESSUNG“ (Bild 6.14) verknüpft.

Zunächst werden der Reihe nach die Unterprogramme „EIN“, „KORR“, „STOFF“, „NETZ“ und „MASS“ abgearbeitet. Die Eingabe BE steuert den Ablauf. Bei der Bemessung (BE = 2) schließt sich „ZETA“ 1 an, bei Nachrechnungen (BE = 1) kann zur genaueren Bestimmung der Einzelwiderstandsbeiwerte „ZETA 2“ Verwendung finden. Sind Teilstrecken bereits vorhanden ( $d[i] > 0$ ), so erfolgt hierfür mittels „TEIDRU“ die Berechnung des Druckverlustes  $\Delta pT[i]$ . Im Falle der Nachrechnung sind alle Teilstreckendurchmesser vorhanden, so daß auch alle Teilstreckendruckverluste bestimmt werden.

Der anschließende Zyklus, der sich über alle Knoten  $\bar{K}no = 1 \dots Knomax$  und weiter über alle echten Abnehmer  $\bar{A}bn = 1 \dots Abnmax$  erstreckt, dient bei BE = 1 zur Ermittlung der Druckverteilung im Netz. Bei BE = 2 werden durch Zwischen-

schalten von „REAB“, „ROWA“ und „TEIDRU“ erst die Teilstreckendurchmesser  $d[i]$  ermittelt und dafür die Druckverluste bestimmt.

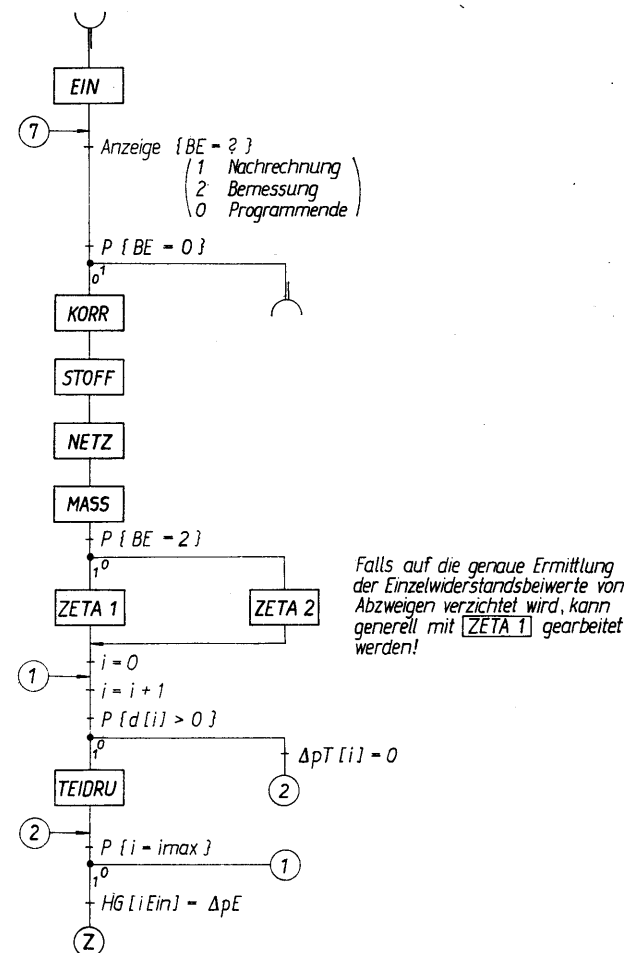
Die jeweils noch verfügbaren Druckdifferenzen werden teilstreckenweise den Hilfsgrößen  $HG[i]$  zugewiesen. Dies beginnt an der Einspeisestelle mit  $HG[iEin] = \Delta pE$ . Schrittweise werden die Teilstreckendruckverluste subtrahiert

$$HG[i] = HG[i] - \Delta pT[i] \quad (6.8)$$

und anschließend an die abzweigenden Teilstrecken der Knoten  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$  als  $HG[\bar{x}]$ ,  $HG[\bar{y}]$ ,  $HG[\bar{z}]$  weitergegeben. Zusätzlich werden die Differenzdrücke der Knoten  $\Delta pK[\bar{K}no]$  gespeichert. Am Ende der Abnehmerteilstrecken  $i = iab[\bar{A}bn]$  werden ausgewiesen:

real verfügbarer Abnehmerdifferenzdruck

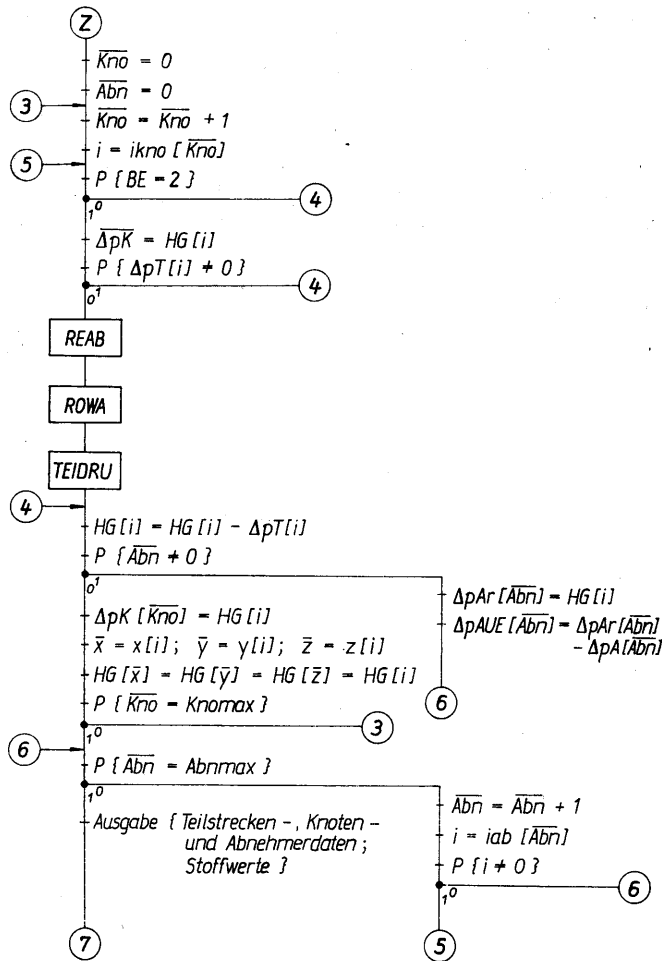
$$\Delta pAr[\bar{A}bn] = HG[i] \quad (6.9)$$



Falls auf die genaue Ermittlung der Einzelwiderstandsbeiwerte von Abzweigen verzichtet wird, kann generell mit [ZETA 1] gearbeitet werden!

**Bild 6.14** (1)

Bild 6.14 (2)



**Bild 6.14** Flußplan „BEMESSUNG“ zur Bemessung oder hydraulischen Nachrechnung von Heizwassernetzen

Die Bemessung geht von den vorgegebenen Druckdifferenzen an der Einspeisestelle  $\Delta pE$  und den Abnehmern  $\Delta pA[\overline{Abn}]$  aus. Eine Optimierung erfolgt dabei nicht. Falls wegen einer ungünstigen Annahme von  $a$  die überschüssigen Differenzdrücke an den Abnehmern  $\Delta pAUE[\overline{Abn}] < 0$  sind, muß nach einer Änderung eines oder mehrerer Teilstreckendurchmesser eine Nachrechnung mit dem gleichen Programm vorgenommen werden.

Einheiten: Durchmesser  $d$  in m; Differenzdrücke  $\Delta pE$ ,  $\Delta pK$ ;  $\overline{\Delta pK}$ ;  $HG$ ;  $\Delta pT$ ;  $\Delta pAr$ ;  $\Delta pAUE$ ;  $\Delta pA$  in Pa.

Drucküberschuß am Abnehmer

$$\Delta pAUE[\overline{Abn}] = \Delta pAr[\overline{Abn}] - \Delta pA[\overline{Abn}]. \quad (6.10)$$

Die Ausgabe ist individuell zu gestalten. Sie sollte folgende Daten umfassen:

- Eingabewerte ( $l[i]$ ;  $d[i]$ ;  $\zeta[i]$ ;  $m[\overline{Abn}]$ ;  $\Delta pA[\overline{Abn}]$ )
- Temperaturen und Stoffwerte ( $tV$ ;  $tR$ ;  $\rho$ ;  $\nu$ )
- Netzkonfiguration (Zuführungsteilstrecken  $ikno[\overline{Kno}]$ ,  $iab[\overline{Abn}]$ )
- Masseströme ( $\overline{m}[i]$ )
- Einzelwiderstandsbeiwerte ( $\zeta[i]$ )
- Durchmesser ( $d[i]$ )
- Druckverluste ( $\Delta pT[i]$ )
- Knotendruckdifferenzen ( $\Delta pK[\overline{Kno}]$ )
- Abnehmerdruckdifferenzen ( $\Delta pAr[\overline{Abn}]$ ;  $\Delta pAUE[\overline{Abn}]$ ).

Abschließend kann durch erneute Eingabe von BE der Programmablauf beendet oder fortgesetzt werden. Im letzteren Fall ist in „KORR“ eine Veränderung der Eingabedaten oder der berechneten Teilstreckendurchmesser möglich.

### 6.1.10. Beispiel

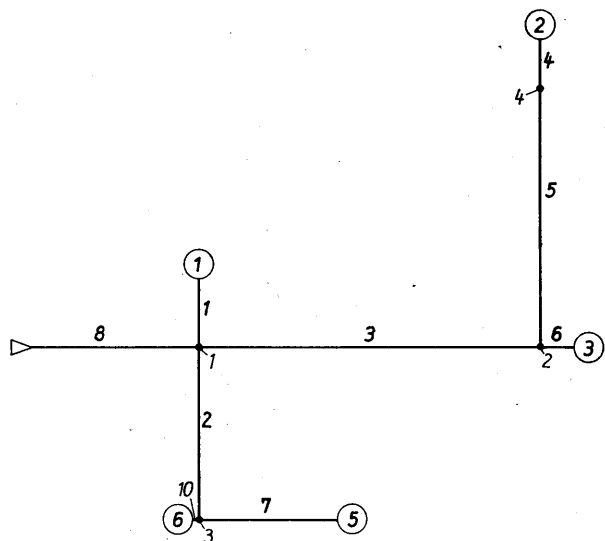
Das bereits mehrfach betrachtete Netz ist im Bild 6.15 maßstäblich aufgezeichnet und mit den entsprechenden technischen Daten versehen. Die fehlenden Teilstreckendurchmesser sind mit Hilfe des Programms „BEMESSUNG“ zu ermitteln und die charakteristischen Netz- und Abnehmerdifferenzdrücke zu bestimmen. Falls eine Änderung der berechneten Durchmesser erforderlich ist, sollte diese vorgenommen und eine Nachrechnung angeschlossen werden.

Das verfügbare Rohrsortiment habe folgende Innendurchmesser in mm: 12,6; 15,7; 21,2; 27,1; 36,0; 41,3; 51,2; 64,2; 70,2; 81,8; 100; 125; 150; 207.

### Lösung

Die Abarbeitung der gestellten Aufgabe war gemäß Programm „BEMESSUNG“ unter Einschalten aller Unterprogramme komplikationslos möglich. Das Verhältnis der Druckverluste wurde mit  $a = 0,15$  angenommen. Die Widerstandsbeiwerte wurden vereinfacht mit „ZETA 1“ berechnet. Die Ergebnisse sind in der Reihenfolge des Berechnungsverlaufes im Bild 6.16 zusammengestellt. Infolge der geringen Teilstreckenlänge  $l[10] = 2$  m und wegen des Nichtbeachtens des relativ großen Einzelwiderstandsbeiwertes  $\zeta[10] = 23$ , ergab sich  $d[10] = 0,0212$  m. Dieser geringe Durchmesser führte zu einem sehr großen Druckverlust ( $\Delta pT[10] = 116269$  Pa), wodurch der Differenzdruck am Abnehmer niedriger als die Abnehmerforderungen war. Der Teilstreckendurchmesser wurde dann auf  $d[10] = 0,0271$  m geändert. Die Nachrechnung, deren Ergebnisse im Bild 6.17 angegeben sind, weisen an allen Abnehmern Überdrücke aus, d. h., die Durchmesser der Teilstrecken können akzeptiert werden. Einen guten Überblick über die Ergebnisse gestattet das Bild 6.18.





i	x	Ax	y	Ay	z	Az	Ab	L	d	$\bar{\zeta}$
1	0	0	0	0	0	0	1	40	0	11,2
2	10	1	7	1	0	0	0	100	0	2,4
3	5	1	6	0	0	0	0	200	0,125	1,2
4	0	0	0	0	0	0	2	30	0	11,2
5	4	0	0	0	0	0	0	150	0	2,0
6	0	0	0	0	0	0	3	20	0	12,0
7	0	0	0	0	0	0	5	80	0	10,0
8	1	1	3	0	2	1	0	100	0	2,4
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
10	0	0	0	0	0	0	6	2	0	12,0

Abn	$\dot{m}$ kg/s	$\Delta p_A$ kPa
1	5	150
2	2	100
3	3	200
4	0	0
5	5	50
6	1	100

Differenzdruck an der Einspeisestelle:  $\Delta p_E = 230 \text{ kPa}$   
 Vorlauftemperatur:  $t_V = 130^\circ\text{C}$   
 Rücklauftemperatur:  $t_R = 70^\circ\text{C}$   
 Maximale Geschwindigkeit:  $w_{\text{max}} = 3 \text{ m/s}$

Bild 6.15 Netzkonfiguration und technische Daten für das Beispiel 6.1.10.

EINGABEWERTE

TEILSTRECKEN:

I	L	D	ZETA
	M	M	
1	40	0	11,2
2	100	0	2,4
3	200	0,125	1,2
4	30	0	11,2
5	150	0	2,0
6	20	0	12,0
7	80	0	10,0
8	100	0	2,4
9	0	0	0,0
10	2	0	12,0

ABNEHMER:

AE	M	DPA
	KG/S	KPA
1	5	150
2	2	100
3	3	200
4	0	0
5	5	50
6	1	100

TEMPERATUREN:

$t_V = 130,0^\circ\text{C}$   
 $t_R = 70,0^\circ\text{C}$

ERGEBNISSE

STOFFWERTE:

$\rho_H = 958,00 \text{ KG/M}^3$   
 $\eta_H = 2,95 \cdot 10^{-7} \text{ M}^2/\text{S}$

NETZKONFIGURATION:

ABN	IAB/ABN/
1	1
2	4
3	6
4	0
5	7
6	10

KNO IKNO/KNO/

1	8
2	3
3	2
4	5

MASSESTROEME:

I	M
	KG/S
1	5,0
2	6,0
3	5,0
4	2,0
5	2,0
6	3,0
7	5,0
8	16,0
9	0,0
10	1,0

WIDERSTANDSBEIWERTE:

I	ZETA
1	14,7
2	5,9
3	2,4
4	11,2
5	5,5
6	13,2
7	21,0
8	2,4
9	0,0
10	23,0

TEILSTRECKENDURCHMESSER:

I	D
	M
1	0,0642
2	0,0702
3	0,1250
4	0,0413
5	0,0512
6	0,0642
7	0,0642
8	0,1500
9	0,0000
10	0,0212

DRUCKVERLUSTE:

I	DPT
	PA
1	48517
2	75520
3	5333
4	49724
5	63599
6	11515
7	86574
8	10477
9	0
10	116269

KNOTENDRUCKDIFFERENZEN:

KNO	DPK
	PA
1	219523
2	214190
3	144003
4	150591

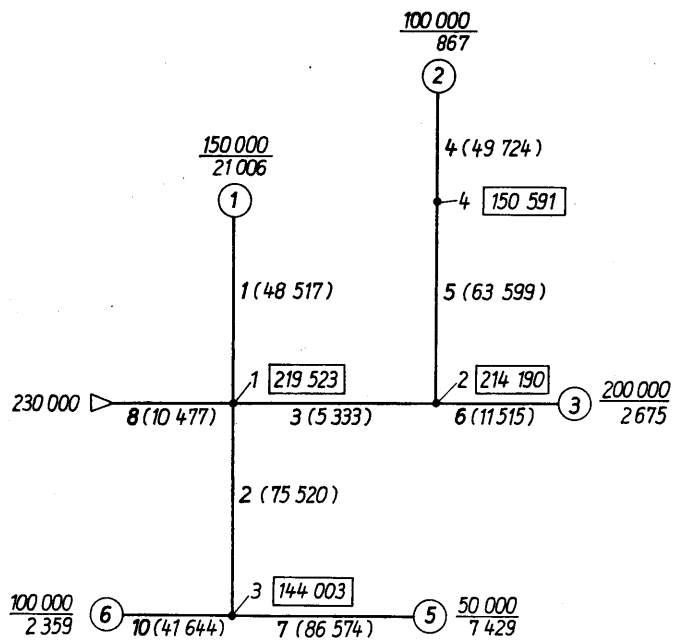
ABNEHMERDRUCKDIFFERENZEN

ABN	DPAE	DPAUE
	PA	PA
1	171006	21006
2	100067	867
3	202675	2675
4	0	0
5	57429	7429
6	27734	-72266

Bild 6.16 Eingabedaten und Ergebnisse der Beispielrechnung

TEILSTRECKENDURCHMESSER:		DRUCKVERLUSTE:		KNOTENDRUCKDIFFERENZEN:		ABNEHMERDRUCKDIFFERENZEN		
I	D M	I	DPT PA	KNO	DPK PA	ABN	DPA PA	DPAUE PA
1	0,0642	1	48517	1	219523	1	171006	21006
2	0,0702	2	75520	2	214190	2	100867	867
3	0,1250	3	5333	3	144003	3	202675	2675
4	0,0413	4	49724	4	150591	4	0	0
5	0,0512	5	63599			5	57429	7429
6	0,0642	6	11515			6	102359	2359
7	0,0642	7	86574					
8	0,1500	8	10477					
9	0,0000	9	0					
10	0,0271	10	41644					

**Bild 6.17** Ergebnisse der Beispielrechnung bei verändertem Durchmesser der Teilstrecke i = 10



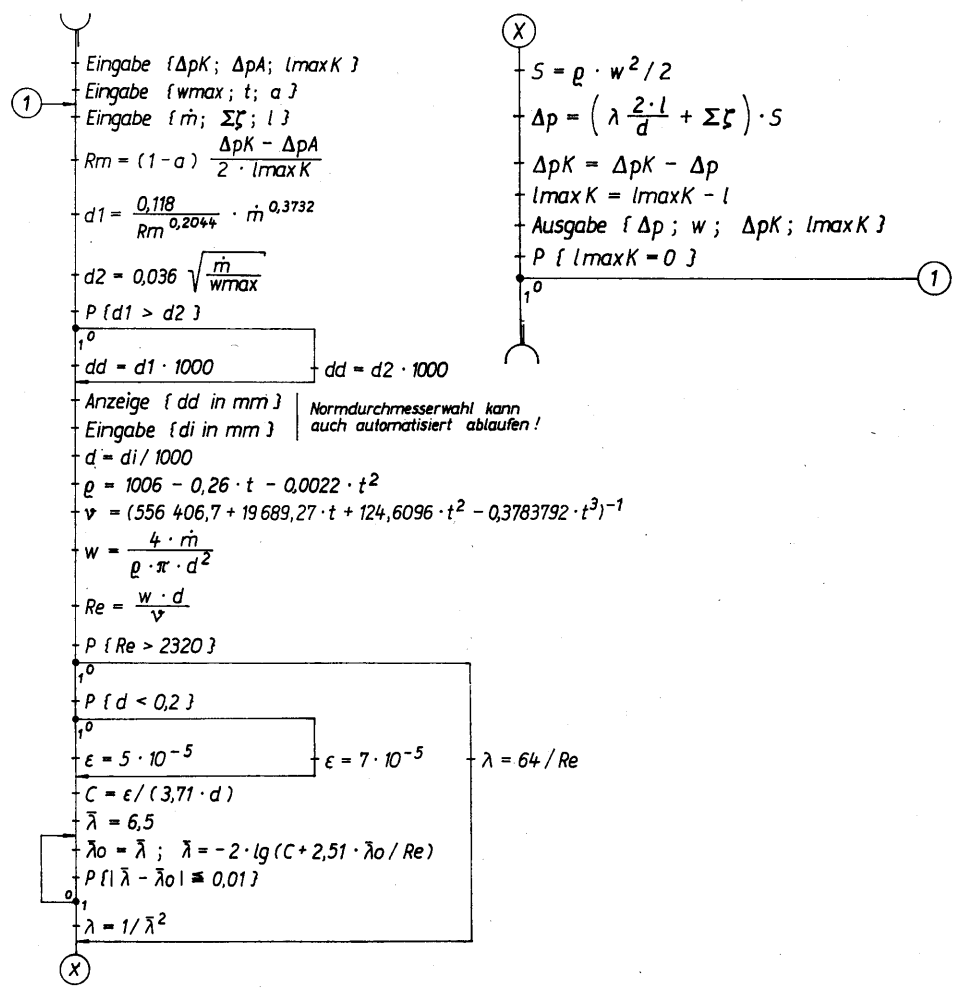
Erklärung:  
 1 (48 517) Teilstreckennummer und Druckverlust der Teilstrecke in Pa  
 ✓ 1 [219 523] Knotennummer und Differenzdruck am Knoten in Pa  
 150 000 Erforderlicher Differenzdruck am Abnehmer in Pa  
 21 006 Vorhandener Drucküberschuß am Abnehmer in Pa  
 230 000 Differenzdruck an der Einspeisestelle in Pa

**Bild 6.18** Zusammengefaßte Darstellung der Ergebnisse der Beispielrechnung

6.2. Teilautomatisierte Bemessung

6.2.1. Algorithmus

Das teilautomatisierte Bemessungsverfahren orientiert auf die Verwendung programmierbarer Taschenrechner. Da nicht die gesamte Netzkonfiguration speicherbar ist, wird die schrittweise Abarbeitung von Strängen vorgenommen. Dazu soll eine



**Bild 6.19** Flußplan zur teilautomatisierten Bemessung eines Heizwasserstranges  
 Temperaturbereich: 20 °C...200 °C  
 Einheiten: Druckdifferenzen in Pa; Masseströme in kg/s; Temperaturen in °C;  
 Durchmesser in mm (programmintern in m); Längen und Rauigkeiten in m; Dichte in kg/m³;  
 kinematische Viskosität in m²/s; Geschwindigkeit in m/s.  
 Rauigkeitswerte ε sind programmintern zu ändern!

Kurzfassung des im Abschnitt 6.1. vorgestellten Programms dienen. Der Programmablaufplan ist im Bild 6.19 aufgezeichnet. Folgende Werte sind einzugeben:

### Strangdaten

$\Delta p_K$	Pa	Vorhandener Differenzdruck am Stranganfang (Knoten oder Einspeisestelle)
$\Delta p_A$	Pa	Erforderlicher Differenzdruck am Strangende (Abnehmer)
$l_{\max K}$	m	Länge des Stranges (Summe der entsprechenden Teilstreckenlängen; nur Vorlaufängen!)
$w_{\max}$	m/s	Maximal zulässige Geschwindigkeit
$t$	°C	Mittlere Temperatur $t = 0,5(t_V + t_R)$
$a$	—	Druckverlust durch Einzelwiderstände/Gesamtdruckverlust (Gl. (6.2))

### Teilstreckendaten

$\dot{m}$	kg/s	Massestrom
$(\sum \zeta)$	—	Summe aller Einzelwiderstandsbeiwerte (einschließlich der Rohrverzweigungen)
	m	Länge der Teilstrecke (nur Vorlaufänge!)

Der mittlere, spezifische Druckverlust lautet

$$R_m = (1 - a) \frac{\Delta p_K - \Delta p_A}{2 l_{\max K}} \quad (6.11)$$

Aus den Gln. (6.6) und (6.7) folgt ein Durchmesser vorschlag  $dd$  in mm. Er wird angezeigt bzw. gedruckt. Anschließend ist die Eingabe eines Norminnendurchmessers  $di$  in mm erforderlich.

Es folgt die bekannte Druckverlustberechnung (analog der Bilder 5.9 bzw. 6.10). Der Druckverlust der Teilstrecke  $\Delta p$  in Pa und die Geschwindigkeit  $w$  in m/s werden gedruckt.

Mittels der Rekursionsformeln

$$\Delta p_K = \Delta p_K - \Delta p \quad (6.12)$$

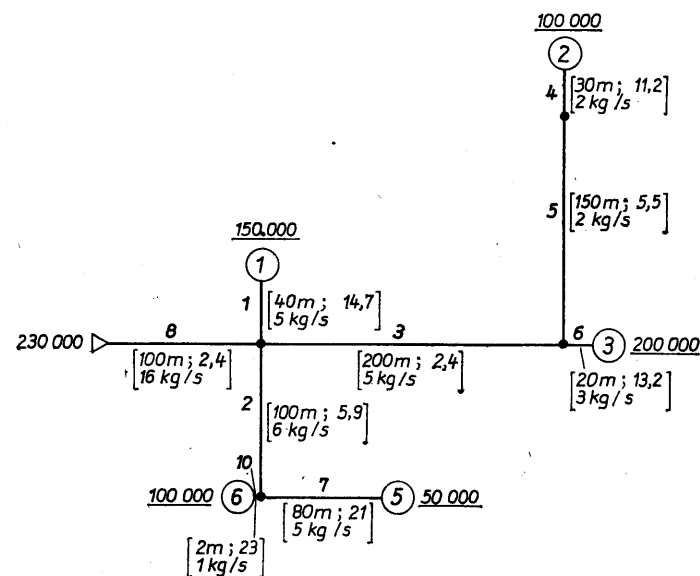
$$l_{\max K} = l_{\max K} - l \quad (6.13)$$

ergeben sich die Werte für den „Reststrang“. Mit den Daten der nächsten Strangteilstrecke wird der Rechenzyklus ab Konnektor ① fortgesetzt. Die Rechnung erfolgt so lange, bis  $l_{\max K} = 0$  ist.

Bei gut überlegter Strangeinteilung sind die gleichen Ergebnisse wie bei Verwendung des Netzprogramms möglich.

### 6.2.2. Beispiel

Das Netz, das im Abschnitt 6.1.10. betrachtet wurde, soll nach dem teilautomatisierten Algorithmus erneut bemessen werden. Die Ausgangsdaten sind im Bild 6.20 zusammengestellt. Die Temperaturen betragen:  $t_V = 130^\circ\text{C}$ ;  $t_R = 70^\circ\text{C}$ .



### Erklärung:

- 1 Teilstreckennummer
- ③ 200 000 Abnehmernummer und erforderlicher Differenzdruck am Abnehmer in Pa
- 230 000 Differenzdruck an der Einspeisestelle in Pa
- [200m; 2,4] [5 kg/s] Teilstreckenlänge; ( $\sum \zeta$ ) Massestrom

Bild 6.20 Heizwassernetz mit den Ausgangsdaten für Beispielrechnung

### Lösung

Das im Bild 6.19 vorgestellte Programm wurde auf einem Taschenrechner umgesetzt. Um ein einfaches Programm zu erhalten, ist nur ein bescheidener Ein- und Ausgabeservice gewählt worden.

Als Strang 1 wird die Teilstreckenfolge 8, 3 und 6 formiert, da der verfügbare Differenzdruck (230000 – 200000) Pa hierfür besonders klein ist. Der Dialog mit dem Rechner ist im Bild 6.21 dokumentiert. Die mit Sternchen indizierten Zahlen stellen Eingabewerte dar.

Für die erste Teilstrecke des Stranges 1 (Teilstreckennummer: 8) wird ein Durchmesser  $dd = 156$  mm vorgeschlagen. Daraufhin sei  $di = 150$  mm gewählt. Es folgen die Teilstreckenergebnisse zu

$$\Delta p = 10477 \text{ Pa}$$

$$w = 0,95 \text{ m/s.}$$

STRANG 1	STRANG 2	STRANG 3
DPK PA =?	DPK PA =?	DPK PA =?
230000 ***	214190 ***	219523 ***
DPA PA =?	DPA PA =?	DPA PA =?
200000 ***	100000 ***	150000 ***
LMAXK M =?	LMAXK M =?	LMAXK M =?
320,00 ***	100,00 ***	40,00 ***
WMAX M/S =?	WMAX M/S =?	WMAX M/S =?
3,00 ***	3,00 ***	3,00 ***
T C =?	T C =?	T C =?
100,00 ***	100,00 ***	100,00 ***
A =?	A =?	A =?
0,15 ***	0,15 ***	0,15 ***
M KG/S =?	M KG/S =?	M KG/S =?
16,00 ***	2,00 ***	5,00 ***
ZETA =?	ZETA =?	ZETA =?
2,40 ***	5,50 ***	14,70 ***
L M =?	L M =?	L M =?
100,00 ***	150,00 ***	40,00 ***
DD MM =156	DD MM =49	DD MM =56
150,0 ***	51,2 ***	64,2 ***
DP = 10477 PA	DP = 63598 PA	DP = 48517 PA
W = 0,95 M/S	W = 1,01 M/S	W = 1,61 M/S
DPK = 219523 PA	DPK = 150592 PA	DPK = 171006 PA
LMAXK = 220,00 M	LMAXK = 30,00 M	LMAXK = 0,00 M
M KG/S =?	M KG/S =?	M KG/S =?
5,00 ***	2,00 ***	
ZETA =?	ZETA =?	
2,40 ***	11,20 ***	
L M =?	L M =?	
200,00 ***	30,00 ***	
DD MM =102	DD MM =40	
125,0 ***	41,3 ***	
DP = 5333 PA	DP = 49724 PA	
W = 0,43 M/S	W = 1,56 M/S	
DPK = 214190 PA	DPK = 100867 PA	
LMAXK = 20,00 M	LMAXK = 0,00 M	
M KG/S =?		
3,00 ***		
ZETA =?		
13,20 ***		
L M =?		
20,00 ***		
DD MM =55		
64,2 ***		
DP = 11515 PA		
W = 0,97 M/S		
DPK = 202675 PA		
LMAXK = 0,00 M		

STRANG 4	NEUBEMESSUNG TEILSTRECKE 10	STRANG 5
DPK PA =?	DPK PA =?	DPK PA =?
219523 ***	144003 ***	144003 ***
DPA PA =?	DPA PA =?	DPA PA =?
100000 ***	100000 ***	50000 ***
LMAXK =?	LMAXK =?	LMAXK =?
102,00 ***	2,00 ***	80,00 ***
WMAX M/S =?	WMAX M/S =?	WMAX M/S =?
3,00 ***	3,00 ***	3,00 ***
T C =?	T C =?	T C =?
100,00 ***	100,00 ***	100,00 ***
A =?	A =?	A =?
0,15 ***	0,15 ***	0,15 ***
M KG/S =?	M KG/S =?	M KG/S =?
6,00 ***	1,00 ***	5,00 ***
ZETA =?	ZETA =?	ZETA =?
5,90 ***	23,00 ***	21,00 ***
L M =?	L M =?	L M =?
100,00 ***	2,00 ***	80,00 ***
DD MM =65	DD MM =21	DD MM =60
70,2 ***	27,1 ***	64,2 ***
DP = 75520 PA	DP = 41644 PA	DP = 86574 PA
W = 1,62 M/S	W = 1,81 M/S	W = 1,61 M/S
DPK = 144003 PA	DPK = 102359 PA	DPK = 57429 PA
LMAXK = 2,00 M	LMAXK = 0,00 M	LMAXK = 0,00 M
M KG/S =?		
1,00 ***		
ZETA =?		
23,00 ***		
L M =?		
2,00 ***		
DD MM =21		
21,2 ***		
DP = 116269 PA		
W = 2,96 M/S		
DPK = 27734 PA		
LMAXK = 0,00 M		

Bild 6.21 Protokoll des Dialoges mit dem Taschenrechner

Die Daten am Knoten 1 lauten damit:

$$\Delta p_K = 219523 \text{ Pa}$$

$$l_{\max K} = 220 \text{ m.}$$

Der weitere Aufruf der Teilstreckendaten gilt der Teilstrecke 3 und schließlich der Teilstrecke 6. Das Ende des Stranges zeichnet sich durch  $l_{\max K} = 0$  aus. Der zugehörige Knotendruck

$$\Delta p_K = 202675 \text{ Pa}$$

entspricht dem Differenzdruck am Strangende, d. h. am Abnehmer 3. Er ist größer als der benötigte Wert von 200000 Pa. Die Ergebnisse sind im Bild 6.22 eingetragen.

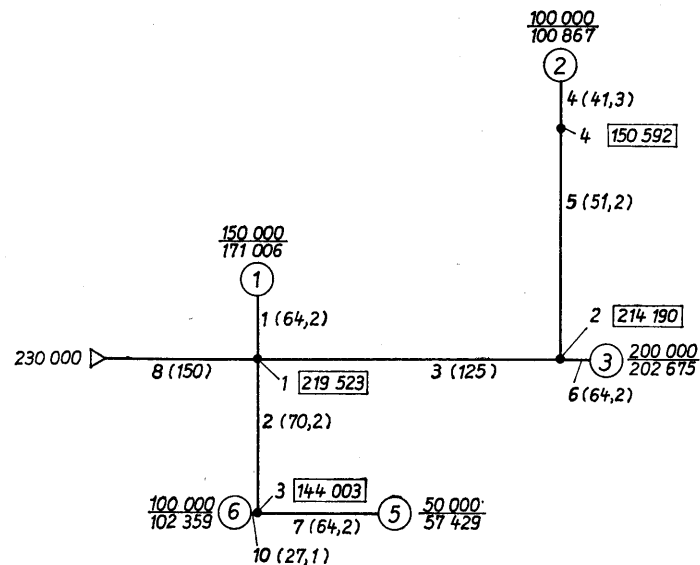
Strang 2 besteht aus den Teilstrecken 5 und 4. Ausgangspunkt ist der Knoten 2. Das Strangende liegt am Abnehmer 2.

Strang 3 ist mit der Teilstrecke 1 identisch.

Als Strang 4 wird die Folge aus den Teilstrecken 2 und 10 verstanden. Obwohl der Weg kürzer als der zum Abnehmer 5 ist, so erscheint dieser Strang wegen des hohen Differenzdruckes am Abnehmer dennoch ungünstiger. Am Ende des Stranges 4 verbleiben für den Abnehmer 6 noch ein Differenzdruck von 27734 Pa. Damit ist die Forderung (100000 Pa) natürlich nicht erfüllbar. Verursacht wurde dieses Ergebnis durch den zu niedrig gewählten Quotienten  $a$ . Ab Knoten 3 wird deshalb die Strangberechnung für Teilstrecke 10 wiederholt und ein größerer Rohrdurchmesser gewählt. Der neue Enddruck kann akzeptiert werden.

Schließlich ist noch Strang 5, der der Teilstrecke 7 entspricht, zu bemessen.

Alle Normdurchmesser, Knoten und Abnehmerdrücke finden sich im Bild 6.22. Es besteht völlige Übereinstimmung mit den Ergebnissen der automatisierten Netz-



#### Erklärung:

1 (64,2) Teilstreckennummer mit Rohrinne Durchmesser in mm

• 1 219 523 Knotennummer mit Differenzdruck am Knoten in Pa

⑤  $\frac{50\,000}{57\,429}$  Abnehmernummer mit  $\frac{\text{erforderlichem}}{\text{vorhandenem}}$  Differenzdruck am Abnehmer in Pa

Bild 6.22 Heizwassernetz mit Bemessungsergebnissen

bemessung (Bild 6.18). Damit ist bewiesen, welche großen Rationalisierungseffekte auch Kleinstprogramme erbringen können. Der dokumentierte Dialog und die im Netzplan vermerkten Daten geben stets einen kompletten Überblick und befähigen den Ingenieur, auch zu geplanten Änderungen jederzeit aussagefähig zu sein.

## 6.3. Manuelle Bemessung

### 6.3.1. Algorithmus

Die manuelle Bemessung hat das Ziel, mit geringem Rechenaufwand und wenig nachträglichen Änderungen bereits gewählter Normdurchmesser die gestellte Aufgabe zu lösen.

Ähnlich wie bei der teilautomatisierten Bemessung teilt man auch bei diesem Verfahren das Heizwassernetz in Stränge auf. Für den vermutlich ungünstigsten Strang wird der mittlere, spezifische Druckverlust berechnet. Analog Gl. (6.11) gilt

$$R_m = (1 - a) \frac{\Delta p_K - \Delta p_A}{l_{\max}} \quad (6.14)$$

$\Delta p_K$  Vorhandener Differenzdruck am Stranganfang (Knoten)

$\Delta p_A$  Erforderlicher Differenzdruck am Strangende (Abnehmer)

$l_{\max}$  Länge des Stranges (Vor- und Rücklaufängen der zum Strang gehörigen Teilstrecken)

$a$  Druckverlustquotient nach Gl. (6.2).

Ausgehend von den bekannten, teilstreckenbezogenen Masseströmen  $m_i$  werden aus den Druckverlusttabellen (Anhang I) die Teilstreckendurchmesser  $d_i$  ausgewählt, deren  $R$  dem errechneten Mittelwert  $R_m$  am nächsten kommt. Liegt der reale Wert  $R_i$  darunter, so sollte man zum Ausgleich den der folgenden Teilstrecke  $R_{i+1}$  darüber wählen usw. Da das  $R_m$  nur einmal pro Strang gebildet wird und nicht nach jeder bemessenen Teilstrecke eine Aktualisierung erfährt, ist die Treffsicherheit der Durchmesserannahmen natürlich geringer als bei der teilautomatisierten Bemessung. Anschlußstichleitungen werden meistens durch direktes Probieren eingepaßt. Für größere Netzteile definiert man weitere Stränge und verfährt wie vorstehend beschrieben.

### 6.3.2. Beispiel

Es soll wiederum das im Bild 6.20 vorgestellte Netz betrachtet werden, wobei beispielhaft die Rohrleitungen zu zwei Abnehmern zu bemessen sind. Die mittlere Temperatur beträgt 100 °C.

#### Lösung

Wegen der geringen, verfügbaren Druckdifferenz zwischen Einspeisestelle und Abnehmer 3 werden die Teilstrecken 8, 3 und 6 zum „ungünstigsten“ Strang zusammengefaßt. Aus Gl. (6.14) folgt

$$R_m = (1 - 0,15) \frac{230\,000 - 200\,000}{640} \frac{\text{Pa}}{\text{m}} = 40 \text{ Pa/m.}$$

Aus den Tabellen für eine Bezugstemperatur von 85 °C ergeben sich in Abhängigkeit der Masseströme

Teil- strecke	$\dot{m}$ kg/s	DN	$R$ Pa/m	$l$ m	$Rl$ Pa	$\sum \zeta$ —	$S$ Pa	$S \sum \zeta$ Pa	$\bar{w}$ m/s
8	16	150	47,3	200	9460	2,4	423	1015	0,93
3	5	100	39,5	400	15 800	2,4	209	502	0,66
6	3	80	41,2	40	1648	13,2	168	2218	0,59
								26908	3735

Damit beträgt der Differenzdruck am Abnehmer 3:

$$\Delta p_{A,3} = 230000 \text{ Pa} - 26908 \text{ Pa} - 3735 \text{ Pa} = 199357 \text{ Pa}.$$

Da dieser Wert kleiner als der geforderte Differenzdruck ist, muß eine Teilstrecke vergrößert werden. Um innerhalb des Stranges eine Durchmesserabstufung beizubehalten, wird die Teilstrecke 3 vergrößert. Da dies auf einer Länge von 400 m recht große Auswirkung hat, sei dafür der Durchmesser der Teilstrecke 6 reduziert.

Teil- strecke	$\dot{m}$ kg/s	DN	$R$ Pa/m	$l$ m	$Rl$ Pa	$\sum \zeta$ —	$S$ Pa	$S \sum \zeta$ Pa	$\bar{w}$ m/s
8	16	150	47,3	200	9460	2,4	423	1015	0,93
3	5	125	12,9	400	5 160	2,4	85,7	206	0,42
6	3	65	89,1	40	3564	13,2	310	4092	0,80
								18184	5313

Damit ergibt sich der Abnehmerdifferenzdruck zu  $\Delta p_{A,3} = 206503 \text{ Pa}$ .

Wegen des relativ hohen Drucküberschusses soll der Durchmesser der Teilstrecke 6 nochmals reduziert werden.

Teil- strecke	$\dot{m}$ kg/s	DN	$R$ Pa/m	$l$ m	$Rl$ Pa	$\sum \zeta$ —	$S$ Pa	$S \sum \zeta$ Pa	$\bar{w}$ m/s
6	3	60	140	40	5600	13,2	443	5848	0,96

Die Differenzdrücke betragen:

Knoten 1: 219525 Pa

Knoten 2: 214159 Pa

Abnehmer 3: 202711 Pa.

Zur Einpassung der Teilstrecke 1 wird wiederum die Gl. (6.14) ausgewertet:

$$R_m = (1 - 0,15) \frac{219525 - 150000}{80} \frac{\text{Pa}}{\text{m}} = 739 \text{ Pa/m}.$$

Teil- strecke	$\dot{m}$ kg/s	DN	$R$ Pa/m	$l$ m	$Rl$ Pa	$\sum \zeta$ —	$S$ Pa	$S \sum \zeta$ Pa	$\bar{w}$ m/s
1	5	60	377	80	30160	14,7	1232	18110	1,6

Der Abnehmerdifferenzdruck beträgt:

Abnehmer 1: 171255 Pa.

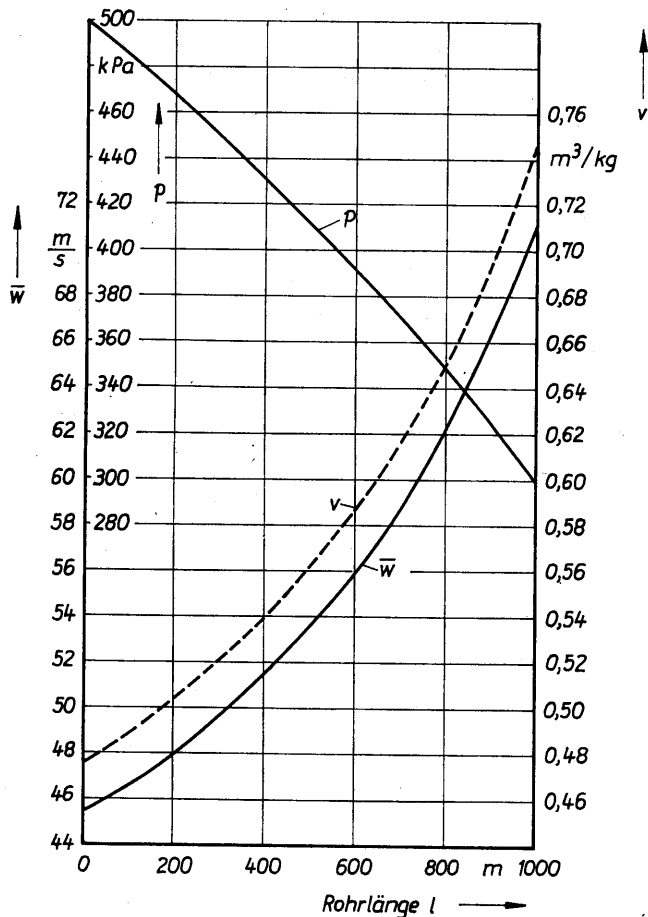
Es ist deutlich geworden, daß das manuelle Verfahren bedeutend mehr Rechnungswiederholungen als der teilautomatisierte Algorithmus erfordert.

### Hinweis

Der Bemessung müßte eigentlich noch eine exakte Nachrechnung gemäß Abschnitt 5.5. folgen, bei der die Einzelwiderstandsbeiwerte der Rohrverzweigungen, die bei der Bemessung nur pauschal erfaßt wurden, genau ermittelt würden.

