

Konzentrische Kapillarrohrmatte (Simulationsmodell)

Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück, 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Zielstellung	2
2	Modellierung der Wärmeübertragung und des Druckverlustes	3
2.1	Stoffwerte des Durchflussmediums und des Umgebungsmediums	3
2.2	Wärmeübergang im Kernrohr	6
2.3	Wärmeübergang im Hüllrohr (Ringspalt)	8
2.4	Wärmeübergang an der Außenseite des Hüllrohres	8
2.4.1	<i>Querumströmung mit Wasser oder Luft</i>	9
2.4.2	<i>Längsumströmung mit Luft bei eventueller Kondensation</i>	10
2.4.3	<i>Formschlüssige Umhüllung in einer Struktur</i>	12
2.5	Wärmedurchgangskoeffizienten	13
2.6	Wärmetransport im Kernrohr und im Ringspalt	14
2.7	Druckverlustberechnung (Überschlag)	16
3	Rechenprogramm	17
3.1	Laden und Starten des Rechenprogramms	17
3.2	Bearbeitung des Programmlistings	17
3.3	Erläuterungen zur Programmnutzung am Beispiel_1 (Wasserumströmung)	18
	• Erläuterungen der Eingabedaten	19
	• Berechnungsablauf	20
	• Möglichkeiten der Ergebnisdarstellung	21
4	Weitere Testbeispiele	26
4.1	Beispiel_2 (Luftkühlung am vertikalen Rohr)	26
4.2	Beispiel_3 (Koaxialrohr in Struktur – Raumteiler – eingeformt)	27
5	Fazit	31
	Literatur	32

Alle in diesem Bericht und dem zugehörigen Rechenprogramm enthaltenen Angaben, Daten, Berechnungsverfahren usw. wurden vom Autor mit bestem Wissen erstellt und sorgfältig geprüft. Dennoch sind inhaltliche Fehler nicht vollständig auszuschließen, deshalb erfolgen alle Angaben usw. ohne jegliche Verpflichtung und Garantie des Autors. Er übernimmt keinerlei Verantwortung und Haftung für etwaige inhaltliche Unrichtigkeiten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig. Dies gilt für Anwendungen, die über die Eigennutzung hinausgehen.

Alle Interessierten sind eingeladen, an der Weiterentwicklung mitzuwirken.

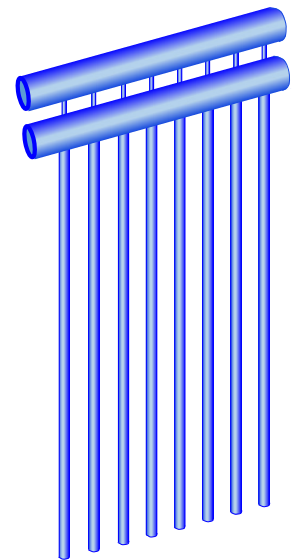
Viel Erfolg bei der Anwendung!

1 Zielstellung

Kunststoff-Kapillarrohrmatten aus Polypropylen haben sich in vielfältigen Formen und Einsatzbereichen bestens bewährt. Im Rahmen eines geförderten Forschungsvorhabens, an dem ich am Ende meines Berufslebens aktiv beteiligt war, sind Anwendungsbereiche und verifizierte Berechnungsmodelle erstellt worden. Die Zusammenfassung ist unter <https://berndglueck.de/lowex.php> (Bericht_LowEx plus Rechenprogramme) der Allgemeinheit zugänglich.

Viele Entwicklungen der Fa. Clina, Berlin gingen unter Leitung des Firmeninhabers Dipl.-Ing. B. CHAHED zwischenzeitlich weiter, so entstand auch eine Kapillarrohrmatte mit einseitigem Anschluss (Vor- und Rücklauf) unter Verwendung eines konzentrisch aufgebauten Kapillarrohres (Bild 1). Sie läuft bei Clina wegen ihres Aussehens unter der vorläufigen Entwicklungsbezeichnung "Fingermatte", die im Weiteren auch gelegentlich verwendet wird.

