

Mathematische Formulierung empirischer Funktionen Vereinfachte Approximationen bekannter Funktionen

Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück, Jößnitz (Plauen) – September 2012 / Oktober 2018

In sehr vielen Fällen ist es zweckmäßig empirisch gefundene Zusammenhänge als mathematische Funktionen zu formulieren. Dies gilt beispielsweise für Stoffwerte in Abhängigkeit der Temperatur und/oder des Druckes, wobei die entsprechenden Gültigkeits- und Fehlergrenzen anzugeben sind. Diese Approximationen sind bei der Verwendung innerhalb von Rechenprogrammen unerlässlich, da die bei manueller Berechnung übliche Verwendung von Werten aus Tabellen oder Grafiken nicht opportun ist.

Andererseits existieren sehr komplizierte Funktionen mit ein oder mehreren Einflussparametern, die bestimmte empirische oder mathematische Zusammenhänge sehr genau beschreiben, die für einfache Nutzungen in Kleinprogrammen aber unverhältnismäßig umfangreich sind. Mitunter ist in vereinfachten Berechnungen auch nur ein Eingangsparameter relevant. Somit ist eine Näherung des Zusammenhangs vertretbar und sinnvoll. Als Beispiele seien die mit großer Akribie aufgestellte Formulation für Wasser und Wasserdampf und die Gaußsche Fehlerfunktion genannt.

Grundsätzlich gibt es unendliche viele mathematische Approximationsmöglichkeiten. Sie werden in der entsprechenden Literatur vorgestellt und sind als Fitprogramme vielfach integrale Bestandteile von Auswerte- und Tabellenkalkulationsprogrammen. Die fertigen Programme beziehen sich in der Regel auf fixierte Algorithmen, die oftmals keine Eingriffsmöglichkeit erlauben. Soll beispielsweise eine Serie von Stoffdaten approximiert werden, so ist es mitunter wünschenswert, stets mit der gleichen Basisfunktion zu arbeiten und eine Koeffizientenmatrix für die verschiedenen Stoffe anzugeben. Die fertigen Programme lassen häufig auch die Fehlerangaben vermissen. Schließlich ist es zweckmäßig, wenn man die ermittelten Koeffizienten abändern (beispielsweise runden) und die Wirkung auf die Fehler sofort feststellen kann. Deshalb wird nachfolgend eine Eigenentwicklung vorgestellt, die außerdem individuelle Programmergänzungen und -abwandlungen zulässt.

Oft ist es wünschenswert bei bereits gefundener Approximation das Ergebnis zu einem beliebigen Eingabewert festzustellen. Damit kann z. B. der Stoffwert zu einer Temperatur zwischen den Stützstellen oder außerhalb des Geltungsbereiches ermittelt und dargestellt werden.

1 Grundlagen der Approximationen

- Da die Approximationskurve möglichst nahe an den vorgegebenen Datenpunkten liegen soll, wird die [Methode der kleinsten Quadrate](#) benutzt. Sie ist bekannterweise das mathematische Standardverfahren für Ausgleichsrechnungen.
- Die Approximationen sollen auf einem [Polynom wählbaren Grades](#) (1. Grad – linear Zusammenhang – bis maximal 4. Grad) basieren:

$$y_{\text{Basis}} = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4. \quad (1)$$

- Von grundlegender Bedeutung ist die [Vorauswahl des Funktionstyps](#). Dies sei an einem einfachen Beispiel verdeutlicht. Im Bild 1 wird eine gegebene Funktion mit Exponentialcharakter durch unterschiedliche Approximationen angenähert. Die Polynome dritten und vierten

Grades zeigen zwar eine deutlich verbesserte Anpassung gegenüber einer linearen Funktion, aber man sieht auch bei einem Polynomen 4. Grades noch ein deutliches Schwingen um die reale Kurve. Demgegenüber wird mit einer Exponentialfunktion bei Verwenden eines Polynoms als Exponent eine sehr gute Anpassung erzielt.

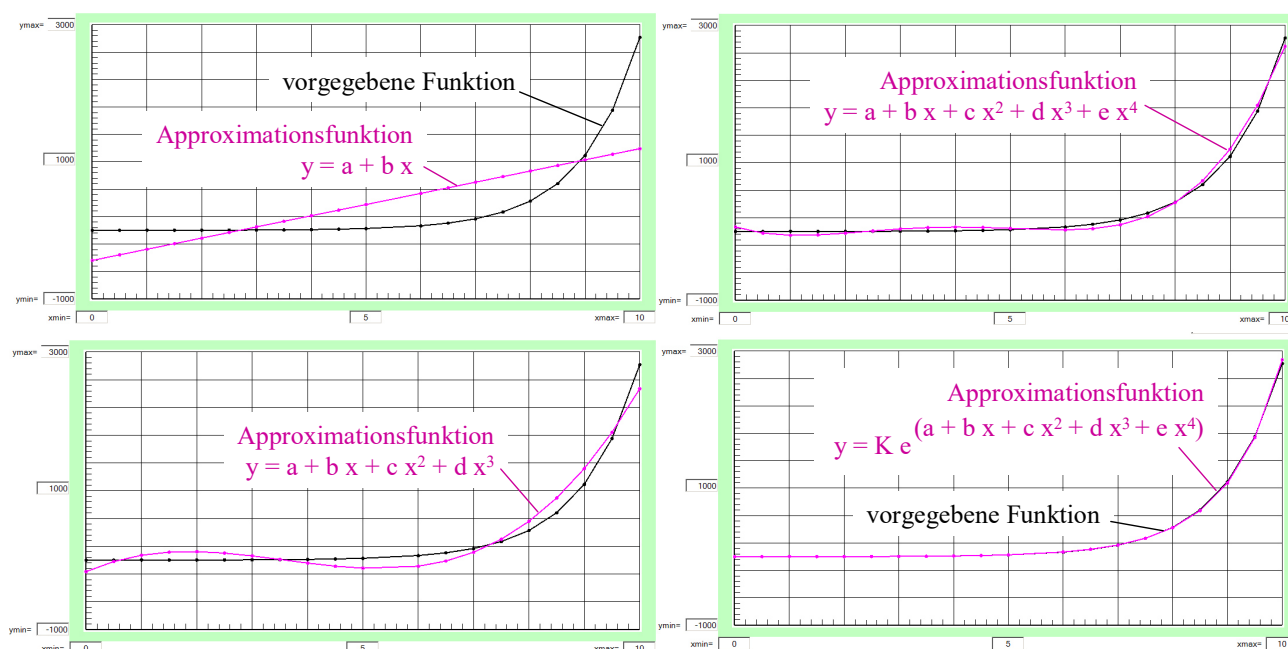


Bild 1 Vorgegebene Funktion mit Anpassungen durch unterschiedliche Approximationsfunktionen (Typen)

Als Funktionstypen sind wählbar:

Typ 1 $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$ (2)

Typ 2 $y = \frac{1}{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$ (3)

Typ 3 $y = K e^{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$ **Bedingung:** $y/K > 0$ (4)

Typ 4 $y = a + b(\ln x) + c(\ln x)^2 + d(\ln x)^3 + e(\ln x)^4$ **Bedingung:** $x > 0$ (5)

Typ 5 $y = K x^{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$ **Bedingungen:** $y/K > 0$; $x > 0$; $x \neq 1$ (6)

Typ 6 $y = Y - K e^{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$ **Bedingung:** $(Y - y)/K > 0$ (7)

Die Bedingungen ergeben sich aus den gewählten Algorithmen zur Aufstellung der Approximation. So wird zum Beispiel beim Typ 6 für jedes Wertepaar $\ln\{(Y - y)/K\}$ gebildet.

Wie viele Koeffizienten berücksichtigt werden sollen, wird durch die Vorgabe Grad = 1 bis 4 festgelegt.

Standardgemäß gelten: $K = 1$, $Y = 1$, $a = 0$, wobei a automatisch bestimmt wird. Ergeben sich aus den realen Kurvenverläufen sinnvolle Vorgaben für K und/oder Y , so sollten diese vor der Rechnung eingegeben werden. Im Sonderfall ist auch a als afix vorgebar.

Es können maximal 30 Wertepaare x, y eingegeben werden.

- Die **Koeffizientenbestimmung für a bis e** erfolgt so, dass die Fehlerquadrate ein Minimum ergeben. Die berechneten Koeffizienten, die minimalen und maximalen absoluten Fehler ($F_{\min}$ und $F_{\max}$) sowie die minimalen und maximalen relativen, prozentualen Fehler ($f_{\min}$ und $f_{\max}$) werden angezeigt.
- Eine Weiterrechnung ist mit folgenden **Anpassungsarten** möglich:
 - "relative Fehlerwerte minimieren"
 - "absolute Fehlerwerte minimieren".

Dabei wird der Koeffizient a so verändert, dass $|F_{\min}| \approx |F_{\max}|$ bzw. $|f_{\min}| \approx |f_{\max}|$ gilt.

Dies hat den Vorteil, dass eine angegebene Fehlergrenze von beispielsweise 0,2 % für den Unter- und den Oberwert gilt. Der **Fehlerbereich** wird somit **maximal ausgenützt**.

- Der Algorithmus arbeitet mit Variablen doppelter Genauigkeit, wodurch sich die große Stellenzahl der ermittelten Koeffizienten erklärt. Die bestimmten Koeffizienten b bis e können in der **Stellenanzahl manuell verändert**, beispielsweise gerundet werden. Eine Weiterrechnung bestimmt den Koeffizienten a neu, wenn weiterhin die Anpassungsarten
 - "relative Fehlerwerte minimieren"
 - "absolute Fehlerwerte minimieren"
 bestehen.

Wenn auch der Koeffizient a vorgegeben werden soll, ist eine Nachrechnung der neuen Fehlersituation nur möglich, wenn a unter afix eingetragen und als Anpassungsart "Fehlerquadrate minimieren" gewählt wird.

- Die **grafische Darstellung** der eingegebenen und der approximierten Funktion ist möglich.

2 Laden und Abarbeiten des Programms "Approximation"

Das Rechenprogramm und ein Beispiel stehen in der zip-Datei "**Approx**" zum kostenlosen Download bereit.

Die Grundlagen des vorliegenden Rechenprogramms wurden bereits vorgestellt. Weiterhin sind aus dem Programmlisting alle inhaltlichen Details – gut strukturiert und mit zahlreichen Kommentaren versehen – ersichtlich.

Erfolgt die Programmabarbeitung in der Programmierumgebung **Visual Basic 2010 Express**, sind mögliche Fehlbedienungen und/oder noch vorhandene Programmfehler durch Nutzung des Debuggers relativ leicht auffindbar. Auf jegliche Spezialsoftware, die einige wesentliche Programmiererleichterungen bewirkt hätten, wurde bewusst verzichtet.