## 7. Druckverluste durch Rohrreibung bei kompressiblen Medien

Während bei Flüssigkeiten längs des Strömungsweges die Dichte bzw. das spezifische Volumen  $v$  als konstant angenommen werden kann, tritt bei Gasen und Dämpfen mit sinkendem Druck eine Expansion ein, d. h., das spezifische Volumen wächst. Dies hat schwerwiegende Folgen für die Berechnung, denn mit der Größe  $v$  ändert sich auch die Geschwindigkeit  $\bar{w}$ . Bild 7.1 zeigt den möglichen Verlauf des Druckes,



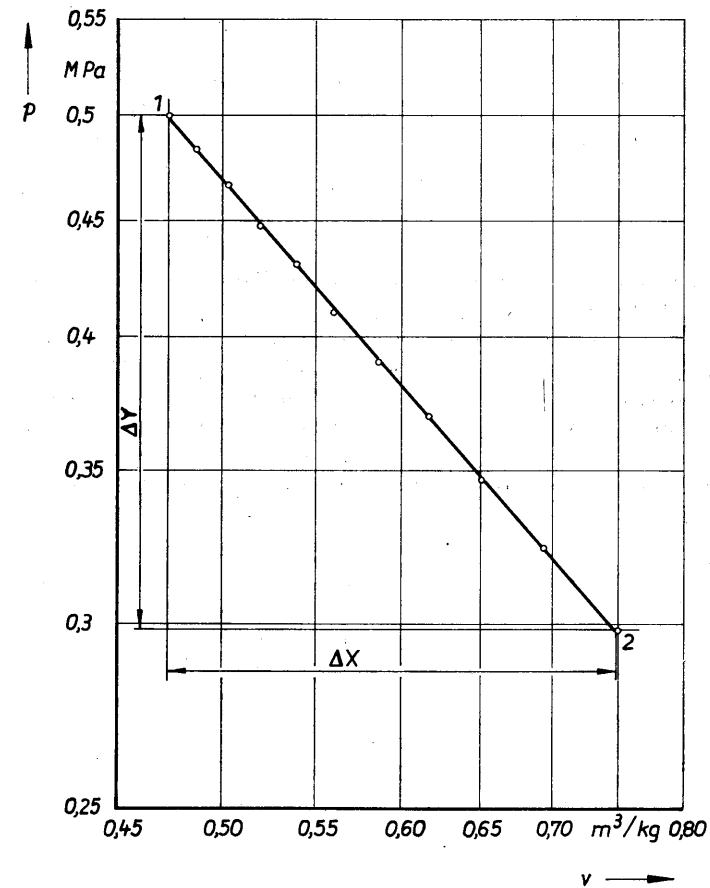
**Bild 7.1** Wegabhängiger Druckverlauf  $p$ , Geschwindigkeitsverlauf  $\bar{w}$  und Verlauf des spezifischen Volumens  $v$  des in einer 1000 m langen Dampfleitung strömenden, überhitzten Wasserdampfes

des spezifischen Volumens und der Geschwindigkeit des in einer 1000 m langen Rohrleitung strömenden Dampfes. Außerdem ist im doppellogarithmischen Netz des Bildes 7.2 der Zusammenhang  $p = p(v)$  aufgetragen. In guter Näherung liegen die Zustandspunkte auf einer Regressionsgeraden, die der Gleichung  $pv^\mu$  genügt. Der Exponent beträgt im vorliegenden Fall

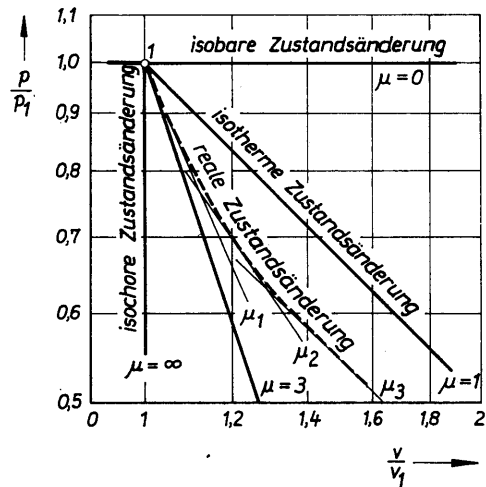
$$\mu = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = 1,1313.$$

Im Abschnitt 2.3.2. wurde für diesen Verlauf der Zustandsgrößen die Bezeichnung **reibungsbehaftete Polytrope** im Gegensatz zur eigentlichen (reversiblen) Polytropen geprägt.

Der Exponent wird bei praktischen Strömungen im Bereich  $\mu = 1 \dots 3$  erwartet. Allgemein könnte er allerdings zwischen  $\mu = 0$  (isobare Änderung) und  $\mu = \infty$  (iso-



**Bild 7.2** Zustandsparameter  $p, v$  - der im Bild 7.1 vorgestellten Dampfströmung - liegen im doppellogarithmischen Netz in guter Näherung auf einer Geraden  $pv^{1,1313} = \text{const.}$



**Bild 7.3** Rohrströmungen kompressibler Medien sind allgemein im Bereich von isobarer Zustandsänderung ( $\mu = 0$ ) bis zur isochoren Zustandsänderung ( $\mu = \infty$ ) denkbar.

Jede reale Zustandsänderung kann grundsätzlich durch einen Polygonzug reibungsbehafteter Polytropen angenähert werden. Hier sind es die Kurven  $pv^{\mu_1}$ ;  $pv^{\mu_2}$ ;  $pv^{\mu_3}$  mit den Exponenten:  $\mu_1 = 2,3$ ;  $\mu_2 = 1,7$ ;  $\mu_3 = 1,0$ .

isochore Änderung) liegen (Bild 7.3). Beide stellen extreme Grenzfälle dar. Die erste Änderung würde zu keinem Druckabfall führen. Im zweiten Fall würde wie bei inkompressiblen Medien das Volumen konstant bleiben.

Allgemein kann man nicht annehmen, daß der Exponent  $\mu$  längs der Zustandsänderung über eine große Distanz unverändert — wie im Bild 7.2 — gilt. Man kann aber stets die Zustandsänderung durch einen Polygonzug mit jeweils verschiedenen Exponenten  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  usw. annähern (Bild 7.3). Abschnittsweise gilt dann auch  $\mu = \text{const}$ , was in den weiteren Ableitungen vorausgesetzt wird.

Wegen der normalerweise starken Veränderung von  $v$  und  $\bar{w}$  längs des Strömungsweges kann man für die kompressiblen Medien die Gl. (3.1)

$$\Delta p_R = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \bar{w}^2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{1}{2v} \bar{w}^2 \quad (7.1)$$

nicht mehr uneingeschränkt und fehlerfrei verwenden. Exakt gilt Gl. (7.1) nur längs eines sehr kleinen Stromröhrenabschnittes  $dl$  in der differentiellen Form

$$d(\Delta p_R) = \frac{\lambda}{d} \frac{1}{2v} \bar{w}^2 dl \quad (7.2)$$

oder für eine endlich lange Rohrstrecke  $l$  unter Verwendung von entsprechenden Mittelwerten

$$\Delta p_R = \lambda_m \frac{l}{d} \frac{1}{2v_m} \bar{w}_m^2. \quad (7.3)$$

Die Auswertung bereitet einige Schwierigkeiten.

In der Literatur existiert zwar eine Vielzahl von Berechnungsvorschlägen, die aber stets von mehr oder weniger großen Vereinfachungen ausgehen und somit Näherungen darstellen. Bei der praktischen Anwendung kommt man auch nicht umhin, sich solcher Lösungswege zu bedienen. Eine nahezu exakte Ermittlung des Enddruckes  $p_2$  und der Endtemperatur  $t_2$  wäre nur durch die numerische Auswertung der Gln. (2.7) und (2.11) möglich. Eine durchgehend analytische Lösung scheidet, da der Rohrreibungsbeiwert  $\lambda$  nur iterativ berechenbar (Gl. (3.8)) ist, die Zustandsgrößen der realen Gase und Dämpfe nicht durch die Gesetze für ideale Gase beschrieben werden können und letztlich in der Regel die Ergebnisse — z. B.  $p_2$  aus Gl. (2.11) — nicht explizit darstellbar sind.

Nachfolgend sollen verschiedene Algorithmen mit unterschiedlichen Vereinfachungen vorgestellt werden. Dies ist sinnvoll, da man so je nach Anwendungsfall und Genauigkeitsforderungen auswählen kann.

### 7.1. Analytische Lösung der Energiegleichung

Unter Vernachlässigung der potentiellen Energie folgt aus Gl. (2.11) für  $\dot{L}_{t,12} = 0$

$$\dot{m} \int_1^2 v dp + \frac{\dot{m}}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2) + \dot{L}_{R,12} = 0. \quad (7.4)$$

Nach Gl. (2.24) gilt

$$\dot{L}_{R,12} = v_m \dot{m} \Delta p_{V,12}. \quad (7.5)$$

Da zunächst nur die reine Rohrströmung (ohne Einzelwiderstände) betrachtet wird, ist  $\Delta p_{V,12} = \Delta p_R$ . Damit lautet Gl. (7.4)

$$-\int_1^2 v dp = \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2) + v_m \Delta p_R \quad (7.6)$$

sowie in differentieller Schreibweise mit Gl. (7.2) und  $v \equiv v_m$

$$-v dp = K_E \bar{w} d\bar{w} + v \frac{\lambda}{d} \frac{1}{2v} \bar{w}^2 dl. \quad (7.7)$$

Aus Gl. (2.29) folgen für die reibungsbehaftete polytrope Zustandsänderung zwischen den Rohrquerschnitten 1 und 2 die bekannten Beziehungen:

$$vp^\mu = v_1 p_1^\mu \quad (7.8)$$

$$\frac{1}{\bar{w} p^\mu} = \frac{1}{\bar{w}_1 p_1^\mu}. \quad (7.9)$$

Aus der letzten Gleichung kann sofort das Geschwindigkeitsdifferential

$$d\bar{w} = -\frac{1}{\mu} \frac{1}{\bar{w}_1 p_1^\mu} p^{-\frac{1}{\mu}-1} dp \quad (7.10)$$



berechnet werden. Die Substitution der Gln. (7.8) bis (7.10) in Gl. (7.7) ergibt nach einigen Umformungen

$$-\frac{v_1}{\bar{w}_1^2} p_1^{-\frac{1}{\mu}} \int_1^2 p^{\frac{1}{\mu}} dp + \frac{1}{\mu} \int_1^2 K_E \frac{dp}{p} = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{\lambda}{d} dl. \quad (7.11)$$

Unter der weiteren Annahme  $\lambda = \text{const}$  und  $K_E = \text{const}$  lautet die Lösung der Differentialgleichung

$$-\frac{\mu}{\mu+1} \frac{v_1}{\bar{w}_1^2} p_1^{-\frac{1}{\mu}} \left[ p_2^{\frac{\mu+1}{\mu}} - p_1^{\frac{\mu+1}{\mu}} \right] + \frac{1}{\mu} K_E \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{\lambda}{2d} l. \quad (7.12)$$

Der Druck am Ende der Rohrteilstrecke beträgt dann

$$p_2 = \left[ p_1^{\frac{\mu+1}{\mu}} - \frac{\mu+1}{\mu} \frac{\bar{w}_1^2}{v_1} p_1^{\frac{1}{\mu}} \left( \frac{\lambda l}{2d} + \frac{K_E}{\mu} \ln \frac{p_1}{p_2} \right) \right]^{\frac{\mu}{\mu+1}}. \quad (7.13)$$

Er ist nur iterativ errechenbar, wobei man zunächst das Druckverhältnis  $p_1/p_2 = 1$  setzen kann.

Die richtige Annahme des Exponenten  $\mu$  ist sehr problematisch. In der Regel kann  $\mu$  nur aus der Auswertung realer Zustandsverläufe gemäß Bild 7.2 gewonnen werden und dann durch Übertragen auf ähnliche Fälle zur Vorausberechnung von  $p_2$  mittels Gl. (7.13) dienen.

Für praktische Berechnungen wird man meistens eine **isotherme Zustandsänderung** ( $\mu = 1$ ) vereinfacht annehmen:

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - \frac{\bar{w}_1^2}{v_1} p_1 \left( \lambda \frac{l}{d} + 2K_E \ln \frac{p_1}{p_2} \right)}. \quad (7.14)$$

Die Ungenauigkeiten der Lösungen nach den Gln. (7.13) und (7.14) sind theoretisch nur in den Annahmen  $\lambda = \text{const}$  und  $K_E = \text{const}$ , die man der Einfachheit halber auf  $\bar{w}_1$  beziehen wird, begründet.

Viele in der Praxis verwendete Näherungen vernachlässigen zusätzlich die **Änderung der kinetischen Energie**. Damit gilt  $d\bar{w} = 0$ , und die daraus resultierenden Terme in der vorstehenden Ableitung entfallen.

Der Enddruck beträgt dann bei **reibungsbehafteter polytroper Zustandsänderung**

$$p_2 = \left[ p_1^{\frac{\mu+1}{\mu}} - \frac{\mu+1}{\mu} \frac{\bar{w}_1^2}{v_1} p_1^{\frac{1}{\mu}} \frac{\lambda l}{2d} \right]^{\frac{\mu}{\mu+1}} \quad (7.15)$$

und bei **isothermem Zustandsverlauf** ( $\mu = 1$ )

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - \frac{\bar{w}_1^2}{v_1} p_1 \lambda \frac{l}{d}}. \quad (7.16)$$

Bekannter ist allerdings die in der Literatur oftmals angegebene Form

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\bar{w}_1^2}{2v_1}, \quad (7.17)$$

die vollkommen mit Gl. (7.16) identisch ist. Die Gln. (7.15) bis (7.17) sind einfach auszuwerten, da sich keine Iterationen notwendig machen.

Es sind auch noch weitere Näherungen üblich; so schlägt [4] vor, daß nach Auswertung der Isothermenbeziehung (Gl. (7.17)) im Nachhinein auf Grund der Druckänderung noch eine isentrope Temperaturänderung iterativ berücksichtigt werden sollte. Ob dadurch eine Verbesserung der Ergebnisse eintritt, hängt von den speziellen Gegebenheiten — beispielsweise von der Intensität des Wärmeaustausches mit der Umgebung — ab. Eine allgemeingültige Beurteilung ist nicht möglich.

Die Austrittsgeschwindigkeit kann mit Hilfe von Gl. (7.9) zu

$$\bar{w}_2 = \bar{w}_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\mu}}$$

ermittelt werden. Diese Geschwindigkeit muß natürlich kleiner als die Schallgeschwindigkeit sein. Nur dann gelten die Gln. (7.13) bis (7.17) (vgl. Abschnitt 2.4.).

Der quantitative Unterschied zwischen den Gln. (7.15) bis (7.17) zu den genaueren Gln. (7.13) und (7.14) besteht im Vernachlässigen der Beschleunigungsenergie. Die Näherung enthält aber auch einen wesentlichen qualitativen Unterschied. Während in den Gln. (7.13) und (7.14) der sogenannte Druckverlust infolge Rohrreibung  $\Delta p_R$  nur einen rechnerischen Anteil der Druckdifferenz zwischen Anfang und Ende der betrachteten Rohrstrecke ( $p_1 - p_2$ ) darstellt — der andere Part wird durch die Geschwindigkeitsänderung gebildet —, sind in den Gln. (7.15) bis (7.17)  $\Delta p_R$  und ( $p_1 - p_2$ ) gleich. Das heißt, der durch die Wandreibung hervorgerufene Druckunterschied entspricht bei der vorgenommenen Näherung vollkommen dem Differenzdruck über der Teilstrecke. Dies galt bei einer horizontal verlegten Rohrleitung gleichen Querschnittes und inkompressiblem Strömungsmedium nach Gl. (2.20), wegen  $\bar{w}_1 = \bar{w}_2$ , stets exakt. Bei Gasen und Dämpfen stellt diese Annahme jedoch nur eine Näherung dar (vgl. auch Gl. (2.32)).

Eine weitere Näherungsstufe erhält man, wenn das in Gl. (7.6) enthaltene Integral für einen konstanten Mittelwert  $v_m$  — der im Verlauf der Zustandsänderung gelten soll — gelöst wird. Es folgt dann

$$-v_m(p_2 - p_1) = v_m \Delta p_R$$

und damit ergibt sich der Enddruck zu

$$p_2 = p_1 - \Delta p_R. \quad (7.18)$$

Zur Berechnung von  $\Delta p_R$  wird üblicherweise Gl. (7.1) herangezogen, wobei  $v = v_1$  und  $\bar{w} = \bar{w}_1$  gesetzt werden. Dies bedeutet, daß man die Gase und Dämpfe bei dieser Näherung wie inkompressible Medien betrachtet. Als zulässige Grenzen gibt man allgemein

$$0,9 < \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_2}{v_1} < 1,1 \quad (7.19)$$

an. Da die Temperaturänderungen bei reinem Medientransport (keine Heiz- oder Kühlrohre) relativ klein sind, kann als zulässiger Enddruckbereich

$$p_2 > 0,9p_1 \quad (7.20)$$

genannt werden. Würde man zur Berechnung von  $\Delta p_R$  Gl. (7.3) heranziehen, so wären zur Ermittlung der Mittelwerte  $v_m$ ,  $\bar{w}_m$  und  $\lambda_m$  natürlich Iterationen notwendig.

Die nachfolgenden Beispiele sollen die Abweichungen der Näherungen untereinander verdeutlichen.

## 7.2. Beispiel

Durch eine 100 m lange Rohrleitung mit einem Innendurchmesser  $d = 0,1$  m und einer Rauhhigkeit von  $\varepsilon = 0,1$  mm strömt Luft ( $\dot{m} = 1,4$  kg/s). Die Eintrittsparameter betragen:

$$p_1 = 0,6 \text{ MPa}, \quad t_1 = 20^\circ\text{C}.$$

Es sollen die Enddrücke und Temperaturen nach den im Abschnitt 7.1. vorgestellten Näherungen bestimmt werden. Die Luft sei als ein ideales Gas mit der Gaskonstanten  $R = 287$  J/kg K anzunehmen. Die dynamische Zähigkeit beträgt bei  $20^\circ\text{C}$   $\eta = 17,98 \times 10^{-6}$  kg/ms. Die Umgebung habe die Temperatur  $t_u = 20^\circ\text{C}$ .

### Lösung

Nach der allgemeinen Gasgleichung gilt

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 293}{0,6 \cdot 10^6} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} = 0,1402 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Die Geschwindigkeit folgt dann zu

$$\bar{w}_1 = \frac{\dot{V}_1}{\pi d^2} = \frac{4\dot{m}v_1}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 1,4 \cdot 0,1402}{\pi \cdot 0,1^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \text{ m/s}.$$

Die REYNOLDS-Zahl berechnet sich nach Gl. (1.1)

$$Re_1 = \frac{4\dot{m}}{\eta_1 \pi d} = \frac{4 \cdot 1,4}{17,98 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 0,1} = 991399.$$

Mit der relativen Rauhhigkeit

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 0,001$$

liefert Bild 3.2

$$\lambda_1 \approx 0,02.$$

Nach Gl. (1.21) ergibt sich der Exponent  $n$  für die Geschwindigkeitsparabel

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} = \frac{1}{\sqrt{0,02}} = 7,07,$$

woraus nach Gl. (1.25) oder zugehöriger Tabelle der Korrekturfaktor für die kinetische Energie

$$K_{E,1} \approx 1,06$$

folgt. Da über den Exponenten  $\mu$  keine Aussage vorliegt, wird vereinfachend ein vollkommener Wärmeaustausch mit der Umgebung angenommen. Damit bleibt die Temperatur des Strömungsmediums konstant und entspricht der Umgebungstemperatur.

Die Gl. (7.14) wird iterativ gelöst.

1. Iterationsschritt: ( $p_2 = p_1$ )

$$p_2 = \sqrt{(0,6 \cdot 10^6)^2 - \frac{25^2}{0,1402} 0,6 \cdot 10^6 \left(0,02 \frac{100}{0,1} + 2 \cdot 1,06 \ln 1\right)} \text{ Pa}$$

$$p_2 = 553629 \text{ Pa}$$

2. Iterationsschritt: ( $p_2 = 553629$  Pa)

$$p_2 = 553217 \text{ Pa}$$

3. Iterationsschritt: ( $p_2 = 553217$  Pa)

$$p_2 = 553213 \text{ Pa}.$$

Die Näherung, die die Änderung der kinetischen Energie vernachlässigt, ergibt ohne Iteration nach Gl. (7.16)

$$p_2 = 553629 \text{ Pa}.$$

Schließlich folgt nach Gl. (7.18) mit Gl. (7.1)

$$p_2 = \left(0,6 \cdot 10^6 - 0,02 \frac{100}{0,1} \frac{1}{2 \cdot 0,1402} 25^2\right) \text{ Pa} = 555421 \text{ Pa}.$$

In der anschließenden Zusammenstellung wird noch die Geschwindigkeit für die isotherme Zustandsänderung

$$\bar{w}_2 = \bar{w}_1 \frac{p_1}{p_2} \tag{7.21}$$

aufgeführt. Weiterhin werden der besseren Aussagekraft wegen die Druckdifferenzen und ihre prozentualen Abweichungen angegeben.

## Ergebnisübersicht

	Gl.-Nr.	$p_1 - p_2$ Pa	$\bar{w}_2$ m/s
Berücksichtigung der kinetischen Energie – isotherm	(7.14)	46 787 (0%)	27,1
Vernachlässigung der kinetischen Energie – isotherm	(7.16)	46 371 (−0,9%)	27,1
– isotherm mit $\bar{w}_1 = \text{const}$	(7.18)	44 579 (−4,7%)	27,0

Die Abweichungen dürfen nicht verallgemeinert werden, da sie stark von den speziellen Daten der Aufgabe abhängen, so z. B. von der Eintrittsgeschwindigkeit  $\bar{w}_1$ .

## 7.3. Numerische Lösung der Energiegleichung

Um die analytischen Lösungen anwenden zu können, muß der Exponent  $\mu$  bekannt sein. Er ist eine Funktion des Wärmestromes, der dissipativen Effekte und des Strömungsmediums selbst. Die Unsicherheit bei der Festlegung von  $\mu$  befriedigt in der Praxis nicht. Weiterhin ist die Temperaturberechnung nach Gl. (2.29) für reale Gase und Dämpfe nur eine erste Näherung. Deshalb werden üblicherweise isotherme Rohrströmungen modellhaft angenommen und näherungsweise die Gln. (7.14) oder (7.16) als praktische Berechnungsgrundlagen verwendet. Die dabei auftretenden Fehler sind nicht genau und allgemeingültig quantifizierbar.

Beim numerischen Verfahren sollen alle physikalischen Einflüsse, wie beispielsweise der mit der Umgebung getauschte Wärmestrom, sowie die speziellen Stoff- und Zustandsdaten der Strömungsmedien möglichst genau modelliert werden und die Rechengenauigkeit beliebig wählbar sein.

Im weiteren werden **reale Gase** und **Dämpfe** (z. B. Wasserdampf) betrachtet und die Energiebilanzen (Gln. (2.7) und (2.11)) exakt, d. h. auch unter Einbeziehen der kinetischen Energieanteile und des Wärmestromes, in Ansatz gebracht.

Die genannten Energiegleichungen ergeben unter Einbeziehen der Gl. (7.3) das zu lösende Gleichungssystem:

$$\int_1^2 v dp + \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2) + v_m \lambda_m \frac{l}{d} \left( \frac{\bar{w}^2}{2v} \right)_m = 0 \quad (7.22)$$

$$\frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{m}} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2} (K_{E,2} \bar{w}_2^2 - K_{E,1} \bar{w}_1^2). \quad (7.23)$$

Grundsätzlich wächst die Genauigkeit eines numerischen Verfahrens mit feiner werdender Unterteilung, d. h., eine 1000 m lange Dampfleitung wird nicht in einem Durchgang, sondern beispielsweise in 10 Abschnitten zu je 100 m berechnet. Sind die Abschnitte klein genug, so wäre es akzeptabel, statt der Mittelwerte  $\bar{w}_m$ ,  $v_m$  usw. die Eingangsgrößen  $\bar{w}_1$ ,  $v_1$  usw. zu verwenden. Man hätte dann ein sogenanntes expli-

zites Einschrittverfahren. Implizite Verfahren beziehen die gesuchte Lösung bereits mit ein, so daß eine Mittelwertbildung aus Anfangs- und Endwerten des Intervalls möglich ist. Da ohnehin eine iterative Lösung benötigt wird, soll von einer Schätzung der Austrittsparameter

$p_2$  und  $t_2$

ausgegangen werden. Damit liegt auch das spezifische Volumen  $v_2$  und unter Beachten der Kontinuitätsgleichung die Geschwindigkeit  $\bar{w}_2$  fest. Die Mittelwerte sind in einfachster Form als arithmetische Mittelwerte zu berechnen. Bild 7.1 zeigt jedoch, daß dies nur eine recht grobe Näherung darstellt. Der Mittelwert ist dann am besten, wenn der tatsächliche physikalische Zusammenhang aufgestellt und über den realen Bereich ein integrales Mittel gebildet wird. Nachfolgend sei dies mit vereinfachten, aber jeweils charakteristischen Modellen versucht [37].

## Mittlere Temperatur

Diese wird vor allem zur Berechnung des mit der Umgebung getauschten Wärmestromes längs der Rohrteilstrecke benötigt. Weiterhin ist die mittlere Temperatur zur Berechnung der Zähigkeit von Bedeutung. In beiden Fällen ist der Mittelwert längs des Weges, d. h. der Heizfläche „Rohr“, zu bilden. Es gilt das bekannte logarithmische Mittel für die mittlere Übertemperatur

$$t_m - t_u = \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1 - t_u}{t_2 - t_u}},$$

wenn sich  $t_1$  und  $t_2$  auf den Ein- bzw. Austrittszustand beziehen und  $t_u$  die konstante Umgebungstemperatur darstellt. Die mittlere Temperatur des Mediums lautet dann

$$t_m = t_u + \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1 - t_u}{t_2 - t_u}}. \quad (7.24)$$

Strömt gesättigter Dampf, so gilt in guter Näherung

$$t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (7.25)$$

## Mittleres spezifisches Volumen

Für das Integral in Gl. (7.22) kann

$$\int_1^2 v dp = v_m (p_2 - p_1)$$

geschrieben werden, woraus die Definitionsgleichung für den integralen Mittelwert folgt

$$v_m = \frac{\int_1^2 v \, dp}{p_2 - p_1} \quad (7.26)$$

Der Einfachheit halber wird zunächst eine **isotherme Zustandsänderung** angenommen. Für ein ideales Gas gilt der Zusammenhang

$$pv = p_1 v_1 = p_2 v_2 \quad (7.27)$$

Nach Substitution und anschließender Integration folgt

$$v_m = \frac{p_1 v_1}{p_2 - p_1} \int_1^2 \frac{1}{p} \, dp = \frac{p_1 v_1}{p_2 - p_1} \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (7.28)$$

Mit dem Druckverhältnis

$$\pi = \frac{p_2}{p_1} \quad (7.29)$$

und der Beziehung

$$p_1 v_1 = \sqrt{p_1 v_1 p_2 v_2} \quad (7.30)$$

gemäß Gl. (7.27) kann Gl. (7.28)

$$v_m = \sqrt{v_1 v_2} \frac{\ln \pi}{\sqrt{\pi} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}} \quad (7.31)$$

geschrieben werden. Interessant ist es, den Faktor

$$\varphi = \frac{\ln \pi}{\sqrt{\pi} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}}$$

auf seine Abhängigkeit von  $\pi$  zu untersuchen:

$\pi$	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\varphi$	0,8997	0,9659	0,9892	0,9979	1

Bei Druckänderungen  $p_2 > 0,6 p_1$  kann  $\varphi \approx 1$  gesetzt werden. Damit ist das mittlere spezifische Volumen in guter Näherung als geometrisches Mittel aus den Anfangs- und Endwerten

$$v_m \approx \sqrt{v_1 v_2}$$

bestimmbar.

Im Bild 7.4 wurde das Integral  $\int v \, dp$  als Fläche unter einer Isothermen ( $\mu = 1$ ) und einer reibungsbehafteten Polytrope (hier:  $\mu = 2$ ) dargestellt. Es liegen zunächst keine Kenntnisse vor, ob die Mittelwertbildung nach Gl. (7.31) auch für  $\mu \neq 1$  näherungsweise zulässig ist. Deshalb wird nachfolgend die Ableitung von  $v_m$  für den allgemeinen Fall einer **reibungsbehafteten polytropen Zustandsänderung** wiederholt. Die Gl. (7.26) liefert nach Substitution der Polytropenbeziehung

$$pv^\mu = p_1 v_1^\mu = p_2 v_2^\mu \quad (7.32)$$

$$v_m = \frac{v_1 p_1^\mu}{p_2 - p_1} \int_1^2 p^{-\frac{1}{\mu}} \, dp$$

sowie nach anschließender Integration

$$v_m = \frac{v_1 p_1^\mu}{p_2 - p_1} \left[ \frac{p_2^{\frac{\mu-1}{\mu}}}{\frac{\mu-1}{\mu}} - \frac{p_1^{\frac{\mu-1}{\mu}}}{\frac{\mu-1}{\mu}} \right] \frac{\mu}{\mu-1} \quad (7.33)$$

Das erneute Einsetzen der Gl. (7.32) ergibt beispielsweise die Form 1

$$v_m = \frac{v_2 p_2 - v_1 p_1}{p_2 - p_1} \frac{\mu}{\mu-1}$$

Die Werte  $v_1, p_1$  sind vorgegeben, die Parameter  $v_2, p_2$  nach der Schätzung bekannt. Sehr großen Einfluß auf das Ergebnis hat aber der Term  $\mu/(\mu-1)$ :

$\mu$	1	1,05	1,1	1,2	1,4	2	3	$\infty$
$\frac{\mu}{\mu-1}$	$\infty$	21	11	6	3,5	2	1,5	1

Selbstverständlich könnte

$$\mu = \frac{\ln(p_1/p_2)}{\ln(v_2/v_1)}$$

aus den bekannten Daten gebildet werden. Die sensible Wirkung von  $\mu$  auf  $v_m$  ist einer konvergenten Lösungsentwicklung im Verlaufe der Iterationen mit realen Stoffdaten möglicherweise abträglich. Außerdem ist  $v_m$  nach Form 1 mit Gl. (7.31) nicht allgemeingültig vergleichbar. Ausgehend von Gl. (7.33) wird deshalb eine weitere Umformung vorgenommen. Die Gl. (7.32) kann man auch

$$p_1^\mu v_1 = \sqrt{p_1^\mu v_1} \sqrt{p_2^\mu v_2} \quad (7.34)$$

schreiben. Unter Verwenden der in Gl. (7.29) definierten Abkürzung  $\pi$  folgt nach einigen Umformungen

$$v_m = \sqrt{v_1 v_2} \frac{\mu}{\mu-1} \left[ \frac{\pi^{-\frac{0,5}{\mu}}}{1 - \frac{1}{\pi}} - \frac{\pi^{\frac{0,5}{\mu}}}{\pi - 1} \right], \quad (7.35)$$

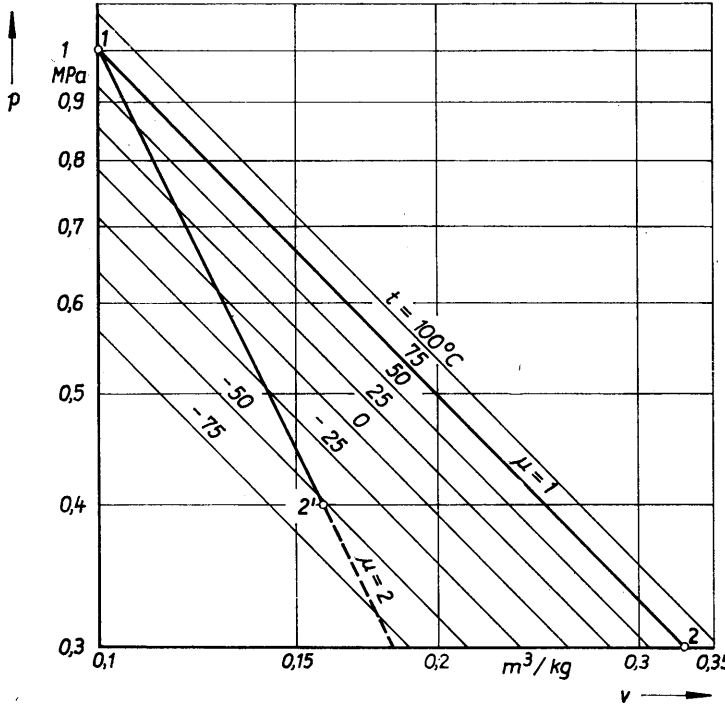
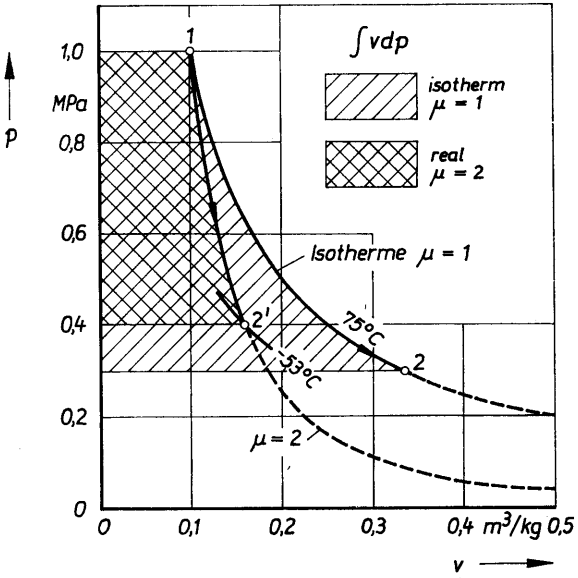


Bild 7.4

wobei der Faktor nunmehr die Form

$$\varphi = \frac{1}{1 - \frac{1}{\mu}} \left[ \frac{\pi^{-\frac{0.5}{\mu}}}{1 - \frac{1}{\pi}} + \frac{\pi^{\frac{0.5}{\mu}}}{1 - \pi} \right] \tag{7.36}$$

erhält. Er beträgt in Abhängigkeit von \$\pi\$ und \$\mu\$:

\$\mu\$	\$\pi\$				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
0,5	1	1	1	1	1
1	0,8997	0,9659	0,9892	0,9979	1
1,2	0,9024	0,9668	0,9895	0,9980	1
1,3	0,9049	0,9677	0,9898	0,9980	1
1,4	0,9077	0,9686	0,9901	0,9981	1
2	0,9242	0,9743	0,9919	0,9984	1
\$\infty\$	1	1	1	1	1

Die Werte der letzten Zeile sind sofort einleuchtend, da bei einer isochoren Zustandsänderung \$v = v\_1 = v\_2 = v\_m\$ gelten.

Die Tabellenwerte stellen ein schönes Ergebnis dar, denn \$\varphi\$ ist im praktischen Bereich nahezu unabhängig von \$\mu\$. Das heißt, der reale Temperaturverlauf in der Rohrleitung kann unbeachtet bleiben. Die Mittelwertbildung für Isothermen nach Gl. (7.31) ist in guter Näherung allgemeingültig anwendbar.

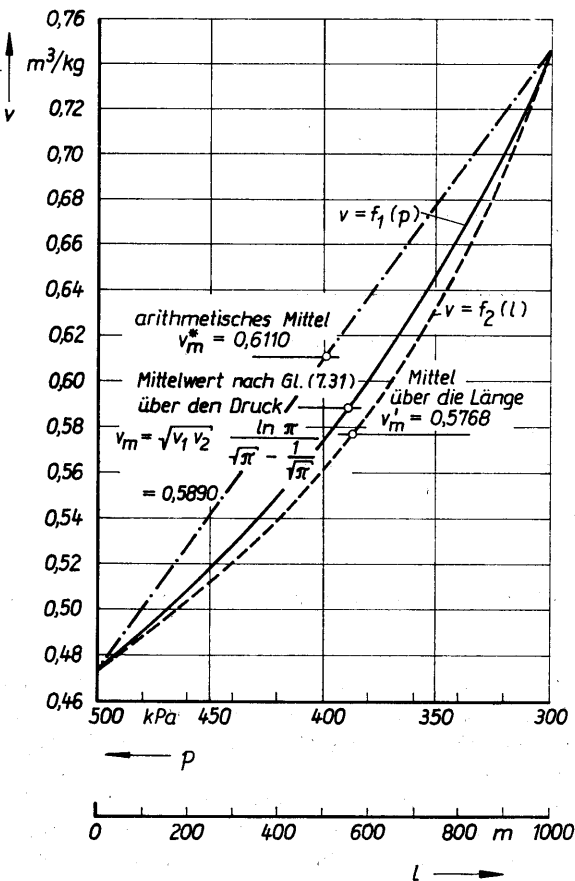
Die Leistungsfähigkeit dieser Näherung zeigt Bild 7.4 deutlich. Für \$\mu = 2\$ wird der Zustandspunkt 2' bei \$p\_2 = 0,4\$ MPa und \$t\_2 = -53^\circ\text{C}\$ erreicht, d. h., die Temperatur fiel um 128 K. Nach obiger Tabelle weist der Mittelwert \$v\_m\$ aber nur einen Fehler von

$$\frac{0,9743 - 0,9659}{0,9659} 100\% = 0,9\%$$

auf. Weiterhin war der „Kunstgriff“, die Zustandsparameter der Eintritts- und Austrittsseite mit den Gln. (7.30) bzw. (7.34) paritätisch einzuführen, für reale Gase und Dämpfe günstig, da dadurch die Abweichungen vom Verhalten idealer Gase gut kompensiert werden dürften.

Bild 7.4

- a) Veranschaulichung des Integrals \$\int v dp\$ als Fläche im \$p,v\$-Diagramm für eine isotherme Zustandsänderung (\$\mu = 1\$) von 1 nach 2 und für eine reibungsbehaftete Polytrope (\$\mu = 2\$) von 1 nach 2'
- b) Darstellung der reibungsbehafteten Polytropen im doppeltlogarithmischen Netz zur Veranschaulichung der möglichen Temperaturänderungen bei nichtisothermen Zustandsänderungen eines idealen Gases (Werte gelten näherungsweise für Luft).



**Bild 7.5** Spezifisches Volumen  $v$  als Funktion des Druckes und des Strömungsweges mit verschiedenen Mittelwerten (Grundlage: Dampfleitung des Bildes 7.1)

Dies sei am Beispiel der Dampfleitung, deren Verläufe  $p = p(l)$  und  $\bar{w} = \bar{w}(l)$  im Bild 7.1 dargestellt sind, verdeutlicht. Zur Auswertung des in Gl. (7.26) definierten Mittelwertes wurde im Bild 7.5 der Zusammenhang  $v = v(p)$  aufgezeichnet und durch Planimetrieren oder numerische Berechnung der Mittelwert

$$v_{m,num} = 0,5868 \text{ m}^3/\text{kg}$$

gebildet. Aus Gl. (7.31) folgt

$$v_m = 0,5890 \text{ m}^3/\text{kg} \text{ (Abweichung } 0,4\%).$$

Im Bild 7.5 ist weiterhin der Verlauf des spezifischen Volumens über die Länge gegenübergestellt. Bildet man vergleichsweise den Mittelwert über die Rohrlänge, so erhält man

$$v'_m = 0,5768 \text{ m}^3/\text{kg} \text{ (Abweichung } -1,7\%).$$

Schließlich beträgt das arithmetische Mittel

$$v_m^* = 0,6110 \text{ m}^3/\text{kg} \text{ (Abweichung } 4,1\%).$$

### Mittlerer Staudruck

Zur Berechnung des Staudruckes sind das Quadrat der Geschwindigkeit und das spezifische Volumen erforderlich. Der Mittelwert über dem Strömungsquerschnitt  $\bar{w}^2$  muß zusätzlich über die Länge der Rohrteilstrecke  $l$  gemittelt werden, so daß  $\bar{w}_m^2$  entsteht. Ebenso müßte  $v$  über die Länge  $l$  zu  $v'_m$  gebildet werden. Wie Bild 7.5 verdeutlicht, unterscheiden sich die Mittelwerte der Kurven  $v = f_1(p)$  bzw.  $v = f_2(l)$ . Um den physikalischen Zusammenhang richtig zu erfassen, werden deshalb die Größen  $\bar{w}^2$  und  $v$  nicht einzeln, sondern zusammengefaßt gemittelt. Es gilt für den mittleren Staudruck

$$S_m = \left( \frac{\bar{w}^2}{2v} \right)_m = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{\bar{w}^2}{2v} dl. \quad (7.37)$$

Zur einfachen Mittelwertberechnung sind im weiteren allerdings einige Näherungen unerlässlich. So folgt aus Gl. (7.7) bei Vernachlässigung der Geschwindigkeitsänderung die Beziehung

$$-dp = \frac{\lambda}{d} \frac{\bar{w}^2}{2v} dl. \quad (7.38)$$

Für  $\lambda = \text{const}$  ergibt sich über die Länge  $l$  bzw. das Druckintervall  $p_1$  bis  $p_2$  integriert

$$\int_0^l \frac{\bar{w}^2}{2v} dl = \frac{d}{\lambda} (p_1 - p_2).$$

Damit kann man den Mittelwert in Gl. (7.37) auch nach der Gleichung

$$S_m = \left( \frac{\bar{w}^2}{2v} \right)_m = \frac{d}{\lambda l} (p_1 - p_2) \quad (7.39)$$

bestimmen. Für eine isotherme Zustandsänderung ist die Druckdifferenz in Abhängigkeit der Anfangswerte bereits in Gl. (7.17) berechnet worden. Sie lautet

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\bar{w}_1^2}{v_1} p_1.$$

Die einfache mathematische Umformung  $p_1^2 - p_2^2 = (p_1 - p_2)(p_1 + p_2)$  liefert

$$p_1 - p_2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\bar{w}_1^2}{v_1} \frac{p_1}{p_1 + p_2}.$$

Setzt man nun die Beziehungen  $\bar{w}_1 p_1 = \bar{w}_2 p_2$  und  $v_1 p_1 = v_2 p_2$  ein, so folgen

$$p_1 - p_2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\bar{w}_1 \bar{w}_2}{v_1} \frac{1}{\frac{v_2}{v_1} + 1}$$

$$p_1 - p_2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\bar{w}_1 \bar{w}_2}{v_1 + v_2}. \quad (7.40)$$

Damit kann Gl. (7.39)

$$S_m = \left( \frac{\bar{w}^2}{2v} \right)_m = \frac{\bar{w}_1 \bar{w}_2}{v_1 + v_2} \quad (7.41)$$

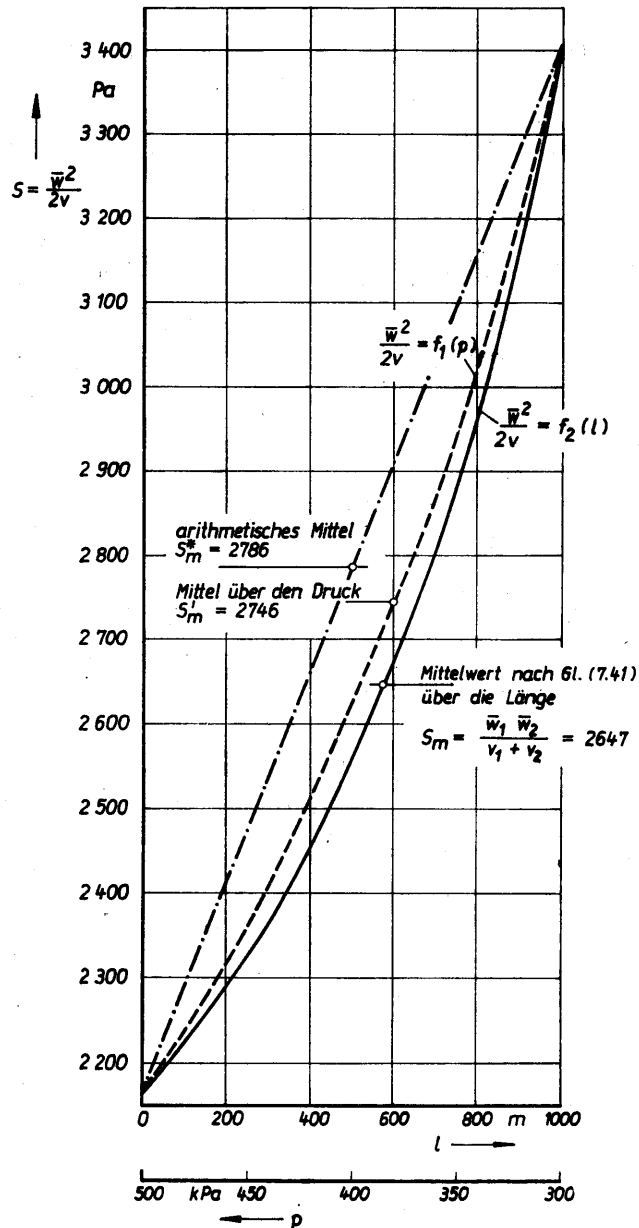


Bild 7.6 Staudruck  $S$  als Funktion des Strömungsweges und des Druckes mit verschiedenen Mittelwerten (Grundlage: Dampfleitung des Bildes 7.1)

geschrieben werden. Dies ist eine ideale Form der Mittelwertbildung. Das gleiche Ergebnis gilt übrigens auch für die isochore Zustandsänderung. Aus  $v = v_1 = v_2 = \text{const}$  folgt  $\bar{w} = \bar{w}_1 = \bar{w}_2 = \text{const}$ , womit Gl. (7.37) sofort  $S_m = \frac{\bar{w}_1^2}{2v_1}$  liefert.

Diese Beziehung kann aber auch in Form der Gl. (7.41) geschrieben werden. Im Bild 7.6 wurde aufbauend auf Bild 7.1  $\bar{w}^2/(2v)$  über  $l$  und  $p$  aufgetragen. Die numerische Mittelwertbildung, bezogen auf die Länge, ergab für den Staudruck

$$S_{m,\text{num}} = 2631 \text{ Pa.}$$

Gl. (7.41) liefert für die Idealisierung einer Isotherme

$$S_m = 2647 \text{ Pa (Abweichung 0,6\%).}$$

Erwartungsgemäß führt die arithmetische Mittelwertbildung zu einem relativ schlechten Wert

$$S_m^* = 2786 \text{ (Abweichung 5,9\%).}$$

Hätte man das Geschwindigkeitsquadrat über den Druck gemittelt, so folgte  $\bar{w}_m^2 = \bar{w}_1 \bar{w}_2$  und in Kombination mit Gl. (7.31) ergäbe sich

$$S'_m = \frac{\bar{w}_1 \bar{w}_2}{2\sqrt{v_1 v_2}} \frac{\sqrt{\pi} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}}{\ln \pi} = 2746 \text{ Pa (Abweichung 4,4\%).}$$

Schlußfolgernd stellt Gl. (7.41) eine sehr gute Näherung dar.