Bild 1 Prinzipskizze einer Kunststoff-Kapillarrohrmatte aus Polypropylen aufgebaut aus vertikalen Koaxialrohren (Hüllrohr 10×1 mm, Kernrohr 5,3×0,8 mm) und horizontalem Verteiler sowie Sammler



Die speziellen Einsatzvorhaben sind mir nicht bekannt. Die thermodynamische Modellierung ist aber sehr reizvoll, weshalb nachfolgend eine baukastenförmige Modellierung mit möglichst umfassenden Anwendungen zur Diskussion gestellt wird. Diese könnten im Wärmeaustausch (Wärmeaufnahme oder Wärmeabgabe) bestehen, wobei als Umgebungen in Frage kämen:

- ein Wasserstrom (z. B. auch ein Abwasserstrom mit schwimmenden Festbestandteilen, da die Beweglichkeit der nur einseitig befestigten Koaxialröhrchen ein Verstopfen verhindert)
- Luftstrom mit und ohne Wasserkondensation aus der Luft
- Feststoffplatte in der die Röhrchen formschlüssig eingebunden sind (z. B. Gipskartonplatten).

Um diesen Variantenreichtum zu realisieren und auch erweiterungsfähig zu halten, wird ein streng modulförmiger Aufbau des Algorithmus gewählt.

Einige Module sind Berechnungen der Erdwärmesonden <https://berndglueck.de/erdwaermesonde.php> (Bericht_Erdwärmesonde, Ergänzungsbericht_Koaxialsonde) analog oder ähnlich und werden von dort übernommen. Um einen einheitlichen Duktus zu wahren, erfolgt jedoch eine Komplettdarstellung.

2 Modellierung der Wärmeübertragung und des Druckverlustes

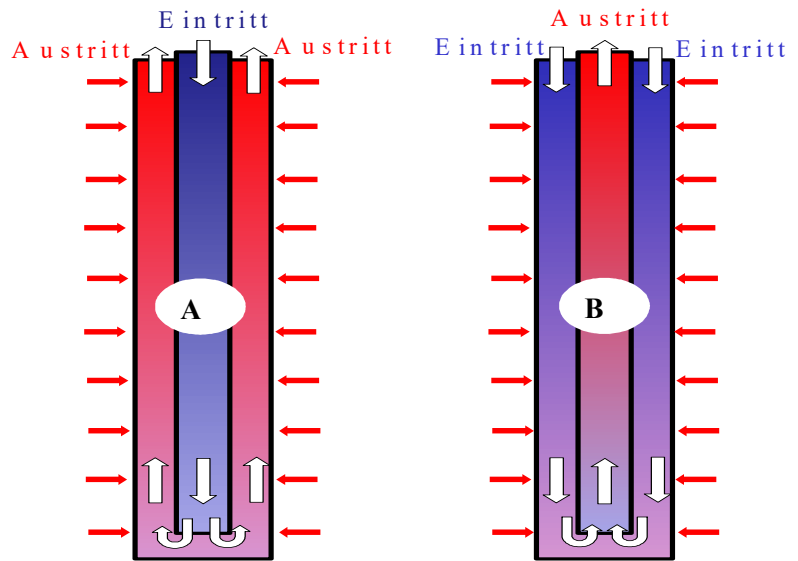
Generell gibt es folgende zwei Möglichkeiten der Durchströmung:

A Kernrohr → Hüllrohr (Ringspalt)

B Hüllrohr (Ringspalt) → Kernrohr.

Vergleichsrechnungen zeigen, dass es keine wärmetechnisch merkbaren Unterschiede bezüglich der Austrittstemperaturen und des aufgenommenen Wärmestromes gibt. Im Weiteren wird Variante A modelliert. Bei der Programmabarbeitung ermöglicht eine Richtungseingabe aber auch Variante B zu berechnen.

Bild 2 Prinzipskizze zu den möglichen Durchflussvarianten bei Wärmezustrom von außen und Aufheizung des Durchflussmediums



2.1 Stoffwerte des Durchflussmediums und des Umgebungsmediums

Als Durchflussmedien werden **Wasser** und **Tyfocor L** (Wasser-Propylenglykol-Gemisch bei Mischungsanteilen von ca. 40 % bis -20 °C, bei 25 % bis -10 °C frostsicher) als realistische, nicht gesundheitsgefährdende Medien ausgewählt (Tabelle 1). Die Kurzbezeichnungen für die wässrigen Tyfocorlösungen lauten im Weiteren **TL40** und **TL25**. Die Visualisierung der approximierten Stoffdaten zeigt Bild 3. – Als Umgebungsmedien werden **Wasser** und trockene sowie feuchte **Luft** (Tabelle 2) betrachtet.