Allgemeine Hinweise zur Benutzung meiner Programme sind unter

http://berndglueck.de/dl/?dl=LowEx+Installationshinweise_Diagrammanpassung.pdf

zusammengestellt. Zusätzlich erfolgt eine Kurzbeschreibung zur Handhabung.

- **Laden und Start des Rechenprogramms**

Die Dateien im Ordner "**Approx**" sind in ein eigenes Verzeichnis auf die Festplatte zu kopieren und zu entpacken. Im genannten Ordner befinden sich:

- **Approximation** (Rechenprogramm zur Aufstellung von Näherungsfunktionen)

- Dampfdruckkurve (Beispiel, auf Seite 8, oben)

Die Programmabarbeitung kann generell auf zweierlei Weise erfolgen.

I. Beispielhafte Abarbeitung ohne Entwicklungsumgebung:

Ordner "Approximation" öffnen $\Rightarrow$ Datei "bin" öffnen $\Rightarrow$ "Approximation.exe" Doppelklick

II. Beispielhafte Abarbeitung mit Entwicklungsumgebung:

Visual Basic 2010 EXPRESS starten $\Rightarrow$ Menüleiste "Datei" $\Rightarrow$ "Öffnen" $\Rightarrow$ "Projekt" Einfachklick $\Rightarrow$ Ordner "Approximation" auswählen $\Rightarrow$ "Approximation.sin" Doppelklick
 $\Rightarrow$ Menüleiste "Debuggen" Einfachklick $\Rightarrow$ "Starten" Einfachklick

Zu Beginn wird in einem Fenster ein Pfad für das zu bearbeitende Beispiel angegeben. Dieser Vorschlag ist in der Regel mit dem selbst gewählten Pfad zu überschreiben! Ist das Beispiel noch nicht vorhanden, so muss der Ordner dafür vorher angelegt werden.

• Bearbeitung des Programmlistings

Im Ordner "Approximation" sind der Quellcode (Form1) enthalten. Der Aufruf der Form1 kann mit Hilfe des Projektmappen-Explorers vorgenommen werden.

• Beispielabarbeitung

1. **START** drücken und Beispiel mit Pfad und Ordner eingeben.
2. Eventuell vorhandenes Beispiel durch Aktivierung von **LADEN einer vorhandenen Datei** laden oder Zahleneingabe gemäß Beschreibung auf der Bedienoberfläche vornehmen.
3. **SPEICHERN** aktivieren. Der Speichervorgang enthält eine inhaltliche Grobprüfung.
4. **RECHNEN** drücken.
5. Eventuell **ZEICHNEN** aktivieren, um ein Diagramm in der Bedienoberfläche darzustellen.
6. Eventuell **WEITERRECHNEN** aktivieren, um die extremen, prozentualen oder absoluten Fehler zu minimieren.
7. Neues Ergebnis durch Drücken von **ZEICHNEN** darstellen.

3 Ausführliches Beispiel: Dampfdruckkurve des Wassers

Es ist die Dampfdruckkurve des Wassers vom Tripelpunkt (0,01 °C; 611,2 Pa) bis 100 °C; 101320 Pa zu approximieren.

t in °C	ps in Pa	t in °C	ps in Pa
0,01	611,2	60	19919
0	1227	70	31161
20	2337	80	47359
30	4242	90	70108
40	7375	100	101320
50	12335		

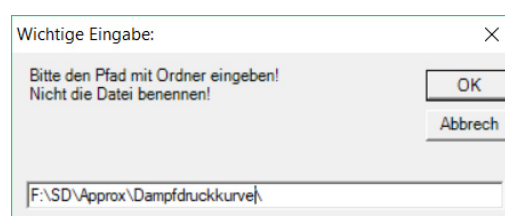
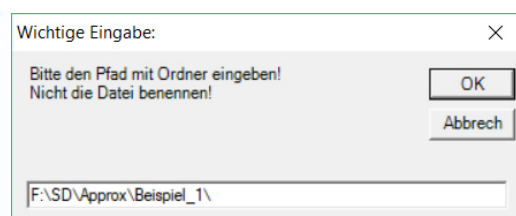
Zuerst ist ein Ordner mit einem willkürlich gewählten Namen (hier: "Dampfdruckkurve") anzu-

legen. Der Pfad lautet im vorliegenden Fall:

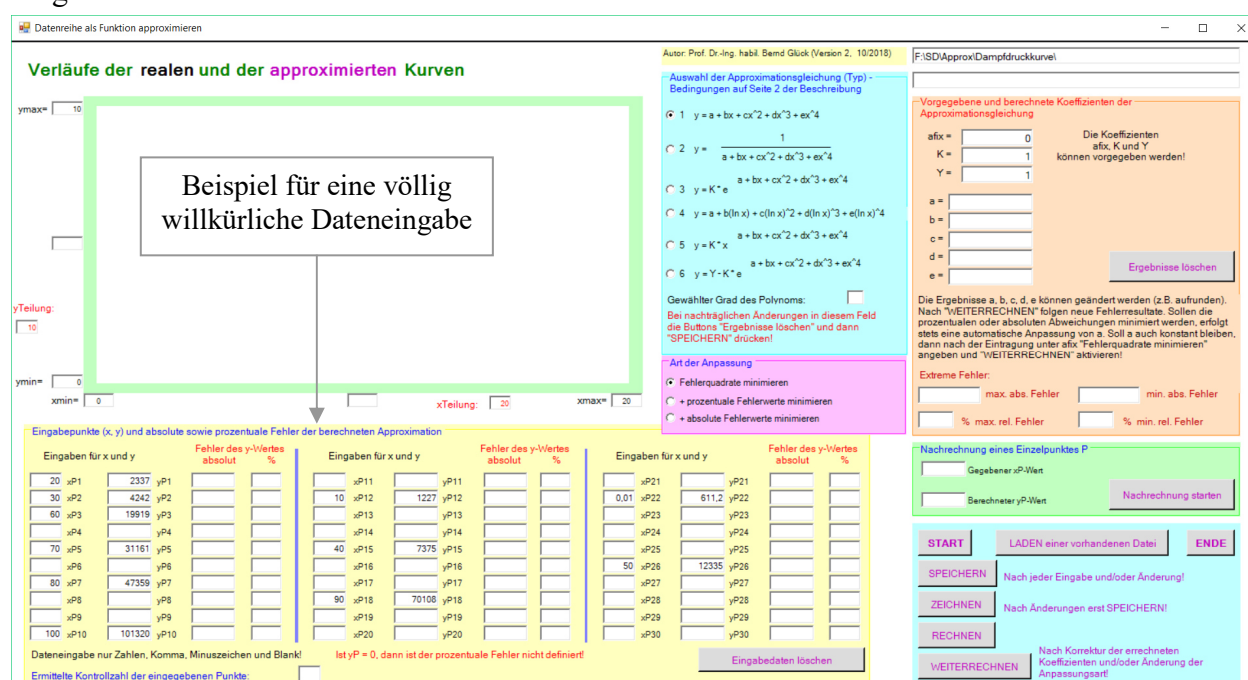
F:\SD\Approx\Dampfdruckkurve\

Hinweis: Magentafarbige Texte weisen auf Buttonbetätigungen oder erforderliche Eingaben hin.

Programmstart erfolgt durch Drücken von **START**. Vorhandene Anzeige eventuell durch aktuellen Pfad und Ordner ersetzen!



Die versehentliche Aktivierung **LADEN** würde anzeigen, dass noch keine Eingabedatei vorhanden ist. Es muss eine Neueingabe erfolgen. Es sind eine beliebige Anzahl von Datenpaaren (max. 30) einzugeben. Die Anzahl der Datenpaare muss natürlich mindestens so groß sein, dass die Koeffizienten des Polynoms bestimmbar sind. Beispielsweise kann ein Polynom 4. Grades nicht aus zwei Datenpaaren bestimmt werden, Gleichungen dürfen nicht äquivalent und das System nicht widerspruchsvoll sein. Die Reihenfolge der Dateneingabe ist beliebig, da beim Speichern eine automatische Sortierung nach aufsteigenden Abszissenwerten erfolgt. Leerfelder werden aufgefüllt.



Hinweis: Alle Eingabewerte müssen >-1000 sein, ansonsten sind die Daten mit Faktoren umzurechnen und nach der Approximation entsprechend zu korrigieren!

Zur Dateneingabe müssen noch die Typauswahl der Approximation, der Grad des Polynoms und die Anpassungsart gewählt werden.

Für die zeichnerische Darstellung sind die Abszissen- und Ordinatenwerte zu benennen. Für $x_{\max}$ sei die Höchsttemperatur $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ und für $y_{\max}$ der Höchstdruck 110000 Pa eingetragen. Die vorgeschlagenen Achsteilungen $x_{\text{Teilung}} = 20$ und $y_{\text{Teilung}} = 10$ werden zunächst beibehalten.

SPEICHERN schließt den Eingabevorgang ab.

Verläufe der realen und der approximierten Kurven

Ymax= 110000
Ymin= 0
xTeilung: 10
xmin= 0
xmax= 100

Auswahl der Approximationsgleichung (Typ) - Bedingungen auf Seite 2 der Beschreibung

1 $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$
 2 $y = \frac{1}{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$
 3 $y = K \cdot e^{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$
 4 $y = a + b(\ln x) + c(\ln x)^2 + d(\ln x)^3 + e(\ln x)^4$
 5 $y = K \cdot x^{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$
 6 $y = Y - K \cdot e^{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4}$

Gewählter Grad des Polynoms: 4
 Bei nachträglichen Änderungen in diesem Feld die Buttons "Ergebnisse löschen" und dann "SPEICHERN" drücken!

Art der Anpassung

☒ Fehlerquadrate minimieren
☐ prozentuale Fehlerwerte minimieren
☐ absolute Fehlerwerte minimieren

Eingabepunkte (x, y) und absolute sowie prozentuale Fehler der berechneten Approximation

Eingaben für x und y	Fehler des y-Wertes absolut	%
0.01 xP1	611.2 yP1	
10 xP2	1227 yP2	
20 xP3	2337 yP3	
30 xP4	4242 yP4	
40 xP5	7375 yP5	
50 xP6	12335 yP6	
60 xP7	19919 yP7	
70 xP8	31161 yP8	
80 xP9	47359 yP9	
90 xP10	70108 yP10	

Dateneingabe nur Zahlen, Komma, Minuszeichen und Blank!
 Ermittelte Kontrollzahl der eingegebenen Punkte: 11

Vorgegebene und berechnete Koeffizienten der Approximationsgleichung

afix = 0
 K = 1
 Y = 1

Die Koeffizienten afix, K und Y können vorgegeben werden!

a =
 b =
 c =
 d =
 e =

Ergebnisse löschen

Die Ergebnisse a, b, c, d, e können geändert werden (z.B. aufrunden). Nach "WEITERRECHNEN" folgen neue Fehlerresultate. Sollen die prozentualen oder absoluten Abweichungen minimiert werden, erfolgt stets eine automatische Anpassung von a. Soll a auch konstant bleiben, dann nach der Eingabe unter afix "Fehlerquadrate minimieren" angeben und "WEITERRECHNEN" aktivieren!