### Mittlerer Druck

Dieser ist nur zur Bestimmung der Zähigkeit erforderlich. Es muß deshalb der Mittelwert über die Rohrlänge  $l$

$$p_m = \frac{1}{l} \int p \, dl \quad (7.42)$$

gebildet werden. Vernachlässigt man die Änderung der kinetischen Energie und nimmt man weiterhin eine **isotherme Zustandsänderung** an, so folgt mit den Gln. (7.38) und (7.27) sowie der Beziehung

$$\bar{w}p = \bar{w}_1 p_1 = \bar{w}_2 p_2 \quad (7.43)$$

schließlich

$$p_m = -\frac{2}{l} \frac{d}{\lambda} \frac{v_1 p_1}{\bar{w}_1^2 p_1^2} \int p^2 \, dp.$$

Nach Integration dieser Gleichung sowie anschließendem Einsetzen der Gl. (7.40) ergibt sich

$$p_m = -\frac{2\bar{w}_1 \bar{w}_2}{(p_1 - p_2)(v_1 + v_2)} \frac{v_1}{\bar{w}_1^2 p_1} \frac{1}{3} (p_2^3 - p_1^3).$$

Die weiteren Umformungen sind mit Gl. (7.43) zu

$$p_m = \frac{2}{3} \frac{v_1}{(v_1 + v_2) p_2} \frac{p_1^3 - p_2^3}{p_1 - p_2}$$

und mit Gl. (7.27) zu

$$p_m = \frac{2}{3} \frac{v_1}{v_1 p_2 + v_2 p_1} \frac{p_1^3 - p_2^3}{p_1 - p_2}$$

bzw.

$$p_m = \frac{2}{3} \frac{p_1^3 - p_2^3}{p_1^2 - p_2^2}$$

möglich. Mit dem Druckverhältnis  $\pi$  gemäß Gl. (7.29) ergibt sich der mittlere Druck

$$p_m = \frac{2}{3} \frac{1 - \pi^3}{1 - \pi^2} p_1. \quad (7.44)$$

Für den im Bild 7.1 dargestellten Druckverlauf liefert die numerische Auswertung

$$p_{m,num} = 406891 \text{ Pa.}$$

Mit Gl. (7.44) berechnet sich

$$p_m = 407789 \text{ Pa (Abweichung 0,2\%).}$$

Der arithmetische Mittelwert

$$p_m^* = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{p_1}{2} (1 + \pi)$$

kann dagegen bei großen Druckunterschieden zu erheblichen Fehlern führen. Der Vergleich beider Mittelwerte liefert:

$$\frac{p_m}{p_m^*} = \frac{4}{3} \frac{1 - \pi^3}{1 - \pi^2} \frac{1}{1 + \pi}$$

$\pi$	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\frac{p_m}{p_m^*}$	1,148	1,061	1,021	1,004	1

#### Mittlerer Rohrreibungsbeiwert

In Gl. (7.22) ist noch der Rohrreibungsbeiwert  $\lambda_m$  enthalten. Die Berechnung erfolgt im laminaren Bereich nach Gl. (3.7) und im turbulenten Bereich nach Gl. (3.8). Es sei angemerkt, daß die laminare Strömung beim Medium Dampf praktisch keine Rolle spielt. Die Berechnung von  $\lambda$  hängt von der REYNOLDS-Zahl ab. Letztere kann nach Gl. (1.1) mit verschiedenen Werten berechnet werden. Für Dämpfe und reale Gase ist die Form

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\eta\pi d} \quad (7.45)$$

am vorteilhaftesten, da hierbei nur eine Größe, die dynamische Viskosität  $\eta$  von den Parametern  $p$  und  $t$  abhängt. Für diese werden die jeweiligen Mittelwerte  $p_m$  nach Gl. (7.44) und  $t_m$  nach den Gln. (7.24) bzw. (7.25) verwendet.

#### Berechnungsgang

Nach Bereitstellung der Mittelwerte können die Gln. (7.22) und (7.23) ausgewertet werden. Die explizite Darstellung der Austrittsparameter lautet:

$$p_2 = p_1 - \frac{K_{E,2}\bar{w}_2^2 - K_{E,1}\bar{w}_1^2}{2\sqrt{v_1 v_2}} \frac{\sqrt{\pi} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}}{\ln \pi} - \lambda_m \frac{l}{d} \frac{\bar{w}_1 \bar{w}_2}{v_1 + v_2} \quad (7.46)$$

$$h_2 = h_1 + \frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{m}} - \frac{K_{E,2}\bar{w}_2^2 - K_{E,1}\bar{w}_1^2}{2} \quad (7.47)$$

Bei der Berechnung ist zu beachten, daß  $Q_{12}$  eine Funktion von  $(t_m - t_u)$  nach Gl. (7.24) ist.

Aus  $h_2$  und  $p_2$  läßt sich dann die Austrittstemperatur  $t_2$  ermitteln. Der Vergleich der Werte  $(p_2, t_2)$  mit den Werten der Anfangsschätzung entscheidet, ob weitere Iterationen durchzuführen sind. Die Genauigkeit ist beliebig wählbar.

Intern verbleiben im Algorithmus aber noch Fehler durch die Bildung der vorgestellten Mittelwerte  $v_m$ ,  $S_m$  und  $p_m$ , die auf einer isothermen Zustandsänderung eines idealen Gases bei teilweiser Vernachlässigung der Geschwindigkeitsänderung basieren. Wegen der relativ einfachen Errechnung der Mittelwerte und der bedeutend höheren Genauigkeit gegenüber dem Verwenden der jeweiligen Anfangswerte bzw. der arithmetischen Mittel werden die Gln. (7.31), (7.41) und (7.44) dennoch ohne Einschränkung empfohlen.

Mit feiner werdender Unterteilung der Rohrstrecke in einzelne Teilstrecken kann dieser interne Fehler beliebig reduziert werden. So könnte bei einer Unterschreitung des Austrittsdruckes (z. B.  $p_2 < 0,8 p_1$ ) oder der Austrittstemperatur (z. B.  $T_2 < 0,98T_1$ ) eine feinere Unterteilung der Teilstrecken gefordert oder automatisch vorgenommen werden.

Das Gleichungssystem (7.46) und (7.47) gilt sowohl für ideale Gase als auch für reale Gase und Dämpfe. Bei der Auswertung ergeben sich im ersten Fall allerdings starke Vereinfachungen bei der Ermittlung der Zustandsgrößen.

Die detaillierten Algorithmen sind im Abschnitt 9. dargelegt.

#### 7.4. Beispiel

Die unter 7.2. betrachtete Rohrleitung soll mit dem numerischen Lösungsverfahren erneut berechnet werden. Im Fall a ist eine ideal wärmedämmte Rohrleitung zu betrachten, und im Fall b soll ein vollkommener Temperatúrausgleich mit der Umgebung ( $t_u = 20^\circ\text{C}$ ) erfolgen. Die Austrittsparameter sind für  $\lambda = 0,02 = \text{const}$  und  $K_{E,1} = K_{E,2} = 1,06$  zu bestimmen.



## Lösung

Grundsätzlich führt die Gl. (7.14) für das Durchflußmedium „ideales Gas“ und bei konstanter Mediumtemperatur eleganter zum Ziel als die numerische Methode. Die vorliegende Aufgabe ist aber hervorragend geeignet, die Genauigkeit und die Iterationsfähigkeit des Verfahrens zu prüfen.

## Fall a

Es handelt sich um eine adiabate Zustandsänderung ( $\dot{Q}_{12} = 0$ ).

1. Schätzung:  $p_2 = 500000 \text{ Pa}$      $t_2 = 18^\circ\text{C}$

Damit folgen analog zum Beispiel 7.2:

$$v_2 = \frac{287 \cdot 291 \text{ m}^3}{500000 \text{ kg}} = 0,1670 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\bar{w}_2 = \frac{4 \cdot 1,4 \cdot 0,1670 \text{ m}}{\pi \cdot 0,1^2 \text{ s}} = 29,77 \text{ m/s.}$$

Gln. (7.46) und (7.47) ergeben damit:

$$p_2 = \left( 0,6 \cdot 10^6 - \frac{1,06}{2} \frac{29,77^2 - 25^2}{\sqrt{0,1402 \cdot 0,1670}} \frac{\sqrt{0,833} - \frac{1}{\sqrt{0,833}}}{\ln 0,833} - 0,02 \frac{100}{0,1} \frac{25 \cdot 29,77}{0,1402 + 0,1670} \right) \text{ Pa}$$

$$p_2 = 550640 \text{ Pa.}$$

Beim idealen Gas ist die Enthalpie nicht druck-, sondern nur temperaturabhängig. Es wird der Ansatz  $h = 1007 t$  mit  $t$  in  $^\circ\text{C}$  und  $h$  in  $\text{J/kg}$  verwendet.

$$t_2 = 20^\circ\text{C} - \frac{1,06}{2 \cdot 1007} (29,77^2 - 25^2) \text{ K} = 19,86^\circ\text{C.}$$

2. Schätzung:  $p_2 = 550640 \text{ Pa}$ ;     $t_2 = 19,86^\circ\text{C}$

Analog zum ersten Durchgang berechnen sich die Werte:

$$v_2 = 0,1526 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\bar{w}_2 = 27,21 \text{ m/s}$$

$$p_2 = 553125 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 19,94^\circ\text{C.}$$

Die Iteration liefert die Endergebnisse:

$$v_2 = 0,1520 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\bar{w}_2 = 27,09 \text{ m/s}$$

$$p_2 = 553247 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 19,94^\circ\text{C}$$

$$p_1 - p_2 = 46753 \text{ Pa.}$$

## Fall b

Zur Realisierung einer isothermen Zustandsänderung muß in Gl. (7.47)  $\dot{Q}_{12}$  so groß sein, daß  $h_2 = h_1$  und damit  $t_2 = t_1 = 20^\circ\text{C}$  gelten. Damit ist nur Gl. (7.46) auszuwerten.

1. Schätzung

$$p_2 = 500000 \text{ Pa}$$

Ergebnisse:

$$v_2 = 0,1682 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\bar{w}_2 = 29,98 \text{ m/s}$$

$$p_2 = 550448 \text{ Pa}$$

2. Schätzung:

$$p_2 = 550448 \text{ Pa}$$

Ergebnisse:

$$v_2 = 0,1528 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\bar{w}_2 = 27,23 \text{ m/s}$$

$$p_2 = 553103 \text{ Pa}$$

Endergebnisse der Iteration:

$$v_2 = 0,1520 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\bar{w}_2 = 27,09 \text{ m/s}$$

$$p_2 = 553241 \text{ Pa}$$

$$p_1 - p_2 = 46759 \text{ Pa.}$$

Die Unterschiede zwischen beiden Ergebnissen sind hier sehr gering, da auch die adiabate Rohrdurchströmung nahezu bei konstanter Temperatur verläuft. Die Ergebnisse stimmen weiterhin sehr gut mit dem nach Gl. (7.14) — Beispiel 7.2. — berechneten überein.

## 8. Druckverluste durch Einzelwiderstände bei kompressiblen Medien

Im Abschnitt 4. wurde gezeigt, welche Vielfalt von Einzelwiderständen in Rohrleitungen auftritt und wie kompliziert sich deren Erfassung sowie die rechnermäßige Reproduzierbarkeit gestaltet. Bei der praktischen Handhabung sind nach wie vor zahlreiche Näherungen unerlässlich.

Bei kompressiblen Medien ist diese Problematik noch komplizierter, da die Druckabfälle direkt Dichteänderungen bewirken und dadurch die Volumenströme sowie die Geschwindigkeiten anwachsen. Der exakten Druckverlustmessung von Einzelwiderständen in einer Gas- oder Dampfströmung müßten somit Druck und Druckverhältnis zugeordnet sein, die bei der Vorausberechnung der Druckverluste wieder entsprechend zu beachten wären. Dieser Aufwand kann aus praktischen Gründen jedoch nicht erbracht werden.

*Im Bereich der Heizungstechnik verwendet man bei Gas- und Dampfströmungen näherungsweise bei*

*Rohrverzweigungen, Querschnittsänderungen, Krümmern und Armaturen*

*die gleichen Einzelwiderstandsbeiwerte wie bei inkompressiblen Strömungen (Abschnitt 4. und Anhang III).*

Von Vorteil ist, daß die Strömungsgeschwindigkeiten in den Rohrleitungen weit unterhalb der Schallgeschwindigkeit liegen. Weiterhin wirken sich kleine Teilstreckenlängen positiv auf die Genauigkeit der Druckverlustermittlung von Einzelwiderständen aus, da sich die Geschwindigkeit und damit die Staudrücke längs der Rohrleitung ändern.

Beim Durchströmen von Drosselstellen (Stellventilen, Blenden) können im engsten Querschnitt sehr hohe Geschwindigkeiten — Schallgeschwindigkeit beim kritischen oder überkritischen Druckverhältnis — auftreten (vgl. Abschnitt 2.5.). Statt der bekannten  $k_v$ -Werte oder Durchflußbeiwerte  $\alpha$  müßten nach [24] in diesem Bereich spezielle Meßwerte  $k_{v, \text{gleichwertig}}$  oder  $\alpha_{\text{überkritisch, kompressibel}}$  Verwendung finden. Im Standard IEC 534-2-2 (DIN IEC 534-2-2, MAN 803.07/02) wird dagegen vom bekannten  $k_v$ -Wert der inkompressiblen Durchströmung ausgegangen und eine Umrechnung mit dem armaturenspezifischen, modifizierten kritischen Differenzdruckverhältnis  $x_T$  vorgenommen (vgl. [36]). Solange aber von den Herstellern der Drosseleinrichtungen keine speziellen, armaturenbezogenen Meßwerte in Abhängigkeit des Öffnungsgrades bereitgestellt werden, sind nur grobe Näherungen anwendbar.

*Für Stellventile und Blenden ist in erster Näherung die Druckverlust- bzw. Durchflußberechnung nach den im Anhang III, Bild 23 vorgestellten Gleichungen vorzunehmen.*

## 9. Algorithmus zur numerischen Druckberechnung von kompressiblen Strömungen

Die numerische Berechnung wird nachfolgend in zwei Varianten vorgestellt. Die erste Form ist für ideale Gase und für reale Gase (z. B. Luft), deren Verhalten im betrachteten Zustandsbereich denen idealer Gase nahekommt, anzuwenden. Die zweite Variante dient der strömungstechnischen Berechnung von Wasserdampf.

### 9.1. Ideale Gase

Zur numerischen Lösung des Energiebilanzsystems (Gln. (7.46) und (7.47)) wird das im Bild 9.1 dargestellte Datenbearbeitungsschema vorgeschlagen. Grundlage bildet das im Abschnitt 7. vorgestellte Verfahren. Im weiteren wird das Flußbild 9.1 schrittweise erläutert. Es ist dabei zu beachten, daß die Indizes im Flußbild auf Zeilenhöhe gesetzt wurden.

Die Eingabe besteht aus zwei Teilen:

- Stoffdaten

$p_1$	Pa	Druck am Eintritt
$t_1$	°C	Temperatur am Eintritt
$\dot{m}$	kg/s	Massestrom
R	J/kg K	Gaskonstante
$c_p$	J/kg K	Spezifische Wärmekapazität

- Rohrleitungsdaten

$d$	m	Rohrinnendurchmesser
$\varepsilon$	m	Rohrrauigkeit
$l$	m	Rohrleitungslänge
$\sum \zeta$	—	Summe der Einzelwiderstandsbeiwerte
$\delta$	m	Dämmdicke
$\alpha_i$	W/m <sup>2</sup> K	Innerer Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_a$	W/m <sup>2</sup> K	Äußerer Wärmeübergangskoeffizient
$t_u$	°C	Umgebungstemperatur
$\lambda_R$	W/m K	Wärmeleitfähigkeit des Rohrmaterials
$\lambda_D$	W/m K	Wärmeleitfähigkeit der Dämmung (stets mit einem Wert $> 0$ belegen, auch wenn $\delta = 0$ gilt!)

Danach schließt sich die Berechnung der Festwerte an. Es werden darunter die Daten der gedämmten Rohrleitung verstanden:

- Durchflußquerschnitt  $A$
- Rohraußendurchmesser  $d_R$

Nach einer Näherungsbeziehung gilt für Stahlrohre

$$d_R = 1,004 \cdot d^{0,968} \tag{9.1}$$

- Außendurchmesser des gedämmten Rohres

$$d_D = d_R + 2\delta \tag{9.2}$$

- Wärmestrom bei einer Temperaturdifferenz von 1 K

$$\dot{Q}f = \frac{\pi l}{\frac{1}{d\alpha_i} + \frac{1}{2\lambda_R} \ln \frac{d_R}{d} + \frac{1}{2\lambda_D} \ln \frac{d_D}{d_R} + \frac{1}{d_D\alpha_a}} \tag{9.3}$$

Dieser spezifische Wärmestrom wird vor Einsetzen in die Energiebilanzgleichung jeweils mit der aktuellen Temperaturdifferenz multipliziert.

Vor Beginn der Iterationsrechnung erfolgt das Schätzen der Austrittsparameter Druck und Temperatur:

$$p_2 = 0,95p_1 \tag{9.4}$$

$$t_2 = t_1 \tag{9.5}$$

Da nach Vorliegen von zwei Iterationswerten mit dem Verfahren „regula falsi“ gearbeitet wird, muß der Anfangswert  $p_{21} = p_2$  gespeichert und die Differenz zwischen „Annahme“ und „Ergebnis“ ein und desselben Iterationsschrittes  $\Delta p_{II} = 0$  gesetzt werden. Die Iteration wird in zwei Etappen vorgenommen. Eine äußere Schleife soll den Druck  $p_2$  anpassen. Über einen inneren Iterationszyklus wird zu jedem aktuellen  $p_2$  die Austrittstemperatur  $t_2$  angepaßt.

Die Berechnung der Basisparameter bezieht sich zunächst auf den Eintrittszustand 1:

- Spezifisches Volumen entsprechend der thermischen Zustandsgleichung für ideale Gase

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{R(t_1 + 273)}{p_1} \tag{9.6}$$

- Geschwindigkeit gemäß Kontinuitätsgleichung

$$\bar{w}_1 = \frac{\dot{m}v_1}{A} \tag{9.7}$$

- Die mittlere Temperatur  $t_m$  wird in dem bereits erwähnten inneren Iterationszyklus nach Gl. (9.30) ermittelt. Zu Beginn der Berechnung ist gemäß Gl. (9.5)  $t_2 = t_1$ ; somit gilt:

$$t_m = t_1 \tag{9.8}$$

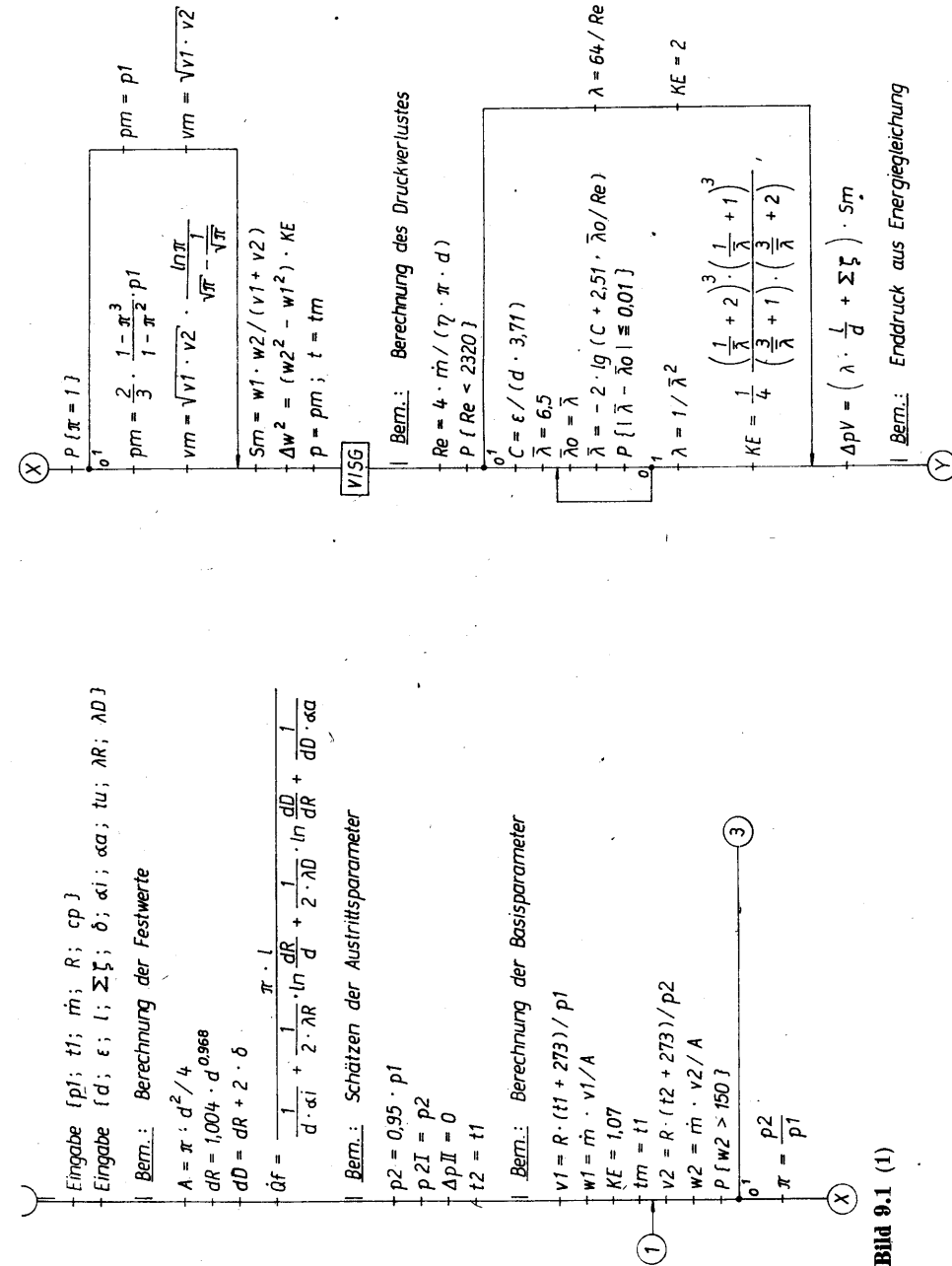


Bild 9.1 (2)

Bild 9.1 (1)

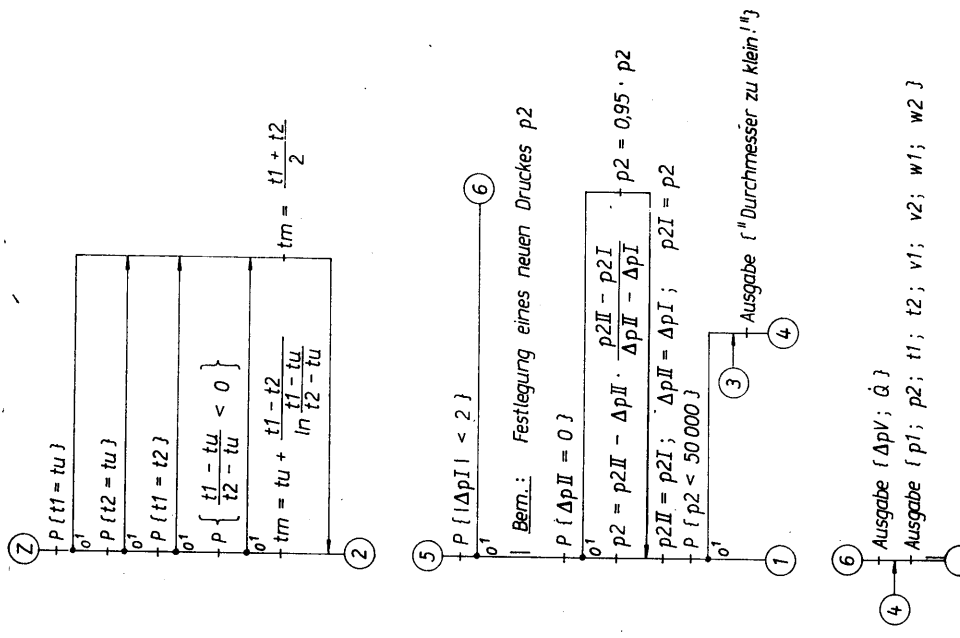


Bild 9.1 (4)

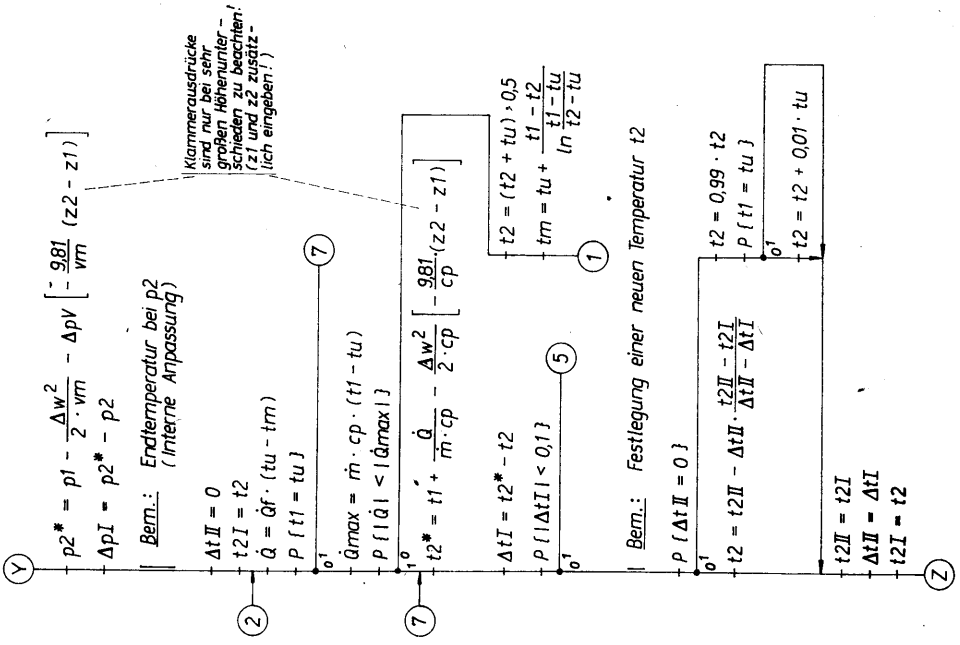


Bild 9.1 (3)

Nach dem Eingang der äußeren Iterationsschleife werden die sich auf den Austrittszustand 2 beziehenden Werte sowie die damit bestimmten Mittelwerte berechnet:

- Spezifisches Volumen  $v_2$  analog Gl. (9.6) und Geschwindigkeit  $\bar{w}_2$  analog Gl. (9.7)
- Druckmittelwert nach Gl. (7.44) mit dem Druckverhältnis

$$\pi = \frac{p_2}{p_1} \tag{9.9}$$

$$p_m = \frac{2}{3} \frac{1 - \pi^3}{1 - \pi^2} p_1 \tag{9.10}$$

Bei  $\pi = 1$  gilt  $p_m = p_1$ .

- Mittleres spezifisches Volumen nach Gl. (7.31)

$$v_m = \sqrt{v_1 v_2} \frac{\ln \pi}{\sqrt{\pi} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}} \tag{9.11}$$

Bei  $\pi = 1$  hat der Bruch den Wert Eins.

- Mittlerer Staudruck nach Gl. (7.41)

$$S_m = \frac{\bar{w}_1 \bar{w}_2}{v_1 + v_2} \tag{9.12}$$

- Änderung des Geschwindigkeitsquadrates unter Beachten des Korrekturfaktors der kinetischen Energie

$$\Delta w^2 = (\bar{w}_2^2 - \bar{w}_1^2) K_E \tag{9.13}$$

**Bild 9.1** Flußbild zur numerischen Druckberechnung einer idealen Gasströmung

Ausgehend von den Stoff- und Zustandsdaten am Eintritt des Rohrleitungsabschnittes sowie von den Daten der Rohrleitung selbst, werden die Zustandsgrößen des Strömungsmediums am Ende des betrachteten Leitungsabschnittes iterativ ermittelt. Als Strömungsmedium ist ein ideales Gas, das durch die Gaskonstante  $R$  und die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  charakterisiert wird, angenommen.

Einheiten: Drücke in Pa; Temperaturen in °C ( $T$  in K); Masseströme in kg/s; Gaskonstante und spezifische Wärmekapazität in J/kg K; Längen, Dicken und Durchmesser in m; Wärmeübergangskoeffizienten in W/m<sup>2</sup> K; Wärmeleitfähigkeiten in W/m K; Wärmeströme in W; spezifische Volumina in m<sup>3</sup>/kg; Geschwindigkeiten in m/s; dynamische Viskosität in kg/m s.

Die Geschwindigkeiten  $w$  im Flußbild stellen Mittelwerte über dem Querschnitt dar und sind mit den im Text verwendeten Größen  $\bar{w}$  identisch.

Bei Iterationsproblemen bitte den Hinweis auf Seite 172 beachten.

Abhilfe bei verringerter Genauigkeit:

Nach der Berechnung von  $\dot{Q}_{max}$

IF ABS( $t2 - tu$ ) < ABS( $0,001 \cdot (t1 - tu)$ ) THEN  $\dot{Q} = -\dot{Q}_{max}$ :GOTO ⑤

einfügen und zulässige Fehlerschranke

$|\Delta t I| < 1$

vergrößern.

– Berechnung der Viskosität des Gases mit dem Unterprogramm VISG für die mittleren Druck- und Temperaturwerte ( $p_m$ ;  $t_m$ ).

Falls die Geschwindigkeit  $w_2 > 150$  m/s ist, wird unmittelbar nach deren Ermittlung zur Sprungmarke ③ gegangen und die Iteration abgebrochen. Die gewählte Schranke stellt einen praktischen Grenzwert dar. Da die Schallgeschwindigkeiten der üblichen Strömungsmedien in den relevanten Temperatur- und Druckbereichen bedeutend höher liegen, entfallen die im Abschnitt 2.4. beschriebenen Prüfungen.

Als nächstes wird der Druckverlust berechnet:

– Ermittlung der REYNOLDS-Zahl nach Gl. (1.1) mit der mittleren dynamischen Viskosität

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\eta\pi d} \quad (9.14)$$

– Iterative Ermittlung des mittleren Rohrreibungsbeiwertes  $\lambda$  durch Übernahme des im Bild 3.1 bereits vorgestellten Algorithmus. Die Berechnung wurde um die Ermittlung der Korrekturfaktoren für die kinetische Energie gemäß der Gln. (1.13) und (1.25) ergänzt. Im letzteren Fall ist zu beachten, daß das nach Gl. (1.21) berechenbare  $n$  zufälligerweise mit  $\lambda$  identisch ist.

– Die Druckverlustberechnung schließt mit der bekannten Berechnungsgleichung an:

$$\Delta p_v = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) S_m. \quad (9.15)$$

Schließlich sind aus den bisherigen Vorbereitungen die **neuen Zustandsparameter aus den Energiegleichungen** gewinnbar. Zunächst wird der **Enddruck  $p_2^*$**  bestimmt:

– Die Gl. (7.46) stellt sich nach Einführen der Mittelwerte in der Form

$$p_2^* = p_1 - \frac{1}{2v_m} (K_{E,2}\bar{w}_2^2 - K_{E,1}\bar{w}_1^2) - \left( \lambda_m \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) S_m \quad (9.16)$$

dar. Dabei wurde der Rohrreibungswiderstand um die Einzelwiderstände ( $\sum \zeta$ ) ergänzt. Das im Flußbild ermittelte  $\lambda$  entspricht dem Mittelwert  $\lambda_m$ , da es tatsächlich für die mittleren Strömungsparameter ermittelt wurde. Aus diesem Grunde sind  $K_{E,2}$  und  $K_{E,1}$  auch nicht differenziert bestimmbar. Es gilt ein einheitliches  $K_E$ , und so folgt mit den Gln. (9.13) und (9.15)

$$p_2^* = p_1 - \frac{\Delta w^2}{2v_m} - \Delta p_v. \quad (9.17)$$

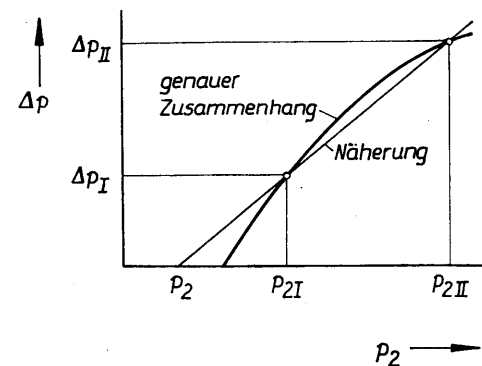
– Die Differenz zwischen Anfangsschätzung  $p_2$  und Ergebnis  $p_2^*$  lautet:

$$\Delta p_1 = p_2^* - p_2. \quad (9.18)$$

Im Ablauf des Flußbildes ist nun eine innere Iterationsschleife zur Temperaturermittlung eingeschoben. Sie werde vorerst übersprungen.

– Nach dem Konnektor ⑤ erfolgt die Prüfung der Druckabweichung zwischen Schätzung und Ergebnis:

$$|\Delta p_1| < 2 \text{ Pa}. \quad (9.19)$$



**Bild 9.2** Veranschaulichung des Näherungsverfahrens „regula falsi“ mit den in Gl. (9.21) verwendeten Größen

Ist die Ungleichung erfüllt, so wird zur Ausgabe (Sprungmarke ⑥) gegangen. Bei Nichterfüllung des Tests ist ein neuer Druck  $p_2$  festzulegen:

– Nach dem ersten Durchgang wird als neuer Schätzwert

$$p_2 = 0,95 p_2 \quad (9.20)$$

verwendet.

– Nach vollendetem zweiten Iterationszyklus wird zur Vorgabe des Enddruckes  $p_2$  mit dem Näherungsverfahren „regula falsi“ gearbeitet. Die jeweils letzte Annahme wurde deshalb stets als  $p_{2I}$  und die jeweils vorletzte als  $p_{2II}$  gespeichert. Die im Ergebnis vorhandenen Abweichungen wurden zugehörig als  $\Delta p_{I1}$  und  $\Delta p_{I2}$  fixiert. Damit kann nach Bild 9.2 gemäß dem Strahlensatz der neue Eingabewert abgeleitet werden:

$$p_2 = p_{2II} - \Delta p_{I2} \frac{p_{2II} - p_{2I}}{\Delta p_{I2} - \Delta p_{I1}}. \quad (9.21)$$

– Bei  $p_2 < 50000$  Pa wird die Berechnung mit dem Hinweis auf einen zu kleinen Durchmesser abgebrochen. Diese Grenze ist aus praktischen Überlegungen gewählt worden.

Im weiteren wird der innere Iterationszyklus betrachtet. Er dient der Ermittlung der **Endtemperatur  $t_2^*$**  für jedes aktuell vorhandene  $p_2$ . Es gilt ab Konnektor ②:

– Berechnung des Wärmestromes durch Multiplikation von  $\dot{Q}f$  nach Gl. (9.3) mit der jeweiligen Temperaturdifferenz

$$\dot{Q} = \dot{Q}f(t_u - t_m). \quad (9.22)$$

Der dem Rohr zugeführte Wärmestrom ist positiv.

Falls die Werte  $|t_1 - t_u|$  oder  $\dot{Q}f$  groß sind, kann zu Beginn der Iteration infolge der ersten Schätzung  $t_m = t_1$  ein Wärmestrom  $|\dot{Q}|$  errechnet werden, der größer als der maximal mögliche Wert  $|\dot{Q}_{\max}| = \dot{m}c_p |t_1 - t_u|$  ist. Falls dies zutrifft, wird

$$t_2 = (t_2 + t_u) \cdot 0,5$$

gebildet und somit schrittweise an die Umgebungstemperatur angenähert. Die mittlere Temperatur ist dann nach dem logarithmischen Mittel zu bestimmen. Die weitere Anpassung beginnt anschließend bei der Sprungmarke ①.

– Aus Gl. (7.47) ergibt sich mit Gl. (9.13) der vorläufige Endwert.

$$h_2^* = h_1 + \frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{m}} - \frac{\Delta w^2}{2}. \quad (9.23)$$

Für das ideale Gas folgt bei der Bezugsbasis ( $h = 0 \text{ J/kg}$  für  $t = 0^\circ\text{C}$ )

$$h = c_p t. \quad (9.24)$$

Damit kann man aus Gl. (9.23) die neue Temperatur

$$t_2^* = t_1 + \frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{m}c_p} - \frac{\Delta w^2}{2c_p} \quad (9.25)$$

berechnen.

– Die Differenz zwischen Anfangsschätzung  $t_2$  und Ergebnis  $t_2^*$  lautet:

$$\Delta t_1 = t_2^* - t_2. \quad (9.26)$$

– Falls

$$|\Delta t_1| < 0,1 \text{ K} \quad (9.27)$$

ist, kann die Anpassung beendet werden.

Bei Nichterfüllung des Tests muß eine neue Endtemperatur festgelegt werden:

– Nach dem ersten Durchgang gilt

$$t_2 = 0,99t_2 + 0,01t_u \quad (9.28)$$

im Sonderfall  $t_1 = t_u$  ist

$$t_2 = 0,99t_2 \quad (9.29)$$

zu verwenden.

– Ab dem zweiten Zyklus wird mit dem Näherungsverfahren „regula falsi“ gearbeitet. Analog zur Gl. (9.21) und zum Bild 9.2 berechnet sich

$$t_2 = t_{2II} - \Delta t_{II} \frac{t_{2II} - t_{2I}}{\Delta t_{II} - \Delta t_I}. \quad (9.30)$$

Es schließt sich die Aktualisierung der Bezugsdaten  $t_{2II}$ ,  $t_{2I}$  und  $\Delta t_{II}$  an.

– Berechnung der mittleren Temperatur nach Gl. (7.24)

$$t_m = t_u + \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{t_1 - t_u}{t_2 - t_u}}. \quad (9.31)$$

Im Falle der Anomalien  $t_1 = t_u$ ;  $t_2 = t_u$ ;  $t_1 = t_2$  und  $(t_1 - t_u)/(t_2 - t_u) < 0$  ist Gl. (9.31) nicht anwendbar. Es gilt dann

$$t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (9.32)$$

Bei Erreichen der Sprungmarke ⑥ erfolgt die **Ausgabe**. Sie faßt folgende Daten zusammen:

$\Delta p_V$	Pa	Druckverlust durch Rohrreibung und Einzelwiderstände
$\dot{Q}$	W	Wärmestrom, den die Rohrteilstrecke aufnimmt
$p_1$	Pa	Druck am Eintritt (Eingabewert)
$p_2$	Pa	Druck am Austritt
$t_1$	$^\circ\text{C}$	Temperatur am Eintritt (Eingabewert)
$t_2$	$^\circ\text{C}$	Temperatur am Austritt
$v_1$	$\text{m}^3/\text{kg}$	Spezifisches Volumen am Eintritt
$v_2$	$\text{m}^3/\text{kg}$	Spezifisches Volumen am Austritt
$\bar{w}_1$	m/s	Geschwindigkeit am Eintritt
$\bar{w}_2$	m/s	Geschwindigkeit am Austritt.

Bei einem Abbruch der Rechnung werden die ersten beiden Werte  $\Delta p_V$  und  $\dot{Q}$  nicht mit ausgegeben. Statt dessen erscheint die Ausschrift: „Durchmesser zu klein!“

#### Anmerkung

Die Änderung der potentiellen Energie muß in den Gln. (9.17) und (9.23) nur bei großen Höhendifferenzen berücksichtigt werden. Für einen Höhenunterschied von  $(z_2 - z_1) = 10 \text{ m}$  ergäbe sich beispielsweise für Luft ( $v \approx 0,15 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $c_p = 1007 \text{ J/kg K}$ ):

Druckdifferenz

$$\frac{9,81}{0,15} 10 \text{ Pa} = 654 \text{ Pa}$$

Temperaturdifferenz

$$\frac{9,81}{1007} 10 \text{ K} = 0,1 \text{ K}.$$

#### Unterprogramm „VISG“

Inhalt des Unterprogramms kann jede beliebige Berechnungsgleichung sein, welche auf die Temperatur  $t$  in  $^\circ\text{C}$  und den Druck  $p$  in Pa aufbaut. Das Ergebnis ist die dynamische Viskosität  $\eta$  in  $\text{kg/m s}$ .

Für Luft hat sich folgende Beziehung bewährt:

$$\eta = 1,705568 \cdot 10^{-5} + 4,511012 \cdot 10^{-8}t - 8,766234 \cdot 10^{-12}t^2 - 3,382035 \cdot 10^{-16}t^3 \quad \text{in kg/m s}$$

Geltungsbereich:  $p = 0,1 \text{ MPa}$ ;  $-20^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C}$

Maximaler Fehler: 0,6%

Verwendet man die Approximation bis zu einem Druck von  $p = 1 \text{ MPa}$ , so steigt der Fehler auf etwa 1% an.

**Wichtiger Hinweis**

Das Rechenprogramm dient der **Nachrechnung von Teilstrecken für praxisgerechte Parameter**. Unter diesen Gesichtspunkten wurden die Näherungen aufgestellt und die Schranken gewählt. Wie die Beispiele im nachfolgenden Abschnitt zeigen, ist dann eine konvergente Lösungsentwicklung gegeben. Falls wider Erwarten dennoch Probleme auftreten, so kann man durch veränderte Eingabedaten, z. B. bei einer Teilstreckenunterteilung, Abhilfe schaffen. Sollen theoretische Fälle, wie adiabate oder isotherme Rohrströmungen nachgerechnet werden, so sollte man im Algorithmus  $\dot{Q} = 0$  (Gl. (9.22)) setzen bzw. die Temperaturanpassung überspringen, indem direkt von Sprungmarke ② zur Marke ⑤ gegangen wird. Im ersten Fall kann man auch eine sehr wirkungsvolle Wärmedämmung im unveränderten Programm eingeben (z. B.  $\delta = 1000$  m;  $\lambda_D = 10^{-9}$  W/m K). Die isotherme Zustandsänderung durch Wahl sehr großer Wärmeleit- und Wärmeübergangskoeffizienten bei kleinen Materialdicken im vorhandenen Programm zu simulieren, funktioniert bei der Wahl der Schranken und der üblicherweise vorhandenen Rechengenauigkeit nicht. Eine mögliche Programmänderung ist in der Bildunterschrift 9.1 aufgeführt.

**9.2. Beispiele****Beispiel 1**

Es wird noch einmal die im Abschnitt 7.2. vorgestellte Rohrleitung, die auch unter 7.4. nachgerechnet wurde, betrachtet. Es gelten:

Mediendaten (Luft)

$$\begin{aligned} p_1 &= 600000 \text{ Pa} & \dot{m} &= 1,4 \text{ kg/s} \\ t_1 &= 20^\circ\text{C} & R &= 287 \text{ J/kg K} \\ & & c_p &= 1007 \text{ J/kg K} \end{aligned}$$

Rohrleitungsdaten

$$\begin{aligned} d &= 0,1 \text{ m} & \delta &= 0 \text{ m} \\ \varepsilon &= 0,0001 \text{ m} & \alpha_i &= 280 \text{ W/m}^2 \text{ K} \\ l &= 100 \text{ m} & \alpha_a &= 23 \text{ W/m}^2 \text{ K} \\ \sum \zeta &= 0 & t_u &= 20^\circ\text{C} \\ & & \lambda_R &= 50 \text{ W/m K} \\ & & \lambda_D &= 1 \text{ W/m K.} \end{aligned}$$

**Lösung**

Das Rechenprogramm nach Bild 9.1 ergibt:

$$\begin{aligned} \Delta p_v &= 46176 \text{ Pa} & \dot{Q} &= 0 \text{ W} \\ p_1 &= 600000 \text{ Pa} & t_1 &= 20^\circ\text{C} \\ p_2 &= 553427 \text{ Pa} & t_2 &= 20^\circ\text{C} \\ v_1 &= 0,1402 \text{ m}^3/\text{kg} & w_1 &= 25 \text{ m/s} \\ v_2 &= 0,1519 \text{ m}^3/\text{kg} & w_2 &= 27,1 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Es besteht eine gute Übereinstimmung mit den früheren Ergebnissen. Die geringe Abweichung liegt in der genaueren Druckverlustberechnung begründet.

**Beispiel 2**

Die Daten des Beispiels 1 werden nur bezüglich der Länge und der Eintrittstemperatur geändert. Es gilt:

$$t_1 = 100^\circ\text{C}.$$

Es ist eine 400 m lange Rohrleitung zu untersuchen, wobei die Teilstreckenlänge variiert werden soll, um die Qualität der im Algorithmus enthaltenen Mittelwertbildungen abschätzen zu können. Weiterhin ist die Intensität des Wärmeaustausches mit der Umgebung zu verändern.

Fall a: Ungedämmte Rohrleitung wie im Beispiel 1 beschrieben

Fall b: Adiabat gedämmte Rohrleitung

Fall c: Isotherme Rohrströmung.

Die Zustandsänderungen des Strömungsmediums (Luft) sind im  $p,v$ -Diagramm darzustellen.

**Lösung**

Grundlage für alle Berechnungsvarianten bildet ein Rechenprogramm nach Bild 9.1.

Es werden folgende Längenunterteilungen betrachtet:

$$8 \times 50 \text{ m}; 4 \times 100 \text{ m}; 2 \times 200 \text{ m}; 1 \times 400 \text{ m}.$$

Erfolgt die Berechnung nicht in einem Zug, dann gelten die Teilstrecken-Austrittsparameter  $p_2, t_2$  jeweils als Eingangsdaten  $p_1, t_1$  für die nachfolgende Teilstrecke. Die Ergebnisse sind für die vier Fälle tabellarisch zusammengestellt (Tabellen 9.1 bis 9.3). Die spaltenweise Anordnung entspricht der Reihenfolge der vorgenommenen Unterteilungen.