Die Stoffwertapproximationen sind [1] bzw. <https://berndglueck.de/stoffwerte.php> entnommen. Für das Wasser-Propylenglykol-Gemisch wurden grafischen Angaben des Herstellers verwendet.

Tabelle 1 Approximationen für die Stoffwerte von Wasser und wässrigen Tyfocorlösungen TL40, TL25

Dichte in kg/m ³ mit t in °C
$\rho_{\text{Wasser}} = 1002,045 - 0,1029905 t - 0,003698162 t^2 + 0,000003991053 t^3$ $\rho_{\text{TL40}} = 1050 - 0,4857143 t - 0,001746031 t^2 + 0,000001984122 t^3$ $\rho_{\text{TL25}} = 1031 - 0,3214706 t - 0,002498191 t^2 + 0,000001170051 t^3$
Spezifische Wärmekapazität in J/(kg K) mit t in °C
$c_{\text{Wasser}} = 4212,404 - 2,271266 t + 0,0396373 t^2 - 0,0001543466 t^3$ $c_{\text{TL40}} = 3610 + 3,881099 t - 0,005363271 t^2 + 0,00002980124 t^3$ $c_{\text{TL25}} = 3876 + 2,371942 t + 0,004128137 t^2 - 0,00003225045 t^3$
Wärmeleitfähigkeit in W/(m K) mit t in °C
$\lambda_{\text{Wasser}} = 0,5587913 + 0,002268458 t - 0,00001248304 t^2 + 0,00000001890318 t^3$ $\lambda_{\text{TL40}} = 0,3520003 + 0,001788111 t - 0,0000005362851 t^2 + 0,00000000297968 t^3$ $\lambda_{\text{TL25}} = 0,4020909 + 0,002401029 t - 0,0000001497917 t^2 + 0,000000005697341 t^3$

Kinematische Viskosität in m^2/s mit t in $^{\circ}\text{C}$

$$\nu_{\text{Wasser}} = (556272,7 + 19703,39 t + 124,4091 t^2 - 0,3770952 t^3)^{-1}$$

$$\nu_{\text{TL40}} = 0,0000114 \cdot \text{Exp}(-0,0002167876 - 0,05785851 t + 0,0004864946 t^2 - 0,00000186843 t^3)$$

$$\nu_{\text{TL25}} = 0,0000056 \cdot \text{Exp}(0,02699025 - 0,04543205 t + 0,0003234937 t^2 - 0,000001076019 t^3)$$

Prandtlzahl mit t in $^{\circ}\text{C}$

$$\text{Pr}_{\text{Wasser}} = (0,07547718 + 0,00276297 t + 0,00003210257 t^2 - 0,0000001015768 t^3)^{-1}$$

Die Prandtlzahlen für Tyfocor L werden aus den Einzelgrößen gebildet:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu \rho c}{\lambda}$$