Extreme Fehler:

max. abs. Fehler
 min. abs. Fehler
 % max. rel. Fehler
 % min. rel. Fehler

Nachrechnung eines Einzelpunktes P

Gegebener xP-Wert
 Berechneter yP-Wert

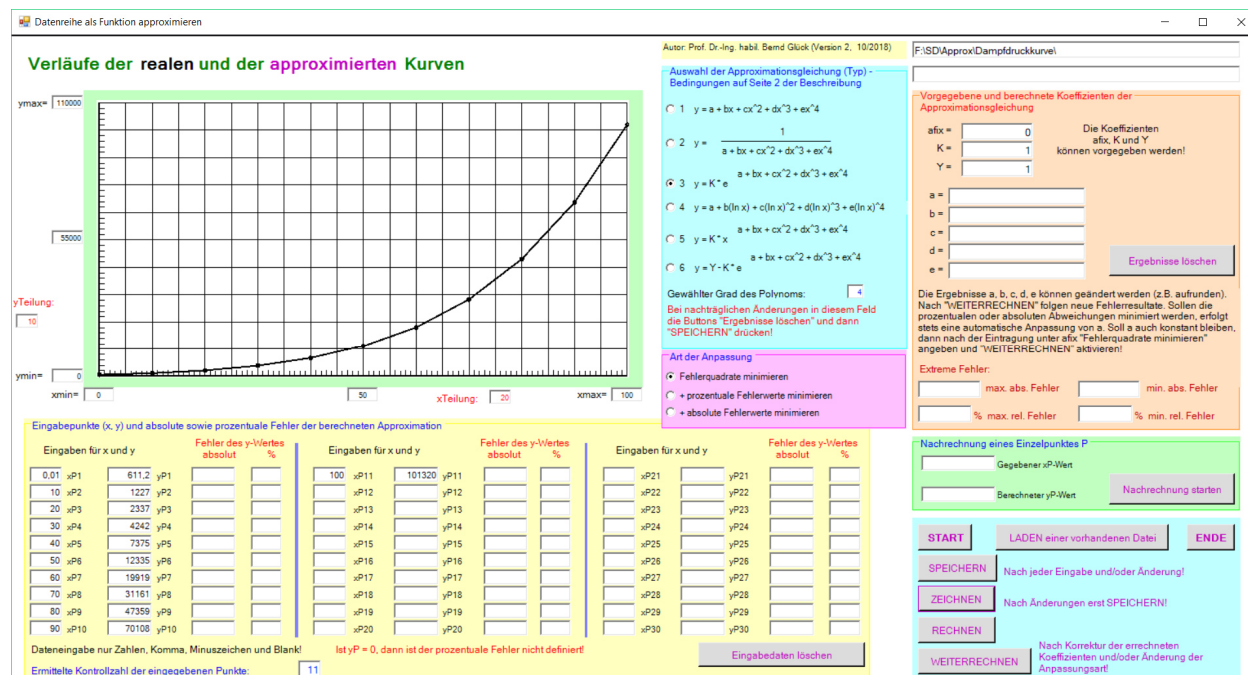
Nachrechnung starten

START **LADEN einer vorhandenen Datei** **ENDE**

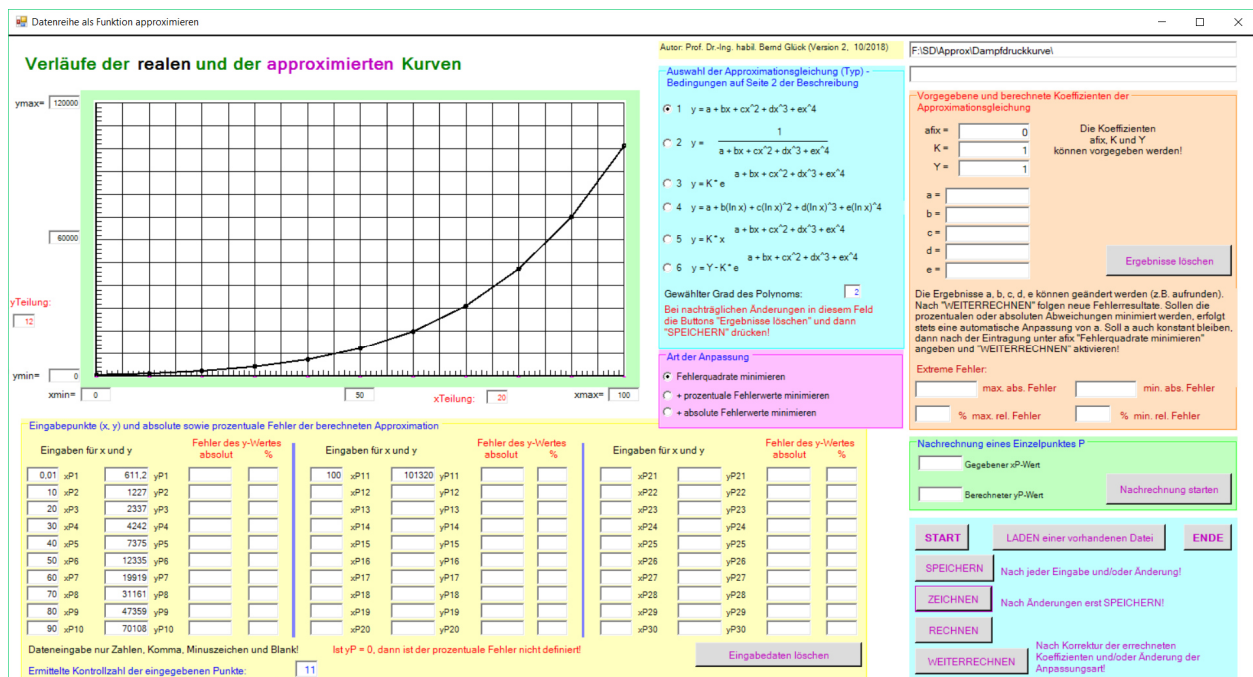
SPEICHERN Nach jeder Eingabe und/oder Änderung!
ZEICHNEN Nach Änderungen erst SPEICHERN!
RECHNEN
WEITERRECHNEN Nach Korrektur der errechneten Koeffizienten und/oder Änderung der Anpassungsart!

Die Eingabedaten sind jetzt aufsteigend sortiert.

ZEICHNEN zeigt die Funktion der Eingabedaten im definierten Netz an.

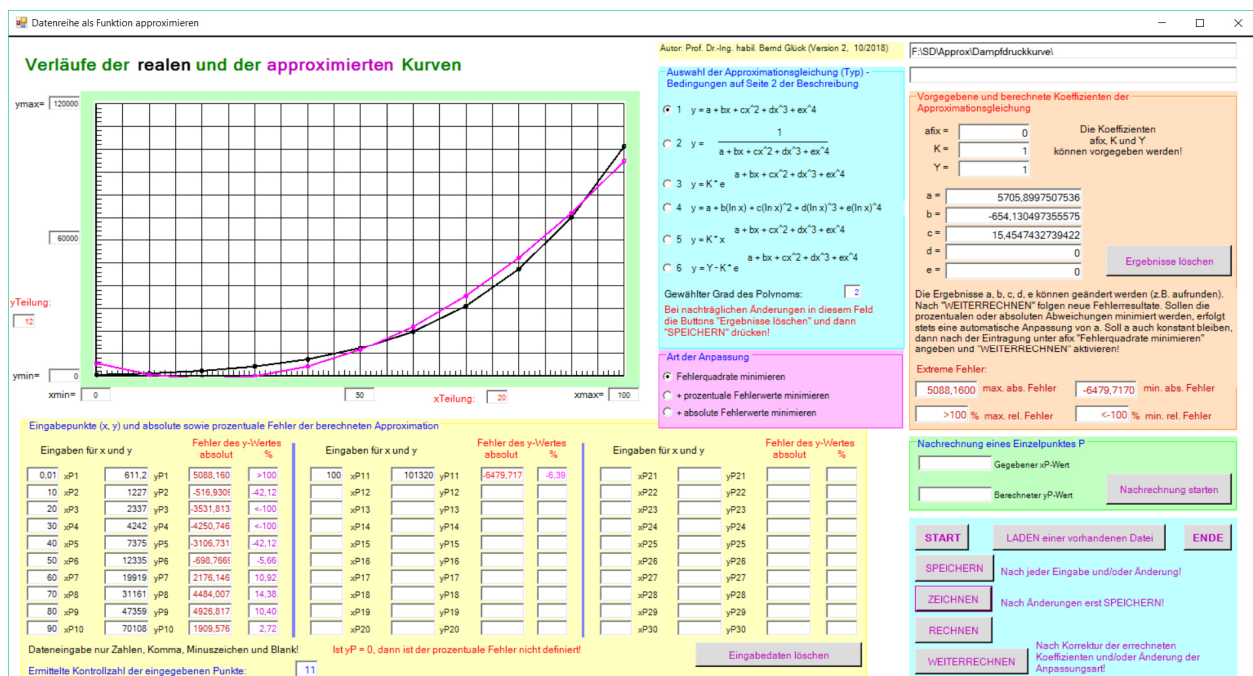


Um die Ordinatenwerte besser ablesen zu können, werden ymax = 120000 und yTeilung = 12 gewählt. **SPEICHERN** und anschließend **ZEICHNEN** liefert die nachfolgende Darstellung.