Der Fall a wurde mit den Werten

$$\begin{aligned} \delta &= 0 \text{ m} & t_u &= 20^\circ\text{C} \\ \alpha_i &= 280 \text{ W/m}^2 \text{ K} & \lambda_R &= 50 \text{ W/m K} \\ \alpha_a &= 23 \text{ W/m}^2 \text{ K} & \lambda_D &= 1 \text{ W/m K} \end{aligned}$$

berechnet.

Im Fall b ist durch

$$\delta = 1000 \text{ m} \quad \lambda_R = \lambda_D = 10^{-9} \text{ W/m K}$$

eine wärmedichte Rohrleitung nachgebildet worden.

Um die isothermen Bedingungen des Falls c zu erreichen, wurde das Rechenprogramm geringfügig verändert. Man geht von der Sprungmarke ② direkt zur Marke ⑤ und überspringt somit die Temperaturanpassung.

Tabelle 9.1 Fall a: Ungedämmte Rohrleitung

$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s
0	600000	0,1784	100	31,8
50	571694	0,1782	82,1	31,8
100	543188	0,1802	68,1	32,1
150	514144	0,1843	57,2	32,9
200	484207	0,1907	48,8	34,0
250	452977	0,1997	42,2	34,1
300	419976	0,2120	37,2	35,6
350	384573	0,2285	33,2	37,8
400	345858	0,2516	30,2	40,7
Abwei- chung in %	0	0,28	0	0
	-0,26	1,27	0	0,45
	-1,25	6,32	0	1,34
	-5,92		0	6,47

Tabelle 9.2 Fall b: Adiabate Rohrströmung

$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s
0	600000	0,1784	100	31,8
50	570653	0,1875	99,9	33,4
100	539686	0,1982	99,7	35,3
150	506793	0,2110	99,6	37,6
200	471558	0,2267	99,4	40,4
250	433385	0,2465	99,2	43,9
300	391372	0,2728	99,0	48,6
350	344021	0,3101	98,7	55,3
400	288503	0,3691	98,1	65,8
Abwei- chung in %	0	0,22	0	0
	-0,15	0,33	0,20	0,15
	-0,27	0,76	0,10	0,30
	-0,68		0,20	0,76

Tabelle 9.3 Fall c: Isotherme Rohrströmung

$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s
0	600000	0,1784	100	31,8
50	570646	0,1876	100	33,4
100	539660	0,1984	100	35,4
150	506732	0,2113	100	37,7
200	471439	0,2271	100	40,5
250	433177	0,2471	100	44,1
300	391026	0,2738	100	48,8
350	343454	0,3117	100	55,6
400	287520	0,3723	100	66,4
Abwei- chung in %	0	0,05	0	0
	-0,04	0,21	0	0
	-0,20	0,67	0	0,15
	-0,65		0	0,60



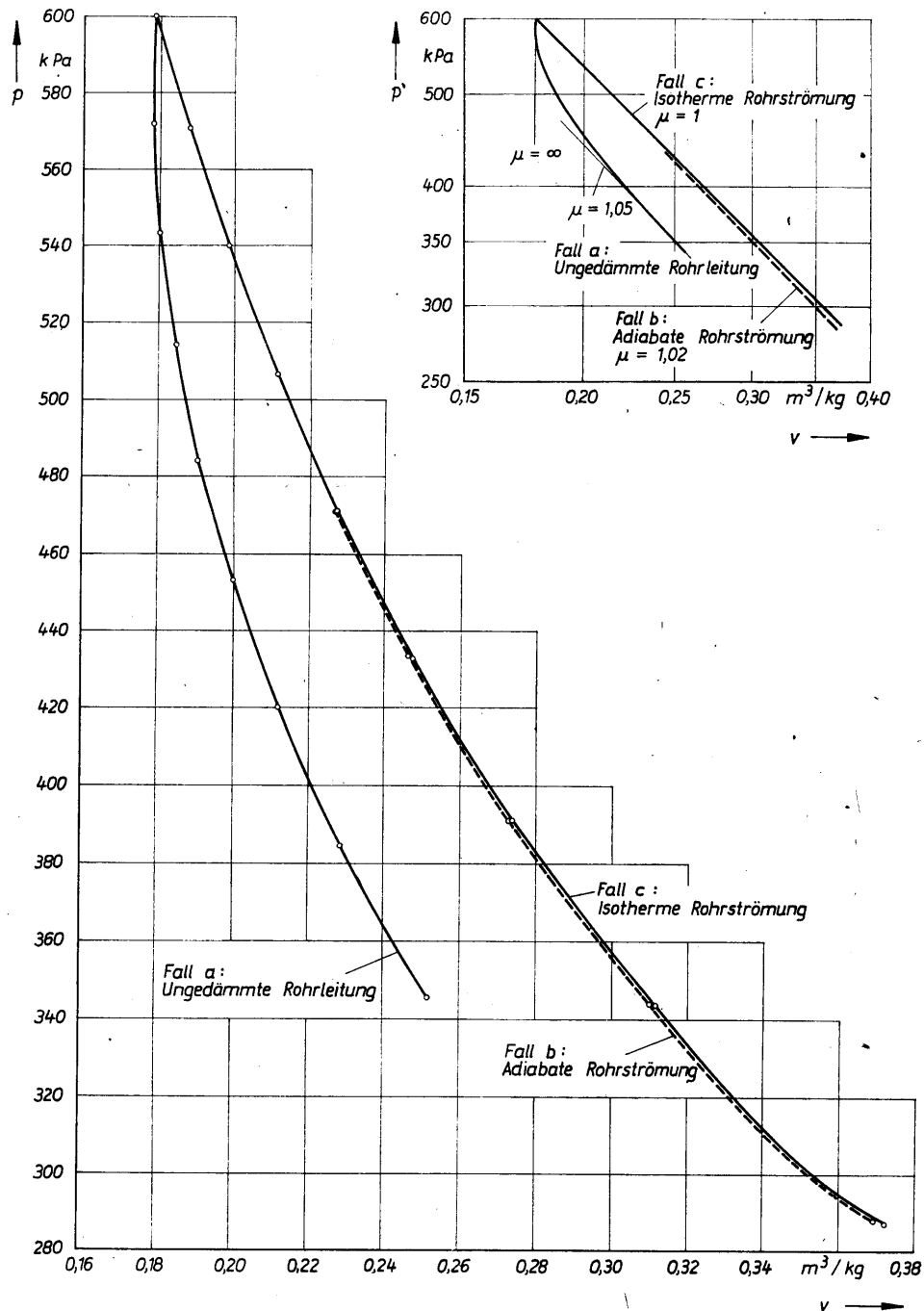


Bild 9.3 Ergebnisse des Beispiels 2 im  $p, v$ -Schaubild

Zur Ermittlung des Exponenten  $\mu$  dient das  $p, v$ -Diagramm mit logarithmischer Achsteilung.

### Auswertung

Die Zustandsverläufe für die Fälle a, b, c sind im Bild 9.3 aufgezeichnet. Aus diesem Schaubild und aus den Tabellen folgen:

- Zwischen adiabater und isothermer Rohrströmung besteht praktisch kein Unterschied. Dies liegt an der relativ geringen Geschwindigkeitsänderung. Gl. (9.25) liefert für die Adiabate eine Austrittstemperatur von

$$t_2 = 100^\circ\text{C} - \frac{1,07}{2 \cdot 1007} (65,8^2 - 31,8^2) \text{ K} = 98,2 \text{ K}.$$

Der Wert ist unter Beachten der zugelassenen Fehlerschranke von 0,1 K gleich dem Tabellenwert (Fall b).

Infolge des großen Druckverlustes durch Reibung kommt dieser Strömungsvorgang der idealisierten Drosselung nach Abschnitt 2.6. (Bild 2.10) nahe, wodurch  $h_2 \approx h_1$  bzw.  $t_2 \approx t_1$  gelten.

- Die reale Rohrströmung (Fall a) weicht von den beiden idealisierten Fällen deutlich ab. Die Entspannung des Gases, die zu einer Volumenvergrößerung führt, wird durch die Kontraktion infolge der Abkühlung teilweise kompensiert. Dadurch verschiebt sich die Zustandsänderung in die Richtung der Isochoren.

*Die allgemein verbreitete Ansicht, daß die reale Zustandsänderung zwischen einer Isothermen und einer Adiabaten verläuft, trifft für die Rohrströmung nicht grundsätzlich zu.*

Der große Einfluß des mit der Umgebung getauschten Wärmestromes wird hierbei besonders deutlich. Bei einer Erweiterung des Programmes wäre es sinnvoll, die Berechnung des inneren Wärmeübergangskoeffizienten zu integrieren. Überschlägig gilt

$$\alpha_1 = 0,037 \frac{(\dot{m} R)^{0,8}}{d^{1,85}} \text{ in W/m}^2 \text{ K} \quad (9.33)$$

mit

$\dot{m}$  in kg/s;  $R$  in J/kg K;  $d$  in m.

Im vorliegenden Fall a sind der Druckabfall ( $p_1 - p_2$ ) und die Austrittsgeschwindigkeit  $\bar{w}_2$  bedeutend kleiner, als die der idealisierten Strömungen (Fälle b und c).

- Die Berechnungsergebnisse für eine feine Längenunterteilung (jeweils erste Spalte in den Tabellen) verglichen mit denen der Grobunterteilungen weisen bei der isothermen Rohrströmung die geringsten Abweichungen auf. Dies war zu erwarten, da die im Abschnitt 7.3. vorgenommenen Mittelwertbildungen auf den isothermen Zustandsänderungen basieren.

Die Notwendigkeit für eine verfeinerte Unterteilung der Rohrlänge ergibt sich damit weniger aus dem Druckabfall  $(p_1 - p_2)/p_1$  als vielmehr aus der relativen Temperaturänderung  $(T_1 - T_2)/T_1$ .

- Die Darstellung im doppeltlogarithmischen Netz zeigt die große Änderung von  $\mu$ , d. h.,  $p v^\mu = \text{const}$  ist nur abschnittsweise ansetzbar.

## Beispiel 3

Um die Leistungsfähigkeit des Algorithmus zu prüfen, sollen verschiedene extreme Aufgabenstellungen berechnet werden. Besonders ist auf die konvergente Lösungsentwicklung zu achten.

Als feste Daten sollen gelten:

$$\begin{aligned} p_1 &= 500000 \text{ Pa} & \varepsilon &= 0,00008 \\ t_1 &= 20^\circ\text{C} & \sum \zeta &= 10 \\ \dot{m} &= 1,5 \text{ kg/s} & \alpha_i &= 200 \text{ W/m}^2 \text{ K} \\ R &= 287 \text{ J/kg K} & \alpha_a &= 20 \text{ W/m}^2 \text{ K} \\ c_p &= 1007 \text{ J/kg K} & \lambda_R &= 50 \text{ W/m K.} \end{aligned}$$

Die weiteren Eingabewerte finden sich im vorderen Teil der Tabelle 9.4. Es sei darauf hingewiesen, daß  $\alpha_i$  nicht für alle Varianten real ist. Es sollen aber gute diatherme Verhältnisse getestet werden.

## Lösung

Die Ergebnisse, die mit dem Rechenprogramm nach Bild 9.1 gewonnen wurden, sind ebenfalls in der Tabelle 9.4 dargestellt. Sie seien nachfolgend diskutiert:

- Die Ergebnisse für eine sehr gut gedämmte Rohrleitung (adiabate Zustandsänderung) sind unabhängig von der Umgebungstemperatur  $t_u$  gleich. Dies betrifft die Varianten 3, 7 und 11 sowie die Varianten 4, 8 und 12. Der Temperaturabfall bei den Varianten 3, 7 und 11 wird nur durch die Erhöhung der Geschwindigkeit verursacht.
- Da für die Varianten 2 und 10 gleiche Wärmedurchgangsbedingungen angesetzt wurden und keine Geschwindigkeitsänderungen auftreten, sind die Wärmeströme dem Betrag nach gleich. Bei den thermisch gleichgelagerten Varianten 1 und 9 unterscheiden sich dagegen die Absolutwerte der Wärmeströme infolge der Geschwindigkeitszunahme.
- Die Endtemperatur  $t_2$  liegt bei Variante 5 höher als bei Variante 7, da im ersten Fall eine geringe Wärmezufuhr von der Umgebung erfolgt.
- Die Qualität der konvergenten Lösungsentwicklung sei an einem Beispiel (Variante 1) gezeigt. Die jeweiligen Drücke und Temperaturen lauten:

$$p_2 = 475000 \text{ Pa} \\ t_2 = 20^\circ\text{C}; 19,8^\circ\text{C}; 13,2^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 451250 \text{ Pa} \\ t_2 = 13,2^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 404406 \text{ Pa} \\ t_2 = 13,2^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 401140 \text{ Pa} \\ t_2 = 13,2^\circ\text{C}; 13,1^\circ\text{C}$$

Tabelle 9.4 Ergänzende Eingaben und Ergebnisse des Beispiels 3

Variante	Zusätzliche Eingaben				Ergebnisse				$\dot{Q}$ W		
	$l$ m	$d$ m	$t_u$ $^\circ\text{C}$	$\delta$ m	$\lambda_D$ W/m K	$p_2$ Pa	$t_2$ $^\circ\text{C}$	$\bar{w}_1$ m/s		$\bar{w}_2$ m/s	$\Delta p_v$ Pa
1	100	0,1	0	0	1	401137	13,1	32,1	39,1	97450	-9973
2	100	1	0	0	1	499997	0,4	0,3	0,3	3	-29509
3	100	0,1	0	1000	$10^{-9}$	399776	19,6	32,1	40,1	98598	0
4	100	1	0	1000	$10^{-9}$	499996	20,0	0,3	0,3	4	0
5	100	0,1	20	0	1	399756	19,7	32,1	40,1	98614	92
6	100	1	20	0	1	499996	20,0	0,3	0,3	4	0
7	100	0,1	20	1000	$10^{-9}$	399776	19,6	32,1	40,1	98598	0
8	100	1	20	1000	$10^{-9}$	499996	20,0	0,3	0,3	4	0
9	100	0,1	40	0	1	398396	26,4	32,1	41,2	99760	10165
10	100	1	40	0	1	499996	39,6	0,3	0,3	4	29509
11	100	0,1	40	1000	$10^{-9}$	399776	19,6	32,1	40,1	98598	0
12	100	1	40	1000	$10^{-9}$	499996	20,0	0,3	0,3	4	0
13	1000	0,1	0	0	1						

Ausschrift: „Durchmesser zu klein“

p2 = 401109 Pa

t2 = 13,1 °C

p2 = 401124 Pa

t2 = 13,1 °C

p2 = 401137 Pa

t2 = 13,1 °C

Die Konvergenz ist recht gut und die Ergebnisanpassung stabil.

- Große Temperaturänderungen durch große Rohroberflächen und Temperaturdifferenzen (t1 - tu) verursacht, werden auch vom Iterationsverfahren bewältigt. Dies beweisen die Varianten 2 und 10.
- Es konnten auch die Fälle mit t1 = tu, wie die Varianten 5 bis 8, gelöst werden.
- Der Algorithmus funktioniert für t1 > tu und auch für den Sonderfall t1 < tu (Varianten 1 bis 4 bzw. Varianten 9 bis 12).

### 9.3. Wasserdampf

Grundsätzlich ist für Dämpfe gleichermaßen wie für ideale Gase das Energiebilanzsystem der Gln. (7.46) und (7.47) zu lösen. Der Rechengang entspricht deshalb weitestgehend dem im Abschnitt 9.1. dargelegten Verfahren. Der genaue Datenablaufplan ist im Bild 9.4 allgemeingültig für Dämpfe dargestellt. Dabei wird eine Einphasenströmung betrachtet. Der Anteil des eventuell anfallenden Kondensates ist vernachlässigbar klein. Da in der Heizungstechnik ausschließlich Wasserdampf eingesetzt wird, nehmen in den Unterprogrammen die Approximationen der Zustands- und Stoffwerte auch nur Bezug auf dieses Medium. Die Grenzen der Approximationen sind in den Bildern 9.7 bis 9.14 (s. Seite 188) detailliert angegeben. Allgemein gilt für Heißdampf t < 400 °C; p < 2 MPa und für Sattdampf 100 °C < t < 200 °C bzw. 0,10 MPa < p < 1,56 MPa. Damit dürfte der in der Heizungstechnik übliche Bereich mit den angegebenen Unterprogrammen berechenbar sein.

Im weiteren wird das Flußbild 9.4 abschnittsweise erläutert. Die in den Gleichungen vorhandenen Indizes sind wiederum auf Zeilenhöhe gesetzt.

Für die **Eingabe** gilt die Zusammenstellung des Abschnittes 9.1 gleichermaßen. Die Gaskonstante R und die spezifische Wärmekapazität cp entfallen jedoch, da das spezifische Volumen v und die Enthalpie h direkt approximiert werden.

Nach der Eingabe erfolgt die **Überprüfung der Eintrittstemperatur**. Wenn beispielsweise t1 kleiner als die zu p1 gehörige Sättigungstemperatur ts ist, wird t1 = ts gesetzt, d. h., die Angabe des Druckes p1 hat gegenüber t1 Priorität. Gilt t1 > ts, dann handelt es sich um überhitzten Dampf und beide Angaben p1 und t1 werden akzeptiert. Die Berechnung von ts und die Gegenüberstellung mit t1 erfolgt innerhalb des Unterprogrammes „ENT“.

Die **Berechnung der Festwerte** sowie das **Schätzen der Austrittsparameter** stimmt mit Abschnitt 9.1. völlig überein. Es gelten die Gln. (9.1) bis (9.5).

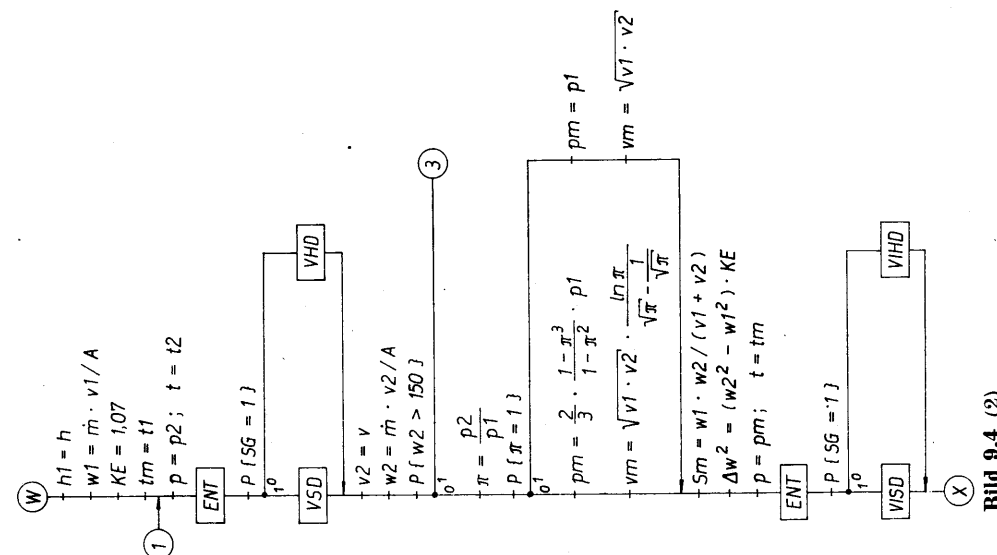


Bild 9.4 (2)

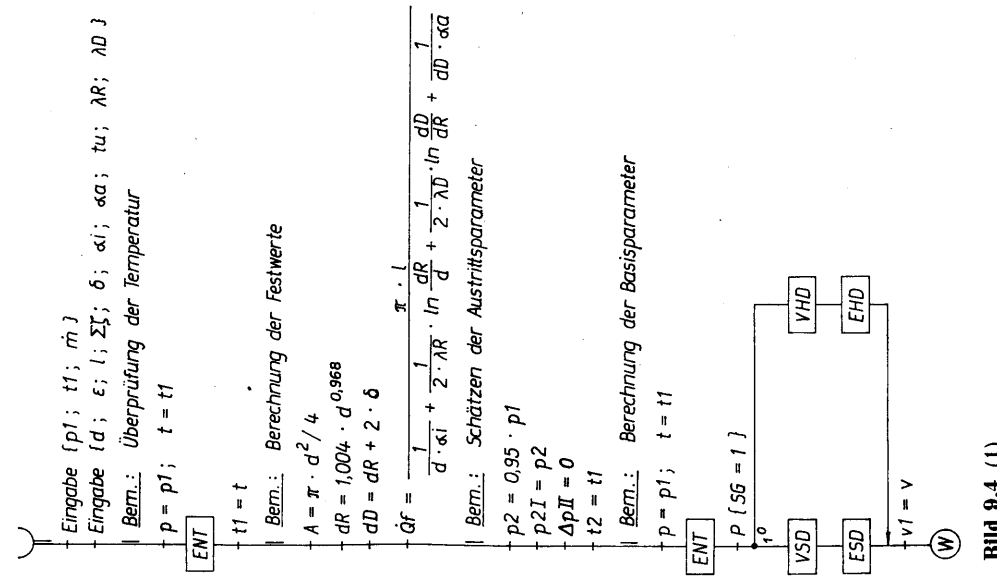


Bild 9.4 (1)

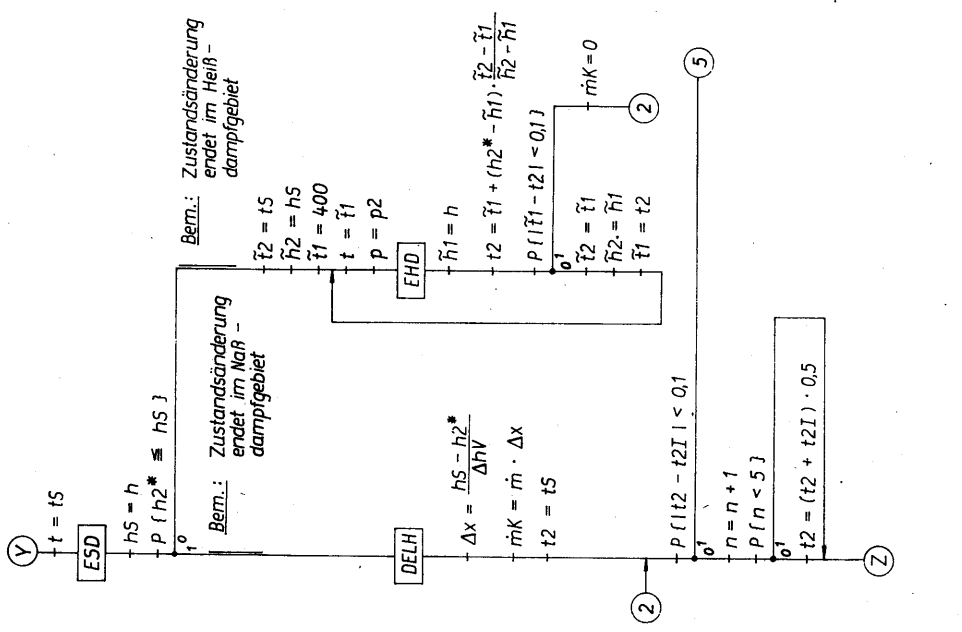


Bild 9.4 (4)

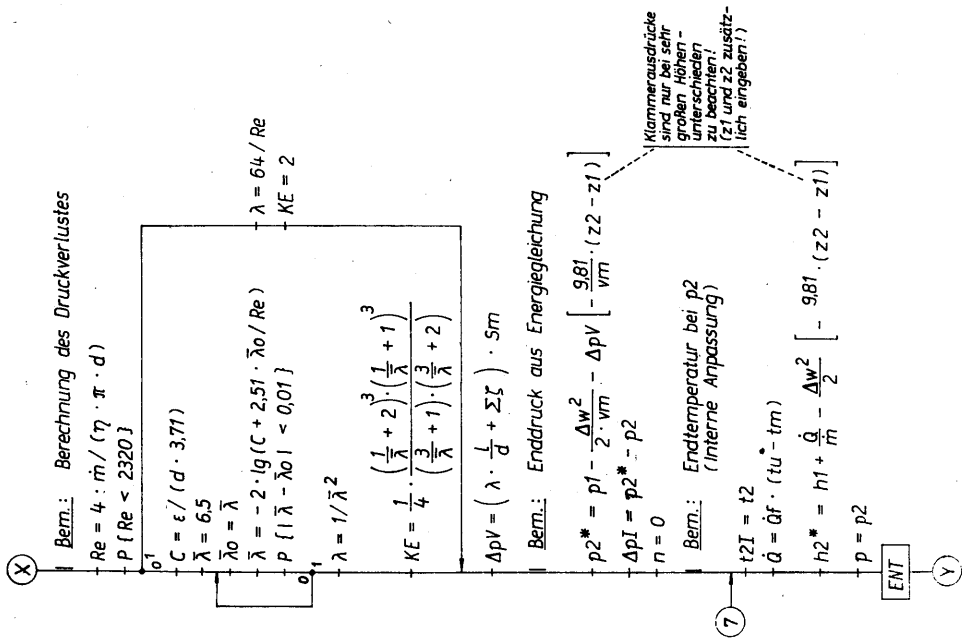


Bild 9.4 (3)

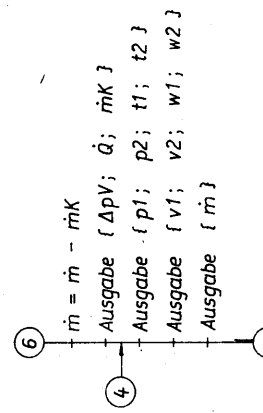


Bild 9.4 (6)

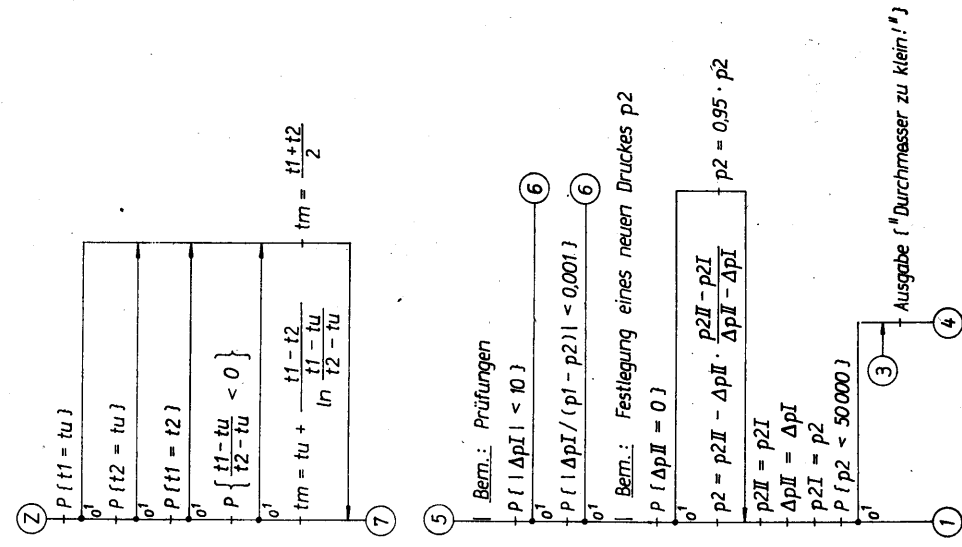


Bild 9.4 (5)

Bild 9.4 Flussbild zur numerischen Druckberechnung einer Einphasen-Dampfströmung

Ausgehend von den Zustandsdaten  $p_1, t_1$  sowie dem Massestrom  $\dot{m}$  am Eintritt in den Rohrleitungsabschnitt und den Daten der Rohrleitung selbst, werden die Zustandsgrößen des Dampfes sowie der eventuell anfallende Kondensatstrom  $\dot{m}_K$  am Ende des Rohrabchnittes berechnet. Das Flussbild gilt allgemein für Dämpfe mit geringem Kondensatanteil (Einphasenströmung!). Die medienspezifischen Daten sind Inhalt der Unterprogramme.

Einheiten: Drücke in Pa; Temperaturen in °C; Masseströme in kg/s; spezifische Enthalpie und spezifische Verdampfungsenthalpie in J/kg; Längen, Dicken und Durchmesser in m; Wärmeübergangskoeffizienten in  $W/m^2 K$ ; Wärmeleitfähigkeiten in  $W/m K$ ; Wärmeströme in W; spezifische Volumina in  $m^3/kg$ ; Geschwindigkeiten in m/s, dynamische Viskosität in  $kg/m s$ .

Die Geschwindigkeiten  $w$  im Flussbild stellen Mittelwerte über dem Querschnitt dar und sind mit den im Text verwendeten Größen  $\bar{w}$  identisch.

Die Berechnung der Basisparameter erfolgt in folgenden Schritten:

- Mit dem Unterprogramm „ENT“ wird die Entscheidung getroffen, ob es sich am Rohreintritt um Sattedampf (Steuergröße:  $SG = 1$ ) oder um Heißdampf ( $SG = 2$ ) handelt.
- Im ersten Fall erfolgen die Berechnungen des spezifischen Volumens und der Enthalpie mit den Unterprogrammen „VSD“ und „ESD“. Im anderen Fall werden die Unterprogramme „VHD“ und „EHD“ verwendet.
- Die Geschwindigkeit  $\bar{w}_1$  berechnet sich nach Gl. (9.7).
- Die mittlere Temperatur für den ersten Iterationszyklus wird gemäß der Gl. (9.8)  $t_m = t_1$  gesetzt.

Nach dem Eingang der äußeren Iterationsschleife am Konnektor ① werden die sich auf den Austrittszustand 2 beziehenden Werte berechnet.

- Ausgehend von  $p_2$  und  $t_2$  entscheidet „ENT“, ob  $v_2$  mit dem Unterprogramm „VSD“ oder „VHD“ berechnet wird.
- Ergibt sich bei der Ermittlung der Austrittsgeschwindigkeit  $\bar{w}_2 > 150$  m/s, so wird sofort zur Sprungmarke ③ gegangen und die Berechnung beendet. Dieser Grenzwert ist aus praktischer Sicht gewählt worden. Er liegt weit unterhalb der Schallgeschwindigkeit für Wasserdampf (vgl. Abschnitt 2.4.).
- Die Mittelwerte zwischen Ein- und Austrittszustand (1 und 2) bezogen auf den Druck  $p_m$ , das spezifische Volumen  $v_m$  und den Staudruck  $S_m$  werden wie beim idealen Gas auf der Grundlage der Gln. (9.9) bis (9.12) gebildet. Diese im Abschnitt 7.3. abgeleiteten Gleichungen galten exakt für die isotherme Zustandsänderung idealer Gase und in guter Näherung auch für die reibungsbehafteten polytropen Änderungen. Die praktischen Ergebnisse des Abschnittes 9.4. beweisen, daß die Abweichungen zwischen schrittweiser Druckverlaufsberechnung einer Rohrleitung und Ermittlung des Endzustandes in einem Zug relativ klein sind. Da im ersten Fall eventuelle Fehler bei der Mittelwertbildung kaum bemerkbar werden, im zweiten Fall dagegen in starkem Maße das Ergebnis prägen, kann man die gute Qualität der Mittelwertbildung auch für strömenden Wasserdampf folgern. Schließlich sei auch auf die Bilder 7.5 und 7.6 verwiesen, die die Mittelwerte für eine Heißdampfleitung veranschaulichen.
- Die Änderung des Geschwindigkeitsquadrates  $\Delta w^2$  erfolgt nach Gl. (9.13).
- Die Viskosität  $\eta$  wird mit dem Unterprogramm „VISD“ bzw. „VIHD“ bestimmt. Die Entscheidung über den Dampfzustand trifft „ENT“ auf der Grundlage der mittleren Parameter  $p_m$  und  $t_m$ .

Die Berechnung des Druckverlustes  $\Delta p_v$  erfolgt in völliger Übereinstimmung zum Abschnitt 9.1., d. h. die Gln. (9.14) und (9.15) sind im Flußbild 9.4 integriert.

Der Enddruck  $p_2^*$  wird aus der Energiegleichung (7.46) bestimmt.

- Zur Berechnung von  $p_2^*$  gilt Gl. (9.17) und zur Ermittlung der Differenz  $\Delta p_1$  die Gl. (9.18).

Die innere Iterationsschleife zur Temperaturberechnung werde vorerst übersprungen und die Druckermittlung ab Konnektor ⑤ fortgesetzt.

- Um die Iterationen sinnvoll zu beenden, erfolgen maximal zwei Prüfungen:

- Absolute Abweichung zwischen Schätzung und Ergebnis

$$|\Delta p_1| < 10 \text{ Pa} \quad (9.34)$$

- Relative Abweichung zwischen Schätzung und Ergebnis zur Gesamtdruckdifferenz

$$\left| \frac{\Delta p_1}{p_1 - p_2} \right| < 0,001. \quad (9.35)$$

Die unterschiedlichen Tests sind aus Gründen der Aufgabenvielfalt notwendig. Üblicherweise nimmt man Prüfungen nach Gl. (9.35) vor, wobei beispielsweise eine Abweichung von 0,1% akzeptiert wird. Falls längs einer kurzen Rohrleitung mit geringer Durchflußgeschwindigkeit der Druckabfall ( $p_1 - p_2$ ) sehr klein ist, wären die Anforderungen an die Genauigkeit von  $|\Delta p_1|$  überzogen. Deshalb wurde Gl. (9.34) vorgeschaltet.

Bei Erfüllung einer der Prüfungen wird der Programmablauf mit der Ausgabe (Sprungmarke ⑥) beendet.

Bei Nichtbestehen der Tests muß ein neuer Druck  $p_2$  festgelegt werden. Es gelten dazu die Gln. (9.20) und (9.21). Gleichfalls erfolgt wie unter 9.1. bei  $p_2 < 50000$  Pa Abbruch.

Der innere Iterationszyklus zur Berechnung der Endtemperatur  $t_2^*$  für das jeweils aktuelle  $p_2$  gestaltet sich etwas aufwendiger als im Programm für ideale Gase. Ab Konnektor ⑦ sind nachfolgende Arbeitsschritte notwendig:

- Berechnung des Wärmestromes  $\dot{Q}$  nach Gl. (9.22).
- Die spezifische Enthalpie wird nach Gl. (9.23) ermittelt.
- Mit dem Unterprogramm „ENT“ werde die zum geschätzten Enddruck  $p_2$  gehörige Sättigungstemperatur  $t_s$  berechnet und anschließend mit „ESD“ die Enthalpie  $h_s$  des trocken gesättigten Dampfes bestimmt.
- Die Prüfung ( $h_2^* \leq h_s$ ) entscheidet über den weiteren Rechenweg. Erfüllt sich die Abfrage, so endet die Zustandsänderung im Naßdampfgebiet. Die Enthalpie  $h$  berechnet sich nach der Definition der Thermodynamik zu

$$h = h' + x(h'' - h'). \quad (9.36)$$

Mit der Verdampfungsenthalpie  $\Delta h_v = h'' - h'$  (identisch mit der Verdampfungswärme  $r$ ) läßt sich Gl. (9.36) weiterentwickeln:

$$h = h'' - \Delta h_v + x \Delta h_v = h'' - (1 - x) \Delta h_v = h'' - \Delta x \Delta h_v. \quad (9.37)$$

Mit den im Flußbild verwendeten Größen  $h_s \equiv h''$  und  $h_2^* \equiv h$  sowie mit dem für  $t = t_s$  mittels „DELH“ berechneten Wert  $\Delta h_v$  folgt aus Gl. (9.37)

$$\Delta x = \frac{h_s - h_2^*}{\Delta h_v}. \quad (9.38)$$

Um diese Differenz verringert sich der Dampfgehalt  $x$  infolge der Kondensation. Damit beträgt der Massestrom des zwischen Anfangs- und Endquerschnitt ausfallenden Kondensates

$$\dot{m}_K = \dot{m} \Delta x. \quad (9.39)$$

Die Temperatur entspricht der Sättigungstemperatur

$$t_2 = t_s. \quad (9.40)$$

Im Programmablauf ist der Konnektor ② erreicht.

Für ( $h_2^* > h_s$ ) liegt der Endpunkt 2 im Heißdampfgebiet. Da in [8] nur der Zusammenhang  $h = h(p, t)$  formuliert ist, wird  $t$  über einen weiteren Iterationszyklus für  $h_2^*$  und  $p_2$  mit dem Unterprogramm „EHD“ bestimmt. Ausgehend vom bekannten Wertepaar  $t_2 = t_s$ ;  $h_2 = h_s$  und einem zweiten Anfangswert  $t_1 = 400^\circ\text{C}$  sowie der zugehörigen Enthalpie  $h_1$  berechnen sich mit dem Näherungsverfahren „regula falsi“ fortlaufend neue Werte. Die interne Iteration wird bei einem Temperaturangleich von 0,1 K beendet. Ein Kondensatausfall tritt nicht auf ( $\dot{m}_K = 0$ ). Nunmehr ist auch bei diesem Weg die Sprungmarke ② erreicht.

Ist die Differenz zwischen der berechneten und der geschätzten Endtemperatur  $|t_2 - t_{21}| < 0,1$ , so gilt die Temperaturanpassung als erfüllt.

Sind weitere Iterationen erforderlich, so wird das errechnete  $t_2$  als neuer Schätzwert verwendet. Die Konvergenz ist recht gut (vgl. Beispiel 1, Abschnitt 9.4.).

Falls ein laufendes Wechseln zwischen Naß- und Heißdampf im Verlaufe der Iterationen auftreten sollte, so wird bei fünf und mehr Rechnungswiederholungen der jeweils neue Schätzwert aus

$$t_2 = \frac{1}{2} (t_2 + t_{21}) \quad (9.41)$$

gebildet.

Die mittlere Temperatur  $t_m$  wird nach Gl. (9.31) berechnet, beim Auftreten von Anomalien nach Gl. (9.32).

Bei Erreichen des Konnektors ⑥ wird die Ausgabe komplett — wie im Abschnitt 9.1. beschrieben — vorgenommen. Zusätzlich erscheinen:

$\dot{m}_K$  kg/s Kondensatstrom, der zwischen Ein- und Austritt ausfällt  
 $\dot{m}$  kg/s Verbleibender Dampfstrom ( $\dot{m} = \dot{m} - \dot{m}_K$ ).

Betrug die Geschwindigkeit  $\bar{w}_2 > 150$  m/s bzw. war der Enddruck  $p_2 < 50000$  Pa, so erfolgte Abbruch. Er wird durch die Ausschrift „Durchmesser zu klein!“ gekennzeichnet. Der Ausdruck ist weiterhin um die Größen  $\Delta p_v$ ,  $\dot{Q}$  und  $\dot{m}_K$  reduziert.

#### Anmerkung 1

Wenn die Zustandsänderung im Naßdampfgebiet endet, liegt exakt gesehen eigentlich eine Zweiphasenströmung (Flüssigkeit und Dampf) vor. Wegen des relativ geringen Flüssigkeitsanteils ist es nicht notwendig und in der Heizungstechnik auch nicht üblich, die komplizierten Algorithmen für die Zweiphasenströmung anzusetzen. Statt dessen wird nur die Strömung des trocken gesättigten Dampfes betrachtet, wobei nachfolgende Modelle denkbar sind.

#### Modell A

Würde das Kondensat unmittelbar nach seiner Entstehung abgeführt, so strömt stets reiner Sattdampf in der Rohrleitung und das Volumen am Ende des betrachteten Rohrabschnittes beträgt

$$\dot{V} = (\dot{m} - \dot{m}_K) v'' = \dot{m} x v'' \quad (9.42)$$

Die Geschwindigkeit  $\bar{w}_2$  wäre dann kleiner als die im Programmablaufplan ausgewiesene.

#### Modell B

Das Kondensat werde in Tropfenform im Dampf mitbewegt. Das Volumen ergäbe sich dann zu

$$\dot{V} = \dot{m} v = \dot{m}[v' + x(v'' - v')] = \dot{m}[xv'' + (1-x)v'] \quad (9.43)$$

Dieser Wert entspricht praktisch dem nach Gl. (9.42) berechneten, da das Produkt  $(1-x)v'$  eine sehr kleine Größe darstellt.

#### Modell C

Das Kondensat fließt auf der Rohrsohle. Es handelt sich maximal um den Volumenstrom

$$\dot{V}' = \dot{m}(1-x)v' \quad (9.44)$$

Darüber bewegt sich der Dampfstrom

$$\dot{V}'' = \dot{m} x v'' \quad (9.45)$$

Bei einer mit Gefälle verlegten Leitung sind die Strömungsrichtungen gleich. Bei ansteigender Rohrleitung erfolgt die Entwässerung rückwärtig, d. h., die Strömungen verlaufen entgegengesetzt. In beiden Fällen wird zwischen der Dampfphase und dem Kondensat eine zusätzliche Reibung auftreten, die bei Wellenbildung eigentlich nicht vernachlässigbar ist. Aus letztgenanntem Grund und wegen der bei der Druckverlustberechnung noch nicht immer bekannten Lage der Entwässerungsstutzen wird sicherheitshalber am Ende der Rohrleitung

$$\dot{V} = \dot{m} v'' \quad (9.46)$$

angenommen. Das heißt, es werde  $v_2 = v''$  gesetzt und für die Mittelwertbildungen verwendet.

Am Ende des Rohrabschnittes wird der Dampfmassestrom reduziert. Dadurch entsteht bei sonst gleichen Parametern beim Übergang zum nachfolgenden Abschnitt eine rechnerische Verringerung der Dampfgeschwindigkeit. Dies wird aber nicht energetisch bewertet. Bild 9.5 gibt die Verhältnisse des Modells C, das im Algorithmus verwendet wurde, anschaulich wieder.

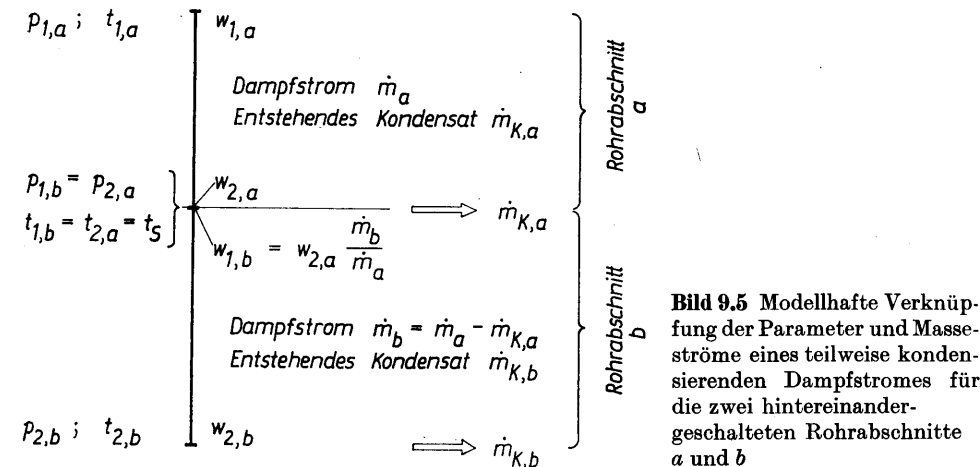
#### Anmerkung 2

Die Berechnung der mittleren Temperatur  $t_m$  bzw. der mittleren Temperaturdifferenz  $\Delta t_m$  ist ebenfalls ein diffiziles Problem. Im Bild 9.6 sind die drei möglichen Varianten des Temperaturverlaufs in der Rohrleitung dargestellt.

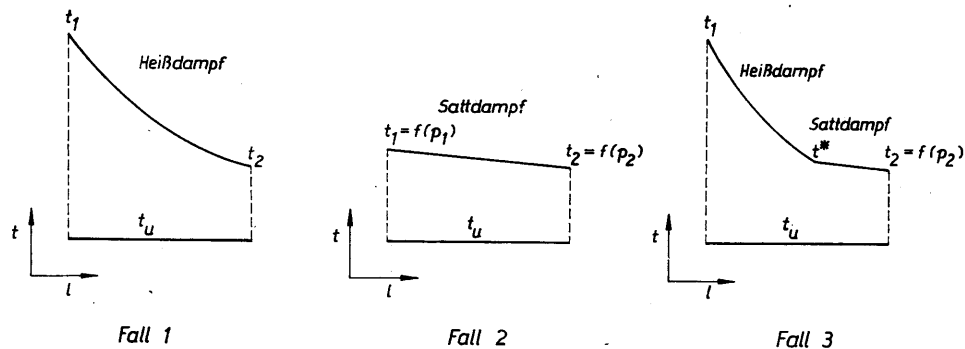
Fall 1 zeigt die Abkühlung des Heißdampfes. Die Berechnung erfolgt problemlos mit dem logarithmischen Mittel.

Die Abkühlung des Sattdampfes (Fall 2) wird nur durch den Druckabfall hervorgerufen, wobei die Temperaturen  $t_1$  und  $t_2$  stets die Sättigungstemperaturen darstellen. Die arithmetische oder auch die logarithmische Mittelwertbildung haben ausreichende praktische Genauigkeit.

Problematisch ist Fall 3, die Mittelwertbildung beim Übergang vom Heiß- zum Sattdampf. Exakt müßten zwei logarithmische Mittel für die Abkühlung ( $t_1 \rightarrow t^*$ ) und ( $t^* \rightarrow t_2$ ) gebildet und mit den Längenverhält-



**Bild 9.5** Modellhafte Verknüpfung der Parameter und Masseströme eines teilweise kondensierenden Dampfstromes für die zwei hintereinandergeschalteten Rohrabschnitte a und b



**Bild 9.6** Mögliche Temperaturverläufe eines Dampfstromes längs der Rohrleitung

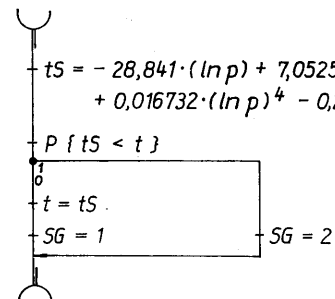
nissen ein endgültiges gewogenes Mittel berechnet werden. Der Aufwand erscheint aber zu hoch, so daß auch für Fall 3 das logarithmische Mittel in Ansatz kommt. Generell gilt aber die Empfehlung, in der Nähe des Überganges eine Rohrabschnittsbegrenzung anzuordnen (vgl. auch Beispiel 3, Abschnitt 9.4.).