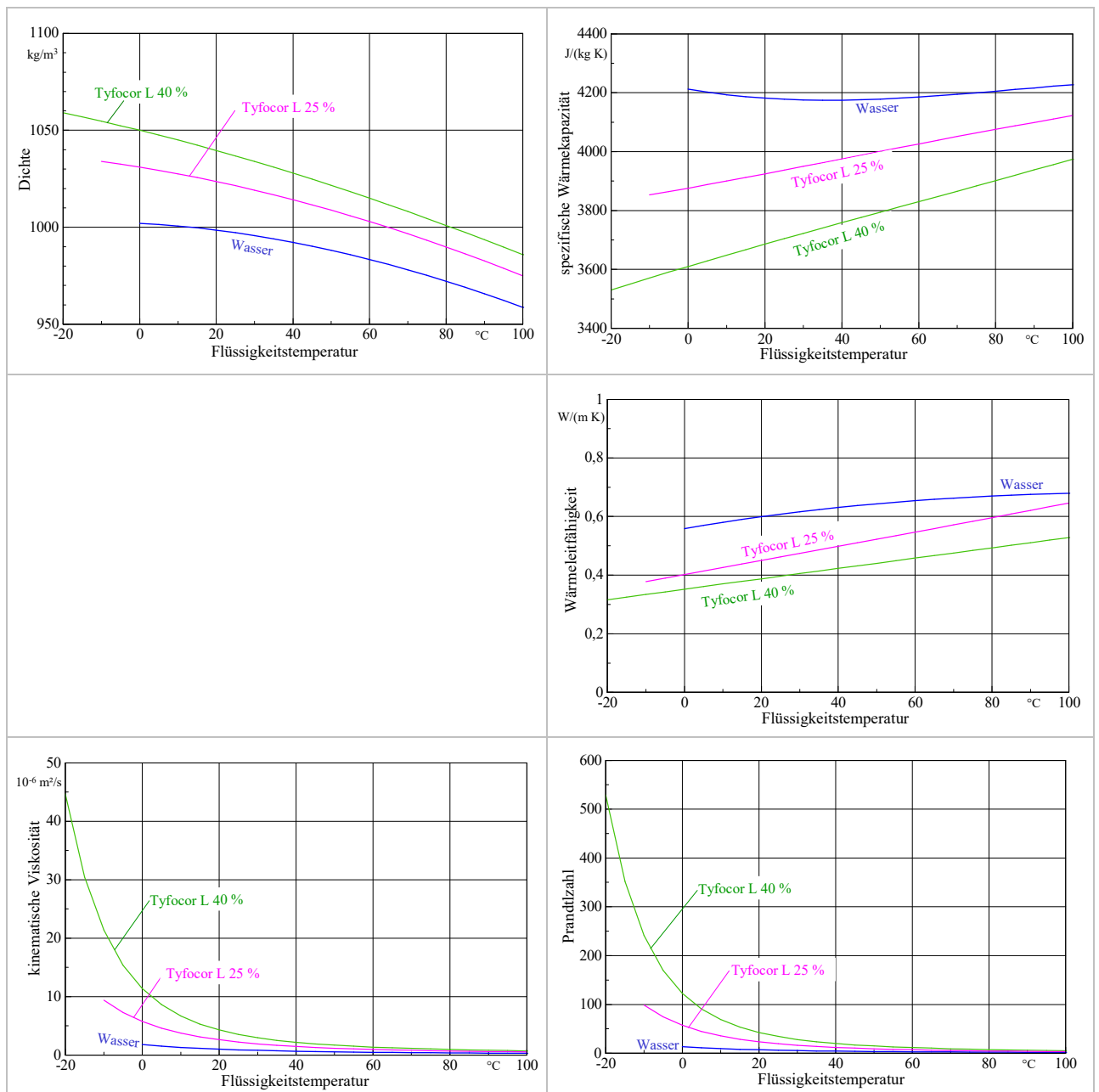


Bild 3 Grafiken für die Stoffwerte von Wasser und wässrigen Tyfocorlösungen TL40, TL25

Tabelle 2 Approximationen für die Stoffwerte von Luft (Indizes: W Wasserdampf, L feuchte Luft, tL trockene Luft, S Sättigung)