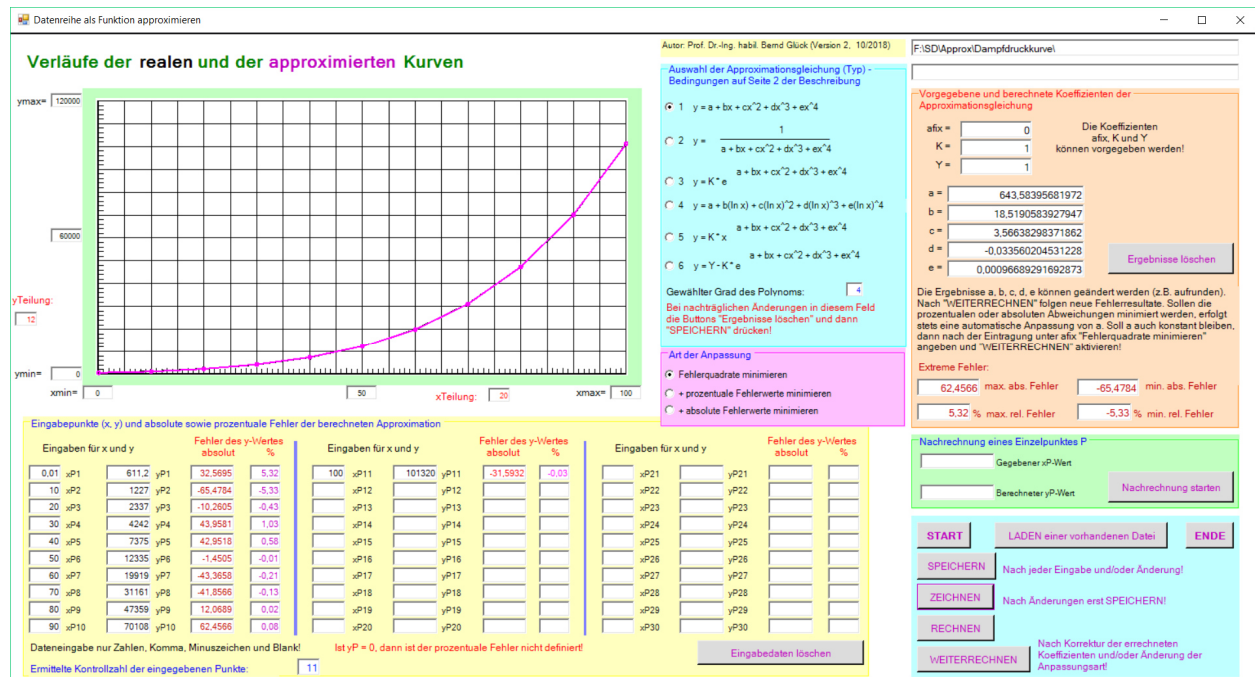


VARIANTE: Funktionstyp 1

Nun wird mit **RECHNEN** der erste Anpassungsversuch mit Typ = 1 und Grad = 2 gestartet. Das Ergebnis nach **ZEICHNEN** ergibt folgenden Verlauf.

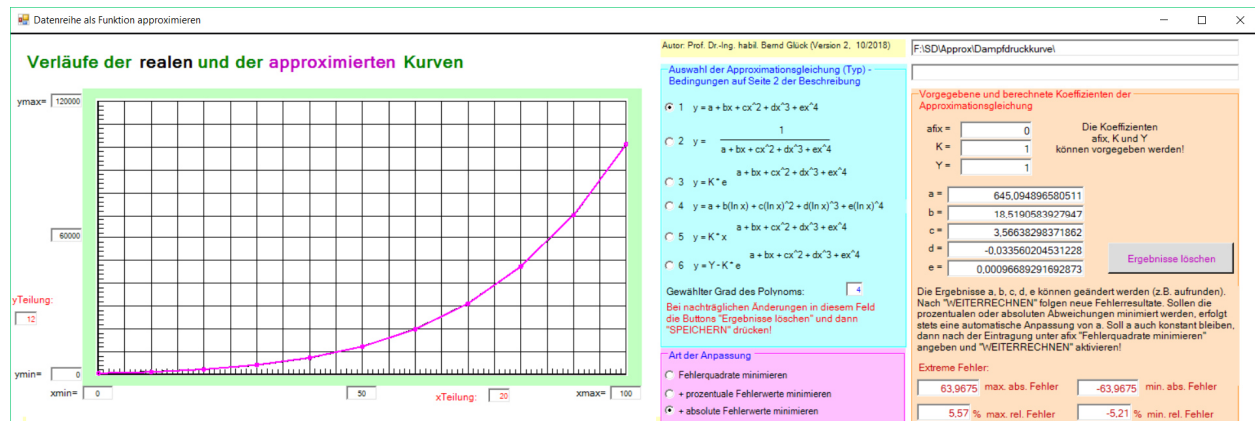


Die sehr großen Fehler sind unbefriedigend, weshalb die Approximation mit einem Polynom 4. Grades versucht wird. Vorgehen: **Ergebnisse löschen**, für Grad 4 eintragen, **SPEICHERN**, **RECHNEN**, **ZEICHNEN** in der genannten Reihenfolge aktivieren.

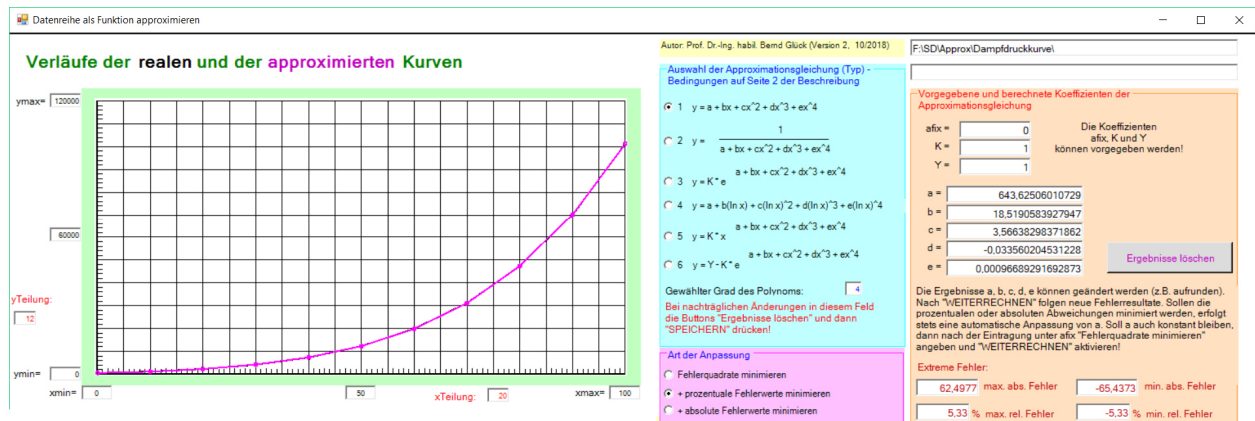


Das Ergebnis ist wesentlich verbessert.

Aktiviert man **absolute Werte minimieren**, **SPEICHERN**, **WEITERRECHNEN**, **ZEICHNEN**, so folgen annähernd gleiche Beträge für den maximalen und minimalen, absoluten Fehler.



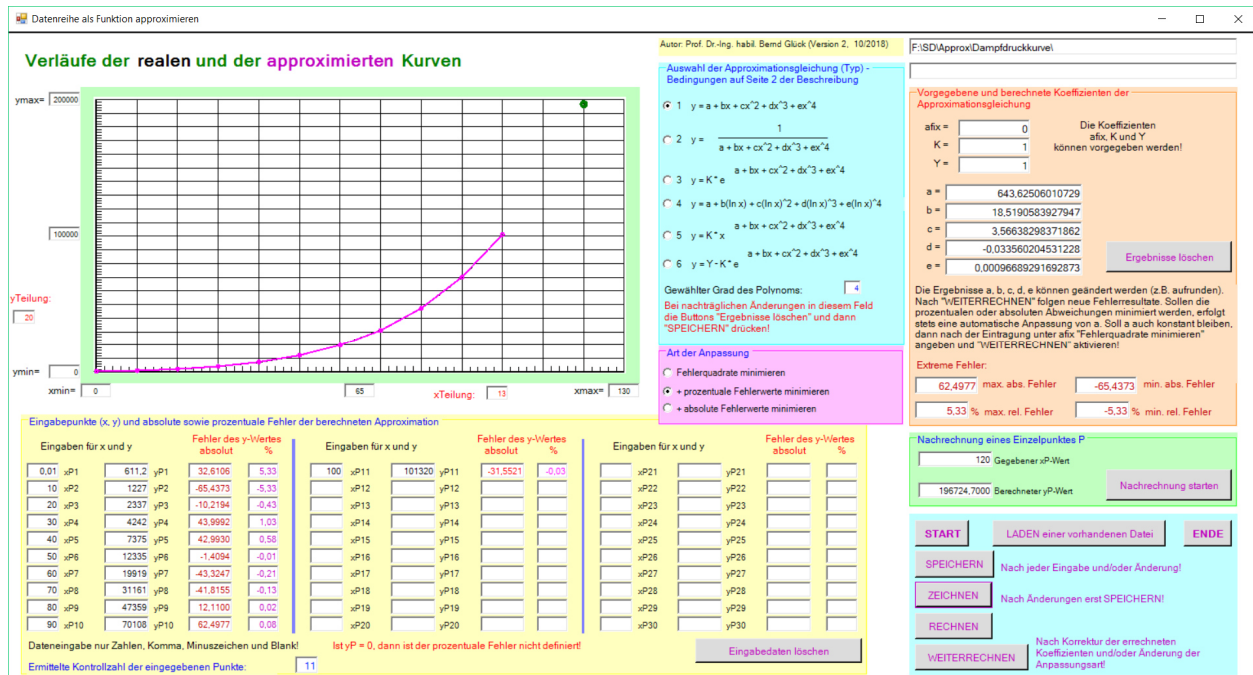
Aktiviert man **prozentuale Werte minimieren**, **SPEICHERN**, **WEITERRECHNEN**, **ZEICHNEN**, so folgen annähernd gleiche Beträge für die extremen, relativen Fehler.



Einschub: Nachrechnung eines Einzelpunktes P

Will man sehen, was die Approximation für 120 °C liefert, so sagt dies eine Einzelpunktberechnung aus. Für $x_P = 120$ °C und Aktivieren von **Nachrechnung starten** folgt $y_P = 196724,7$ Pa. (Der physikalisch exakte Wert ist: 198540 Pa.)