#### Anmerkung 3

Bei großen Höhenunterschieden ist die Änderung der potentiellen Energie zu beachten. Es gilt z. B. für Sattdampf mit  $p = 0,5 \text{ MPa}$  ein  $v'' = 0,3748 \text{ m}^3/\text{kg}$ , woraus bei 30 m Höhenunterschied die zusätzliche Druckdifferenz folgt:

$$\frac{9,81}{0,3748} \cdot 30 \text{ Pa} = 785 \text{ Pa.}$$

Nachfolgend werden die im Flußbild 9.4 genannten **Unterprogramme** vorgestellt. Die darin enthaltenen Approximationsgleichungen beziehen sich auf Wasserdampf und sind [8] entnommen. Dort finden sich auch die genauen Geltungsbereiche und maximalen Fehler. Sie sind in den Bildunterschriften auszugsweise erwähnt.



**Bild 9.7** Unterprogramm „ENT“

Mit „ENT“ wird die Entscheidung gefällt, ob der durch  $p$  und  $t$  gekennzeichnete Zustand im Heißdampf- oder Sattdampf- (Naßdampf-) Bereich liegt. Ausgehend vom Druck  $p$  wird die Sättigungstemperatur berechnet. Ist  $t > t_s$ , so liegt Heißdampf ( $SG = 2$ ) vor, ansonsten handelt es sich um Sattdampf ( $SG = 1$ ). Im letzten Fall wird  $t = t_s$  gesetzt.

Eingabe:  $p$  in Pa ( $101320 \text{ Pa} \leq p \leq 1555100 \text{ Pa}$ ; Bereich entspricht einer Sättigungstemperatur von  $100^\circ\text{C} \dots 200^\circ\text{C}$ )

$t$  in  $^\circ\text{C}$

Ergebnis:  $t_s$  in  $^\circ\text{C}$  (Maximaler Fehler: 0,08%)  
SG

$$v = e^{5,030645 - 5,915608 \cdot 10^{-2} \cdot t + 1,615910 \cdot 10^{-4} \cdot t^2 - 2,157312 \cdot 10^{-7} \cdot t^3}$$

**Bild 9.8** Unterprogramm „VSD“ zur Berechnung des spezifischen Volumens von Sattdampf ( $v \equiv v''$ )

Eingabe:  $t$  in  $^\circ\text{C}$  ( $100^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C}$ )

Ergebnis:  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$  (Maximaler Fehler: 0,09%)

$$h = (2,500757 \cdot 10^3 + 1,819057 \cdot t + 6,477733 \cdot 10^{-4} \cdot t^2 - 1,243493 \cdot 10^{-5} \cdot t^3) \cdot 10^3$$

**Bild 9.9** Unterprogramm „ESD“ zur Berechnung der spezifischen Enthalpie von Sattdampf ( $h \equiv h''$ )

Eingabe:  $t$  in  $^\circ\text{C}$  ( $10^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C}$ )

Ergebnis:  $h$  in  $\text{J}/\text{kg}$  (Maximaler Fehler: 0,03%)

$$\Delta h_v = (2,500781 \cdot 10^3 - 2,389204 \cdot t + 1,275304 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 - 1,686910 \cdot 10^{-5} \cdot t^3) \cdot 10^3$$

**Bild 9.10** Unterprogramm „DELH“ zur Berechnung der spezifischen Verdampfungsenthalpie (Verdampfungswärme)

Eingabe:  $t$  in  $^\circ\text{C}$  ( $10^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C}$ )


Ergebnis:  $\Delta h_v$  in  $\text{J}/\text{kg}$  (Maximaler Fehler: 0,03%)

$$\eta = 9,198489 \cdot 10^{-6} + 2,549672 \cdot 10^{-8} \cdot t + 6,693657 \cdot 10^{-11} \cdot t^2 - 1,494120 \cdot 10^{-13} \cdot t^3$$

**Bild 9.11** Unterprogramm „VISD“ zur Berechnung der dynamischen Viskosität von Sattdampf ( $\eta \equiv \eta''$ )

Eingabe:  $t$  in  $^\circ\text{C}$  ( $10^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C}$ )

Ergebnis:  $\eta$  in  $\text{kg}/\text{m s}$  (Maximaler Fehler: 0,10%)



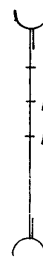
$$T = t + 273,15$$

$$p = p \cdot 10^{-6}$$

$$v = 4,616586 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{T}{p} - 4,003723 \cdot 10^5 \cdot T^{-2,82} - p^2 \cdot (1,359989 \cdot 10^{34} \cdot T^{-14} + 7,211688 \cdot 10^{80} \cdot T^{-31,6})$$

**Bild 9.12** Unterprogramm „VHD“ zur Berechnung des spezifischen Volumens von Heißdampf

Eingabe:  $t$  in °C ( $50^\circ\text{C}$  oder  $t_s(p) \leq t \leq 400^\circ\text{C}$ )  
 $p$  in Pa ( $10000 \text{ Pa} \leq p \leq 2000000 \text{ Pa}$ )  
 Ergebnis:  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$  (Maximaler Fehler: 0,23%)



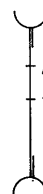
$$T = t + 273,15$$

$$p = p \cdot 10^{-6}$$

$$h = [1,988364 \cdot 10^3 + 1,904792 \cdot T - 1,915846 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 + 3,002079 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 - 1,528778 \cdot 10^9 \cdot p \cdot T^{-2,82} - p^3 \cdot (6,797117 \cdot 10^{37} \cdot T^{-14} + 7,833161 \cdot 10^{84} \cdot T^{-31,6})] \cdot 10^3$$

**Bild 9.13** Unterprogramm „EHD“ zur Berechnung der spezifischen Enthalpie von Heißdampf

Eingabe:  $t$  in °C ( $50^\circ\text{C}$  oder  $t_s(p) \leq t \leq 400^\circ\text{C}$ )  
 $p$  in Pa ( $10000 \text{ Pa} \leq p \leq 2000000 \text{ Pa}$ )  
 Ergebnis:  $h$  in  $\text{J}/\text{kg}$  (Maximaler Fehler: 0,16%)



$$p = p \cdot 10^{-6}$$

$$\eta = 9,054339 \cdot 10^{-6} + 2,941217 \cdot 10^{-8} \cdot t + 4,021091 \cdot 10^{-11} \cdot t^2 - 4,379615 \cdot 10^{-14} \cdot t^3 - 10^{-6} \cdot p \cdot e^{-0,0071 \cdot t}$$

**Bild 9.14** Unterprogramm „VIHD“ zur Berechnung der dynamischen Viskosität von Heißdampf

Eingabe:  $t$  in °C ( $50^\circ\text{C}$  oder  $t_s(p) \leq t \leq 400^\circ\text{C}$ )  
 $p$  in Pa ( $10000 \text{ Pa} \leq p \leq 2000000$ )  
 Ergebnis:  $\eta$  in  $\text{kg}/\text{m s}$  (Maximaler Fehler: 0,31%)

## 9.4. Beispiele

Die nachfolgenden Beispiele sind so gewählt, daß sowohl die Entspannung des überhitzten Wasserdampfes (Beispiel 1), als auch die des Sattedampfes (Beispiel 2) deutlich betrachtet werden kann. Heißdampfströmungen, die durch relativ große Wärmeabgabe an die Umgebung im Naßdampfgebiet enden, sind in der Heizungstechnik ebenfalls bedeutungsvoll (Beispiel 3).

### Beispiel 1

Gegeben ist eine 600 m lange, gedämmte Rohrleitung mit einem lichten Durchmesser von 200 mm. Die Daten lauten zusammengefaßt:

$$d = 0,2 \text{ m} \quad \alpha_a = 23 \text{ W}/\text{m}^2 \text{ K}$$

$$\varepsilon = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad \lambda_R = 50 \text{ W}/\text{m K}$$

$$l = 600 \text{ m} \quad \delta = 0,06 \text{ m}$$

$$\sum \zeta = 12 \quad \alpha_i = 380 \text{ W}/\text{m}^2 \text{ K}$$

$$t_u = -15^\circ\text{C} \quad \lambda_D = 0,05 \text{ W}/\text{m K}$$

Der geforderte Dampfdurchsatz ist belastungsabhängig. Er beträgt:

$$\text{Fall a: Normallast} \quad \dot{m} = 5 \text{ kg/s}$$

$$\text{Fall b: Spitzenlast} \quad \dot{m} = 8 \text{ kg/s}$$

$$\text{Fall c: Schwachlast} \quad \dot{m} = 0,5 \text{ kg/s}$$

Die Dampfparameter an der Einspeisestelle sind konstant:

$$p_1 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$t_1 = 300^\circ\text{C}$$

Es sollen die Austrittsparameter des strömenden Dampfes am Ende der 600 m langen Leitung für die drei Belastungsfälle errechnet werden. Dabei ist die Leitung in sechs Abschnitten (je 100 m und  $\sum \zeta = 2$ ) sowie in einem Zug rechnerisch zu betrachten. Die Abweichungen sind zu ermitteln. Vereinfachend soll der angegebene innere Wärmeübergangskoeffizient für alle Fälle gelten. Für den Belastungsfall a ist außerdem die Konvergenz des Lösungsverfahrens zu demonstrieren.

### Lösung

Die Berechnung wurde mit einem Rechenprogramm, in dem der Algorithmus des Bildes 9.4 umgesetzt ist, vorgenommen.

Der Ausgangspunkt ( $p_1; t_1$ ) liegt im überhitzten Gebiet. Bild 9.15 kennzeichnet diesen Zustand 1 im  $h,s$ -Diagramm. Die Parameter lassen eine Berechnung mit dem vorgestellten Programm zu, genauer gesagt, die Geltungsbereiche der Unterprogramme entsprechen der Anforderung dieser Aufgabe.

Die Konvergenz der Lösungsentwicklung ist recht gut. Im Fall a ergeben sich für die Berechnung der 600 m langen Dampfleitung in einem Zug folgende Iterationswerte:

$$p_2 = 1425000 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 300^\circ\text{C}; 287,3^\circ\text{C}; 287,6^\circ\text{C}$$

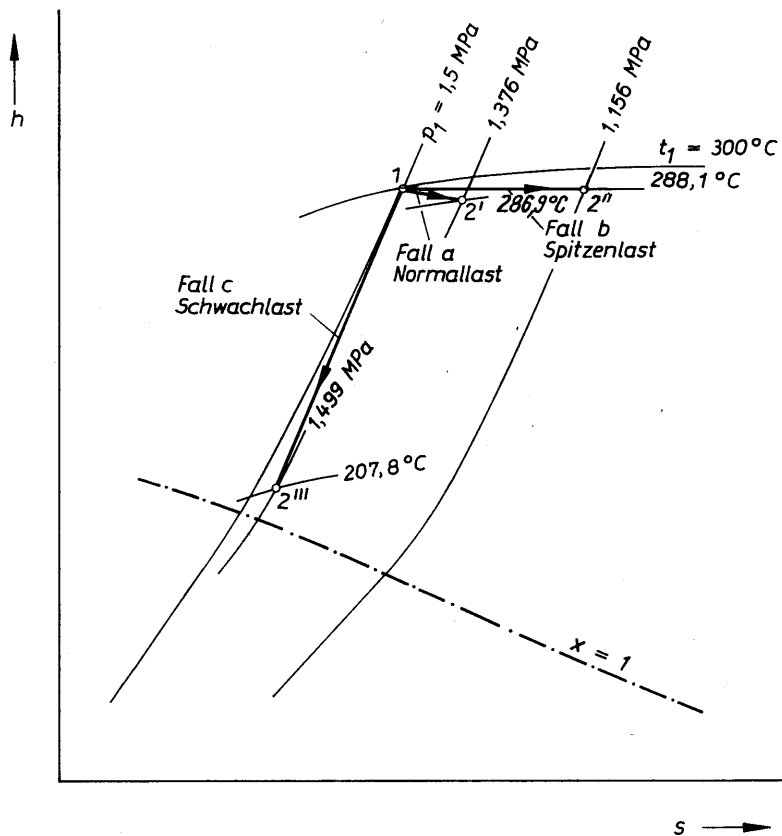
$$p_2 = 1353750 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 287,6^\circ\text{C}; 286,6^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 1375145 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 286,6^\circ\text{C}; 286,9^\circ\text{C}$$





**Bild 9.15** Schematische Darstellung der Zustandsänderungen einer Heißdampfströmung bei unterschiedlichen Durchsätzen  $\dot{m}$  nach Beispiel 1 im MOLLIER- $h,s$ -Diagramm

$$p_2 = 1375839 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 286,9 \text{ °C.}$$

Aufgabengemäß wurde die Strömung in der Rohrleitung abschnittsweise (je 100 m) und in einem Zug durchgehend (600 m) berechnet. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 9.5 bis 9.7 zusammengestellt. Die Endpunkte 2', 2'' und 2''' aller drei Zustandsänderungen liegen wie der Anfangspunkt 1 im Heißdampfgebiet. Man betrachte dazu auch Bild 9.15. Die Unterschiede zwischen der schrittweisen und der durchgehenden Berechnung sind gering. Dies verdeutlicht die jeweils letzte Zeile in den Tabellen. Da sich der Heißdampf dem Verhalten des idealen Gases annähert, sind auch die im Programm eingearbeiteten Mittelwertbildungen entsprechend gut. Dies bedeutet, daß man Heißdampfleitungen in relativ großen Längen durchgehend berechnen darf. Im Bild 9.16 sind die Zustandsverläufe im doppellogarithmischen  $p,v$ -Diagramm dargestellt. Bei Schwachlast (Fall c) liegt der Austrittspunkt 2''' sehr nahe an der Grenze zum Naßdampfgebiet. Die Kurven zeigen, daß die Zustandsänderungen zwi-

**Tabelle 9.5** Dampfleitung des Beispiels 1 (Fall a) bei Normallast  $\dot{m} = 5 \text{ kg/s}$

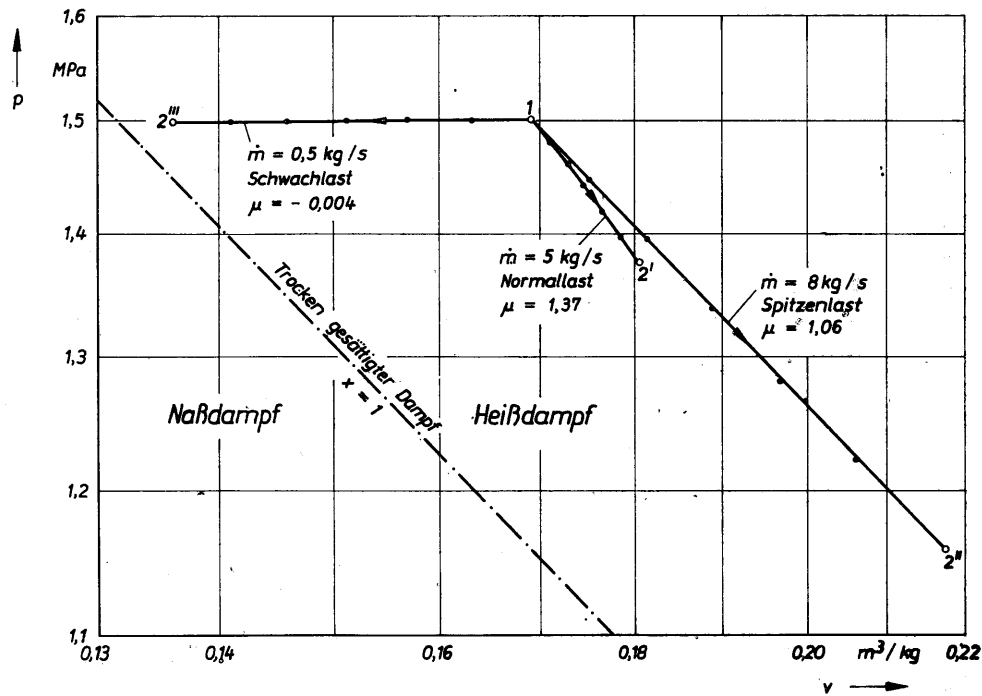
$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s
0	1500000	0,1697	300	27,0
100	1479845	0,1713	297,8	27,3
200	1459493	0,1730	295,6	27,5
300	1438934	0,1748	293,4	27,8
400	1418160	0,1767	291,3	28,1
500	1397159	0,1786	289,1	28,4
600	1375921 1375839	0,1807 0,1807	286,9 286,9	28,8 28,8
Abweichung in %	-0,006	0	0	0

**Tabelle 9.6** Dampfleitung des Beispiels 1 (Fall b) bei Spitzenlast  $\dot{m} = 8 \text{ kg/s}$

$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s
0	1500000	0,1697	300	43,2
100	1448111	0,1753	298,1	44,6
200	1394393	0,1816	296,2	46,3
300	1338620	0,1888	294,2	48,1
400	1280516	0,1968	292,3	50,1
500	1219738	0,2062	290,2	52,5
600	1155851 1155156	0,2170 0,2172	288,1 288,1	55,3 55,3
Abweichung in %	-0,06	0,09	0	0

**Tabelle 9.7** Dampfleitung des Beispiels 1 (Fall c) bei Schwachlast  $\dot{m} = 0,5 \text{ kg/s}$

$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s
0	1500000	0,1697	300	2,7
100	1499773	0,1632	281,2	2,6
200	1499556	0,1570	263,7	2,5
300	1499348	0,1513	247,5	2,4
400	1499149	0,1458	232,8	2,3
500	1498957	0,1408	219,5	2,2
600	1498773 1498781	0,1361 0,1359	207,8 207,4	2,2 2,2
Abweichung in %	0,0005	-0,15	-0,19	0



**Bild 9.16** Zustandsänderungen einer Heißdampfströmung bei unterschiedlichen Durchsätzen  $\dot{m}$  nach Beispiel 1 im  $p,v$ -Diagramm mit logarithmischer Achsteilung

schen den Punkten 1 und 2 gut durch die Beziehung  $pv^\mu = \text{const}$  angenähert werden können. Hier gelten die Exponenten:

Fall a:  $\mu' = 1,37$

Fall b:  $\mu'' = 1,06$

Fall c:  $\mu''' = -0,004$ .

Es wird deutlich, daß diese Werte nicht generell innerhalb des Bereiches  $\mu = 1 \dots 1,3$  liegen, wie dies in der Literatur oftmals behauptet wird. Dort gilt  $\mu = 1$  für die Isotherme und  $\mu = 1,3$  für die Isentrope des überhitzten Wasserdampfes. Infolge der Reibung kann es sich bei der Rohrströmung aber nicht um eine isentrope Entspannung handeln. Bei Schwachlast tritt angenähert eine isobare Abkühlung auf.

### Beispiel 2

Ein Massestrom  $\dot{m} = 2 \text{ kg/s}$  trocken gesättigten Dampfes ( $x = 1$ ) vom Druck

$p_1 = 300000 \text{ Pa}$

wird durch die Rohrleitung

$l = 200 \text{ m}$

$\sum \zeta = 4$

$d = 0,2 \text{ m}$

$\varepsilon = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

gesetzt. Die wärmetechnischen Daten betragen:

$t_u = -15^\circ \text{C}$

$\alpha_i = 10000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

$\alpha_a = 23 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

$\lambda_R = 50 \text{ W/m K}$ .

Die Wärmedämmung der Rohrleitung soll variiert werden:

Variante 1: Normale Dämmung

$\delta = 0,06 \text{ m}$

$\lambda_D = 0,05 \text{ W/m K}$

Variante 2: Adiabate Dämmung

$\delta = 100 \text{ m}$

$\lambda_D = 10^{-9} \text{ W/m K}$

Variante 3: Keine Dämmung

$\delta = 0 \text{ m}$

$\lambda_D = 1 \text{ W/m K}$ .

Es sind die Endpunkte 2 der Zustandsänderung zu bestimmen. Der Einfluß der Unterteilung (Abschnitte je 100 m und  $\sum \zeta = 2$ ) ist zu überprüfen.

### Lösung

Bei der Berechnung mit dem Programm nach Bild 9.4 werde für die Temperatur willkürlich  $t_1 = 100^\circ \text{C}$  eingegeben. Zugehörig zum Druck 0,3 MPa ist die Sättigungstemperatur von  $t_1 = 133,6^\circ \text{C}$  errechnet worden. Die weiteren Ergebnisse finden sich in zusammengefaßter Form in Tabelle 9.8. Auf die wesentlichsten Merkmale sei nachfolgend hingewiesen.

- Bei Variante 1 endet die Zustandsänderung im Naßdampfgebiet. Da der anfallende Kondensatmassenstrom  $\dot{m}_K$  nur sehr gering ist, treten kaum Unterschiede zwischen abschnittsweiser und durchgehender Berechnung auf.
- Der adiabate Strömungsverlauf (Variante 2) bewirkt eine Überhitzung des ursprünglichen Satttdampfes. Die geringe Temperaturabnahme wird durch die Steigerung der Geschwindigkeit hervorgerufen. Da bei Variante 1 eine durchgehende Berechnung über die gesamte Rohrlänge akzeptabel war, kann diese Annahme bei einem Zustandsverlauf ins Heißdampfgebiet erst recht zugelassen werden. Das heißt, eine detaillierte, abschnittsweise Ermittlung der Strömungsdaten konnte somit entfallen.

Tabelle 9.8 Dampfleitung des Beispiels 2

$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s	$\dot{m}_k$ kg/s
<i>Normale Dämmung (Variante 1)</i>					
0	300000	0,6048	133,6	38,5	—
100	288046	0,6284	132,2	40,0 <sup>1)</sup>	0,0030
200	275636	0,6549	130,7	41,6	0,0028
<i>Adiabate Dämmung (Variante 2)</i>					
0	300000	0,6048	133,6	38,5	—
200	275478	0,6607	133,0	42,1	0
<i>Keine Dämmung (Variante 3)</i>					
0	300000	0,6048	133,6	38,5	—
100	288046	0,6284	132,2	40,0 <sup>2)</sup>	0,1020
200	276845	0,6522	130,9	39,4	0,1010
			130,7	41,7	0,2025

1) 2) Die Geschwindigkeiten am Anfang des zweiten Rohrleitungsabschnittes betragen nach Abzug der Kondensatmenge bei:

1) 39,9 m/s    2) 38,0 m/s

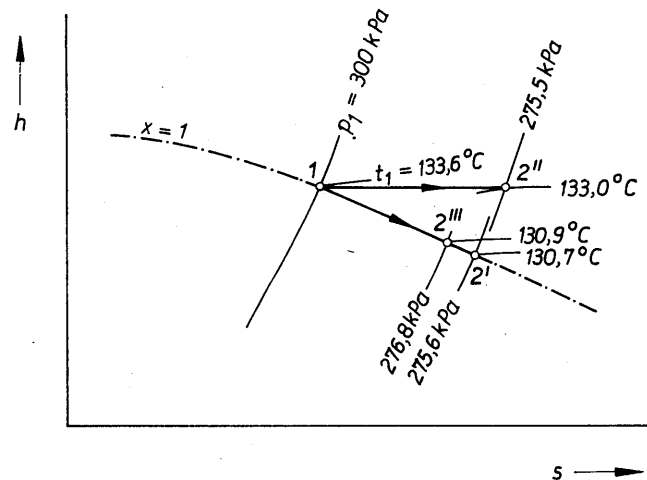


Bild 9.17 Schematische Darstellung der Zustandsänderungen einer Satteldampfströmung bei unterschiedlichen Abkühlungsbedingungen nach Beispiel 2 im MOLLIER- $h,s$ -Diagramm

Variante 1: Normale Dämmung; Endpunkt 2''  
 Variante 2: Adiabate Dämmung; Endpunkt 2'''  
 Variante 3: Keine Dämmung; Endpunkt 2'

- Die ungedämmte Rohrleitung (Variante 3) gibt soviel Wärme ab, daß der Austrittszustand des anfänglichen Satteldampfes relativ weit im Naßdampfgebiet endet. Die Abweichungen zwischen detaillierter und durchgehender Berechnung treten bei  $p_2$  und  $\bar{w}_2$  deutlich hervor. Die Ursache liegt im falschen Massestrom bei durchgehender Ermittlung begründet.

*Eine abschnittsweise Berechnung ist beim Eintritt ins Naßdampfgebiet notwendig.*

- Interessanterweise sind die Ergebnisse der durchgehenden Berechnung der Varianten 1 und 3 gleich. Dies liegt daran, daß das Volumen am Austritt  $v_2$  nicht das reale Volumen im Naßdampfgebiet  $v = v' + x(v'' - v')$  ist, sondern das Volumen  $v''$  darstellt. Dies wurde gemäß der Darlegungen im Abschnitt 9.3. ausgewiesen, um bei der Weiterrechnung – nach Abzug des Kondensatmassenstromes – gleich das neue Eintrittsvolumen in richtiger Größe für den nachfolgenden Abschnitt parat zu haben. Somit baut die interne Mittelwertbildung auf  $v_1$  und  $v_2 = v''$  näherungsweise auf. Diese sind aber in beiden Fällen gleich. Der unterschiedliche Wärmeaustausch mit der Umgebung schlägt sich dann nur in der Größe des Kondensatstromes nieder, wodurch sich die Geschwindigkeit zum nächsten Abschnitt sprunghaft ändert (vgl. auch Anmerkungen 1) und 2) in Tabelle 9.8). Die Forderung nach abschnittsweiser Berechnung wird hiermit nochmals erhärtet.

Die Zustandsverläufe sind im  $h,s$ -Diagramm (Bild 9.17) veranschaulicht. Die Punkte 2'' und 2''' auf der Linie des gesättigten Dampfes ( $x = 1$ ) kennzeichnen den Zustand des tatsächlich verbleibenden Dampfanteils und nicht den des Naßdampfendpunktes.

Tabelle 9.9 Dampfleitung des Beispiels 3

$l$ m	$p$ Pa	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$t$ °C	$\bar{w}$ m/s	$\dot{m}_K$ kg/s	$\dot{m}$ kg/s
0	1000000	0,2063	200	13,1	—	2,0000
100	996016	0,2056	197,1	13,1	—	2,0000
200	992048	0,2049	194,4	13,0	—	2,0000
300	988094	0,2042	191,7	13,0	—	2,0000
400	984155	0,2035	189,1	13,0	—	2,0000
500	980230	0,2029	186,6	12,9	—	2,0000
600	976318	0,2023	184,2	12,9	—	2,0000
700	972419	0,2017	181,8	12,8	—	2,0000
800	968530	0,2012	179,6	12,8	—	2,0000
900	964648	0,2006	178,5	12,8	0,0025	1,9975
1000	960769	0,2014	178,3	12,8	0,0058	1,9917
1100	956896	0,2022	178,1	12,8	0,0058	1,9859
1200	953031	0,2030	177,9	12,8	0,0058	1,9801
1300	949173	0,2038	177,8	12,8	0,0058	1,9743
1400	945322	0,2045	177,6	12,9	0,0058	1,9685
1500	941478	0,2053	177,4	12,9	0,0058	1,9627
1600	937642	0,2061	177,2	12,9	0,0058	1,9569
1700	933813	0,2070	177,1	12,9	0,0058	1,9511
1800	929991	0,2078	176,9	12,9	0,0058	1,9454
1900	926176	0,2086	176,7	12,9	0,0058	1,9396
2000	922368	0,2094	176,5	13,4	0,0057	1,9339
Abwei- chung in %	—0,32	0,29	—0,06	3,9	—	—0,18

## Beispiel 3

Heißdampf ( $\dot{m} = 2$  kg/s) vom Zustand

$$p_1 = 1000000 \text{ Pa}$$

$$t_1 = 200^\circ\text{C}$$

soll durch eine Rohrleitung

$$d = 0,2 \text{ m}$$

$$\varepsilon = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$l = 2000 \text{ m}$$

$$\sum \zeta = 40$$

strömen. Die charakteristischen wärmetechnischen Größen lauten:

$$\delta = 0,06 \text{ m}$$

$$\lambda_D = 0,05 \text{ W/m K}$$

$$\lambda_R = 50 \text{ W/m K}$$

$$\alpha_i = 10000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$\alpha_a = 20 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

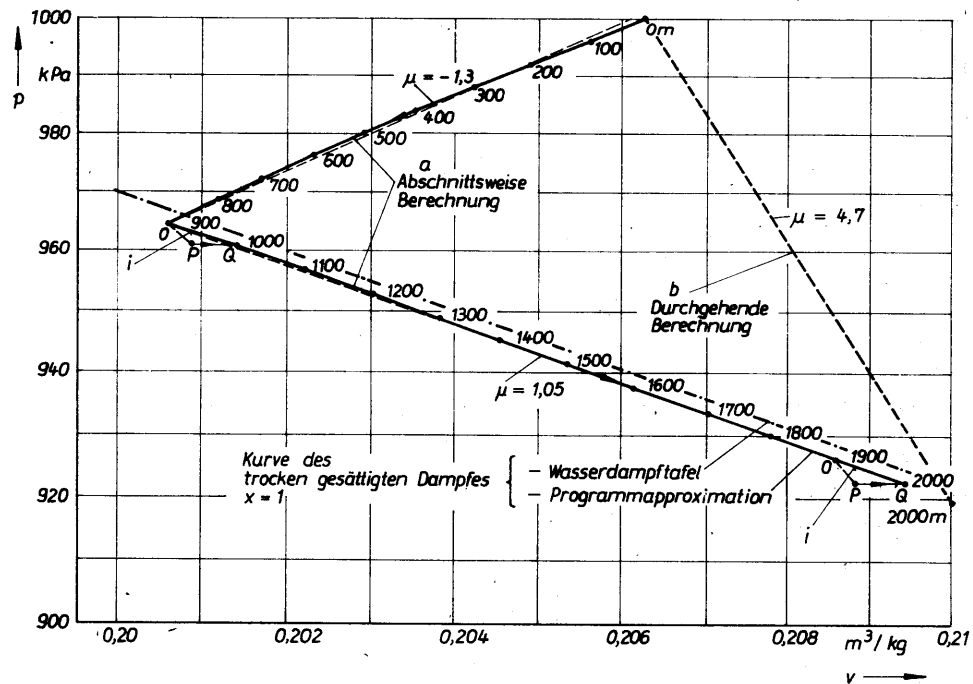
$$t_u = 0^\circ\text{C}.$$

Der Koeffizient  $\alpha_i$  trifft eigentlich erst bei Kondensation des Dampfes an der Wandung zu. Der Wärmeübergangswiderstand ist aber gegenüber dem Wärmeleitwiderstand der Dämmung ohnehin bedeutungslos. Der eventuell zu große Wert sei als Sicherheitszuschlag zu betrachten.

Es sind die Parameter am Ende der 2 km langen Rohrleitung zu ermitteln und der Zustandsverlauf zu charakterisieren.

## Lösung

Das Rechenprogramm nach Bild 9.4 liefert die in der Tabelle 9.9 zusammengestellten Werte. Die Berechnung erfolgte zunächst schrittweise in Rohrabschnitten von je 100 m mit  $\sum \zeta = 2$ . Das anfallende Kondensat  $\dot{m}_K$  wird am Ende eines jeden Intervalls vom Dampfstrom  $\dot{m}$  subtrahiert. Die angegebenen Tabellenwerte  $\bar{w}$ ,  $\dot{m}_K$  und  $\dot{m}$  gelten am Ende des jeweiligen Rohrabschnittes. Die Größe  $\dot{m}$  stellt damit den rechnerischen Dampfmassestrom im nachfolgenden Intervall dar. Das Kondensat wird stets am Ende des Rohrabschnittes „abgeführt“. Die Ergebnisse der durchgehenden Berechnung ( $l = 2000$  m;  $\sum \zeta = 40$ ) sind in der Tabelle — jeweils rechter Wert innerhalb der Spalte — vermerkt. Die Abweichungen erscheinen auf den ersten Blick gering. Der Fehler des Druckabfalls ( $p_1 - p_2$ ) beträgt aber immerhin 3,8%. Veranschaulicht man sich die Zustandsänderung im  $p, v$ -Diagramm (Bild 9.18), so ist das Endergebnis der durchgehenden Rechnung jedoch erstaunlich genau, obwohl der Weg b vom tatsächlichen Verlauf der Zustandsänderung a erheblich abweicht. Der Verlauf a ist im Heißdampfgebiet durch die Verringerung des spezifischen Volumens bei gleichzeitig sinkendem Druck gekennzeichnet. Dieses Verhalten wird durch den starken Wärmestrom an die Umgebung verursacht. Im Satttdampfgebiet nimmt das spezifische Volumen mit sinkendem Druck gemäß  $v'' = f(p)$  zu. Die Dampfmenge ver-



**Bild 9.18** Zustandsänderung einer Heißdampfströmung, die im Naßdampfgebiet endet, nach Beispiel 3

Die Achsen des  $p,v$ -Diagramms sind beide logarithmisch, jedoch mit unterschiedlicher Größe der Grundeinheit, geteilt.

Es sind die Ergebnisse der abschnittswisen und der durchgehenden Berechnung der 2000 m langen Dampfleitung gegenübergestellt.

ringert sich jedoch abschnittsweise. Auf die im Intervall  $i$  strömende Menge  $\dot{m}$  bezogen, würde die Zustandsänderung von  $O$  nach  $P$  verlaufen. Es ergäbe sich

$$v_P \approx \frac{(\dot{m} - \dot{m}_K)}{\dot{m}} v_Q''.$$

Nach Ausscheiden von  $\dot{m}_K$  – z. B. an einer Rohrentwässerung – erreichte man den Punkt  $Q$ . Dieser sägezahnartige Verlauf wird aber gemäß Berechnungsmodell C (Abschnitt 9.3.) nicht beachtet. Der Einfluß ist, wie man sieht, auch relativ gering. Da im Bild 9.18 die  $p,v$ -Koordinaten im doppeltlogarithmischen Netz aufgetragen wurden, erkennt man sofort, daß in guter Näherung für den Zustandsverlauf im Heiß- und im Satttdampfgebiet die Gleichung

$$pv^\mu = \text{const}$$

benutzt werden kann. Allerdings ist der Exponent  $\mu$  bei überhitztem Dampf kaum voraussagbar. Für dieses Beispiel gelten:

Heißdampf  $\mu = -1,3$

Satttdampf  $\mu = 1,05$ .

Bei der direkten Ermittlung der Exponenten aus dem Diagramm ist zu beachten, daß die Teilung der Ordinate  $1/3$  der Abszissentheilung beträgt.

Es sei noch auf den Unterschied der Kurven  $x = 1$  (trocken gesättigter Dampf) nach den Tafelwerten und nach der Programmapproximation hingewiesen. Er entsteht durch die in den Unterprogrammen enthaltenen Näherungen und durch die im Ablaufplan vorhandenen zulässigen Fehlerschranken bezüglich  $t_2$  und  $p_2$ . Zudem entsteht  $v_2$  nicht aus den aktuellen Daten der Iteration, sondern stammt aus dem jeweils vorhergehenden Schritt. Mit  $0,2 \dots 0,25\%$  Fehler werde das verwendete Verfahren jedoch akzeptiert.

# 10. Bemessung von Druckluft- und Dampfnetzen

Da die Anzahl der neuinstallierten Druckluft- und Dampfnetze relativ klein ist, lohnt sich das Aufstellen eines vollautomatisch arbeitenden Bemessungsprogramms nicht. Statt dessen erscheint es optimal, wenn man über ein teilautomatisiertes Strangbemessungsprogramm – ähnlich Abschnitt 6.2. – verfügt.

## 10.1. Algorithmus

Im Bild 10.1 ist ein Strang, bestehend aus den drei Teilstrecken 1, 3, 5, vorgegeben. Am Anfang möge der Druck  $p_K$  anstehen, am Abnehmer soll der Druck  $p_A$  verfügbar sein. Einen mittleren, spezifischen Druckverlust zu bilden, liefert keinen besonderen Bemessungshinweis, da für Druckluft oder Wasserdampf (mit Ausnahme des Niederdrucksattdampfes, Anhang II) keine Druckverlusttabellen vorhanden sind.

Für eine qualifizierte Durchmesserschätzung wird von Gl. (7.17) ausgegangen. Unter Annahme eines isothermen Zustandsverlaufs und bei Vernachlässigung der Änderung der kinetischen Energie gilt für den Zusammenhang zwischen Gesamtdruckverlust sowie Anfangs- und Enddruck für eine Teilstrecke

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{\bar{w}_1^2}{2v_1}. \quad (10.1)$$

Aus dem in Gl. (6.2) definierten Druckverlustquotienten

$$a = \frac{S \sum \zeta}{Rl + S \sum \zeta}$$

folgt

$$Rl + S \sum \zeta = \frac{Rl}{1 - a}. \quad (10.2)$$

Außerdem berechnet sich die Geschwindigkeit nach der Beziehung

$$\bar{w}_1 = \frac{4\dot{m}v_1}{\pi d^2}. \quad (10.3)$$

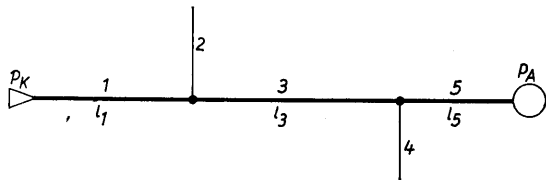


Bild 10.1 Strang als Teil eines Netzes

Beide Gleichungen in Gl. (10.1) substituiert, liefert

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{\lambda \frac{l}{d}}{1 - a} \frac{16\dot{m}^2}{\pi^2 d^4} v_1 p_1,$$

woraus sich der Durchmesser

$$d = \left( \frac{\lambda}{1 - a} \frac{16}{\pi^2} v_1 p_1 \right)^{0,2} \left( \frac{l}{p_1^2 - p_2^2} \right)^{0,2} \dot{m}^{0,4} \quad (10.4)$$

ergibt. Gl. (10.4) ist eine physikalische Größengleichung. Der erste Term enthält einige zu schätzende Größen.

Für **Luftleitungen** ergeben sich mit  $v_1 p_1 = RT_1$  praktische Werte zwischen

$$C_{\max} = \left( \frac{0,022}{0,67} \frac{16}{\pi^2} 287 \cdot 323 \right)^{0,2} = 5,48 \text{ m}^{0,6} \text{ Pa}^{0,2} \text{ kg}^{-0,2}$$

und

$$C_{\min} = \left( \frac{0,015}{0,9} \frac{16}{\pi^2} 287 \cdot 293 \right)^{0,2} = 4,69 \text{ m}^{0,6} \text{ Pa}^{0,2} \text{ kg}^{-0,2}$$

mit dem Mittelwert

$$C = 5,1 \text{ m}^{0,6} \text{ Pa}^{0,2} \text{ kg}^{-0,2}. \quad (10.5)$$

Für **Dampfleitungen** sind praktische Werte zwischen

$$C_{\max} = \left( \frac{0,022}{0,8} \frac{16}{\pi^2} 26,45 \cdot 0,01 \cdot 10^6 \right)^{0,2} = 6,52 \text{ m}^{0,6} \text{ Pa}^{0,2} \text{ kg}^{-0,2}$$

und

$$C_{\min} = \left( \frac{0,010}{0,9} \frac{16}{\pi^2} 18,12 \cdot 0,01 \cdot 10^6 \right)^{0,2} = 5,04 \text{ m}^{0,6} \text{ Pa}^{0,2} \text{ kg}^{-0,2}$$

zu erwarten. Als Mittelwert sei

$$C = 5,8 \text{ m}^{0,6} \text{ Pa}^{0,2} \text{ kg}^{-0,2} \quad (10.6)$$

empfohlen.

Der zweite Term wird als strangspezifische Größe aufgefaßt und

$$\left( \frac{l_{\max,K}}{p_K^2 - p_A^2} \right)^{0,2} \quad (10.7)$$

gebildet, wobei  $l_{\max,K}$  die Länge des Stranges darstellt. Im Falle des Bildes 10.1 gilt

$$l_{\max,K} = l_1 + l_3 + l_5.$$

Wenn ein sehr großes Druckgefälle ( $p_K - p_A$ ) verfügbar ist, können ungewollt hohe Geschwindigkeiten auftreten. Bei vorgegebenem  $\bar{w}_{max}$  folgt aus Gl. (10.3)

$$d = \sqrt{\frac{4 \dot{m} v_1}{\pi \bar{w}_{max}}} \quad (10.8)$$

Der Größtwert von Gl. (10.4) oder (10.8) ist für die Bemessung maßgebend.

### 10.1.1. Teilautomatisierte Bemessung

In den Bildern 10.2 und 10.3 sind die Programmablaufpläne für die Strangbemessung eines Druckluft- bzw. eines Dampfnetzes dargestellt. Außer den in den Abschnitten 9.1 und 9.3 vorgestellten Eingabewerten sind hier zusätzlich folgende Daten zu benennen:

$p_K$	$p_A$	Vorhandener Druck am Stranganfang
$p_A$	$p_A$	Erforderlicher Druck am Strangende
$l_{maxK}$	$m$	Länge des Stranges (Summe der entsprechenden Teilstreckenlängen)

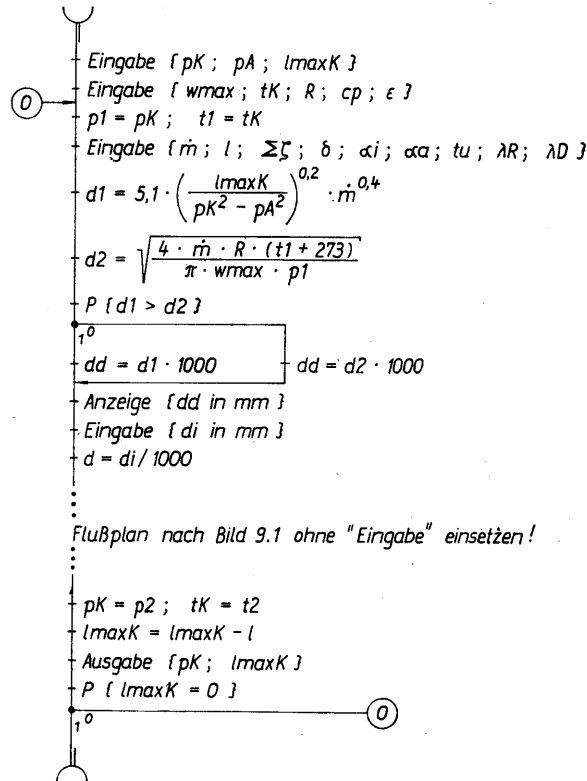


Bild 10.2 Flußplan zur Bemessung von Strängen in Druckluftnetzen

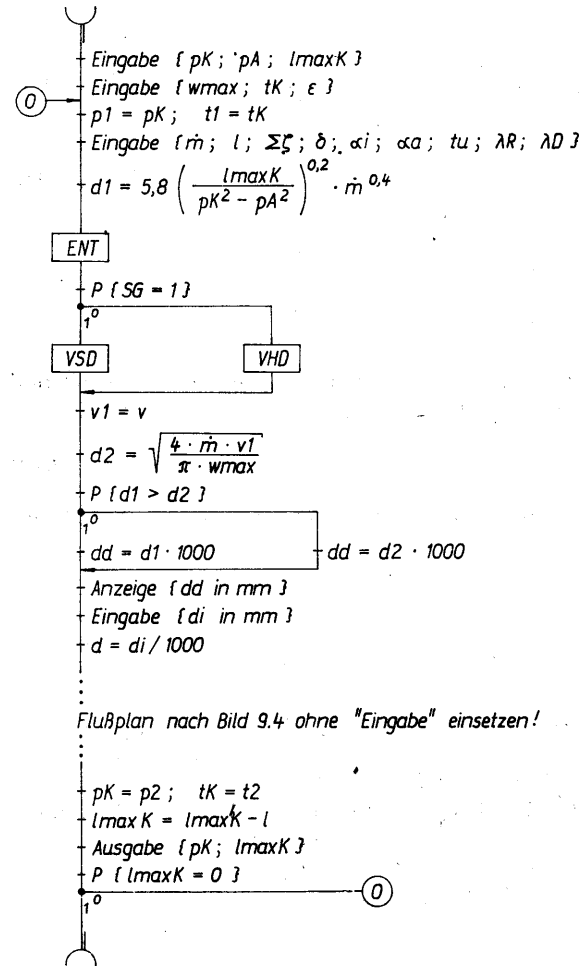


Bild 10.3 Flußplan zur Bemessung von Strängen in Dampfnetzen

$w_{max}$	m/s	Maximal zulässige Geschwindigkeit
$t_K$	°C	Temperatur am Stranganfang
$\epsilon$	m	Rohrrauigkeit
$R$	J/kg K	Gaskonstante für Luft
$cp$	J/kg K	Spezifische Wärmekapazität für Luft.

Es werden dann die Durchmesser nach den Gln. (10.4) und (10.8) unter Verwendung der Gln. (10.5) bzw. (10.6) bestimmt und angezeigt. Nach Eingabe eines Normdurchmessers in mm erfolgt die Druckberechnung für die jeweilige Teilstrecke.

Nach Ausgabe der Teilstreckendaten werden die Werte des „Reststranges“ ermittelt ( $p_K$ ;  $t_K$ ;  $l_{maxK}$ ). Eine weitere Teilstrecke wird betrachtet, wenn  $l_{maxK} > 0$  ist. Da man zur Durchmesserschätzung nach Gl. (10.4) jeweils die aktuellen Daten heranzieht, wächst die Treffsicherheit.