Dampf- und Sublimationsdruckkurve für Wasser (oberhalb bzw. unterhalb des Tripelpunktes)
Dampfdruckkurve in Pa im Temperaturbereich $0,01\text{ °C} \leq t \leq 100\text{ °C}$ $p_s = 611 \cdot \text{Exp}(-0,000191275 + 0,07258 t - 0,0002939 t^2 + 0,0000009841 t^3 - 0,00000000192 t^4)$ Sublimationsdruckkurve in Pa im Temperaturbereich $-20\text{ °C} \leq t \leq 0,01\text{ °C}$ $p_s = 611 \cdot \text{Exp}(-0,0004909965 + 0,08183197 t - 0,0005552967 t^2 - 0,00002228376 t^3 - 0,0000006211808 t^4)$ Dampfdruckkurve in °C im Druckbereich $611\text{ Pa} \leq p \leq 101320\text{ Pa}$ $t_s = -63,16113 + 5,36859 (\ln p) + 0,973587 (\ln p)^2 - 0,0738636 (\ln p)^3 + 0,00481832 (\ln p)^4$ Sublimationsdruckkurve in °C im Druckbereich $103\text{ Pa} \leq p \leq 611\text{ Pa}$ $t_s = -61,125785 + 8,1386 (\ln p) - 0,07422003 (\ln p)^2 + 0,06283721 (\ln p)^3 - 0,0027237063 (\ln p)^4$
Dichte feuchter Luft in kg_L/m^3 mit p in Pa, t in °C und x in $\text{kg}_W/\text{kg}_{tL}$
$\rho_L = \frac{1+x}{x+0,6222} \frac{1}{461,4} \frac{p}{273+t}$
Spezifische Wärmekapazität feuchter Luft in $\text{J}/(\text{kg}_L \text{ K})$ mit t in °C und x in $\text{kg}_W/\text{kg}_{tL}$
$c_{tL} = 1006,5 + 0,005309587 t + 0,0004758596 t^2 - 0,0000001136145 t^3$ Näherungsweise wird für c_W mit $t \geq 0\text{ °C}$ eine partialdruckunabhängige Form verwendet: $c_W = 1863 + 0,2680862 t + 0,0006794704 t^2 - 0,0000002641422 t^3$ Die Mittelung der spezifischen Wärmekapazität erfolgt mit dem Masseanteil x: $c_L = \frac{c_{tL} + x c_W}{1+x} \quad \text{Bei } t < 0\text{ °C gilt } c_L \approx c_{tL} \text{ mit einem maximalen Fehler von etwa } 0,3\text{ \%}.$
Wärmeleitfähigkeit für feuchte Luft in $\text{W}/(\text{m K})$ mit t in °C und x in $\text{kg}_W/\text{kg}_{tL}$
$\lambda_{tL} = 0,024178 + 0,00007634878 t - 0,00000004663859 t^2 + 0,00000000004612639 t^3$ Näherungsweise wird für λ_W mit $t \geq 0\text{ °C}$ eine partialdruckunabhängige Form verwendet: $\lambda_W = 0,016976 + 0,000057535 t + 0,0000001277125 t^2 - 0,00000000008951228 t^3$ Die Mittelung der Wärmeleitfähigkeit erfolgt mit dem Volumenanteil Φ: $\Phi = \frac{p_W}{p} = \frac{x}{0,6222 + x}; \quad \lambda_L = (1 - \Phi) \lambda_{tL} + \Phi \lambda_W.$ Bei $t < 0\text{ °C}$ gilt $\lambda_L \approx \lambda_{tL}$ mit einem maximalen Fehler von etwa $0,2\text{ \%}$.
Dynamische und kinematische Viskosität für feuchte Luft in Pa s bzw. m^2/s mit t in °C
$\eta_{tL} = 0,0000172436 + 0,0000000504587 t - 0,00000000003923361 t^2 + 0,0000000000004046118 t^3$ Näherungsweise wird für η_W mit $t \geq 0\text{ °C}$ eine partialdruckunabhängige Form verwendet: $\eta_W = 0,0000091435 + 0,0000000281979 t + 0,00000000004486993 t^2 - 0,0000000000004928814 t^3$ Die Mittelung der dynamischen Viskosität erfolgt mit dem Volumenanteil Φ: $\eta_L = (1 - \Phi) \eta_{tL} + \Phi \eta_W. \quad \text{Bei } t < 0\text{ °C gilt } \eta_L \approx \eta_{tL} \text{ mit einem maximalen Fehler von etwa } 0,3\text{ \%}.$ $\nu_L = \eta_L / \rho_L.$
Prandtlzahl für feuchte Luft
$\text{Pr}_L = \nu_L \rho_L c_L / \lambda_L$