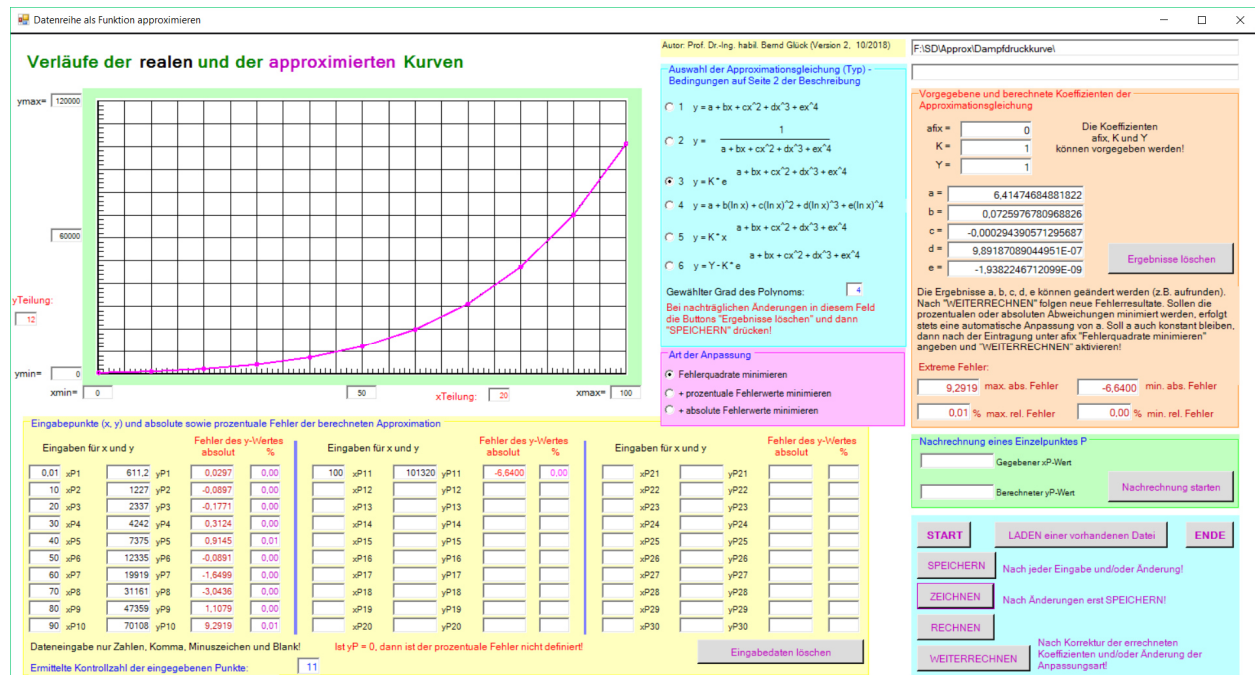
Nach Änderung der Diagrammachsen ($x_{\max} = 130$ mit xTeilung 13 und $y_{\max} = 200$ mit yTeilung 20) sowie Aktivieren von **ZEICHNEN** ergibt sich die nachfolgende Darstellung.



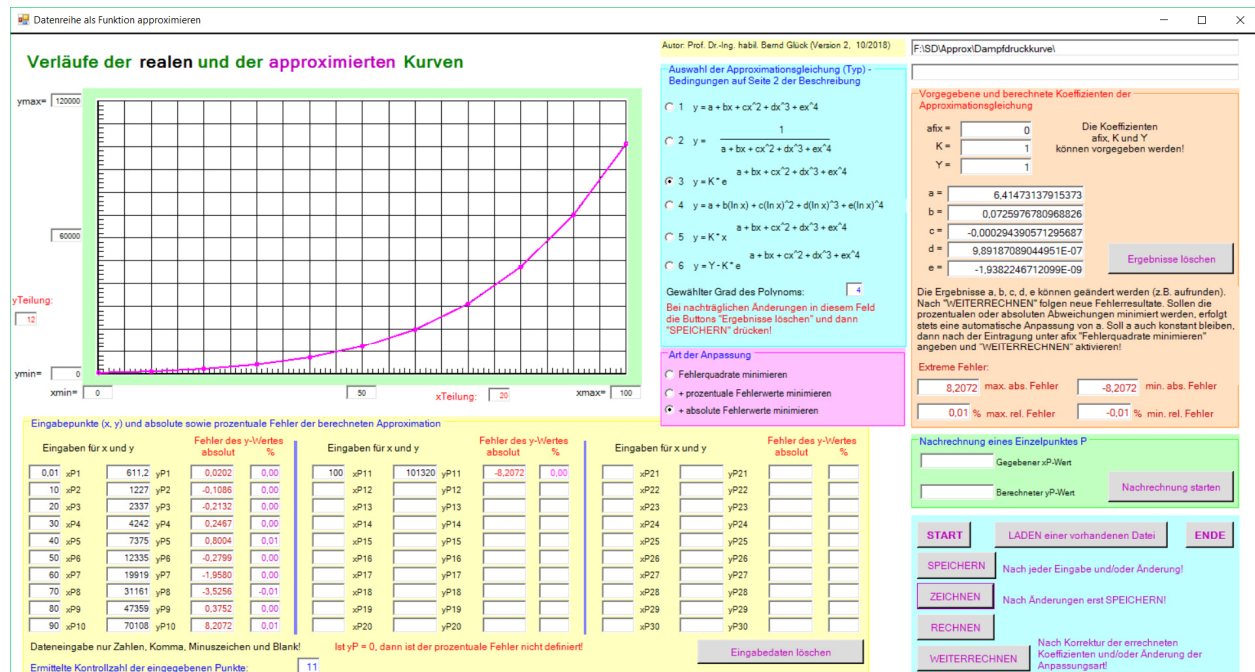
Der grüne Punkt zeigt das Ergebnis der Einzelpunktberechnung außerhalb des eigentlichen Approximationsbereiches an.

VARIANTE: Funktionstyp 3

Zur weiteren Verbesserung wird der Approximationstyp 3 gewählt. **Ergebnisse löschen**, Typ 3 anklicken, **Fehlerquadrate minimieren**, **SPEICHERN**, **RECHNEN**, **ZEICHNEN** ergibt:



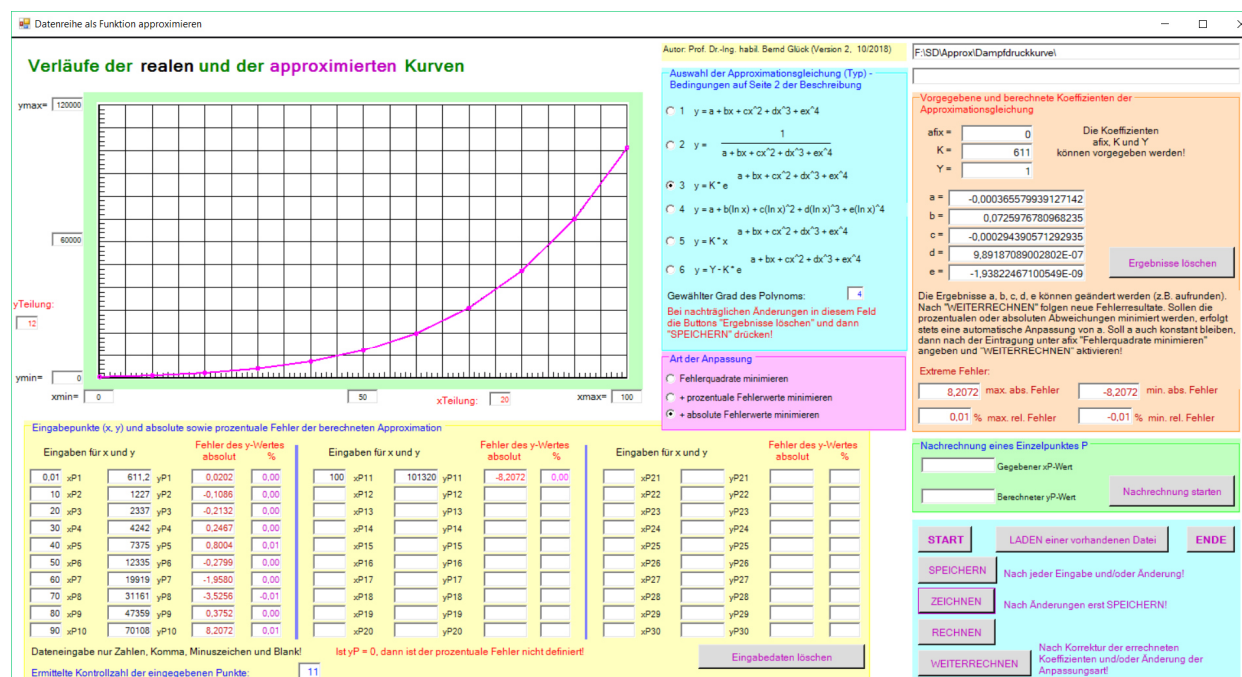
Aktiviert man **absolute Werte minimieren**, **SPEICHERN**, **WEITERRECHNEN**, **ZEICHNEN**, so folgen gleiche Beträge für die extremen, absoluten Fehler.



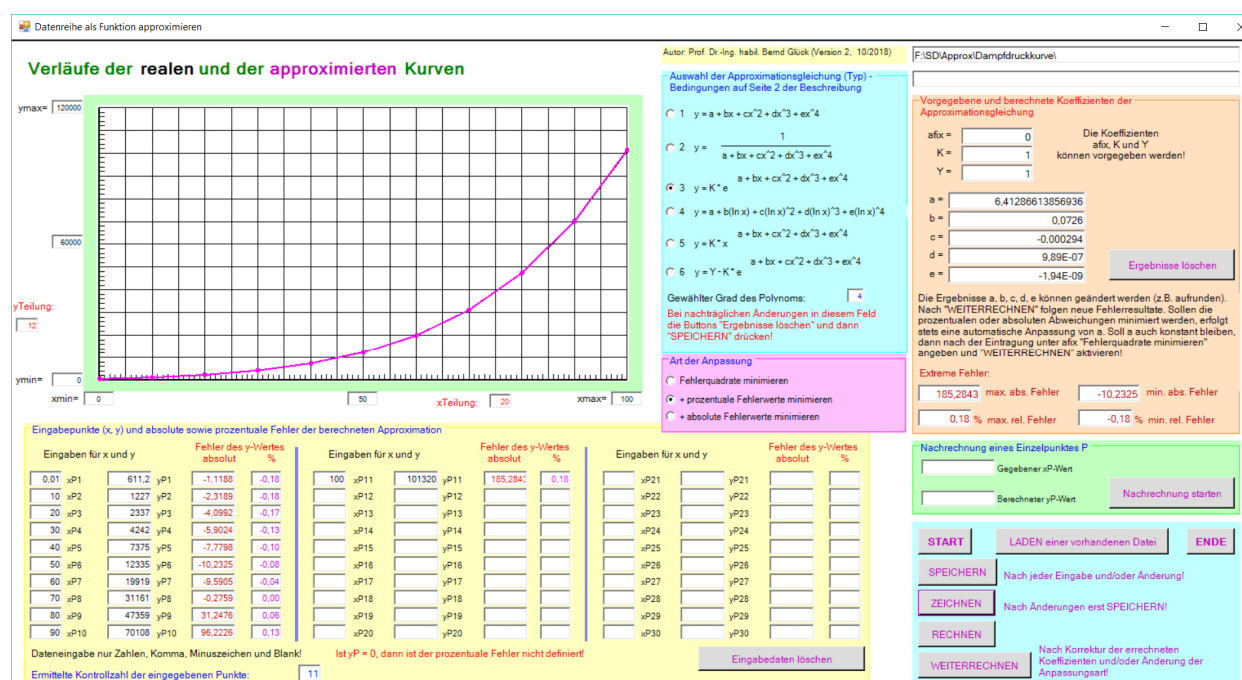
Eine weitere Verbesserung ist nicht möglich.