### 10.1.2. Manuelle Bemessung

Zur Rechenerleichterung wird vorgeschlagen, die Gl. (10.4) segmentiert auszuwerten. Zunächst ist für den gesamten Strang

$$\bar{d} = C \left( \frac{l_{\max,K}}{p_K^2 - p_A^2} \right)^{0,2} \quad (10.9)$$

mit  $C = 5,1$  für Druckluftnetze

$C = 5,8$  für Dampfnetze

$p_K; p_A$  in Pa

$l_{\max,K}$  in m

zu bilden. Anschließend werden für die in Reihe geschalteten Teilstrecken  $i$  mit den jeweiligen Masseströmen  $\dot{m}_i$  in kg/s die Teilstreckendurchmesser

$$d_i = \bar{d} \dot{m}_i^{0,4} \quad \text{in m} \quad (10.10)$$

bestimmt. Beim Übergang zu Normdurchmessern sollte man versuchen, die Abweichungen auszugleichen.

## 10.2. Beispiele

### Beispiel 1

Für das im Bild 10.4 dargestellte Druckluftnetz sind die Teilstrecken 1, 2, 4, 5 und 8 teilautomatisiert zu bemessen.

An der Einspeisestelle ist ein Druck von 1,1 MPa verfügbar. An den Abnahmepunkten sollen mindestens 0,8 MPa anstehen. Die Leitungen sind nicht gedämmt (Umgebungstemperatur 20°C). Die Druckluft tritt mit 35°C ein.

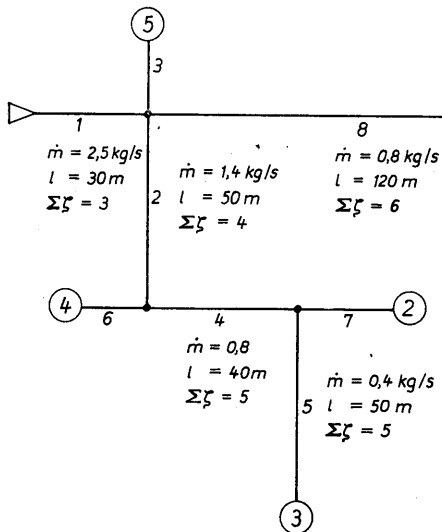


Bild 10.4 Druckluftnetz mit Ausgangsdaten für Beispielrechnung

### STRANG 1

PK PA = ?	1100000	***
PA PA = ?	800000	***
LMAXK = ?	170,00	***
WMAX M/S = ?	40,00	***
TK C = ?	35,00	***

### TEILSTRECKENEINGABE:

M KG/S = ?	2,50	***
ZETA = ?	3,00	***
L M = ?	30,00	***
DD MM = 92	100,0	***

### TEILSTRECKENERGEBNISSE:

P1 = 1100000	P2 = 1062785
T1 = 35,0	T2 = 33,7
V1 = 0,0804	V2 = 0,0828
W1 = 25,6	W2 = 26,4

### STRANGERGEBNISSE:

PK = 1062785	PA
LMAXK = 140,00	M

### STRANG 2

PK PA = ?	1062785	***
PA PA = ?	800000	***
LMAXK = ?	120,00	***
WMAX M/S = ?	40,00	***
TK C = ?	33,70	***

### TEILSTRECKENEINGABE:

M KG/S = ?	0,80	***
ZETA = ?	6,00	***
L M = ?	120,00	***
DD MM = 56	64,2	***

### TEILSTRECKENEINGABE:

M KG/S = ?	1,40	***
ZETA = ?	4,00	***
L M = ?	50,00	***
DD MM = 72	81,8	***

### TEILSTRECKENERGEBNISSE:

P1 = 1062785	P2 = 1012348
T1 = 33,7	T2 = 31,0
V1 = 0,0828	V2 = 0,0862
W1 = 22,1	W2 = 23,0

### STRANGERGEBNISSE:

PK = 1012348	PA
LMAXK = 90,00	M

### TEILSTRECKENEINGABE:

M KG/S = ?	0,80	***
ZETA = ?	5,00	***
L M = ?	40,00	***
DD MM = 55	64,2	***

### TEILSTRECKENERGEBNISSE:

P1 = 1062785	P2 = 935914
T1 = 33,7	T2 = 26,7
V1 = 0,0828	V2 = 0,0919
W1 = 20,5	W2 = 22,7

### STRANGERGEBNISSE:

PK = 935914	PA
LMAXK = 0,00	M

### STRANG 2

PK PA = ?	1062785	***
PA PA = ?	800000	***
LMAXK = ?	120,00	***
WMAX M/S = ?	40,00	***
TK C = ?	33,70	***

### TEILSTRECKENERGEBNISSE:

P1 = 1012348	P2 = 961477
T1 = 31,0	T2 = 28,7
V1 = 0,0862	V2 = 0,0900
W1 = 21,3	W2 = 22,3

### STRANGERGEBNISSE:

PK = 961477	PA
LMAXK = 50,00	M

### TEILSTRECKENEINGABE:

M KG/S = ?	0,40	***
ZETA = ?	5,00	***
L M = ?	50,00	***
DD MM = 40	41,3	***

### TEILSTRECKENERGEBNISSE:

P1 = 961477	P2 = 807327
T1 = 28,7	T2 = 25,8
V1 = 0,0900	V2 = 0,1062
W1 = 26,9	W2 = 31,7

### STRANGERGEBNISSE:

PK = 807327	PA
LMAXK = 0,00	M

### TEILSTRECKENEINGABE:

M KG/S = ?	0,80	***
ZETA = ?	6,00	***
L M = ?	120,00	***
DD MM = 56	51,2	***

### TEILSTRECKENERGEBNISSE:

P1 = 1062785	P2 = 553235
T1 = 33,7	T2 = 26,7
V1 = 0,0828	V2 = 0,1555
W1 = 32,2	W2 = 60,4

### STRANGERGEBNISSE:

PK = 553235	PA
LMAXK = 0,00	M

Bild 10.5 Protokoll des Dialogs mit dem Taschenrechner



Weiter gelten:

$$R = 287 \text{ J/kg K}; \quad \alpha_i = 400 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$c_p = 1007 \text{ J/kg K}; \quad \alpha_a = 23 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$\lambda_R = 50 \text{ W/m K}; \quad \varepsilon = 0,0001 \text{ m.}$$

Es sind Rohre mit Innendurchmessern von

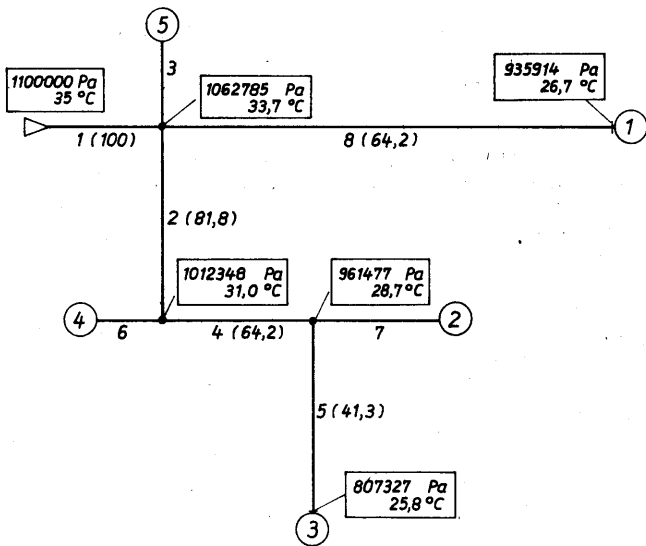
36; 41,3; 51,2; 64,2; 70,2; 81,8; 100; 125; 150 mm

einsetzbar.

### Lösung

Nach dem im Bild 10.2 dargestellten Flußplan wurde ein Rechenprogramm für einen Taschenrechner mit einfachem Ein- und Ausgabeservice gestaltet. Der Dialog ist im Bild 10.5 protokolliert. Die mit Sternchen versehenen Zahlen stellen Eingabewerte dar.

Nach der Strangabfrage folgen die veränderlichen Teilstreckeneingaben mit der Festlegung des Teilstreckendurchmessers. Anschließend werden die Teilstreckenergebnisse, die aus dem Programm nach Bild 9.1 stammen, in komprimierter Form



Erklärung:

1 (100) Teilstreckennummer mit Rohrinne Durchmesser in mm

807327 Pa, 25,8 °C } Druck Temperatur } am Knoten

**Bild 10.6** Druckluftnetz mit Bemessungsergebnissen

angegeben. Die Strangergebnisse kennzeichnen die Parameter des jeweiligen „Reststranges“. Der Ablauf wiederholt sich, bis die Stranglänge  $l_{\max K} = 0$  ist. Die Teilstrecken 1, 2, 4 und 5 bilden den Strang 1. Strang 2 ist mit Teilstrecke 8 identisch. Bei der Bemessung des Stranges 1 wurden stets die nächst größeren Normdurchmesser verwendet. Der Enddruck von 807 kPa liegt recht nahe am gewünschten Wert von 800 kPa. Bei Strang 2 gelang dies nicht. Der Durchmesser 64,2 mm liefert einen Druck am Abnehmer 1 von 936 kPa. Der nächst kleinere Normdurchmesser 51,2 mm ergibt einen Abnehmerdruck von nur 553 kPa. Dies zeigt deutlich, wie sensibel sich Durchmesseränderungen auf den Druckabfall auswirken. Die Qualität des Schätzwertes (56 mm) ist trotz der Unwägbarkeiten im Faktor  $C$  (Gl. (10.5)) recht gut. Käme tatsächlich ein Rohr mit dem Durchmesser 56 mm zum Einsatz, so erhielte man 785 kPa.

Die Ergebnisse sind im Bild 10.6 übersichtlich dargestellt.

### Beispiel 2

Es ist die gleiche Aufgabe wie im Beispiel 1, allerdings nach der manuellen Lösungsmethode, zu bearbeiten.

### Lösung

Die Gl. (10.9) liefert zunächst für den Strang 1, der aus den Teilstrecken 1, 2, 4 und 5 besteht,

$$\bar{d} = 5,1 \left( \frac{170}{(1,1 \cdot 10^6)^2 - (0,8 \cdot 10^6)^2} \right)^{0,2} = 0,0635.$$

Teilstreckenweise folgen damit unter Verwendung der Gl. (10.10)

$$d_1 = 0,0635 \cdot 2,5^{0,4} = 0,0916 \text{ m}$$

$$d_2 = 0,0635 \cdot 1,4^{0,4} = 0,0726 \text{ m}$$

$$d_3 = 0,0635 \cdot 0,8^{0,4} = 0,0581 \text{ m}$$

$$d_4 = 0,0635 \cdot 0,4^{0,4} = 0,0440 \text{ m.}$$

Aus dem verfügbaren Rohrsortiment wurden gewählt:

$$d_1 = 0,100 \text{ m}$$

$$d_2 = 0,0818 \text{ m}$$

$$d_3 = 0,0642 \text{ m}$$

$$d_4 = 0,0413 \text{ m.}$$

Dies sind die gleichen Durchmesser wie bei der teilautomatisierten Bemessung. Die Druckverlustberechnung wird nach Gl. (7.16) bei zusätzlicher Beachtung der Einzelwiderstandsbeiwerte vorgenommen. Es gilt damit für  $t = \text{const}$

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - \frac{\bar{w}_1^2}{v_1} p_1 \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right)}$$

und nach Substitution der Geschwindigkeit gemäß Gl. (10.3) folgt

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - \frac{16\dot{m}^2}{\pi^2 d^4} RT_1 \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right)}. \quad (10.11)$$

Für  $p$  in Pa;  $\dot{m}$  in kg/s;  $d$  und  $l$  in m;  $R$  in J/kg K sowie  $T$  in K kann Gl. (10.11) in eine zugeschnittene Größengleichung überführt werden.

Es gilt für

$$\frac{16}{\pi^2} RT_1 = \frac{16}{\pi^2} 287 \cdot (273 + 35) = 143302,$$

so daß Gl. (10.11) im speziell vorhandenen Fall die Form

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - 143302 \frac{\dot{m}^2}{d^4} \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right)} \quad (10.12)$$

annimmt. Für die Bestimmung des Rohrreibungsbeiwertes  $\lambda$  müssen

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0,0001}{d}$$

und nach Gl. (1.1)

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\eta\pi d} = \frac{4\dot{m}}{18,7 \cdot 10^{-6} \pi d} = 68088 \frac{\dot{m}}{d}$$

berechnet werden.  $\lambda$  ist dann aus Bild 3.2 entnehmbar.

Die Enddrücke der Teilstrecken betragen:

Teilstrecke 1

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0,001; \quad Re = 1,7 \cdot 10^6; \quad \lambda = 0,020$$

$$p_2 = \sqrt{(1,1 \cdot 10^6)^2 - 143302 \frac{2,5^2}{0,1^4} \left( 0,02 \frac{30}{0,1} + 3 \right)} \text{ Pa} = 1062729 \text{ Pa}$$

Teilstrecke 2

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0,0012; \quad Re = 1,2 \cdot 10^6; \quad \lambda = 0,021$$

$$p_2 = \sqrt{1062729^2 - 143302 \frac{1,4^2}{0,0818^4} \left( 0,021 \frac{50}{0,0818} + 4 \right)} \text{ Pa} = 1011818 \text{ Pa}$$

Teilstrecke 4

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0,0016; \quad Re = 8,5 \cdot 10^5; \quad \lambda = 0,022$$

$$p_2 = \sqrt{1011818^2 - 143302 \frac{0,8^2}{0,0642^4} \left( 0,022 \frac{40}{0,0642} + 5 \right)} \text{ Pa} = 960615 \text{ Pa}$$

Teilstrecke 5

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0,0024; \quad Re = 6,6 \cdot 10^5; \quad \lambda = 0,025$$

$$p_2 = \sqrt{960615^2 - 143302 \frac{0,4^2}{0,0413^4} \left( 0,025 \frac{50}{0,0413} + 5 \right)} \text{ Pa} = 803027 \text{ Pa}.$$

Der Druck am Abnehmer 3 beträgt nach dieser Rechnung 803 kPa. Gegenüber der teilautomatisierten Berechnung ist dies eine Abweichung von 0,5%.

Mit dem Druck, der am Ende der Teilstrecke 1 ansteht, kann die Teilstrecke 8 bemessen werden. Aus Gl. (10.9) folgt

$$\bar{d} = 5,1 \left( \frac{120}{1062729^2 - 800000^2} \right)^{0,2} = 0,0610,$$

womit Gl. (10.10)

$$d_8 = 0,0610 \cdot 0,8^{0,4} = 0,0558 \text{ m}$$

ergibt. Es wird

$$d_8 = 0,0642 \text{ m}$$

gewählt. Damit berechnen sich

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0,0016; \quad Re = 8,5 \cdot 10^5; \quad \lambda = 0,022,$$

woraus der Enddruck

$$p_2 = \sqrt{1062729^2 - 143302 \frac{0,8^2}{0,0642^4} \left( 0,022 \frac{120}{0,0642} + 6 \right)} \text{ Pa} = 935412 \text{ Pa}$$

folgt. Gegenüber der automatisierten Bemessung tritt eine Abweichung von 0,1% auf.

# 11. Druckverluste von Zweiphasenströmungen

Strömt Gas oder Dampf gleichzeitig mit einer Flüssigkeit in einer Rohrleitung, dann spricht man von einer Zweiphasenströmung. Streng genommen handelt es sich beim Transport von Wasserdampf mit Kondensation an den Rohrwandungen auch um eine Zweiphasenströmung. Da der flüssige Anteil aber sehr klein ist und das Kondensat in gewissen Abständen über Ableiter aus der Rohrleitung entfernt wird, betrachtet man die übliche Dampffortleitung als eine Einphasenströmung. Das Ausdampfen von Heißwasser an Leitungshochpunkten und die damit verbundene Entstehung eines Zweiphasengemischs wird in der Regel durch eine entsprechend hohe Druckauflastung vermieden. Sieht man von speziellen Rohrverdampfern und Kesseln ab, so treten im Bereich der Heizungstechnik nur in den Ausblasrohrleitungen von Sicherheitsventilen Zweiphasenströmungen auf. Grundsätzlich sollten beide Phasen möglichst rasch voneinander getrennt werden. In den waagerechten Rohrabschnitten unmittelbar nach Sicherheitsventilen, in denen sich Heißwasser entspannt, sind jedoch häufig bis zu einer Trenneinrichtung Wasser-Dampf-Gemische zu transportieren. Bild 11.1 zeigt eine Auswahl möglicher Strömungsformen. Bei dieser Vielfalt leuchtet es ein, daß kaum ein einheitliches Modell zur Druckverlustberechnung bei einfachem Aufbau möglich sein wird. Die derzeitig vorhandenen Modelle liefern Ergebnisse, die mitunter erhebliche Abweichungen zur Realität aufweisen. Einen umfassenden Überblick liefert [32].

## 11.1. Algorithmus für waagerechte Rohrleitungen

Zur Druckverlustberechnung einer Zweiphasenströmung ist das LOCKHART-MARTINELLI-Modell (ein Schlupfmodell) am bekanntesten [31]. Es wurde zunächst für Luft-Wasser-Gemische bei Ringströmung in waagerechten Rohr entwickelt. Die einfache Darstellung führte zur Übernahme auch auf andere Strömungsformen. Die Genauigkeit wird mit  $\pm 50\%$  [32] angegeben. Zunächst wird der Druckverlust für die Einphasenströmung so berechnet, als ob das Gas oder die Flüssigkeit das Rohr *allein* beaufschlagt. Im Ergebnis erhält man natürlich fiktive Werte. Es gelten mit den Indizes

f Flüssigkeit  
g Gas

für die Geschwindigkeiten

$$\bar{w}_f = \frac{4\dot{m}_f v_f}{\pi d^2}; \quad \bar{w}_g = \frac{4\dot{m}_g v_g}{\pi d^2}, \quad (11.1)$$

für die REYNOLDS-Zahlen

$$Re_f = \frac{\bar{w}_f d}{\eta_f v_f}; \quad Re_g = \frac{\bar{w}_g d}{\eta_g v_g} \quad (11.2)$$

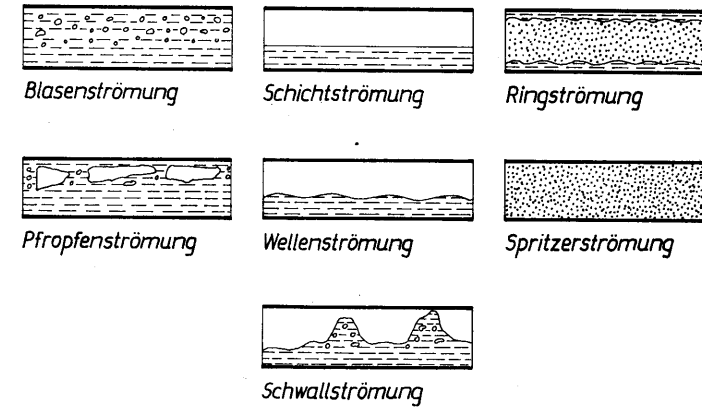


Bild 11.1 Strömungsformen eines Zweiphasengemisches in einem horizontal angeordneten Rohr

und für die Druckverluste der jeweiligen Einphasenströmung

$$\Delta p_{v,f} = \left( \lambda_f \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{1}{2v_f} \bar{w}_f^2;$$

$$\Delta p_{v,g} = \left( \lambda_g \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{1}{2v_g} \bar{w}_g^2. \quad (11.3)$$

Der Druckverlust der Zweiphasenströmung berechnet sich aufbauend auf diese Ergebnisse zu

$$\Delta p_v = \Delta p_{v,f} \Phi_f^2 \quad \text{oder} \quad \Delta p_v = \Delta p_{v,g} \Phi_g^2. \quad (11.4)$$

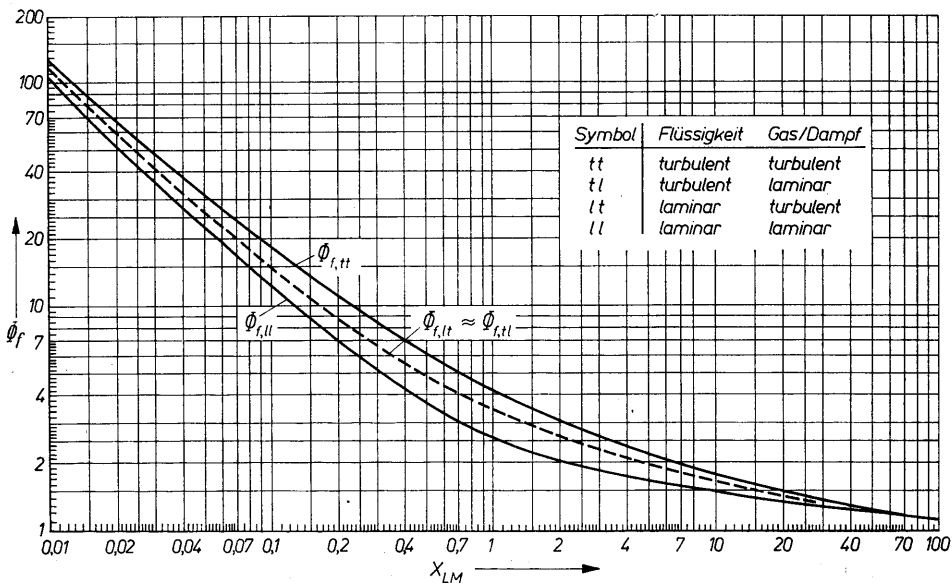
Der Korrekturfaktor  $\Phi_f$  wird in Abhängigkeit des sogenannten LOCKHART-MARTINELLI-Parameters

$$X_{LM} = \sqrt{\frac{\Delta p_{v,f}}{\Delta p_{v,g}}} \quad (11.5)$$

und der Strömungsform angegeben (Bild 11.2; Tabelle 11.1). Bezüglich der Strömungsform werden folgende Varianten unterschieden:

Symbol	Flüssigkeit	Gas oder Dampf
tt	turbulent	turbulent
tl	turbulent	laminar
lt	laminar	turbulent
ll	laminar	laminar

Der Umschlag zwischen laminarer und turbulenter Strömungsform liegt zwischen  $Re = 1000 \dots 2000$ .



**Bild 11.2** Korrekturfaktoren  $\Phi_f$  in Abhängigkeit des LOCKHART-MARTINELLI-Parameters und der Strömungsform

**Tabelle 11.1** Korrekturfaktor der Flüssigkeitsphase  $\Phi_f$  in Abhängigkeit vom LOCKHART-MARTINELLI-Parameter  $X_{LM}$  und von der Strömungsform nach [31]

$X_{LM}$	$\Phi_{f,tt}$	$\Phi_{f,tl}$	$\Phi_{f,lt}$	$\Phi_{f,ll}$
0,01	128	112	120	105
0,02	68,4	58,0	64,0	53,5
0,04	38,5	31,0	34,0	28,0
0,07	24,4	19,3	20,7	17,0
0,1	18,5	14,5	15,2	12,4
0,2	11,2	8,70	8,90	7,00
0,4	7,05	5,50	5,62	4,25
0,7	5,04	4,07	4,07	3,08
1	4,20	3,48	3,48	2,61
2	3,10	2,62	2,62	2,06
4	2,38	2,15	2,05	1,76
7	1,96	1,83	1,73	1,60
10	1,75	1,66	1,59	1,50
20	1,48	1,44	1,40	1,36
40	1,29	1,25	1,25	1,25
70	1,17	1,17	1,17	1,17
100	1,11	1,11	1,11	1,11

Für den häufigsten Anwendungsfall tt gilt für den Korrekturfaktor die Approximation

$$\Phi_{f,tt} = \frac{4,2}{10^{0,51091g X_{LM} - 0,1381(\lg X_{LM})^2 + 0,00113(\lg X_{LM})^3 + 0,00620(\lg X_{LM})^4}} \quad (11.6)$$

Der maximale Fehler gegenüber den Werten der Tabelle 11.1 beträgt 2,7%. Für die in Gl. (11.4) vorgestellten Korrekturfaktoren gilt aus Gl. (11.5) folgender Zusammenhang

$$\Phi_f = \frac{\Phi_g}{X_{LM}} \quad (11.7)$$

Es ist prinzipiell gleichgültig, ob als Basiswert  $\Delta p_{v,t}$  oder  $\Delta p_{v,g}$  benutzt wird.

#### Anmerkung

Um die Berechnung der beiden Druckverluste  $\Delta p_{v,t}$  und  $\Delta p_{v,g}$ , die zur Bestimmung von  $X_{LM}$  benötigt werden, zu umgehen, wurden verschiedene direkte Beziehungen aufgestellt. Um die in Gl. (11.5) benötigten Druckverlustquotienten zu bestimmen, wird vom Druckabfall infolge Rohrreibung ausgegangen:

$$\Delta p_R = \lambda \frac{l}{d} \frac{1}{2v} \bar{w}^2 \quad (11.8)$$

Für die Rohrreibungsbeiwerte bei laminarer Strömung gilt exakt

$$\lambda_l = \frac{64}{Re} \quad (11.9)$$

und für die turbulente Strömung als grobe Näherung für nahezu glatte Rohre

$$\lambda_t \approx 0,184 Re^{-0,2} \quad (11.10)$$

Die REYNOLDS-Zahlen und Geschwindigkeiten ergeben sich aus den Gln. (11.2) und (11.1). Schließlich sei noch eine Abkürzung  $x$ , der Gasmassstrom im Verhältnis zum Gesamtmassestrom

$$x = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_f + \dot{m}_g} \quad (11.11)$$

definiert, woraus

$$\frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_g} = \frac{1-x}{x} \quad (11.12)$$

folgt.

Durch konsequente Substitution der Gln. (11.8) bis (11.12) ergibt Gl. (11.5) die Formen:

$$X_{LM,ll} = \left[ \left( \frac{1-x}{x} \right) \left( \frac{v_f}{v_g} \right) \left( \frac{\eta_f}{\eta_g} \right) \right]^{0,5} \quad (11.13)$$

$$X_{LM,tt} = \left( \frac{1-x}{x} \right)^{0,9} \left( \frac{v_f}{v_g} \right)^{0,5} \left( \frac{\eta_f}{\eta_g} \right)^{0,1} \quad (11.14)$$

$$X_{LM,lt} = \left[ \left( \frac{1-x}{x} \right) \left( \frac{v_f}{v_g} \right) \left( \frac{\eta_f}{\eta_g} \right) \left( \frac{348}{Re_g^{0,8}} \right) \right]^{0,5} \quad (11.15)$$

$$X_{LM,tl} = \left[ \left( \frac{1-x}{x} \right) \left( \frac{v_f}{v_g} \right) \left( \frac{\eta_f}{\eta_g} \right) \left( \frac{Re_f^{0,8}}{348} \right) \right]^{0,5} \quad (11.16)$$

Für den in der Heizungstechnik üblichen Anwendungsfall – Wasserdampf im Naßdampfbereich – wurde  $X_{LM,tt}$  gesondert ausgewertet. Die Definition des Gasmassstromanteils  $x$  ist mit dem Dampfgehalt  $x$  identisch. Für Gl. (11.14) wird

$$X_{LM,ttNa\delta dampf} = \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0,9} F \quad (11.17)$$

gesetzt. Für den Faktor  $F$  gelten:

$t$ °C	$F$ –
100	0,0342
110	0,0398
120	0,0460
130	0,0528
140	0,0601
150	0,0681
160	0,0767
170	0,0860
180	0,0959
190	0,1066
200	0,1181

$$F = 202,7 \cdot 10^{-6}t + 769,1 \cdot 10^{-9}t^2 + 6632,2 \cdot 10^{-12}t^3 - 3910,8 \cdot 10^{-15}t^4 \quad (11.18)$$

Geltungsbereich:  $100^\circ\text{C} \leq t \leq 200^\circ\text{C}$

Maximaler Fehler: 0,25%.

Generell ist festzustellen, daß durch die schlechte Approximation von  $\lambda_t$  nach Gl. (11.10) die Beziehungen  $X_{LM,tt}$ ,  $X_{LM,lt}$  und  $X_{LM,li}$  mehr oder weniger große Fehler aufweisen. Es ist auf jeden Fall die direkte Ermittlung von  $X_{LM}$  nach Gl. (11.5) zu bevorzugen. (Vgl. auch nachfolgendes Beispiel.)

## 11.2. Beispiel

In der waagerechten Ausblasleitung eines Sicherheitsventils strömen  $\dot{m}_D = 0,41$  kg/s Dampf und  $\dot{m}_W = 0,15$  kg/s Wasser. Die Temperatur des Dampf-Wasser-Gemisches beträgt  $110^\circ\text{C}$ . Wie groß ist der Druckverlust, wenn diese Rohrleitung 15 m lang ist, drei Krümmer enthält und einen Innendurchmesser von 100 mm sowie eine Rohr-  
rauhigkeit  $\varepsilon = 0,0001$  m aufweist?

### Lösung

Es gelten folgende Zustands- und Stoffwerte:

$$v_t \equiv v' = 0,0010519 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_g \equiv v'' = 1,211 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\eta_t \equiv \eta' = 254,9 \cdot 10^{-6} \text{ kg/s m}$$

$$\eta_g \equiv \eta'' = 12,62 \cdot 10^{-6} \text{ kg/s m}.$$

Die fiktiven Geschwindigkeiten der Einzelphasen betragen nach Gl. (11.1):

$$\bar{w}_t = \frac{4 \cdot 0,15 \cdot 0,0010519}{\pi \cdot 0,1^2} = 0,0201 \text{ m/s}$$

$$\bar{w}_g = \frac{4 \cdot 0,41 \cdot 1,211}{\pi \cdot 0,1^2} = 63,2176 \text{ m/s}.$$

Damit ergeben sich gemäß Gl. (11.2) die REYNOLDS-Zahlen:

$$Re_t = \frac{0,0201 \cdot 0,1}{254,9 \cdot 10^{-6} \cdot 0,0010519} = 7496$$

$$Re_g = \frac{63,2176 \cdot 0,1}{12,62 \cdot 10^{-6} \cdot 1,211} = 413651.$$

Beide Phasen strömen turbulent (tt).

Die Druckverluste berechnen sich nach Gl. (11.3). Mit der Rohrrauigkeit

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0,0001}{0,1} = 0,001$$

ergeben sich für die Flüssigkeit:

$$\lambda_t = 0,035 \text{ (aus Bild 3.2)}$$

$$\Delta p_{v,t} = \left(0,035 \frac{15}{0,1} + 0,9\right) \frac{1}{2 \cdot 0,0010519} 0,0201^2 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{v,t} = 1,18 \text{ Pa}.$$

Für den Wasserdampf berechnet sich der Druckverlust zu:

$$\lambda_g = 0,02 \text{ (aus Bild 3.2)}$$

$$\Delta p_{v,g} = \left(0,02 \frac{15}{0,1} + 0,9\right) \frac{1}{2 \cdot 1,211} 63,2176^2 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{v,g} = 6435 \text{ Pa}.$$

Die Gl. (11.5) ergibt den Parameter

$$X_{LM,tt} = \sqrt{\frac{1,18}{6435}} = 0,01354.$$

Aus dem Diagramm – Bild 11.2 – läßt sich das zugehörige

$$\Phi_{t,tt} \approx 98$$

ablesen. Die Gl. (11.6) liefert

$$\Phi_{t,tt} = 98,1,$$

woraus sich mit Gl. (11.7)

$$\Phi_{g,tt} = 98,1 \cdot 0,01354 = 1,328$$

ermittelt.

Damit kann Gl. (11.4) zweifach ausgewertet werden:

$$\Delta p_V = 1,18 \cdot 98,1^2 \text{ Pa} = 11356 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_V = 6435 \cdot 1,328^2 \text{ Pa} = 11349 \text{ Pa}.$$

Bestimmt man  $X_{LM,tt}$  nach der üblichen Näherung nach Gl. (11.14), so ergibt sich mit dem Dampfgehalt

$$x = \frac{0,41}{0,15 + 0,41} = 0,7321$$

der Wert

$$X_{LM,tt} = \left( \frac{1 - 0,7321}{0,7321} \right)^{0,9} \left( \frac{0,0010519}{1,211} \right)^{0,5} \left( \frac{254,9}{12,62} \right)^{0,1} = 0,0161.$$

Daraus folgt nach Bild 11.2

$$\Phi_{f,tt} = 84.$$

Die Abweichung ist beträchtlich und entsprechende, differenzierte Resultate ergeben sich für den Druckverlust (8326 Pa bzw. 11763 Pa).

Die vielfach publizierte Gl. (11.14) ist wegen Gl. (11.10) relativ ungenau. Zur Bestimmung des LOCKHART-MARTINELLI-Parameters sollte Gl. (11.5) Verwendung finden.

# Anhang I: Druckverlusttabellen für Rohre in Wasserheizungen

## Charakteristik der Tabellen

### 1. Aufbau

An den Tabellenrändern sind die Masseströme  $\dot{m}$  (Zeilen) und die Durchmesser  $d$  (Spalten) aufgetragen. In den Tabellenfeldern stehen der Druckverlust je Meter Rohr  $R$ , die Geschwindigkeit  $\bar{w}$  und der Staudruck  $S$ . Die Geschwindigkeit wird für die Druckverlustberechnung direkt nicht benötigt. Sie dient nur der Orientierung und gegebenenfalls zur Ermittlung des Einzelwiderstandsbeiwertes  $\zeta$ , z. B. bei Stromverzweigungen.

Bei jeder Druckverlustnachrechnung sind sowohl der Massestrom als auch der Rohrdurchmesser bekannt, so daß im Schnittpunkt der entsprechenden Zeile und Spalte sofort die zugehörigen Werte  $R$ ,  $\bar{w}$ ,  $S$  ablesbar sind. Im Falle der Rohrnetzdimensionierung ist der Massestrom unabänderlich gegeben, während der Rohrdurchmesser noch ermittelt werden muß. Je nach Dimensionierungsverfahren besteht aber Kenntnis über einen mittleren spezifischen Druckverlust je Meter Rohr  $R_m$  oder über die gewünschte Geschwindigkeit  $\bar{w}_w$ . Dies bedeutet, daß man, ausgehend von der vorgegebenen Zeile, spaltenweise überprüft, welches  $R$  bzw.  $\bar{w}$  den Forderungen  $R_m$  bzw.  $\bar{w}_w$  am nächsten kommt. Damit ist der Durchmesser  $d$  gefunden, und das zugehörige Wertetripel  $R$ ,  $\bar{w}$ ,  $S$  kann abgelesen werden.

Da bei jeder üblichen Berechnungsvariante der Massestrom bekannt ist, stellt die gewählte Anordnung ein Optimum bezüglich des zum Aufsuchen der Tabellenwerte nötigen Zeitaufwandes dar.

Alle Größen werden in den Einheiten des internationalen Maßsystems (SI) angegeben:

Größe		Einheit
Massestrom	$\dot{m}$	kg/s
Durchmesser	$d$	mm
Spezifischer Druckverlust	$R$	Pa/m = N/m <sup>2</sup> · m
Staudruck	$S$	Pa = N/m <sup>2</sup>
Geschwindigkeit	$\bar{w}$	m/s

Mit + gekennzeichnete Tabellenwerte  $\bar{w}$  weisen auf laminare Strömungsform hin. Die Masseströme sind tabelliert in einem Bereich von

$$\dot{m} = 0,001 \dots 2000 \text{ kg/s}.$$

Dabei wurde eine geometrische Abstufung zwischen 3,4 und 7,1% gewählt, so daß innerhalb einer Dekade folgende Reihe entsteht:

100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140,  
150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230,  
240, 250, 260, 270, 280, 290, 300.

320, 340, 360, 380, 400, 420, 440, 460, 480,  
500, 520, 540, 560, 580, 600, 630, 660, 690,  
720, 750, 800, 850, 900, 950, 1000.

Für jeden Massestrom stehen bis zu 13 verschiedene Rohrdurchmesser zur Auswahl. Als Grenzen dienen die Geschwindigkeiten  $\bar{w}_{\min} = 0,005$  m/s und  $\bar{w}_{\max} = 5$  m/s. Mit den Tabellenwerten  $R$  und  $S$  wird die Druckverlustberechnung durchgeführt. Zur schnellen visuellen Erfassung unter Berücksichtigung einer sinnvollen Genauigkeit werden für die Werte  $R$  und  $S$  maximal drei Stellen nach dem Komma angegeben und bei Vorhandensein von Kommastellen die Zahlenfolge auf drei Ziffern begrenzt.

Der Rohrreibungsbeiwert  $\lambda$  wurde mit einer Genauigkeit von 0,001% bestimmt, so daß alle angegebenen Ziffern sicher sind. Dies sollte aber keinesfalls über mögliche Fehler, die bereits in den Berechnungsannahmen liegen, hinwegtäuschen.

Die Geschwindigkeit  $\bar{w}$ , die nur der Information dient, wird wegen der besseren Übersichtlichkeit nur mit maximal zwei Ziffern und mit nicht mehr als zwei Stellen nach dem Komma ausgewiesen.

## 2. Temperaturen und Stoffwerte

Entscheidenden Einfluß auf die Ergebnisse  $R$ ,  $\bar{w}$ ,  $S$  hat die in Rechnung gestellte Medientemperatur. Rein theoretisch ist bei praktischen Berechnungen trotz bestehender Vorzugstemperaturen jede beliebige Medientemperatur denkbar. Es wurden deshalb Fehlerrechnungen für Temperaturen, die von den Bezugstemperaturen abweichen, durchgeführt.

Nach [13, 34] kann überschläglich der Rohrreibungsbeiwert in expliziter Form berechnet werden:

$$\lambda = 0,094d^{-0,055}Re^{-0,14}. \quad (\text{A } 1)$$

Die Substitution dieser Beziehung und der Geschwindigkeit

$$\bar{w} = \frac{4\dot{m}}{\rho\pi d^2} \quad (\text{A } 2)$$

in die allgemeingültige Druckverlustgleichung (Gl. 3.1) liefert

$$\Delta p_R = 0,094d^{-0,055} \left(\frac{4\dot{m}}{\pi d\eta}\right)^{-0,14} \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \left(\frac{4\dot{m}}{\rho\pi d^2}\right)^2. \quad (\text{A } 3)$$

Nach Zusammenfassen der nicht temperaturabhängigen Größen zu einer Konstanten  $C$  folgt

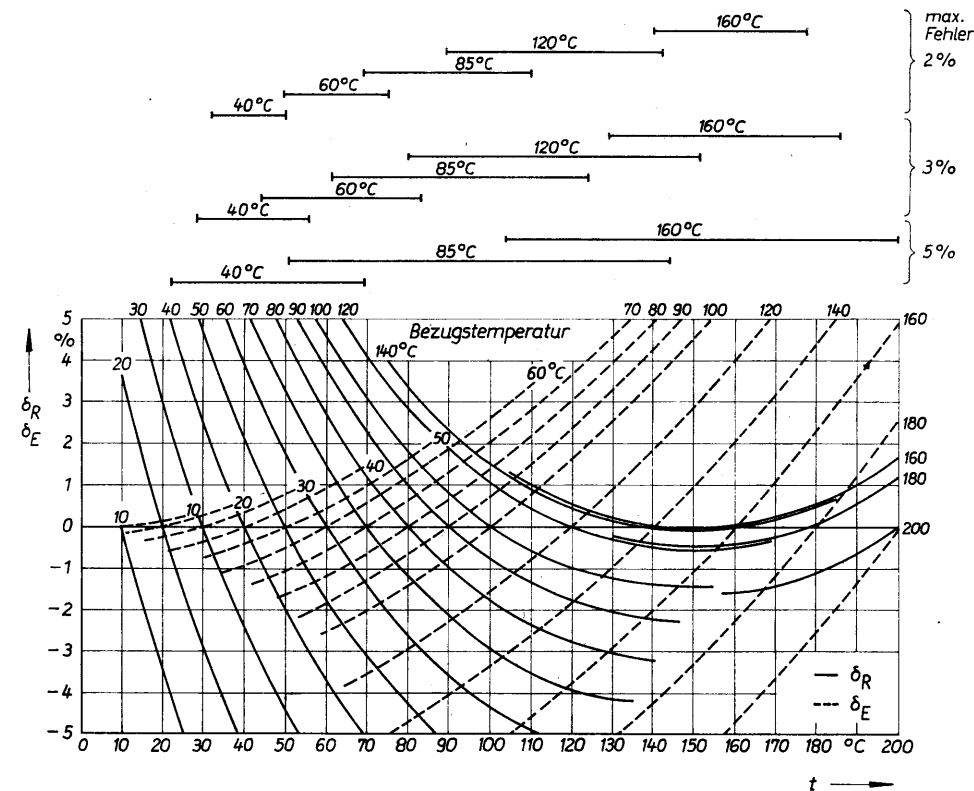
$$\Delta p_R = C \frac{1}{\rho} \eta^{0,14}. \quad (\text{A } 4)$$

Damit kann der relative Fehler im Geltungsbereich der Gl. (A 1) zu

$$\delta_R = \frac{\left. \frac{\eta^{0,14}}{\rho} \right|_B - \left. \frac{\eta^{0,14}}{\rho} \right|}{\left. \frac{\eta^{0,14}}{\rho} \right|_B} 100\% = \left( \frac{\eta_B^{0,14}}{\eta^{0,14}} \frac{\rho_B}{\rho} - 1 \right) 100\% \quad (\text{A } 5)$$

berechnet werden, wenn  $B$  auf die Bezugstemperatur hinweist. Analog dazu erfolgt die Ableitung für den relativen Fehler des Druckverlustes infolge von Einzelwiderständen, ausgehend von Gl. (4.5)

$$\delta_E = \frac{\left. \frac{1}{\rho} \right|_B - \left. \frac{1}{\rho} \right|}{\left. \frac{1}{\rho} \right|_B} 100\% = \left( \frac{\rho_B}{\rho} - 1 \right) 100\%. \quad (\text{A } 6)$$



**Bild 1** Fehler des Rohrreibungs- und Einzelwiderstands-Druckverlustes bei von der Tabellenbezugstemperatur  $t_B$  abweichenden Temperaturen  $t$ . Zusätzlich sind die Geltungsbereiche der Bezugstemperaturen  $t_B$  bei vorgegebenen Fehlergrenzen vermerkt.  $\delta_R$  gilt wegen Gl. (A 1) in guter Näherung nur im mittleren Übergangsbereich ( $Re \approx 4 \cdot 10^4$ ) und für mittlere Durchmesser ( $d \approx 0,05$  m).

Im Bild 1 sind die Ergebnisse grafisch dargestellt, wobei die entsprechenden Bezugstemperaturen als Parameterkurven eingetragen wurden. Aus diesen Kurvenzügen lassen sich die Einsatzbereiche bei vorgegebenen Fehlerstrahlen ermitteln. Vorteilhaft ist es, daß sich die Fehler  $\delta_R$  und  $\delta_E$  bei jeweils gleichen Medien- und Bezugstemperaturen in weiten Bereichen im Vorzeichen unterscheiden, so daß bei dem üblicherweise gemischten Vorhandensein von Rohrreibungs- und Einzelwiderständen eine Fehlerkompensation auftritt und die angegebenen Fehlergrenzen praktisch nicht erreicht werden. Legt man der Berechnung für eine Heizungsanlage 110°C/70°C die Tabellen der Bezugstemperatur von 85°C zugrunde, so ergeben sich die relativen Fehler von

$$\delta_{R,110^\circ\text{C}} = -1,8\%; \quad \delta_{E,110^\circ\text{C}} = 1,9\%$$

$$\delta_{R,70^\circ\text{C}} = 1,7\%; \quad \delta_{E,70^\circ\text{C}} = -0,9\%.$$

Unter Annahme einer symmetrischen Verteilung der hydraulischen Widerstände auf die Vor- und Rücklaufleitung sowie eines gleichmäßigen Anteils von Rohrreibungs- und Einzelwiderständen folgt aus diesen Daten der Mittelwert

$$\delta = \frac{1}{4} \cdot (-1,8\% + 1,9\% + 1,7\% - 0,9\%) = 0,2\%.$$

Der gleiche Wert ergibt sich für Anlagen mit der Temperaturpreizung 90°C/70°C bei analogen Belastungsverhältnissen. Damit liegen für die häufigsten Auslegungstemperaturen – mit Wahl der Bezugstemperatur von 85°C – optimale Einzel- und Mittelabweichungen vor.