2.2 Wärmeübergang im Kernrohr

Für die *erzwungene* Rohrströmung gelten nach [3] in der Darstellung nach [2] in Abhängigkeit der Strömungsart mit Bezug auf die Größen:

d_K	Kernrohraußendurchmesser	w_K	Geschwindigkeit im Kernrohr
d_{Ki}	Kernrohrinnendurchmesser	Re_K	REYNOLDSzahl im Kernrohr $Re_K = w_K d_{Ki} / \nu$
t	mittlere Fluidtemperatur gültig für Stoffwerte	α_K	Wärmeübergangskoeffizient im Kernrohr $\alpha_K = Nu_K \lambda / d_{Ki}$
Nu_K	NUSSELTzahl im Kernrohr	L	Rohrlänge

Nußeltzahl bei *laminarer* Strömung ($Re \leq 2300$)

$$Nu_K = \left(49,028 + 4,173 Re_K Pr \frac{d_{Ki}}{L} \right)^{0,333} \quad (1)$$

Gültigkeitsbereich: $Re_K < 2300$; $0,1 < Re_K Pr d_{Ki}/L < 10^4$

Nußeltzahl bei *turbulenter* Strömung ($Re > 2300$)

$$Nu_K = \frac{B(Re_K - 1000)Pr}{1 + 12,7B^{0,5}(Pr^{0,667} - 1)} \left(1 + \left(\frac{d_{Ki}}{L} \right)^{0,667} \right) \quad (2)$$

mit der Hilfsgröße

$$B = (5,15 \lg Re_K - 4,64)^{-2} \quad (3)$$

Gültigkeitsbereich: $2300 < Re_K < 10^6$; $d_{Ki}/L < 1$.

Neuere Aussagen im laminaren Bereich gehen auf SHAH, MARTIN, STEPHAN, GNIELINSKI zurück, die die abschnittsweise geltenden Nußeltbeziehungen, die teilweise aus numerischen Auswertungen stammen, in eine Gleichung für die mittlere NUSSELT-Zahl mit Gültigkeit für den gesamten Bereich überführten. So folgt nach [3] der jetzigen Auflage:

$$Nu_K = \left\{ 3,66^3 + 0,7^3 + (1,615 (Re_K Pr d_{Ki} / L)^{0,333} - 0,7)^3 + \left(\left(\frac{2}{1 + 22 Pr} \right)^{0,167} (Re_K Pr d_{Ki} / L)^{0,5} \right)^3 \right\}^{1/3} \quad (4)$$

Gültigkeitsbereich: $Re_K < 2300$; $0 < Re_K Pr d_{Ki}/L < \infty$.

Für den *turbulenten Bereich* erfolgten neue Auswertungen der bekannten Versuchsergebnisse, wobei auch ein stetiger Übergang zwischen den laminaren und den turbulenten NUSSELT-Zahlen hergestellt wurde. Dies dient einerseits der Beseitigung von numerischen Instabilitäten bei wärmetech-nischen Berechnungen – beispielsweise Optimierungen – infolge wiederholter Sprünge zwischen $Nu_{laminar}$ und $Nu_{turbulent}$ im Übergangsbereich. Andererseits wird damit der Erkenntnis von ROTTA Rechnung getragen, der im Übergangsbereich $Re > 2300$ alternierende Umschläge der Strömungsform feststellte. GNIELINSKI schlägt nachfolgende Berechnung vor:

▪ *ausgebildete turbulente Strömung*

$$Nu_K = \frac{B Re_K Pr}{1 + 12,7 B^{0,5} (Pr^{0,667} - 1)} \left(1 + \left(\frac{d_{Ki}}{L} \right)^{0,667} \right) \quad (5)$$

mit der Hilfsgröße

$$B = (5,09 \lg Re_K - 4,24)^{-2} \quad (6)$$

Gültigkeitsbereich: $10^4 \leq Re_K \leq 10^6$; $0,6 \leq Pr \leq 1000$; $d_{Ki}/L \leq 1$.

▪ *Übergangsbereich*

Es wird eine lineare Interpolation zwischen $Nu_{\text{laminar}}(Re_K = 2300)$ nach Gl. (4) und $Nu_{\text{turbulent}}(Re_K = 10000)$ nach Gl. (5) vorgenommen, wobei gelten:

$$\gamma = \frac{Re_K - 2300}{10^4 - 2300} \quad (7)$$

$$Nu_K = (1 - \gamma) Nu_{K,\text{laminar}}(Re_K = 2300) + \gamma Nu_{K,\text{turbulent}}(Re_K = 10000) \quad (8)$$

Gültigkeitsbereich: $2300 < Re_K < 10^4$; $0,6 \leq Pr \leq 1000$; $d_{Ki}/L \leq 1$.