Praktisch gleich gute Ergebnisse erreicht man, wenn als Eingabewert K = 611 gesetzt wird, wie das umseitige Bild zeigt. Die berechneten Koeffizienten sind logischerweise völlig verändert!

Beachte: Zuerst ist als Art der Anpassung selbstverständlich "Fehlerquadrate minimieren" zu wählen und nach erfolgter Berechnung "+ absolute Fehlerwerte minimieren" zu setzen.

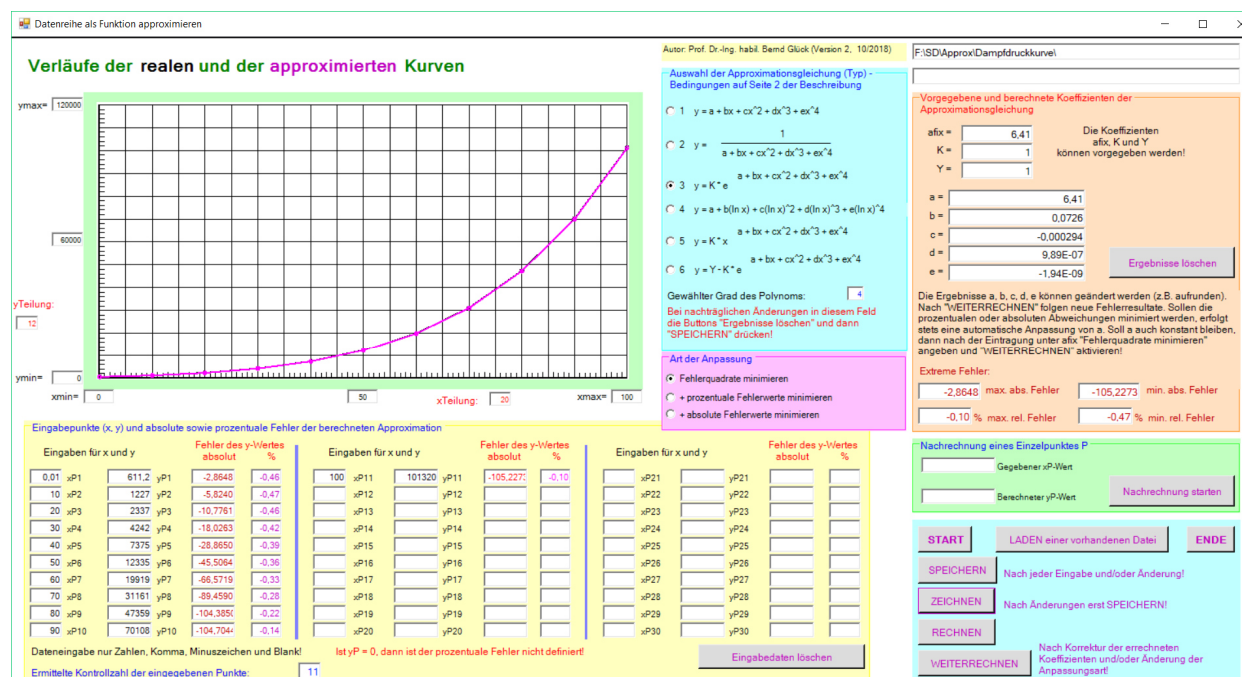


Geht man von der ersten Berechnung auf Seite 10 aus, so könnte eventuell der Wunsch bestehen, die Anzahl der Koeffizientenziffern auf drei zu begrenzen. Das Eintragen der Rundungen liefert nach Angabe **prozentuale Werte minimieren**, **SPEICHERN**, **WEITERRECHNEN**:

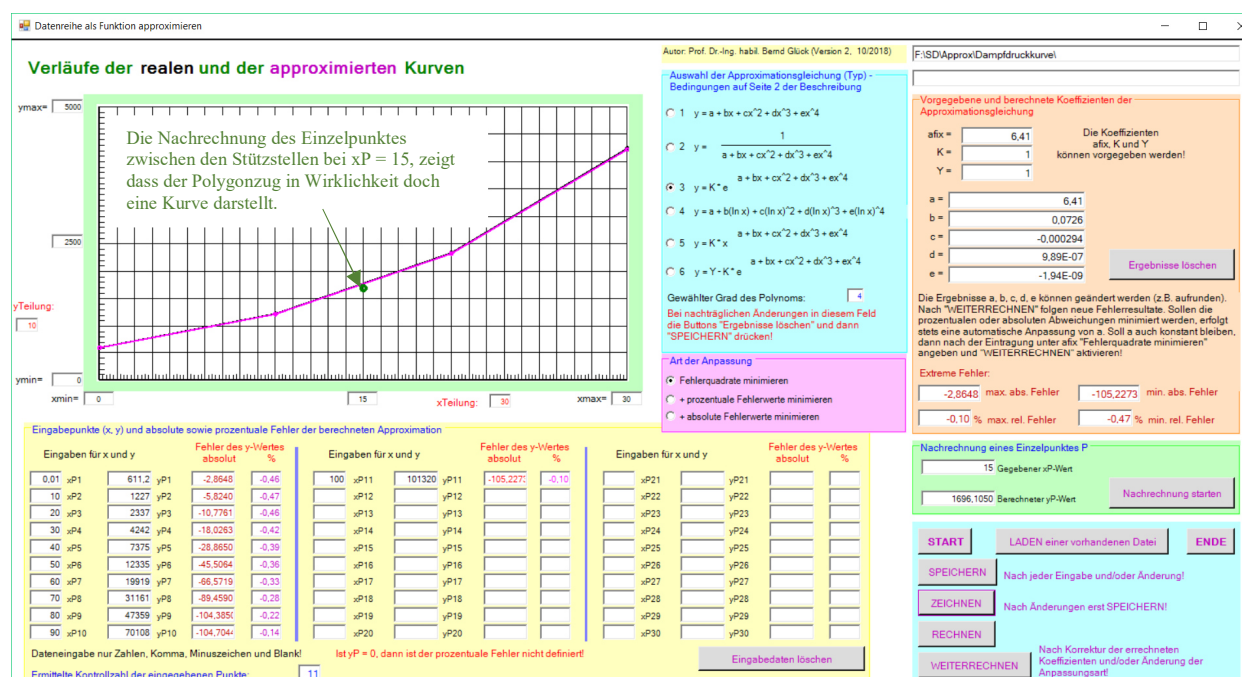


Logischerweise vergrößern sich die Fehler. Man beachte, dass bei der erneuten Anpassungsrechnung der Koeffizient a verändert wurde, sodass die Beträge der extremen, relativen Fehler gleich sind.

Will man auch den Koeffizienten a runden, so muss das Ergebnis bei afix eingetragen werden. Weiterhin sind zu aktivieren: **Fehlerquadrate minimieren**, **SPEICHERN**, **WEITERRECHNEN**, **ZEICHNEN**. Das Ergebnis ist nachfolgend zu sehen.

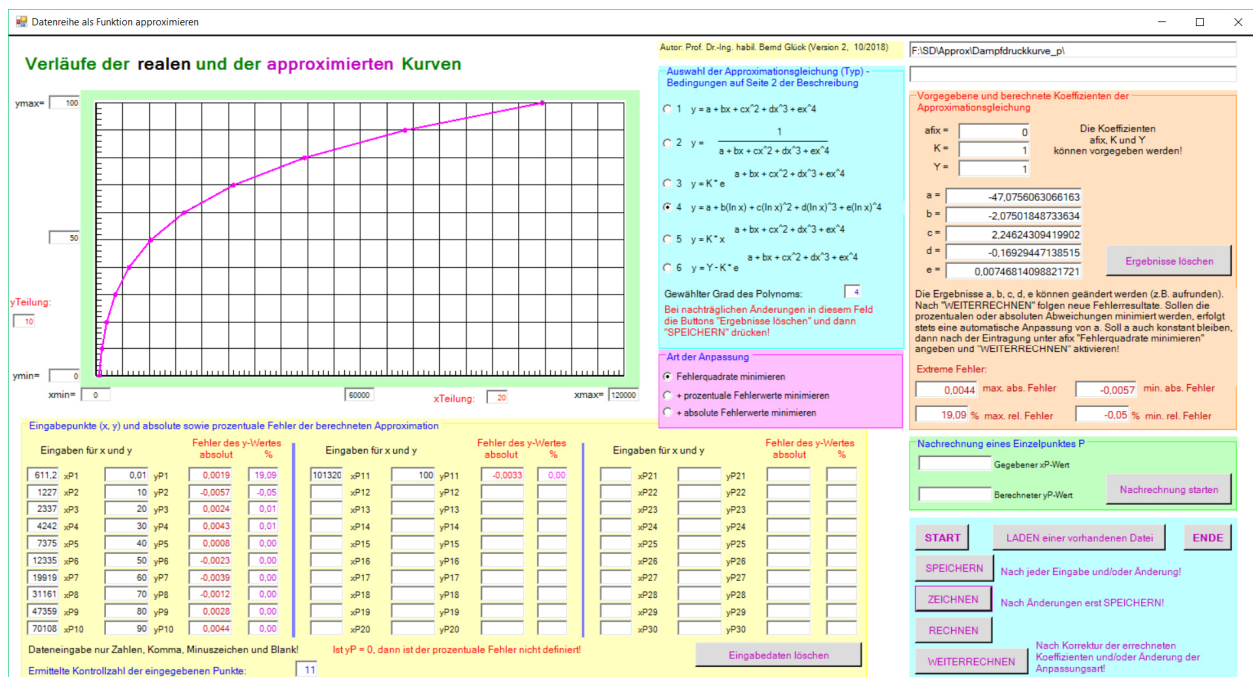


Will man die vorgegebene und die approximierte Kurve genauer betrachten, kann durch Wahl des entsprechenden Abschnittes ein Zoom erstellt werden. Das **Eintragen der Diagrammgrenzwerte** und der **Teilungen**, **SPEICHERN**, **ZEICHNEN** ergibt beispielsweise den folgenden Ausschnitt.