Ähnliche Überlegungen führten unter Beachtung einer möglichst geometrischen Abstufung der Einsatzbereiche zu den Bezugstemperaturen von

$$t_B = 40; 60; 85; 120; 160^\circ\text{C},$$

für die die Ausarbeitung der Druckverlusttabellen erfolgte. Der Einfluß des Druckes auf die Dichte und die Zähigkeit ist relativ gering. Dennoch werden, um den praktischen Gegebenheiten zu entsprechen, mit steigenden Temperaturen auch höhere Drücke angenommen. Es gelten für die Tabellenbezugswerte:

$t_B$ °C	$p_B$ MPa	$\rho_B$ kg/m <sup>3</sup>	$\eta_B$ kg/s m	$\nu_B$ m <sup>2</sup> /s
40	0,5	992,5	0,0006532	$0,658 \cdot 10^{-6}$
60	0,5	983,4	0,0004669	$0,475 \cdot 10^{-6}$
85	0,5	968,6	0,0003351	$0,346 \cdot 10^{-6}$
120	1	943,2	0,0002323	$0,246 \cdot 10^{-6}$
160	2	908,1	0,0001699	$0,187 \cdot 10^{-6}$

### 3. Rohrmaterial

Der Rohrinne Durchmesser  $d$  hat dominierenden Einfluß auf den Druckverlust. Für die Rohrreibung folgt aus der Näherungsbeziehung Gl. (A 3) die Proportionalität

$$\Delta p_R \sim \frac{1}{d^{4,9}}. \tag{A 7}$$

Für den Druckverlust durch Einzelwiderstände (Rohrformstücke) gilt

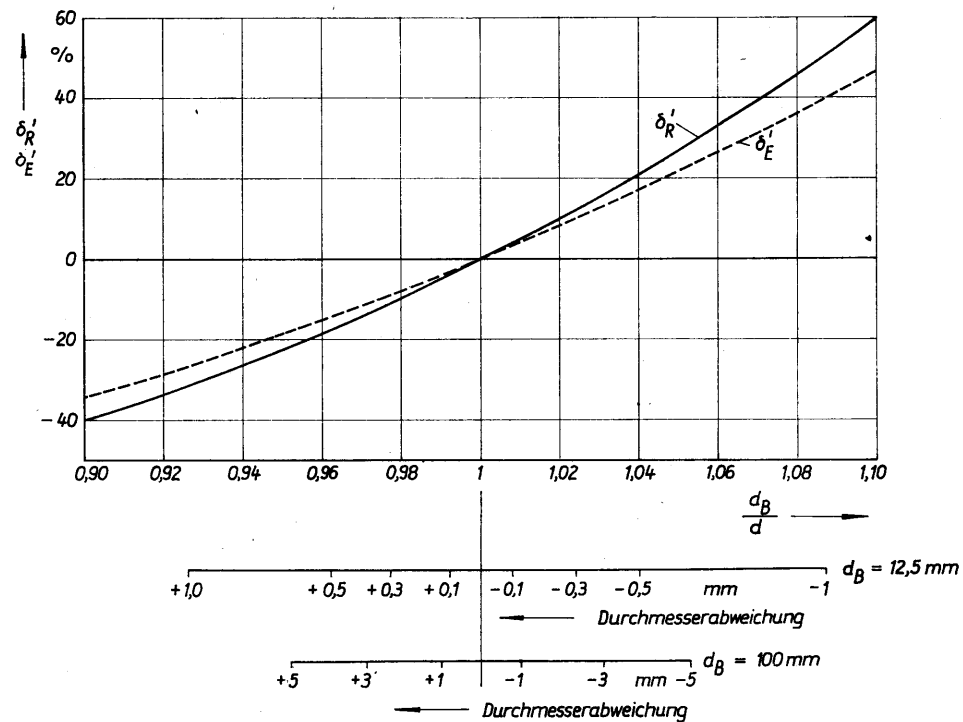
$$\Delta p_E \sim \frac{1}{d^4}. \tag{A 8}$$

Durchmesser  $d$ , die von den Bezugsdurchmessern  $d_B$  (Tabellenwerte) abweichen, verursachen somit Fehler von

$$\delta'_R = \frac{\frac{1}{d^{4,9}} - \frac{1}{d_B^{4,9}}}{\frac{1}{d_B^{4,9}}} 100\% = \left[ \left( \frac{d_B}{d} \right)^{4,9} - 1 \right] 100\% \tag{A 9}$$

$$\delta'_E = \left[ \left( \frac{d_B}{d} \right)^4 - 1 \right] 100\%. \tag{A 10}$$

Die Fehlerverläufe in Abhängigkeit von  $d_B/d$  sind im Bild 2 veranschaulicht. Zusätzlich zum Durchmesserquotienten wurden für die Rohrdurchmesser 3/8 Zoll und 100 mm einige absolute Durchmesserabweichungen aufgetragen. Dabei wird deut-



**Bild 2** Fehler des Rohrreibungs- und Einzelwiderstands-Druckverlustes bei von den tabellierten Durchmessern  $d_B$  abweichenden Werten  $d$  in Abhängigkeit von  $d_B/d$  und spezieller absoluter Durchmesserabweichungen



lich, wie sensibel der Druckverlust auf Veränderungen der Rohrdurchmesser reagiert. Weicht beispielsweise der Durchmesser eines 3/8 Zoll Rohres ( $d_B = 12,5 \text{ mm}$ ) nur um 0,3 mm ab, so bewirkt dies Druckverlustfehler von ca. 10%. Problematisch können somit bereits die herstellungsbedingten Toleranzen werden. Da die Rohraußendurchmesser  $d_a$  und die Wanddicken  $s$  jeweils Nennmaße darstellen, beeinflussen beide Toleranzen den Innendurchmesser  $d$ . Er ist am kleinsten, wenn für  $d_a$  der Kleinstwert und für  $s$  der Größtwert gilt:

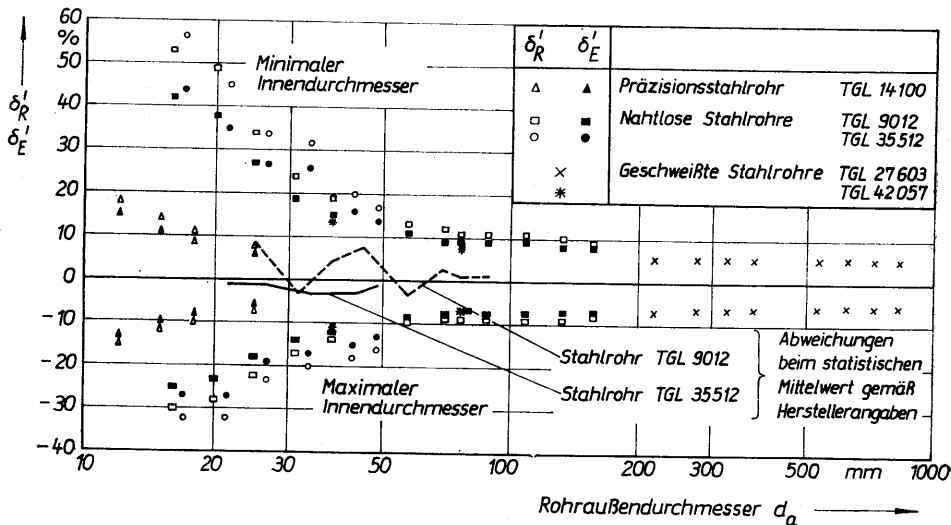
$$d_{\min} = d_{a,\min} - 2s_{\max}$$

Den größten Rohrrinnendurchmesser erhält man für

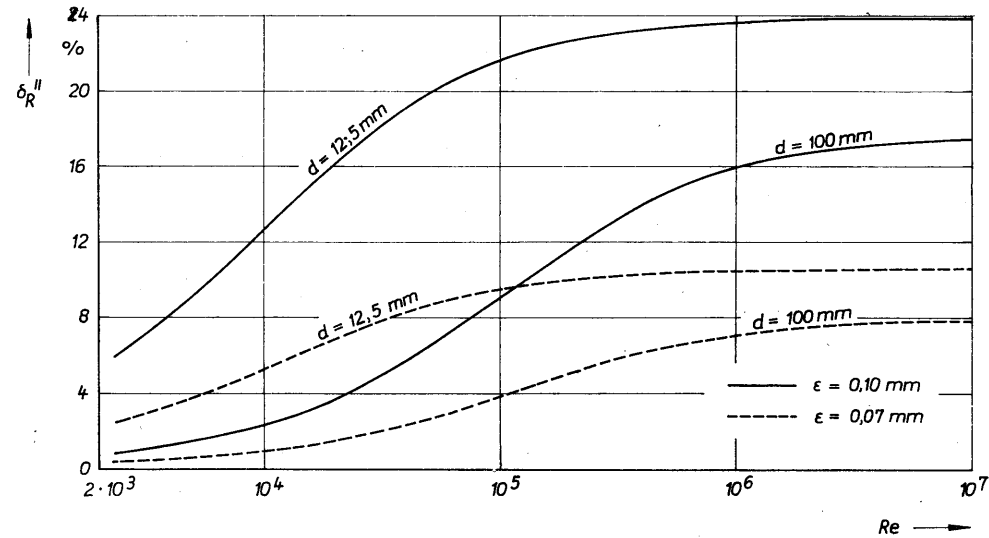
$$d_{\max} = d_{a,\max} - 2s_{\min}$$

Für einige übliche Rohrsortimente sind die maximalen Fehler nach den Gln. (A 9) und (A 10) berechnet und im Bild 3 aufgezeichnet. Bei kleinen Rohrdurchmessern können so große Abweichungen ( $\delta'_R, \delta'_E$ ) vom spezifischen Rohrreibungsverlust  $R$  bzw. vom Staudruck  $S$  bezogen auf die Norminnendurchmesser (Bezugsdurchmesser der Tabellen) auftreten (40...50%), so daß die gesamte Druckverlustermittlung in Frage gestellt wird. Nach Herstellerangaben muß man fertigungsbedingt auf den standardisierten Toleranzen bestehen. Der Übergang zu Qualitäten ähnlich dem Präzisionsstahlrohr wäre sehr wünschenswert. Die Auswertung der vom Rohrhersteller genannten statistischen Mittelwerte für  $d_a$  und  $s$  bezüglich  $\delta'_R$  und  $\delta'_E$  ergeben natürlich kleinere Fehler als bei Annahme der zulässigen Extremabweichungen (Bild 3). Eine Tendenz, die einen Korrekturfaktor für die Druckverlustberechnung fundieren könnte, ist allerdings nicht ableitbar.

Der Einfluß der Rohrrauigkeit  $\epsilon$  ist in starkem Maße von der REYNOLDS-Zahl abhängig. Dies zeigt Bild 3.2 sehr deutlich. Im Gebiet der hydraulisch rauhen Rohre



**Bild 3** Fehler des Rohrreibungs- und Einzelwiderstands-Druckverlustes bei maximaler, zulässiger Abweichung der Innendurchmesser verschiedener Rohrsortimente



**Bild 4** Fehler des Rohrreibungs-Druckverlustes bei vom Tabellenbezugswert  $\epsilon_B = 0,05 \text{ mm}$  abweichenden Rohrrauigkeiten in Abhängigkeit von der REYNOLDS-Zahl und den Rohrdurchmessern

ist  $\epsilon$  der dominierende Einflußfaktor auf den Rohrreibungsbeiwert  $\lambda$ . Im Übergangsbereich nimmt der Einfluß von  $Re$  zu. Bei hydraulisch glatter Rohrströmung bestimmt die REYNOLDS-Zahl schließlich allein die Größe von  $\lambda$ . Der Einfluß von  $\epsilon$  kann auf den Druckverlust somit nicht allgemeingültig benannt werden. Bild 4 zeigt beispielsweise für zwei Rohre (3/8 Zoll; 100 mm) die Fehler des Druckverlustes durch Rohrreibung bei vom Bezugswert  $\epsilon_B = 0,05 \text{ mm}$  (Tabellenwert) abweichenden Rauigkeiten:

$$\delta''_R = \frac{\lambda(\epsilon, Re) - \lambda(\epsilon_B, Re)}{\lambda(\epsilon_B, Re)} 100\% \quad (A 11)$$

Die Wahl der Rohrrauigkeiten wurde in 3.3. bereits begründet. Als Rohrmaterialien wurden verschiedene Sortimente zugrunde gelegt.

Konventionelles Rohrsortiment  
Bezugstemperatur 60 °C

DN  $\frac{3}{4}$  1  $1\frac{1}{4}$  1 $\frac{1}{2}$  50 60 65 80 100 125 150 200 250

Durchmesser in mm (Innen)	21.2	27.1	35.9	41.0	51.2	64.2	70.2	81.8	100	125	150	207	261	
Masse- strom kg/s	Druckverlust Geschwindigkeit Standdruck		R in Pa/m S in Pa		w in m/s		S in Pa		w in m/s		S in Pa		w in m/s	
1.00	4941	1392	331	169	55.6	18.1	11.7	5.53	2.08	0.709	0.295	0.064	0.021	
	4081	1528	496	292	0.49	0.31	0.26	0.19	0.13	0.08	0.06	0.03	0.02	
1.05	5436	1599	364	186	60.9	19.8	12.8	6.04	2.27	0.773	0.322	0.069	0.023	
	4499	1685	547	322	0.52	0.33	0.28	0.20	0.14	0.09	0.06	0.03	0.02	
1.10	5955	1674	397	203	66.5	21.6	13.9	6.57	2.47	0.840	0.349	0.075	0.025	
	4937	1849	600	353	0.54	0.35	0.29	0.21	0.14	0.09	0.06	0.03	0.02	
1.15	6497	1825	433	221	72.2	23.5	15.1	7.13	2.68	0.909	0.378	0.081	0.027	
	5397	2021	656	386	0.57	0.36	0.30	0.22	0.15	0.10	0.07	0.03	0.02	
1.20	7063	1992	469	239	78.2	25.4	16.3	7.71	2.89	0.981	0.408	0.088	0.029	
	5876	2201	715	420	0.59	0.38	0.32	0.23	0.16	0.10	0.07	0.04	0.02	
1.25	7652	2146	508	259	84.5	27.4	17.5	8.30	3.11	1.06	0.439	0.094	0.031	
	6376	2398	775	456	0.62	0.39	0.33	0.24	0.16	0.10	0.07	0.04	0.02	
1.30	8265	2316	547	279	91.0	29.4	18.9	8.92	3.34	1.13	0.470	0.101	0.033	
	6896	2593	839	493	0.64	0.41	0.34	0.25	0.17	0.11	0.07	0.04	0.02	
1.35	8902	2493	599	299	97.7	31.6	20.3	9.56	3.58	1.21	0.503	0.108	0.036	
	7437	2785	904	532	0.67	0.42	0.35	0.26	0.17	0.11	0.08	0.04	0.02	
1.40	9562	2676	631	321	105	33.8	21.7	10.2	3.82	1.29	0.537	0.115	0.038	
	7990	2995	973	572	0.69	0.44	0.37	0.27	0.18	0.12	0.08	0.04	0.03	
1.50	110952	3062	721	366	119	38.4	24.7	11.6	4.33	1.46	0.607	0.130	0.043	
	9181	3438	1117	656	0.74	0.47	0.39	0.29	0.19	0.12	0.09	0.05	0.03	
1.60	112437	3473	817	415	135	43.4	27.8	13.1	4.87	1.65	0.681	0.146	0.048	
	10446	3912	1270	747	0.79	0.50	0.42	0.31	0.21	0.13	0.09	0.05	0.03	
1.70	14016	3911	918	466	151	48.6	31.1	14.6	5.45	1.84	0.760	0.163	0.053	
	11793	4417	1434	843	0.84	0.53	0.45	0.33	0.22	0.14	0.10	0.05	0.03	
1.80	4374	1026	1026	520	168	54.0	34.6	16.2	6.04	2.04	0.842	0.180	0.059	
	3951	1608	1608	945	0.89	0.57	0.47	0.35	0.23	0.15	0.10	0.05	0.03	
1.90	4863	1139	1139	577	187	59.8	38.3	17.9	6.67	2.25	0.927	0.198	0.065	
	5517	1791	1791	1053	0.94	0.60	0.50	0.37	0.25	0.16	0.11	0.06	0.04	
2.00	5379	1258	1258	637	206	65.9	42.2	19.7	7.33	2.46	1.02	0.217	0.071	
	6113	1985	1985	1167	0.99	0.63	0.53	0.39	0.26	0.17	0.12	0.06	0.04	
2.10	5919	1384	1384	700	226	72.2	46.2	21.6	8.02	2.69	1.11	0.237	0.078	
	6739	2188	2188	1286	1.0	0.66	0.55	0.41	0.27	0.17	0.12	0.06	0.04	
2.20	6486	1515	1515	766	247	78.8	50.4	23.5	8.73	2.93	1.21	0.258	0.084	
	7397	2402	2402	1412	1.1	0.69	0.58	0.43	0.38	0.18	0.13	0.07	0.04	
2.30	7079	1652	1652	835	269	85.8	54.8	25.6	9.48	3.18	1.31	0.279	0.091	
	8084	2625	2625	1543	1.1	0.72	0.60	0.45	0.30	0.19	0.13	0.07	0.04	
2.40	7697	1794	1794	906	292	92.9	59.4	27.7	10.3	3.43	1.41	0.301	0.099	
	8802	2858	2858	1680	1.2	0.75	0.63	0.46	0.31	0.20	0.14	0.07	0.05	
2.50	8341	1943	1943	981	315	100	64.1	29.9	11.1	3.70	1.52	0.324	0.106	
	9551	3101	3101	1823	1.2	0.79	0.66	0.48	0.32	0.21	0.14	0.08	0.05	
2.60	9011	2098	2098	1059	340	108	69.0	32.2	11.9	3.97	1.63	0.348	0.114	
	10331	3355	3355	1972	1.3	0.82	0.68	0.50	0.34	0.22	0.15	0.08	0.05	
2.70	9707	2258	2258	1139	366	116	74.1	34.5	12.7	4.26	1.75	0.372	0.122	
	11141	3618	3618	2126	1.3	0.85	0.71	0.52	0.35	0.22	0.16	0.08	0.05	
2.80	10429	2425	2425	1223	392	125	79.4	37.0	13.6	4.55	1.87	0.397	0.130	
	11981	3890	3890	2287	1.4	0.88	0.74	0.54	0.36	0.23	0.16	0.08	0.05	
2.90	2597	1309	1309	2453	420	133	84.9	39.5	14.5	4.85	1.99	0.423	0.138	
	4173	2625	2625	4466	1.4	0.91	0.76	0.56	0.38	0.24	0.17	0.09	0.06	
3.00	2775	1399	1399	2625	448	142	90.5	42.1	15.5	5.16	2.12	0.450	0.147	
	4666	3062	3062	6666	1.5	0.94	0.79	0.58	0.39	0.25	0.17	0.09	0.06	
					1080	437	305	166	74.2	30.4	14.7	4.04	1.60	

K  
60 °C  
m  
1  
3

Konventionelles Rohrsortiment  
Bezugstemperatur 60 °C

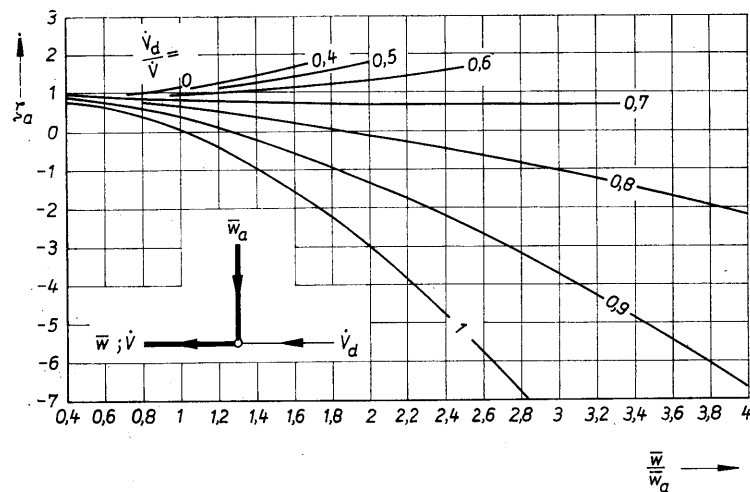
DN	1 1/4	1 1/2	50	60	65	80	100	125	150	200	250	300	350
Durchmesser in mm (innen)	35.9	41.0	51.2	64.2	70.2	81.8	100	125	150	207	261	313	365
Massestrom kg/s	Druckverlust R in Pa/m												
	Geschwindigkeit w in m/s												
3.2	3149	1586	507	161	102	47.5	17.5	5.81	2.38	0.5061	0.1651	0.069	0.033
	5081	2987	1228	497	348	189	84.4	34.5	0.18	0.10	0.06	0.04	0.03
3.4	3547	1785	570	180	115	53.2	19.6	6.50	2.66	0.564	0.184	0.077	0.037
	5736	3372	1387	561	392	213	95.3	39.0	0.28	0.10	0.06	0.04	0.03
3.6	3968	1996	637	201	128	59.3	21.8	7.22	2.95	0.656	0.204	0.085	0.041
	6431	3780	1554	629	440	239	107	43.8	0.21	0.11	0.07	0.05	0.03
3.8	4413	2219	708	223	142	65.7	24.1	7.98	3.26	0.690	0.224	0.093	0.045
	7166	4212	1732	701	490	266	119	48.8	0.22	0.11	0.07	0.05	0.04
4.0	4881	2454	782	246	157	72.4	26.5	8.77	3.58	0.7581	0.2461	0.1021	0.049
	7940	4667	1919	776	543	295	132	54.0	0.23	0.12	0.08	0.05	0.04
4.2	5373	2700	859	270	172	79.4	29.0	9.60	3.32	0.828	0.2691	0.112	0.053
	8753	5145	2116	856	599	325	145	59.6	0.35	0.13	0.08	0.06	0.04
4.4	5889	2958	941	296	188	86.8	31.7	10.5	4.27	0.901	0.292	0.121	0.058
	9607	5647	2322	939	657	356	160	65.4	0.25	0.13	0.08	0.06	0.04
4.6	6428	3227	1026	322	205	94.4	34.5	11.4	4.63	0.978	0.317	0.132	0.063
	10500	6172	2538	1027	718	390	174	71.4	0.26	0.14	0.09	0.06	0.04
4.8	6991	3509	1115	350	222	102	37.3	12.3	5.01	1.06	0.342	0.142	0.068
	11433	6721	2764	1110	782	424	190	77.8	0.28	0.15	0.09	0.06	0.05
5.0	3802	1207	379	379	240	111	40.3	13.3	5.40	1.14	0.3681	0.1531	0.073
	7292	2999	2.5	1213	848	460	206	84.4	0.29	0.15	0.10	0.07	0.05
5.2	4107	1303	408	408	259	119	43.4	14.3	5.81	1.22	0.3951	0.1641	0.078
	7887	3243	1312	1312	918	498	223	91.3	0.43	0.16	0.10	0.07	0.05
5.4	4424	1403	439	439	279	128	46.6	15.3	6.23	1.31	0.4231	0.1751	0.084
	8506	3498	1415	1415	990	537	240	98.4	0.31	0.16	0.10	0.07	0.05
5.6	4752	1506	471	471	299	137	50.0	16.4	6.66	1.40	0.4521	0.1871	0.089
	9147	3761	1522	1522	1064	577	258	106	0.32	0.17	0.11	0.07	0.05
5.8	5092	1613	505	505	320	147	53.4	17.5	7.11	1.49	0.4821	0.2001	0.095
	9813	4035	1632	1632	1142	619	277	114	0.48	0.18	0.11	0.08	0.06
6.0	5444	1724	539	539	341	157	56.9	18.7	7.57	1.59	0.5131	0.2121	0.101
	10501	4318	1747	1747	1222	663	297	122	0.50	0.18	0.11	0.08	0.06
6.3	5993	1897	592	592	375	172	62.5	20.5	8.28	1.74	0.5601	0.2321	0.110
	11577	4761	1926	1926	1347	731	327	134	0.52	0.19	0.12	0.08	0.06
6.6	2078	2078	648	648	410	188	68.2	22.3	9.03	1.90	0.6101	0.2521	0.120
	5225	3.3	2114	2114	1478	802	359	147	0.55	0.38	0.13	0.09	0.06
6.9	2267	3.4	707	707	447	205	74.3	24.3	9.81	2.06	0.6611	0.2731	0.130
	5711	3.4	2310	2310	1616	876	392	161	0.57	0.40	0.21	0.13	0.09
7.2	2465	3.6	768	768	486	223	80.5	26.3	10.6	2.23	0.7151	0.2951	0.140
	6218	6218	2515	2515	1759	954	427	175	0.60	0.41	0.14	0.10	0.07
7.5	2670	3.7	832	832	526	241	87.1	28.4	11.5	2.40	0.7701	0.3181	0.151
	6747	6747	2729	2729	1909	1036	464	190	0.62	0.23	0.14	0.10	0.07
8.0	3032	4.0	943	943	596	273	98.5	32.1	12.9	2.70	0.8671	0.3571	0.170
	7676	7676	3105	3105	2172	1178	528	216	0.66	0.24	0.15	0.11	0.08
8.5	3416	4.2	1062	1062	671	307	111	36.0	14.5	3.03	0.9681	0.3991	0.169
	8666	8666	3506	3506	2452	1330	596	244	0.70	0.26	0.16	0.11	0.08
9.0	3823	4.4	1188	1188	750	343	123	40.1	16.1	3.37	1.08	0.443	0.210
	9716	9716	3930	3930	2749	1491	668	273	0.75	0.27	0.17	0.12	0.09
9.5	4253	4.7	1320	1320	834	381	137	44.4	17.8	3.72	1.19	0.489	0.231
	10825	10825	4379	4379	3063	1661	744	305	0.79	0.29	0.18	0.13	0.09
10.0	4705	4.9	1460	1460	921	421	151	49.0	19.7	4.10	1.31	0.5371	0.254
	11994	11994	4852	4852	3394	1841	824	338	0.83	0.30	0.19	0.13	0.10

K  
60 °C  
m  
3,2  
10

## Anhang III: Einzelwiderstände

(Ergebnisse des 4. Abschnittes)

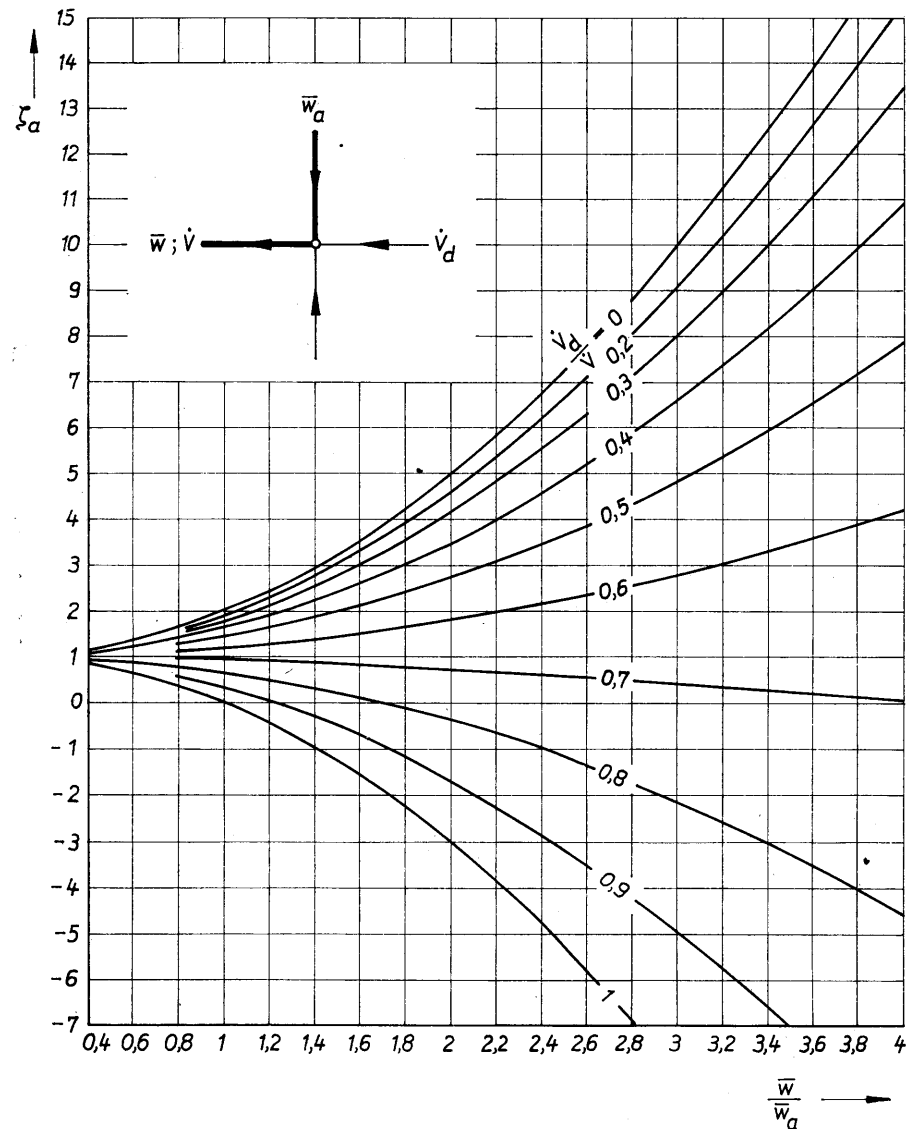
Für nachfolgende Aufstellung wurden zahlreiche Literaturstellen und Herstellerangaben ausgewertet. Vielfache Sekundäraussagen, sich teilweise widersprechende Inhalte und ungenaue Meßwerte (Hersteller geben die Einzelwiderstandsbeiwerte von Ventilen mit Fehlern von 10 bis 30% an) zwangen zur distanzierten Beurteilung. Aus [4, 11, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 25, 33] sind schließlich Angaben direkt übernommen oder über Mittelwertbildungen und Interpolationen neue Werte gewonnen worden. Um einfach handhabbare Angaben bringen zu können, blieben die Einflüsse der REYNOLDS-Zahl und der Rauigkeit unbeachtet.



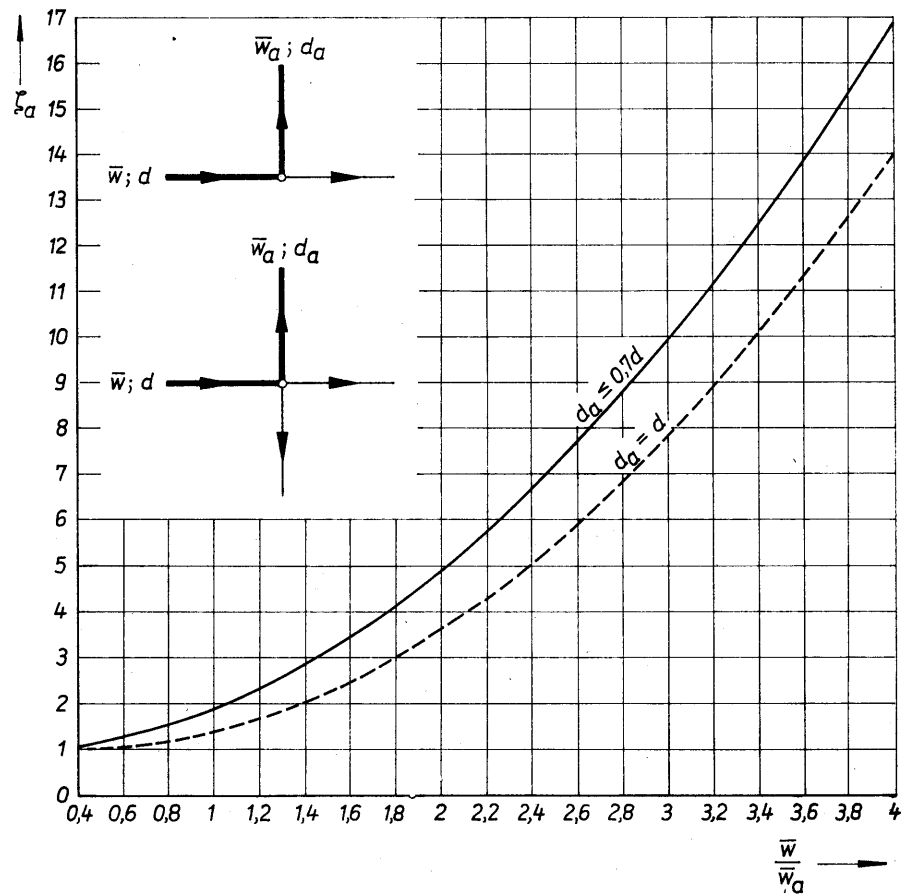
**Bild 1 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes bei Stromvereinigung**

Die Kurven entsprechen den Gln. (4.26) und (4.27). Die Kurvenbegrenzungen folgen aus  $d_a \leq d$ :

$$A_a \leq A; \quad \dot{V}_a/\bar{w}_a \leq \dot{V}/\bar{w}; \quad \bar{w}/\bar{w}_a \leq \dot{V}/\dot{V}_a = \left(1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^{-1}.$$

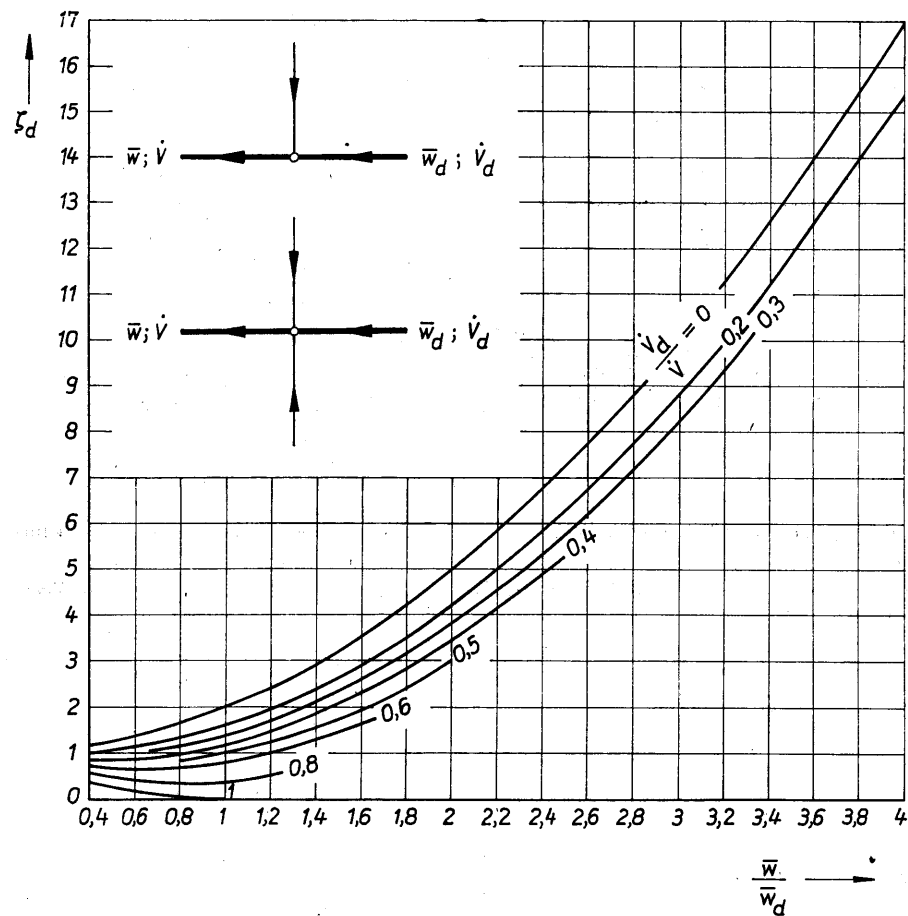


**Bild 2 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines +-Stückes bei Stromvereinigung**  
Die Kurven entsprechen der Gl. (4.40).



**Bild 3 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T- oder +-Stückes bei Stromtrennung**

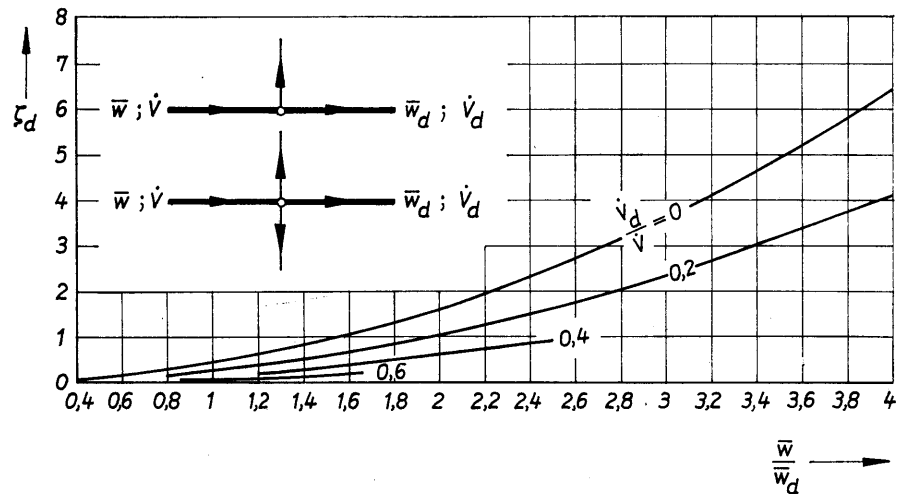
Die Kurven entsprechen den Gln. (4.28) und (4.29).



**Bild 4 Einzelwiderstandsbeiwert für den Durchgang eines T- oder +-Stückes bei Stromvereinigung**

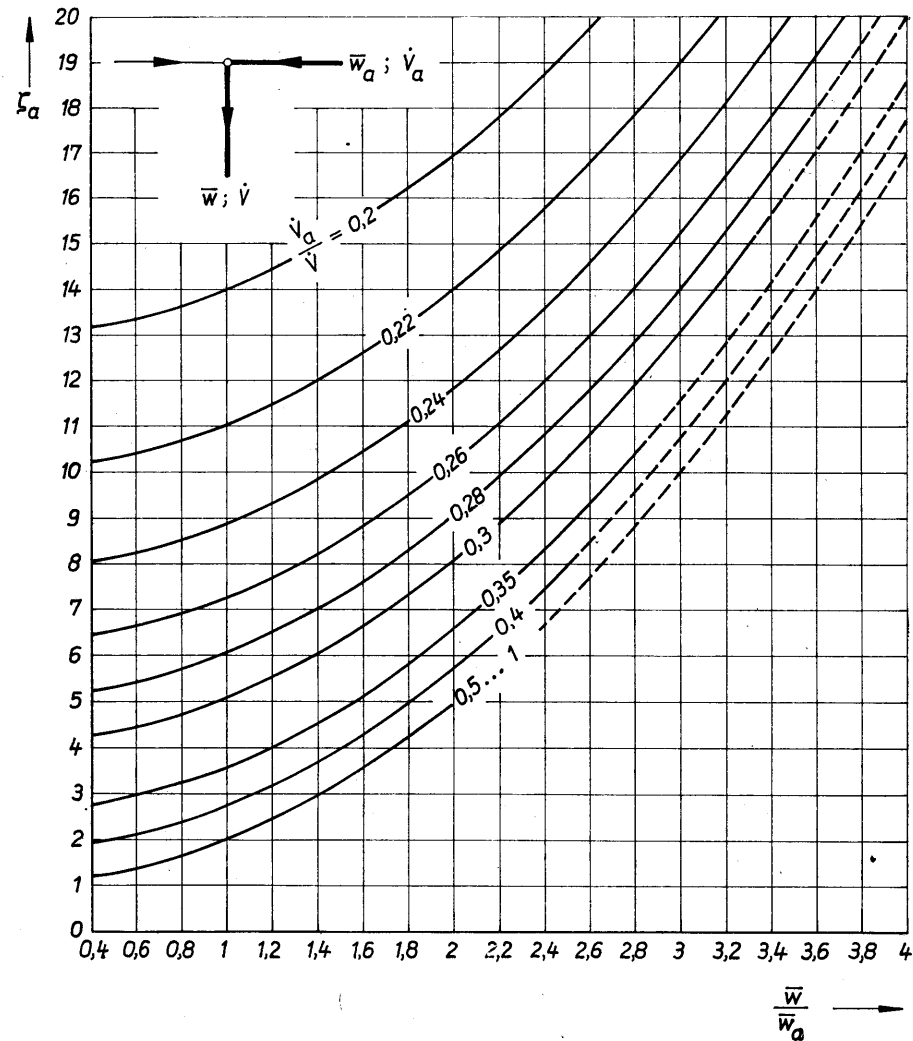
Die Kurven entsprechen der Gl. (4.33). Die Kurvenbegrenzungen folgen aus  $d_d \leq d$ :

$$A_d \leq A; \quad \bar{v}_d/\bar{w}_d \leq \bar{v}/\bar{w}; \quad \bar{w}/\bar{w}_d \leq (\bar{v}_d/\bar{v})^{-1}.$$



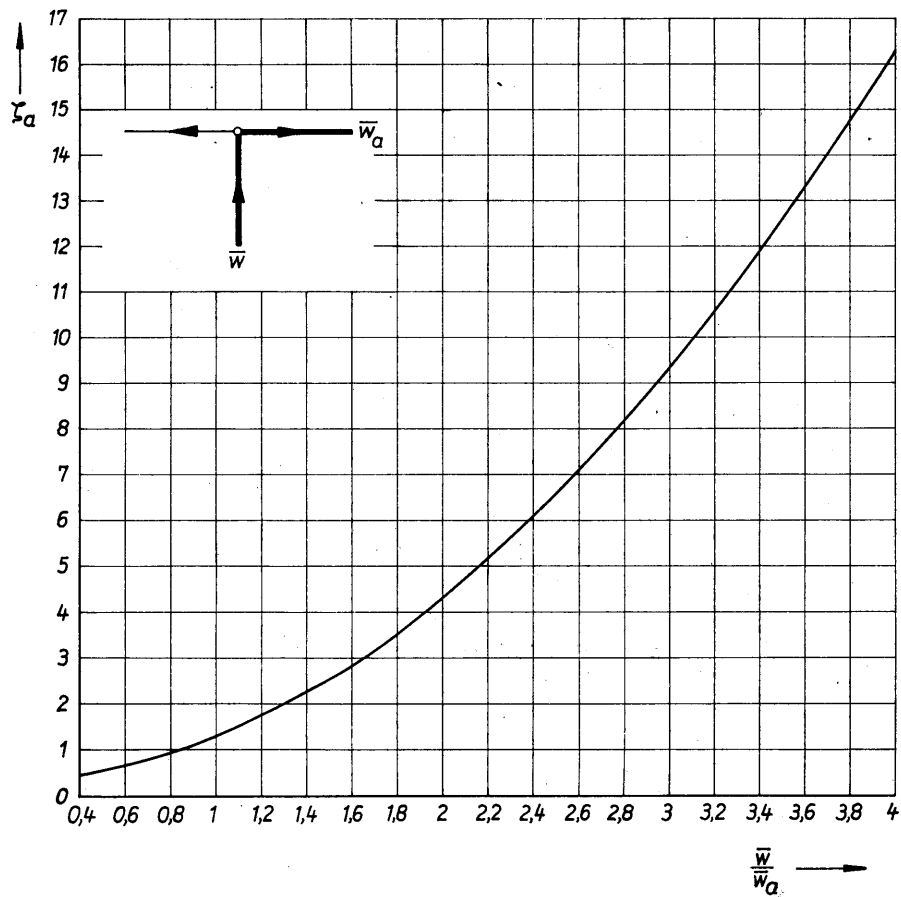
**Bild 5 Einzelwiderstandsbeiwert für den Durchgang eines T- oder + -Stückes bei Stromtrennung**

Die Kurven entsprechen der Gl. (4.36). Für die Kurvenbegrenzungen gelten die gleichen Werte wie im Bild 4.



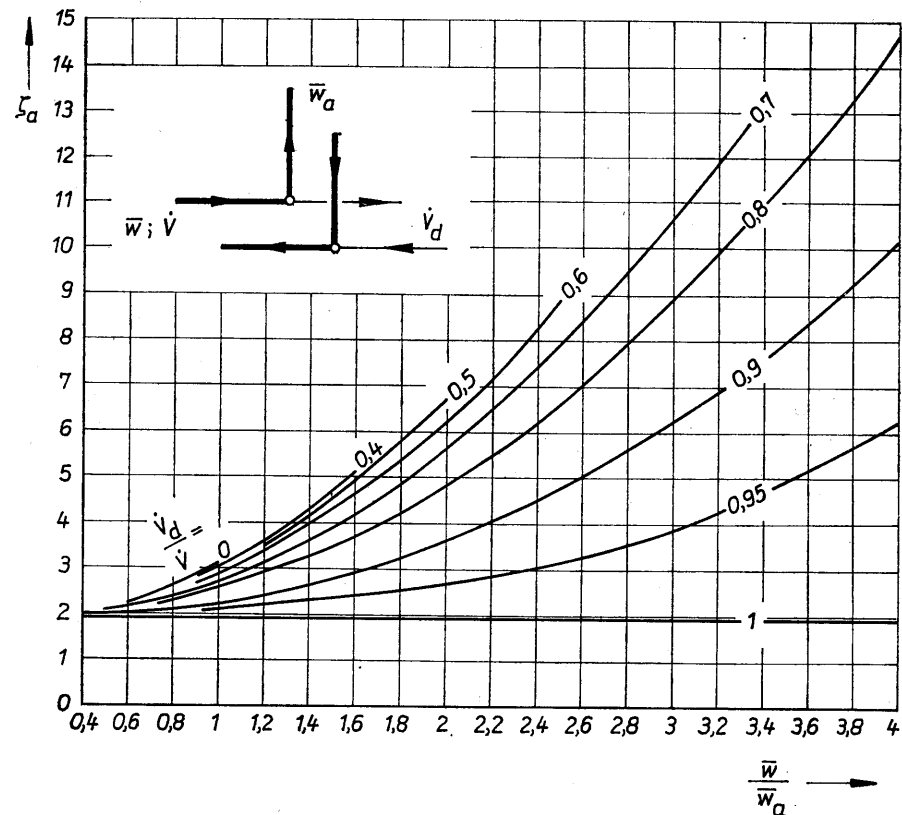
**Bild 6 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes mit Gegenlauf bei Stromvereinigung**

Die Kurven entsprechen der Gl. (4.46). Sie sind bei  $d_a \leq d$  begrenzt:  $A_a \leq A$ ;  $\dot{V}_a/\bar{w}_a \leq \dot{V}/\bar{w}$ ;  $\bar{w}/\bar{w}_a \leq (\dot{V}_a/\dot{V})^{-1}$ . Die Bedingung  $d_a \leq d$  besteht jedoch nicht grundsätzlich.



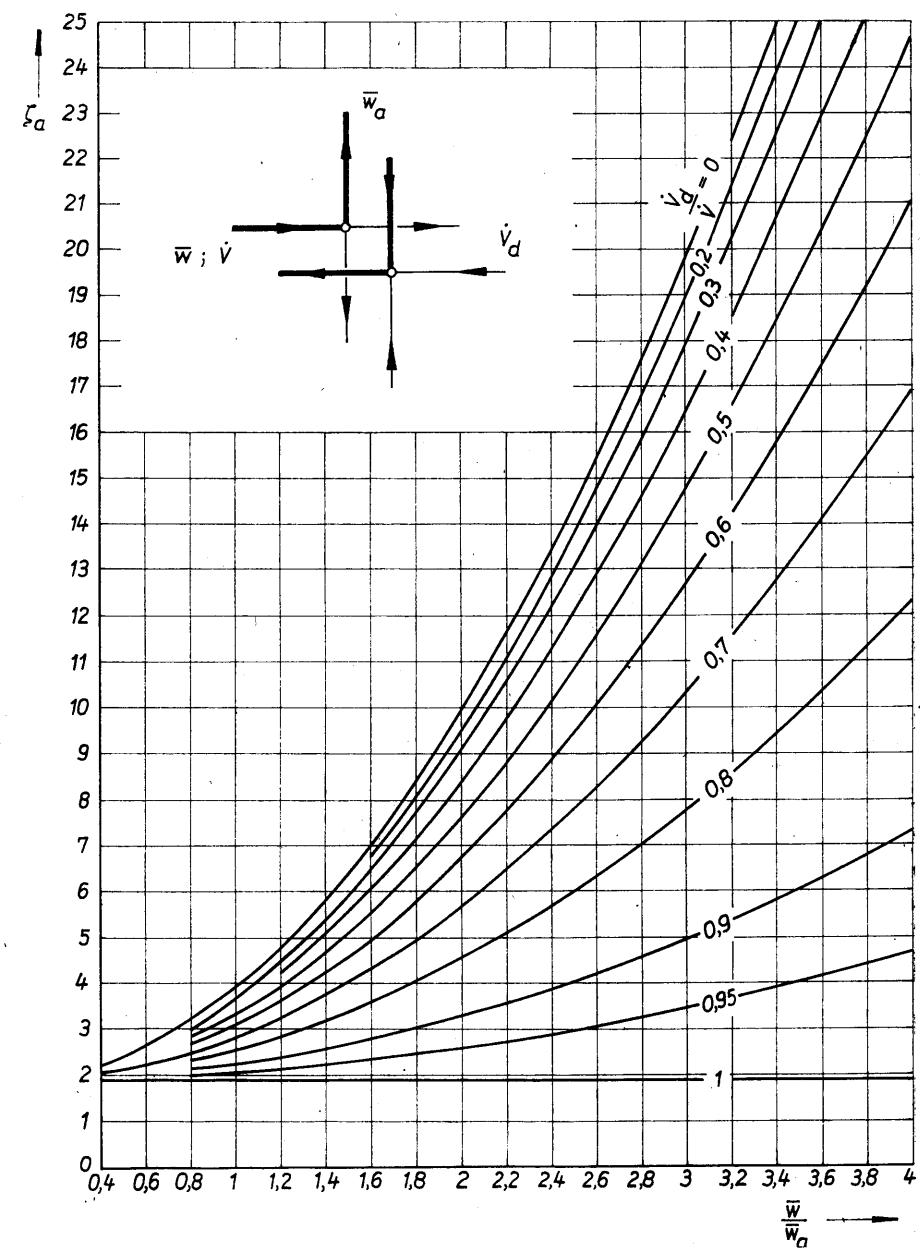
**Bild 7 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes mit Gegenlauf bei Stromtrennung**

Die Kurve entspricht der Gl. (4.48).

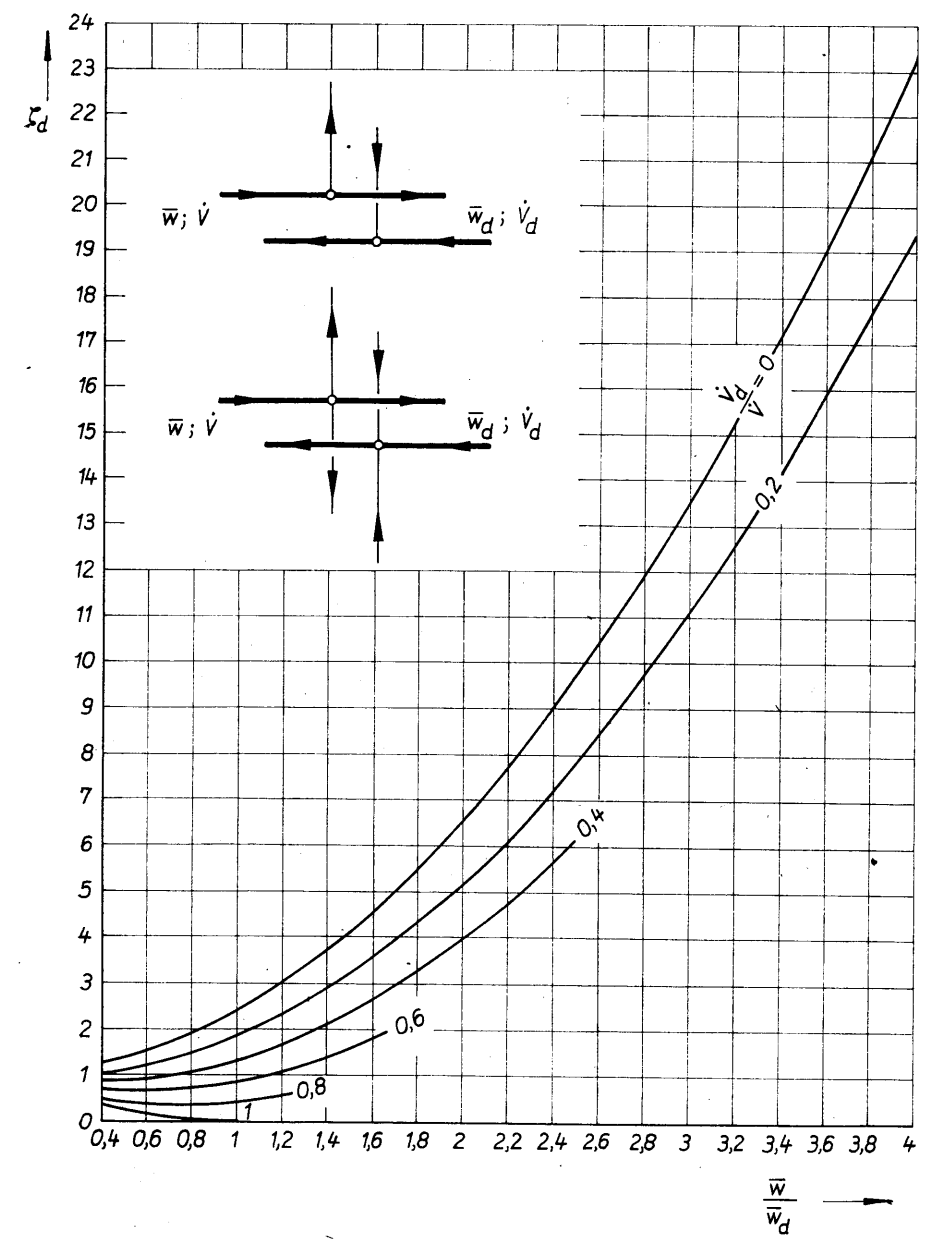


**Bild 8 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes (Trennung plus Vereinigung)**

Die Kurven entsprechen der Gl. (4.37). Die Kurvenbegrenzungen sind mit Bild 1 identisch.

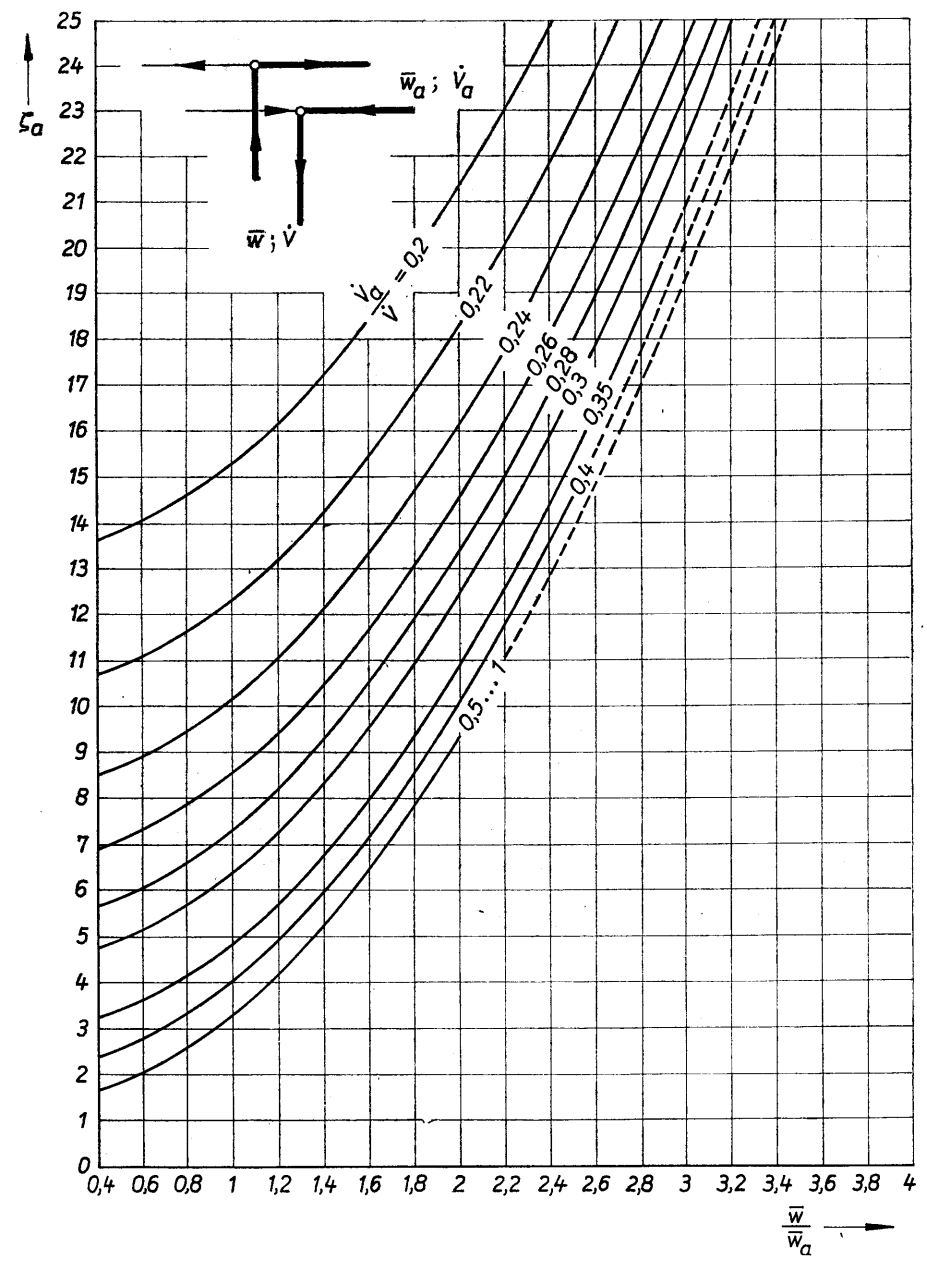


**Bild 9 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines +-Stückes (Trennung plus Vereinigung)**  
 Die Kurven entsprechen der Gl. (4.44).



**Bild 10 Einzelwiderstandsbeiwert für den Durchgang eines T- oder +-Stückes (Trennung plus Vereinigung)**  
 Die Kurven entsprechen der Gl. (4.38). Die Kurvenbegrenzungen sind mit Bild 4 identisch.





**Bild 11 Einzelwiderstandsbeiwert für den Abzweig eines T-Stückes mit Gegenlauf (Trennung plus Vereinigung)**  
Die Kurven entsprechen der Gl. (4.49).

	Abzweig	Durchgang	Gegenlauf
Vereinigung	 $\zeta_a = 1,5$	 $\zeta_d = 1$	 $\zeta_a = 8$
Trennung	 $\zeta_a = 2$	 $\zeta_d = 0,2$	 $\zeta_a = 3$
Vereinigung + Trennung	$\zeta_a = 3,5$	$\zeta_d = 1,2$	$\zeta_a = 11$

**Bild 12 Vereinfachte Annahmen für Einzelwiderstandsbeiwerte rechtwinkliger, scharfkantiger Rohrverzweigungen, anwendbar für Überslagsrechnungen**

**Diffusoren**

$\zeta_1$	$d_2/d_1$			
	1,4	1,6	1,8	2
4...6°	0,1			
8°	0,1	0,2		
10°	0,1	0,2		
12°	0,1	0,2	0,3	

Rohrauslauf in Sammler und Behälter  
 $\zeta = 1$

**Konfusoren (Düsen)**

$\beta \leq 45^\circ$   
 $\zeta_2 = 0,1$

Rohreinlauf aus Verteilern und Behältern

$\zeta = 0,5$   
 $\zeta = 0,6...3$  (gerundete... scharfe Rohrkante)  
 $\zeta = 0,05$   
 $\zeta_{an} = 0,2$

Zusätzlich tritt in der Anlaufstrecke ein erhöhter Widerstand auf:

**Flanschverbindung**  $\zeta = 0,05$

**Schweißverbindung**  $\zeta = 0,03$

**Stopfbuchse**  $\zeta = 0,2$   
Entlastete Form:  $\zeta = 0,6$

**Wellrohr (s. Abschnitt 3.5)**  $\zeta = 0,2$  je Welle  
Mit Leitrohr:  $\zeta = 0$

Gliederheizkessel  $\zeta = 2,5$   
Gliederheizkörper  $\zeta = 2,5$   
Behälter im Rohrnetz  $\zeta = 1,5...2,5$

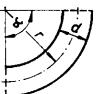
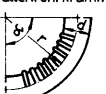

Normblende	$(d_D/d)^2$						
	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
$\zeta$	247	100	51	30	19	8,2	4,0

Weitere Werte: Bild 16

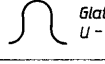
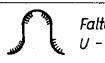
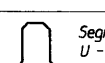
Normventuridüse	$(d_D/d)^2$						
	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
$\zeta$	17	7	3	2	1	0,5	0,3

Woltman-zähler nach TGL 32942	DN			
	50	80	100	150
$\zeta$	3,9	5,3	4,9	6,0

**Bild 13 Einzelwiderstandsbeiwerte von Querschnittsänderungen in Rohrleitungen**  
Alle aufgeführten  $\zeta$ -Werte beinhalten nur die Verluste infolge der Querschnittsänderungen. Der Strömungsweg in den Bauteilen ist zur Berechnung des Rohrreibungswiderstandes in der jeweiligen Rohrlänge  $l$  mit zu erfassen!

Krümmer		r/d				
		1	1,5	3	4	
 Glattrohrkrümmer	$\alpha = 45^\circ$	0,26	0,20	0,13	0,10	
	$\alpha = 90^\circ$	0,40	0,30	0,20	0,16	
	$\alpha = 180^\circ$	0,48	0,36	0,24	0,19	
 Faltenrohrkrümmer	$\alpha = 45^\circ$	0,52	0,40	0,26	0,20	
	$\alpha = 90^\circ$	0,80	0,60	0,40	0,32	
	$\alpha = 180^\circ$	0,96	0,72	0,48	0,38	
 Segmentkrümmer	$\alpha = 45^\circ$	0,30	0,23	Die $\zeta$ -Werte für Segmentkrümmer sind sehr von der Segmentform abhängig.		
	$\alpha = 90^\circ$	0,46	0,35			
	$\alpha = 180^\circ$	0,55	0,42			


  

Dehnungs- ausgleicher		r/d				
		1	1,5	3	4	
 Glattrohr-U-Bogen		1,3	1,0	0,6	0,5	
		1,6	1,2	0,8	0,6	
 Faltenrohr-U-Bogen		2,6	1,9	1,3	1,0	
		3,2	2,4	1,6	1,3	
 Segment-U-Bogen		1,5	1,1			
		1,8	1,4			

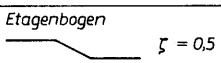
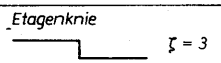
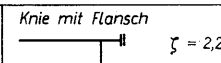
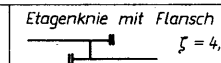
  

Knie	Nenndurchmesser		
	10/15	20/25	> 32
$\alpha = 45^\circ$	0,5	0,4	0,3
$\alpha = 60^\circ$	1,0	0,8	0,6
$\alpha = 90^\circ$	2,0	1,5	1,2




  

Gußkrümmer	Nenndurchmesser			
	50	100	200	300
	1,3	1,5	1,8	2,1

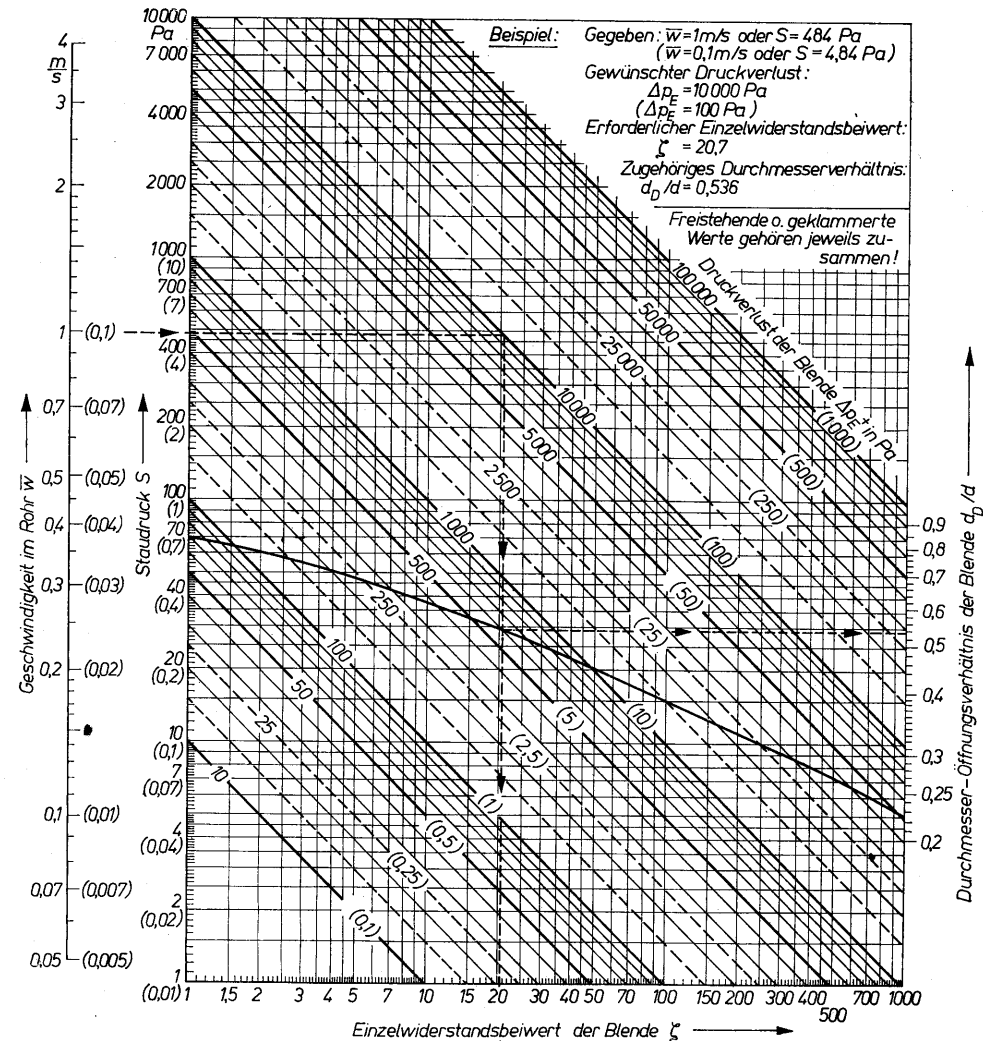
 Etagenbogen $\zeta = 0,5$	 Etagenknie $\zeta = 3$	 Knie mit Flansch $\zeta = 2,2$	 Etagenknie mit Flansch $\zeta = 4,5$
--	--	--	--

Für zwei hintereinanderliegende 90° Krümmer gilt: $\zeta = 2 \cdot \beta \cdot \zeta_{90^\circ}$						
	$l/d$	0	5	10	20	50
	$\beta$	0,60	0,78	0,85	0,9	1
	$l/d$	0	5	10	20	50
	$\beta$	1,1	0,83	0,87	0,9	1
	$l/d$	0	5	10	20	50
	$\beta$	0,86	0,81	0,86	0,9	1

**Bild 14 Einzelwiderstandsbeiwerte von Richtungsänderungen in Rohrleitungen**

Alle aufgeführten  $\zeta$ -Werte beinhalten nur die Umlenkverluste. Der Strömungsweg in den Bauteilen ist zur Berechnung des Rohrreibungswiderstandes in der Rohrlänge  $l$  mit zu erfassen!



**Bild 16 Einzelwiderstandsbeiwerte und Druckverluste von Drosselblenden**

Berechnungsgrundlagen sind die Gln. (4.62) und (4.5).

Es gelten:  $d$  Rohrrinnendurchmesser

$d_D$  Durchmesser der Blendenbohrung.

Die Drosselblenden sollen analog der Normblenden gemäß Bild 4.9 gefertigt sein. Der Einbau hat so zu erfolgen, daß die Fase auf der Abströmseite liegt.

<p><b>Durchfluß durch Blende, Ventile</b></p>	
<p><b>Inkompressible Medien (Wasser ; Gase mit <math>p_2 \approx 0,95 p_1</math>)</b></p> <p>Berechnungsannahmen:</p> <p>Ventilkoeffizient</p> <p><math>k_v = 28 k_v^*</math> (theoretische Form)</p> <p><math>k_v^* = m^3/h</math> (praktische Form - Herstellerangabe)</p> <p>Scharfkantige Blende im Rohr [23]</p> $\zeta = \left[ \frac{A}{A_D} \left( 1 + 0,707 \sqrt{1 - A_D/A} \right) - 1 \right]^2$ <p>für <math>Re &gt; 5 \cdot 10^3</math></p> $\alpha = \left( 1 + 0,707 \sqrt{1 - A_D/A} - A_D/A \right)^{-1}$ <p>Scharfkantiger Auslauf aus Behältern</p> $\alpha = 0,59$	<p><b>Kompressible Medien mit überkritischem Druckgefälle</b></p> <p>Die <math>\alpha_{\text{ÜK}}</math> bzw. die zugehörigen <math>k_v</math> gleichwertig müssen für jede Drosselarmatur mechanisch bestimmt werden. Für scharfkantigen Auslauf aus Behältern gilt <math>\alpha_{\text{ÜK}} \approx 0,64</math> [30].</p> <p>In ganz grober Näherung folgt nach [28,29] in Ermangelung von Experimentalwerten:</p> <p>Heißdampf (<math>p_2 &lt; 0,577 p_1</math> ; <math>\theta_1 \approx 5 p_1</math>)</p> $\dot{m} = 0,00118 k_v p_1$
<p><b>Kompressible Medien (Wasser ; Gase mit <math>p_2 \approx 0,95 p_1</math>)</b></p> <p>Umrrechnungen:</p> $\zeta = \frac{1}{\alpha^2 m^2} ; \zeta = 2 \frac{A^2}{k_v^2}$ $k_v = \sqrt{2} A_D \alpha ; k_v = A \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\zeta}}$ $\alpha = \frac{k_v}{\sqrt{2} A_D} ; \alpha m = \frac{1}{\sqrt{\zeta}}$	<p><b>Kompressible Medien bei unterkritischem Druckgefälle</b></p> <p>Näherung nach [24,28]:</p> $\dot{m} = 0,001 A_D \alpha \sqrt{2} \sqrt{\theta_2 (p_1 - p_2)}$ <p>Heißdampf (<math>p_2 &gt; 0,546 p_1</math>)</p> $\dot{m} = 0,00224 k_v \sqrt{p_2 (p_1 - p_2)}$
<p><b>Kompressible Medien mit überkritischem Druckgefälle</b></p> <p>Die <math>\alpha_{\text{ÜK}}</math> bzw. die zugehörigen <math>k_v</math> gleichwertig müssen für jede Drosselarmatur mechanisch bestimmt werden. Für scharfkantigen Auslauf aus Behältern gilt <math>\alpha_{\text{ÜK}} \approx 0,64</math> [30].</p> <p>In ganz grober Näherung folgt nach [28,29] in Ermangelung von Experimentalwerten:</p> <p>Heißdampf (<math>p_2 &lt; 0,577 p_1</math> ; <math>\theta_1 \approx 5 p_1</math>)</p> $\dot{m} = 0,00118 k_v p_1$	<p><b>Kompressible Medien mit überkritischem Druckgefälle</b></p> <p>Die <math>\alpha_{\text{ÜK}}</math> bzw. die zugehörigen <math>k_v</math> gleichwertig müssen für jede Drosselarmatur mechanisch bestimmt werden. Für scharfkantigen Auslauf aus Behältern gilt <math>\alpha_{\text{ÜK}} \approx 0,64</math> [30].</p> <p>In ganz grober Näherung folgt nach [28,29] in Ermangelung von Experimentalwerten:</p> <p>Heißdampf (<math>p_2 &lt; 0,577 p_1</math> ; <math>\theta_1 \approx 5 p_1</math>)</p> $\dot{m} = 0,00118 k_v p_1$

**Bild 23** Zugesechnittene Größengleichungen zur Nachrechnung oder Bemessung von Drosselstellen (Blenden, Stellventile)

Neuere auf IEC 534-2-1,2 zurückgehende Berechnungsgleichungen setzen Kenntnisse über spezielle Armaturenkennwerte voraus. Die in [35, 36] vorgenommenen Auswertungen bestätigen die gute Qualität der im Bild aufgeführten Näherungen.

# Literaturverzeichnis

- [1] NUNNER, W.: Wärmeübergang und Druckabfall in rauhen Rohren. Düsseldorf: VDI-Forschungsheft 455 (1956)
- [2] ELSNER, N., FISCHER, S., KLINGER, J.: Thermodynamische Stoffeigenschaften von Wasser. Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1982
- [3] MÜLLER, R.: Automatische Prozeßsteuerung. Taschenbuch Maschinenbau, Bd. 1. Berlin: VEB Verlag Technik 1983
- [4] BOHL, W.: Technische Strömungslehre. 6. Auflage. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1984
- [5] KAUDER, K.: Dissipation inkompressibler Medien in Rohrleitungen. Heizung - Lüftung - Haustechnik (1974) 7
- [6] GROPP, R.: Durchflußwiderstand von flexiblen metallischen Leitungen. Konstruktion (1974) 12
- [7] ADAMS, W.: Wärmeübergang (eng.). 3. Auflage. New York: McGraw Hill Book Co. 1954
- [8] GLÜCK, B.: Bausteine der Heizungstechnik - Zustands- und Stoffwerte. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1986
- [9] GLÜCK, B.: Strahlungsheizung - Theorie und Praxis. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1982
- [10] GLÜCK, B.: Heizwassernetze für Wohn- und Industriegebiete. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1985
- [11] KRÜGER, H.: Berechnung strömungstechnischer Kennwerte von Durchströmteilen für Flüssigkeiten und Gase. Institut für Leichtbau Dresden 1970
- [12] RIETSCHEL, H., RAISS, W.: Heiz- und Klimatechnik. 15. Auflage. Berlin (West)/Heidelberg/New York: Springer-Verlag 1970
- [13] SCHWEDLER, F., v. JÜRGENSONN, H.: Handbuch der Rohrleitungen. 4. Auflage. Berlin (West)/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1952
- [14] HERNING, F.: Stoffströme in Rohrleitungen. 4. Auflage. Düsseldorf: VDI-Verlag 1966
- [15] TGL 190-261/01: Fernwärmerohrleitungen, Druckverlustberechnung. 1977
- [16] LEHMANN, J.: Widerstandsgesetze der turbulenten Strömung in geraden Stahlrohren. Diss. TU Berlin (West) 1961
- [17] Werkstandard IKRS 45, Blatt 6: Druckverluste - Richtwerte für Einzelwiderstände 1974
- [18] LIEPE, F.: Strömungstechnik. Taschenbuch Maschinenbau, Bd. 2 Berlin: VEB Verlag Technik 1985
- [19] SEIDEL, H.: Analyse der Auslegungsparameter von Wasserheizungsanlagen unter besonderer Beachtung der Netzgeometrie und -belastung. Diss. A. TU Dresden 1980
- [20] WIESE, F.: Rohrleitungen in Dampfkraftwerken und dampfverbrauchenden Betrieben. Düsseldorf: VDI-Verlag 1960
- [21] Standards und Werksangaben über Widerstandsbeiwerte von Armaturen. Armaturenkombinat 1986

- [22] SCHLOTT, S.: Temperaturregelung von Wasserheizungsanlagen. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1985
- [23] IDELČIK, J.: Handbuch der hydraulischen Widerstände (russ.). Moskau: Staatlicher Verlag für Energetik 1960
- [24] KECKE, H. J.: Gegenwärtiger Stand und Probleme der Armaturenhydraulik. Technische Information Armaturen (1982) 2
- [25] KAST, W.: Druckverlust. VDI-Wärmeatlas. 4. Auflage. Düsseldorf: VDI-Verlag 1984
- [26] GLÜCK, B.: Ein Vorschlag zur optimalen Bemessung von Wasserheizungsanlagen mit Umwälzpumpe. Diss. A. TU Dresden 1969
- [27] LEHMANN, D.: Genauigkeitsuntersuchungen zur optimalen Bemessung von Wasserheizungsanlagen mit Umwälzpumpe. Diss. A. TU Dresden 1977
- [28] Druckschrift — VEB Magdeburger Armaturenwerke: Selbsttätige Druckregler 1982
- [29] BADE, J.: Methoden zur Abschätzung des Durchflußbeiwertes. Technische Information Armaturen (1978) 3/4
- [30] BOŠNJAKOVIĆ, F.: Technische Thermodynamik. I. Teil. 4. Auflage. Dresden: Verlag Theodor Steinkopff 1965
- [31] LOCKHART, R., MARTINELLI, R.: zit. in ASHRAE Handbook of Fundamentals. New York: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers 1968
- [32] HUHNS, J., WOLF, J.: Zweiphasenströmung. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1975
- [33] TGL 32942/02: Woltmanzähler für heißes Wasser 1976
- [34] RICHTER, H.: Rohrhydraulik. 5. Auflage. Berlin (West)/Heidelberg/New York: Springer-Verlag 1971
- [35] GLÜCK, B.: Anmerkungen zum Standard MAN 803.07/01 (IEC 534-2-1) — Durchflußmengenermittlung für inkompressible Fluide bei Stellarmaturen. Stadt- und Gebäudetechnik (1988) H. 2
- [36] GLÜCK, B.: Anmerkungen zum Standard MAN 803.07/02 (IEC 534-2-2) — Durchflußmengenermittlung für kompressible Fluide bei Stellarmaturen. Stadt- und Gebäudetechnik (1988) H. 3
- [37] GLÜCK, B.: Vorschläge zur Mittelwertbildung der Zustandsgrößen für die Druckverlustberechnung von kompressiblen Rohrströmungen. Stadt- und Gebäudetechnik (1987) H. 4

## Namen- und Sachwörterverzeichnis

- Abnehmer 86  
 relevanter 119  
 Absperrarmaturen 79, 471  
 Ähnlichkeit 13  
 $\alpha$ -Wert 63  
 Umrechnung 63, 482  
 Anlaufstrecke, Strömung  
 laminar 15, 89  
 turbulent 19, 89  
 Anlaufverlust 89, 90  
 Apparate 80, 92  
 Arbeit, Reibungs- 27  
 technische 26  
 Armaturen, Druckverluste 79, 471, 474,  
 476, 478, 479, 482  
 Ausflußfunktion 37  
 maximale 38  
 Auslauf 74, 90, 469  
 Ausströmvorgang 35
- Bemessung**  
 Dampfnetz 202, 204, 206  
 Druckluftnetz 202, 204, 206  
 Heizwassernetz 107, 131, 137
- BERNOULLI-Gleichung  
 Gasdynamik 32  
 Hydrodynamik 28 [61]
- Bezugsgeschwindigkeit, Einzelwiderstände  
 Bezugsparameter, Druckverlusttabellen  
 Heizwasser 221  
 Niederdruckdampf 437
- Blasenströmung 213  
 Blende 75, 81, 162, 469, 473, 482  
 BORDA-Mündung 75  
 BOŠNJAKOVIĆ 34  
 BOYLESCHES Gesetz 23
- Dampfleitung, Druckverlust 180  
 Dampfnetze 202  
 Diffusor 74, 469  
 Dissipative Effekte 28, 42  
 Drosselblende, s. Blende  
 Drosselquerschnitt 64, 482  
 Drosselventil, s. Stellventil
- Druck**  
 mittlerer 157  
 statischer 28
- Druckabfall  
 inkompressibel 48  
 kompressibel 140
- Druckberechnung, Strömung  
 inkompressibel 86  
 Fördersysteme 97  
 Modellbeispiel 104  
 Teilstrecken 88  
 Zirkulationssysteme 100  
 kompressibel  
 ideales Gas 163  
 Wasserdampf 180
- Druckgefälle, s. Druckabfall  
 Druckluftleitung, Druckverlust 163  
 Druckluftnetze 202  
 Druckschaubild 102  
 Druckverhältnis 37, 150  
 kritisches 38
- Druckverlust**  
 Apparate 80  
 Armaturen 79  
 Blende 75, 81, 162, 469, 473, 482  
 Dampfleitung 180  
 Definition 28, 48, 142  
 Drosselstrecken 81, 473, 482  
 Druckluftleitung 163  
 Einzelwiderstände 58, 162, 458 u. f.  
 Heizflächen 80, 469, 480, 481  
 Heizkörper-Regulierventile 79, 476, 478,  
 nichtisotherme Strömung 57 [479]  
 Querschnittsänderung 73, 469  
 Rechteckrohr 54  
 Richtungsänderung 77, 470  
 Rohrreibung  
 inkompressibel 58  
 kompressibel 140  
 Rohrverzweigung 64, 458 u. f.  
 spezifischer 48  
 Stellventile 79, 474  
 Teilstrecken 94  
 Wellrohre 55  
 Zweiphasenströmung 212
- Druckverlustberechnung  
 Einzelwiderstände  
 inkompressibel 58  
 kompressibel 162

- Druckverlustberechnung  
 Rohrreibung  
 inkompressibel 48  
 kompressibel 140
- Druckverlusttabellen  
 Heizwasser 221  
 Niederdruckdampf 437
- Durchflußbeiwert 63, 482
- Durchmesser  
 Bezugswerte, Tabellen 227  
 hydraulischer 54
- Durchmesserwahl  
 Druckluft- und Dampfnetz 204, 206  
 Heizwassernetz 123, 131, 137
- Düse 75, 469
- Einbauten 58
- Eingabewerte  
 Dampfleitung 180, 204  
 Drosselstrecken 81  
 Druckluftleitung 163, 204  
 Heizwassernetz 108, 132  
 Heizwasserteilstrecke 96
- Einlauf 75, 89, 469
- Einspeisung 86
- Einzelwiderstand, Druckverlust 28, 58, 162
- Einzelwiderstandsbeiwert 58, 115, 162, 458  
 Armaturen 79, 471 [u. f.]  
 Behälter 469  
 Blende 75, 469, 473  
 Gliederheizkörper 469  
 Heizflächen 80, 480, 481  
 Krümmer 78, 470  
 Querschnittsänderungen 73, 469  
 Richtungsänderung 77, 470  
 Rohreinziehung 74, 469  
 Rohrerweiterung 73, 469  
 Rohrverzweigung 64  
 Gegenlauf 71, 463, 464, 468, 469  
 +-Stück 69, 459, 460, 461, 462, 466, 467, 469  
 Rechenprogramm 115  
 T-Stück 66, 458, 460, 461, 462, 465, 467, 469  
 Umrechnung 63, 482
- Energie  
 kinetische 16, 21, 26, 48  
 potentielle 26
- Energiegleichung 25  
 inkompressibles Medium 27, 86  
 kompressibles Medium 29, 143  
 numerische Lösung 148, 159
- Energiekorrekturfaktor  
 laminar 16  
 turbulent 21
- Energieumsatz, Veranschaulichung 40
- Enthalpie 40
- Enthalpiestrom 18, 26
- Entropie 41
- Entropieproduktion 42
- Entropiestrom 42
- EULERSche Gleichung 27
- Fehler, Druckverlust  
 Rohrdurchmesser 224  
 Temperaturabweichung 222
- Flußplan, s. Programm
- Fördersysteme 97
- Formstück 58, 458 u. f.
- Gasdynamik 32  
 Gase, reale, ideale 24  
 Gasleitung, Druckverlust 163  
 Gegenlauf 71, 463, 464, 468, 469  
 Gesamtdruck 28  
 modifizierter 88  
 Gesamtdruckverlust 28, 58
- Geschwindigkeit  
 Bezugs-, Einzelwiderstände 61  
 kritische 35, 39  
 mittlere  
 laminar 16  
 turbulent 20
- Geschwindigkeitsprofil, s. Geschwindigkeitsverteilung
- Geschwindigkeitsverteilung  
 laminar 15  
 turbulent 18
- Gliederung, Rohrnetz 86
- Grenzschicht 20
- HAGEN 49  
 Hauptrohr 65  
 Hauptsatz der Thermodynamik, erster 25  
 Heizflächen 80, 480, 481  
 Heizkörper-Reguliventile 79, 476, 478, 479  
 Heizwasser, Druckverlust 221  
 Heizwassernetze  
 Bemessung 107  
 Nachrechnung 107
- Höhendifferenzen, Teilstrecke 88
- Höhenglieder 29, 171, 188
- h,s*-Diagramm, s. Zustandsänderung
- Hydraulischer Durchmesser 54
- Hydrodynamik 27
- Impulsstrom  
 laminar 17  
 turbulent 21
- Inkompressible Medien 23

- Isenthalpe 41
- Isentrope 41
- $K_E$ -Faktor 16, 21, 100
- $K_I$ -Faktor 17, 21
- $k_v$ -Wert 61  
 Berechnung 82, 482  
 Stellventile 79, 482  
 Umrechnung 63, 482
- Kennfelder, Druckverluste 64
- Kinetische Energie 16, 21, 26, 48
- Knoten, Netz 86
- Kolbenströmung 28, 74
- Kompressibilität 23
- Kompressibilitätskoeffizient 23
- Kompressible Medien 23
- Kondensatbildung 186
- Konfuser 75, 469
- Kontinuitätsgleichung 25
- Kontraktionsbeiwert 74
- Kreuzstück 69, 459, 460, 461, 462, 466, 467, 469
- Krümmer 77, 470
- LAMBDA, Flußplan 51
- Laminare Strömung 13, 48
- LAVAL-Druckverhältnis 38
- LAVAL-Geschwindigkeit 35
- LOCKHART 213
- MARTINELLI 213
- Mittelwerte, kompressible Strömung  
 Druck 157  
 Rohrreibungsbeiwert 158  
 Staudruck 155  
 Temperatur 149
- MOLLIER-Diagramm 40
- Nachrechnung, s. Bemessung
- Nebenrohr 65
- Netzstruktur, Heizwassernetz 112
- Niederdruckdampf, Druckverlust 437
- NUNNER 19
- Öffnungsverhältnis, Blende 63, 75, 473
- Optimierung, Heizwassernetz 107
- Parallelschaltung, Einzelwiderstände 62
- Parallelströmung 13
- Pfropfenströmung 213
- POISEUILLE 49
- Polytrope, reibungsbehaftete 30, 141, 151
- Polytropenexponent 30
- PRANDTL 20
- Programm, Bemessung, Nachrechnung  
 Blenden 81
- Programm, Bemessung, Nachrechnung  
 Dampfleitung 180  
 Dampfnetz 205  
 Druckluftleitung 163  
 Druckluftnetz 204  
 Gasleitung 163  
 Heizwassernetz  
 automatisiert 107  
 teilautomatisiert 131  
 Stellventile 81  
 Teilstrecken, Heizwasser 95
- Programm, Unterprogramme  
 Dampfleitung, Dampfnetz  
 DELH (Verdampfungsenthalpie) 189  
 EHD (Enthalpie-Heißdampf) 190  
 ENT (Entscheidung: Heißdampf/Sattdampf) 188  
 ESD (Enthalpie-Sattdampf) 189  
 VHD (Spezifisches Volumen-Heißdampf) 190  
 VIHD (Viskosität-Heißdampf) 190  
 VISD (Viskosität-Sattdampf) 189  
 VSD (Spezifisches Volumen-Sattdampf) 189
- Druckluftleitung; Druckluftnetz  
 VISG (Viskosität-Luft) 171
- Heizwassernetz, BEMESSUNG 124  
 EIN (Eingabe) 110  
 KORR (Eingabekorrektur) 111  
 MASS (Massestromverteilung) 114  
 NETZ (Netzstruktur) 112  
 REAB (Relevanter Abnehmer) 119  
 ROWA (Rohrdurchmesserwahl), 123  
 STOFF (Stoffwerte) 112  
 TEIDRU (Teilsteckendruckverlust) 119  
 ZETA 1 (Konstante Einzelwiderstandsbeiwerte) 116  
 ZETA 2 (Variable Einzelwiderstandsbeiwerte) 117
- LAMBDA (Rohrreibungsbeiwert) 51
- Pumpe 92, 97, 101
- p,v*-Diagramm, s. Zustandsänderung
- Querschnittsänderungen, Druckverlust 73, 469
- R*-Wert 48, 122, 137
- Rechenprogramm, s. Programm
- Rechteckrohr, Druckverlust 54
- Reibungsarbeit 27
- Reihenschaltung, Einzelwiderstände 62
- REYNOLDS-Zahl 13  
 kritische 22
- Richtungsänderung, Einzelwiderstand 77, 470

- Ringströmung 213  
 Rohrdurchmesser  
   Außendurchmesser, Näherung 164  
   Normdurchmesser 227  
 Rohreinziehung 74, 469  
 Rohrerweiterung 73, 469  
 Rohrformstück 58, 458 u. f.  
 Rohrrauhigkeit 49, 53, 54, 227  
 Rohrreibung, Druckverlust 28, 48, 142  
 Rohrreibungsbeiwert 48  
   Diagramm 52  
   laminar 48  
   mittlerer 158  
   nichtisotherm 57  
   Rechteckrohre 54  
   turbulent 49  
   Wellrohre 55  
 Rohrströmung  
   hydraulisch glatt 49, 52  
   hydraulisch rau 49, 52  
   laminar 13, 48  
   turbulent 18, 49  
 Rohrverzweigung 64, 458 u. f.  
 Ruhezustand 32  
 SAINT-VENANT 36  
 Sättigungstemperatur 188  
 Schallgeschwindigkeit  
   isentropie 34, 39  
   isotherme 34  
   Luft 35  
   polytrope 34  
   Stickstoff 35  
   Wasserdampf 35  
 Schichtenströmung 13  
 Schichtströmung 213  
 Schubspannungen 14, 48  
 Schwallströmung 213  
 Schwerkraftheizung 102  
 Spritzerströmung 213  
 Staudruck 28, 48  
   mittlerer 155  
 Stellventile 79, 162, 474, 482  
 Stoffwerte, s. Programm, Unterprogramm  
 Strang 86  
 Strecke 86  
 Stromröhre, Energiebilanz 26  
 Strömung  
   gasdynamisch 29  
   hydrodynamisch 27  
   laminar 13, 48  
   nichtisotherm 57  
   turbulent 18, 49  
 Strömungsform 13  
   Geltungsbereich 22  
 T-Stück 66, 71, 458, 460, 461, 462, 465, 467,  
 Teilstrecke 86 |469  
   Druckverlauf  
     inkompressibel 88, 93  
     kompressibel 144, 159  
   Druckverlust  
     inkompressibel 94, 104, 119  
     kompressibel 142, 144, 148, 168  
 Teilstreckenform 88  
   Apparat 92  
   Auslauf 90  
   Einlauf 89  
   Normalform 88  
   Pumpe 92  
   Stellventil 92  
 Temperatur, mittlere 149  
 Temperaturverteilung 17  
 Thermodynamischer Umtriebsdruck 102,  
   107  
 Turbulente Strömung 18, 49  
 Übergangsbereich 49  
 Übergangsstück, Rohr- 469  
 Umtriebsdruck, thermodynamischer 102,  
   107  
 Vena contracta 76  
 Ventil 79, 92, 471, 474, 476, 478, 479  
 Ventilkoeffizient, s.  $k_v$ -Wert  
 Venturidüse 75, 469  
 Volumen  
   Druckabhängigkeit 23  
   mittleres 149  
   spezifisches  
     Gas 164  
     Dampf 189, 190  
 WANTZEL 36  
 Wärmestrom 26  
   gedämmtes Rohr 164  
 Wellenströmung 213  
 Wellrohr 55, 469  
 Wirbelströmung 18  
 Woltmanzähler 469  
 Zetawert, s. Einzelwiderstandsbeiwert  
 Zirkulationssysteme 100  
 Zustandsänderung 29  
   *h,s*-Diagramm 41, 192, 197  
   isentropie 30  
   isotherme 29, 30, 144  
   polytrope 30, 141  
   *p,v*-Diagramm 24, 31, 141, 142, 176, 194,  
     200  
   reibungsbefahrene polytrope 30, 141, 144  
 Zweiphasenströmung 212