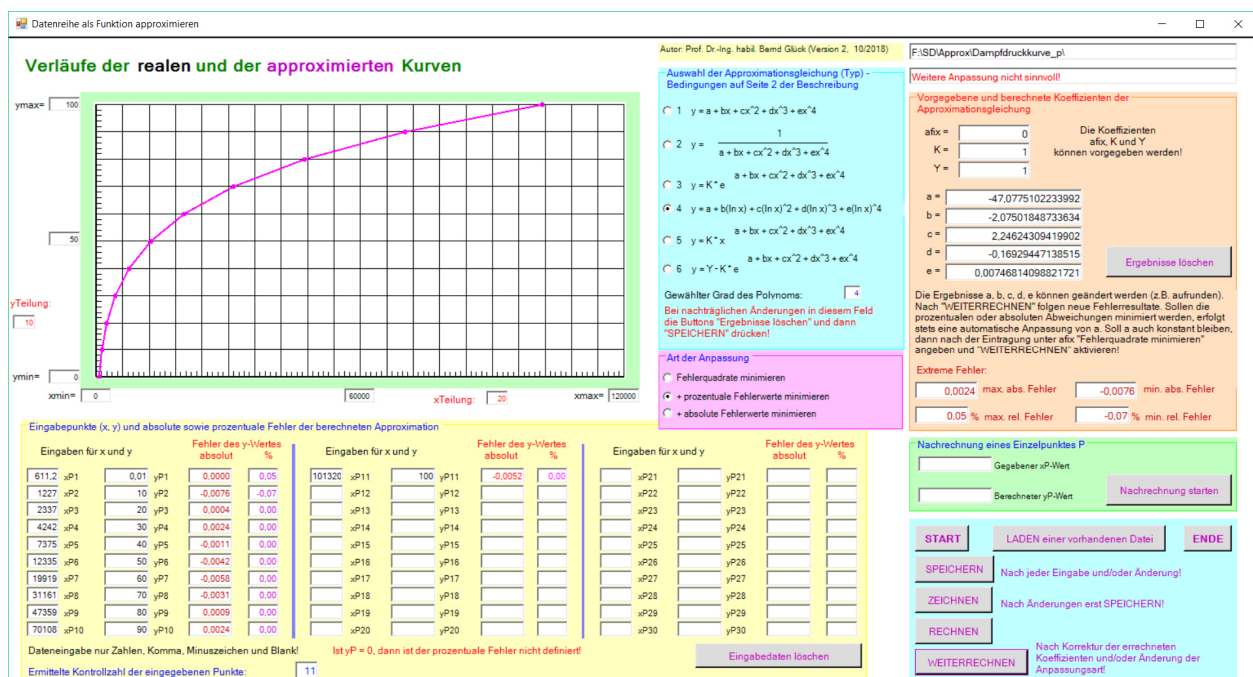


VARIANTE: Funktionstyp 4

Soll die in der Tabelle angegebene Dampfdruckkurve als Funktion des Druckes dargestellt werden, so erscheint der Funktionstyp 4 als eine geeignete Form. Es handelt sich hierbei um ein neues Beispiel "Dampfdruckkurve_p" mit einer Neueingabe der Wertepaare. Die Bildschirmmaske hat nach der Berechnung nachfolgendes Aussehen.



Die Temperaturabweichung ist sehr gering, sodass die ermittelte Näherung belassen werden kann. Der prozentuale Fehler kann versuchsweise minimiert werden, wobei die großen Unterschiede den Algorithmus aber oftmals überfordern. Der Versuch liefert bezüglich der absoluten Abweichung kein besseres Ergebnis:



Damit beträgt die absolute Temperaturabweichung maximal 0,0076 K bzw. 0,07 %. Die prozentuale Abweichung ist hierbei weniger bedeutungsvoll, da sich diese auf die willkürlich gewählte Celsiuskala bezieht.

4 Spezielles Beispiel: Kinematische Viskosität von Wasser

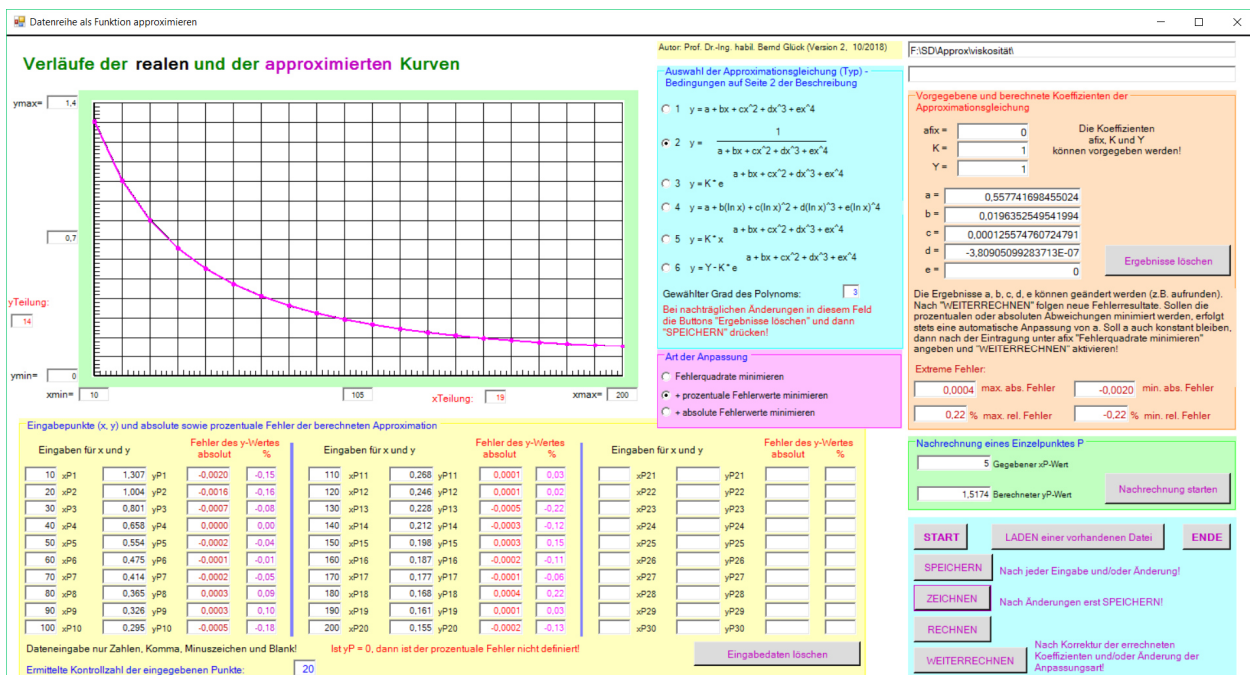
Die kinematische Viskosität von Wasser ist kaum druckabhängig, sodass für den Siedezustand und für 20 bar fast gleiche Werte gelten.

t in °C	v in 10 ⁻⁶ m ² /s
10	1,307
20	1,004
30	0,801
40	0,658
50	0,554
60	0,475
70	0,414
80	0,365
90	0,326
100	0,295

t in °C	v in 10 ⁻⁶ m ² /s
110	0,268
120	0,246
130	0,228
140	0,212
150	0,198
160	0,187
170	0,177
180	0,168
190	0,161
200	0,155

Bei der Approximation bleibt die 10⁻⁶ zunächst unbeachtet.

VARIANTE: Funktionstyp 2



Die Basisberechnung und die anschließende Minimierung der relativen Abweichungen liefert:

Damit lautet die Näherungsgleichung bei Beachten des Faktors 10⁻⁶:

$$v = [557741,698455024 + 19635,2549541994 t + 125,574760724791 t^2 - 0,380905099283713 t^3] \cdot 10^{-6} \text{ in m}^2/\text{s}.$$

5 Spezielles Beispiel: Messreihe

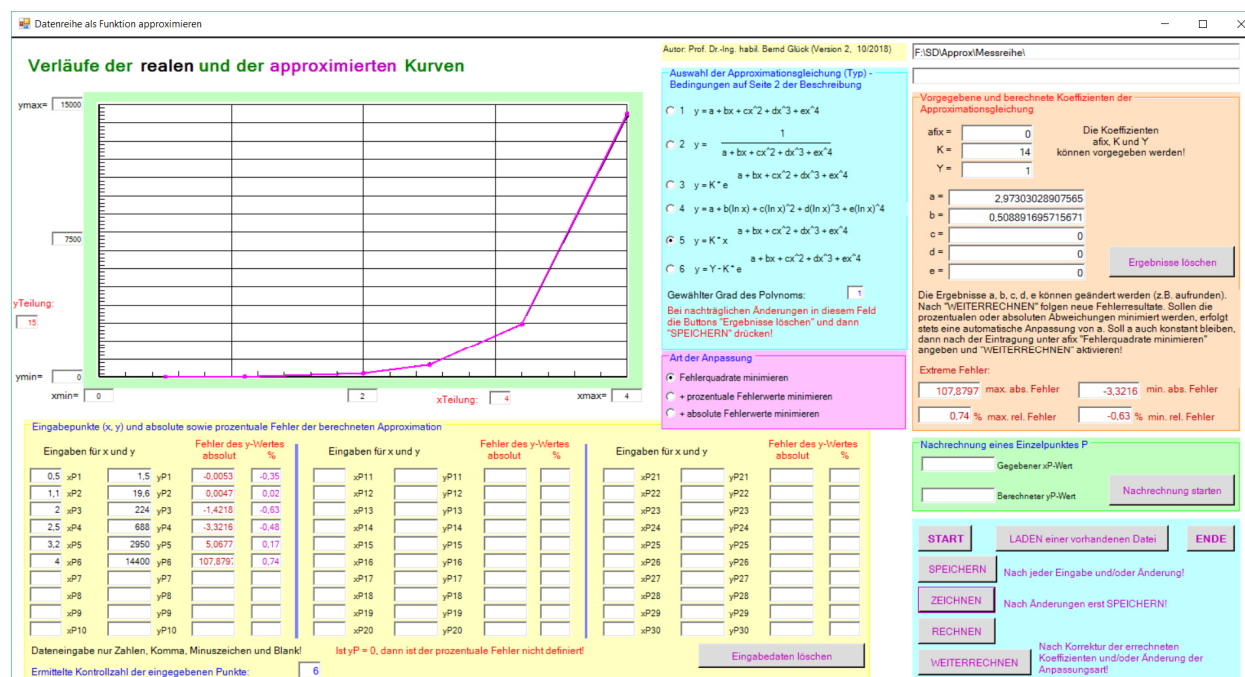
Eine Messreihe liefert die dimensionslosen Kennzahlen:

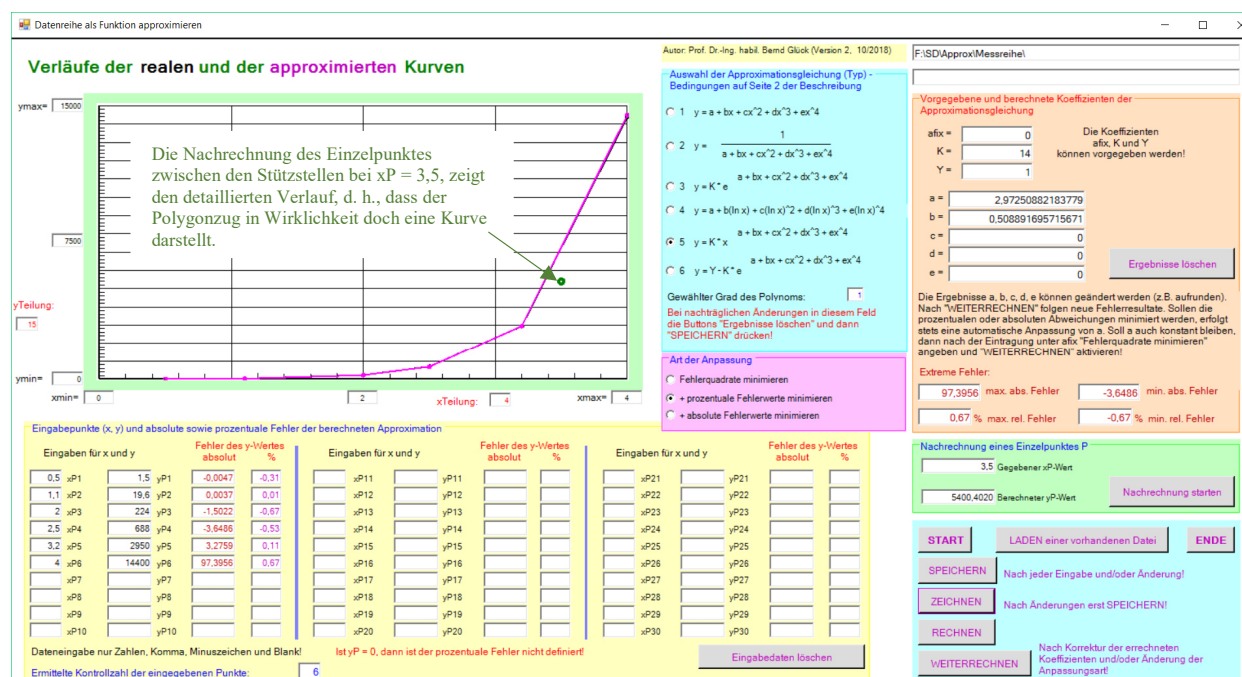
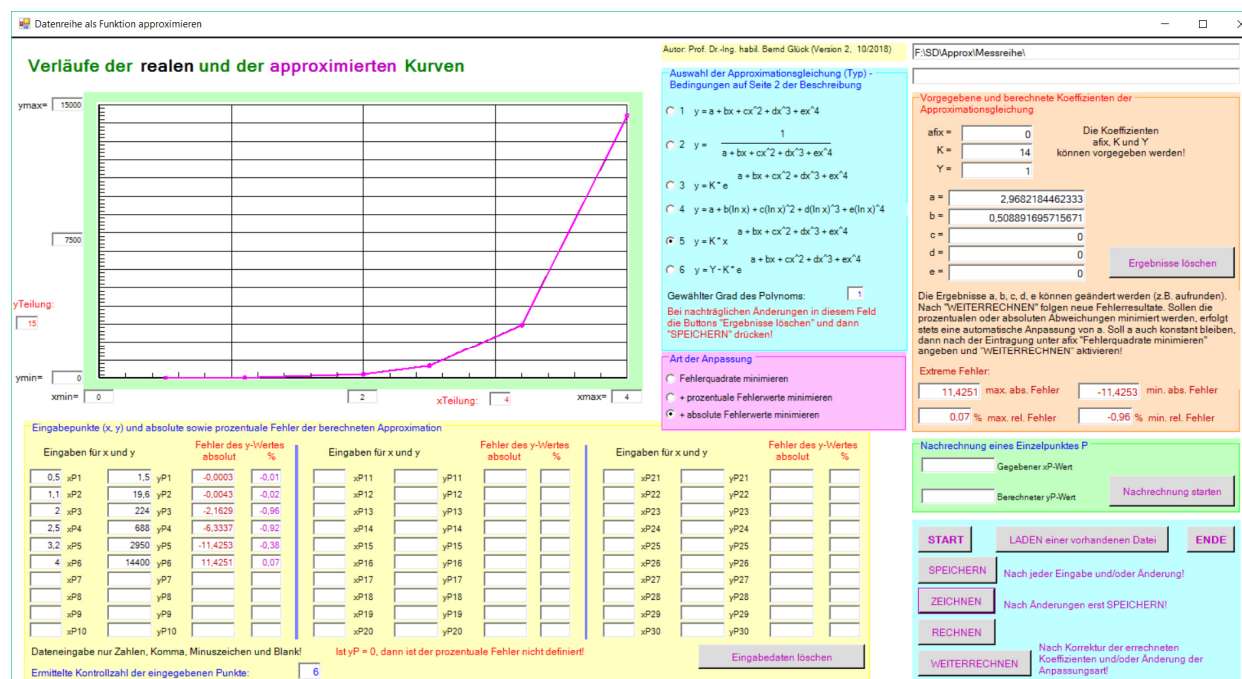
x	y
0,5	1,5
1	14
1,1	19,6
2	224
2,5	688
3,2	2950
4	14400

VARIANTE: Funktionstyp 5

Der Wert bei $x = 1$ darf bei dem Funktionstyp 5 $y = K x^{a+bx+cx^2+dx^3+ex^4}$ nicht verwendet werden, da im Verlaufe der Berechnung der Term $\frac{\ln(y/K)}{\ln x}$ gebildet wird, woraus eine unerlaubte Division durch 0 entstünde. Es ist zweckmäßig, aus dem y-Wert für $x = 1$ den Koeffizienten $K = y|_{x=1}$ zu bestimmen. In diesem Fall gilt $K = 14$. Dieser Wert wird als Eingabe verwendet.

Je nach Wahl der Anpassung ergeben sich die nachfolgenden Ergebnisse:





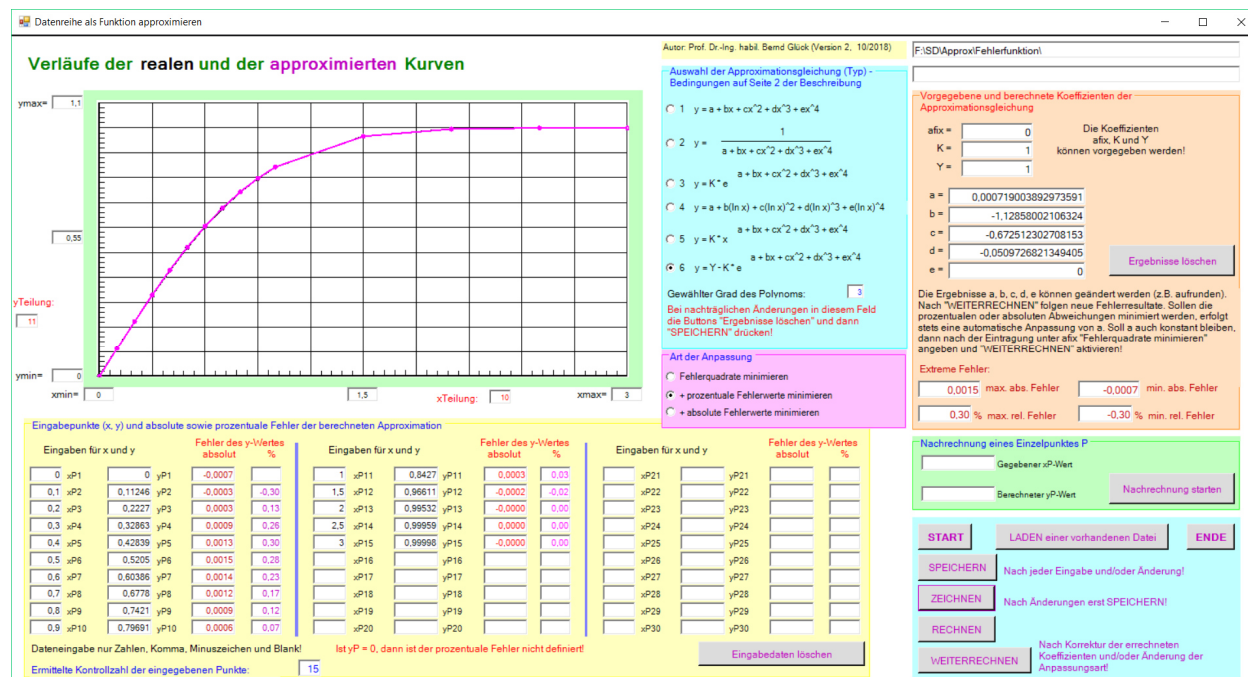
6 Spezielles Beispiel: Fehlerfunktion

Für die Gaußsche Fehlerfunktion $\text{erf}(x)$ gelten die nachfolgenden Tabellenwerte.

x	erf(x)	x	erf(x)
0,00	0,00000	1,10	0,88021
0,10	0,11246	1,20	0,91031
0,20	0,22270	1,30	0,93401
0,30	0,32863	1,50	0,96611
0,40	0,42839	1,70	0,98379
0,50	0,52050	1,90	0,99279
0,60	0,60386	2,00	0,99532
0,70	0,67780	2,50	0,99959
0,80	0,74210	3,00	0,99998
0,90	0,79691	3,5	1,00000
1,00	0,84270		

VARIANTE: Funktionstyp 6

Es werden einige Wertepaare herausgegriffen, aus denen eine handliche Approximation formuliert werden soll. Nachfolgend das Ergebnis nach der Basisberechnung und der Minimierung der extremen, relativen Fehler.



Hinweise:

- Der Algorithmus erwies sich nach den Tests recht leistungsfähig, dennoch kann es vorkommen, dass die im Programm implizierten Annahmen nicht im jeweiligen Ergodizitätsbereich liegen, sodass keine stabile Lösungsentwicklung eintritt.

Man sollte dann beispielsweise einen anderen Funktionstyp wählen oder den Approximationsbereich der Funktion verändern, ggf. teilen oder aber im Programmcode die Fehlerschranken verändern.

- Der offen gelegte Programmcode lässt auch jederzeit Ergänzungen weiterer Funktionstypen in einfacherweise zu, wenn auf der vorgegebenen Polynomform als Basis Bezug genommen wird.
- Weitere umfangreiche Anwendungsbeispiele finden sich im Buch "Stoffwerte" unter:
<http://berndglueck.de/Stoffwerte>

- Alle in diesem Kurzbericht und dem zugehörigen Rechenprogramm enthaltenen Angaben, Daten, Berechnungsverfahren usw. wurden vom Autor mit bestem Wissen erstellt und sorgfältig geprüft. Dennoch sind inhaltliche Fehler nicht vollständig auszuschließen. Deshalb erfolgen alle Angaben ohne jegliche Verpflichtung und Garantie des Autors. Es wird keinerlei Verantwortung und Haftung für etwaige inhaltliche Unrichtigkeiten übernommen.

Das Rechenprogramm ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen und Einspeicherung sowie Verarbeitung in elektronischen Systemen, die über die Eigennutzung hinausgehen, sowie für Übersetzungen und Mikroverfilmungen.