Die Linearisierung im Übergangsbereich ist umstritten, denn bei technisch realen Einströmbedingungen wird häufig eine beständige turbulente Strömung zu erwarten sein. Die Linearisierung kann natürlich auch mit den früheren Berechnungsgleichungen erfolgen, wobei als Grenzwert $Re = 7000$ vorgeschlagen wird. Damit gelten in diesem Übergangsbereich die nachfolgenden Zusammenhänge:

$Nu_{K,\text{laminar}}(Re_K = 2300)$ nach Gl. (1) und $Nu_{K,\text{turbulent}}(Re_K = 7000)$ nach Gl. (2)

$$\gamma^* = \frac{Re_K - 2300}{7000 - 2300} \quad (9)$$

$$Nu_K = (1 - \gamma^*) Nu_{K,\text{laminar}}(Re_K = 2300) + \gamma^* Nu_{K,\text{turbulent}}(Re_K = 7000) \quad (10)$$

Im Bild 4 sind die unterschiedlichen Berechnungsansätze grafisch gegenübergestellt.

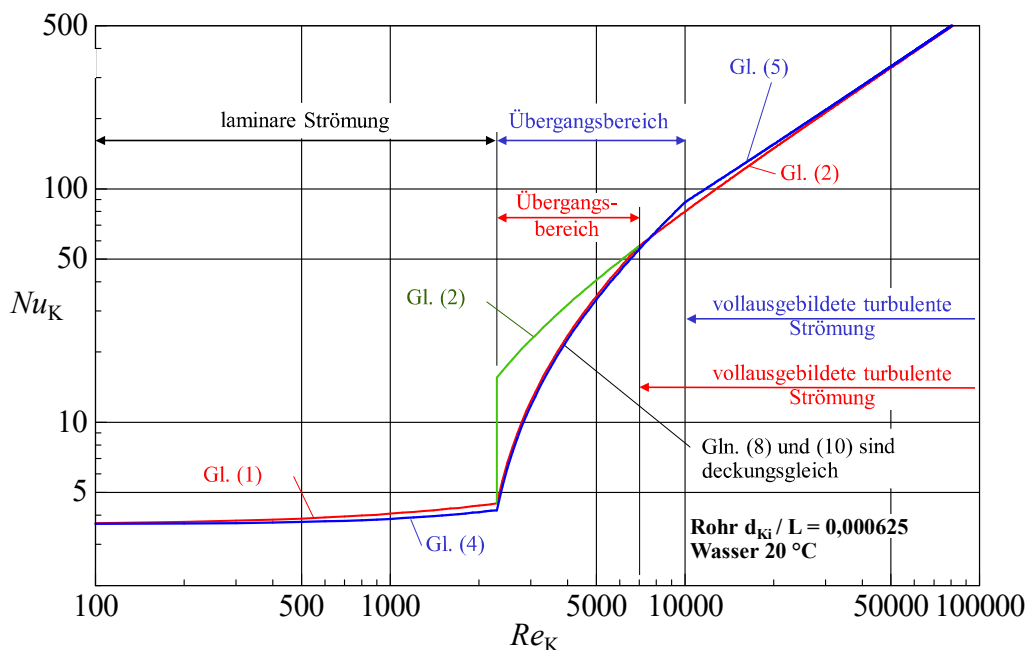


Bild 4 Gegenüberstellung der verschiedenen Nueltgleichungen in Abhängigkeit von Re_K für einen ausgewählten Einsatzfall

Anwendungsempfehlung: Die Abweichung zwischen den Gl. (8) und (10) ist unbedeutend gegenüber der ausgebildeten turbulenten Strömungsform nach Gl. (2). Somit kann $Nu = f(Re)$ beispielsweise im Übergangsbereich bis $Re \leq 7000$ durch die Gl. (10) und darüber durch Gl. (2) approximiert werden. Liegt laminare Strömung vor, ist der Einfachheit halber Gl. (1) zu bevorzugen, da der Unterschied zu Gl. (4) ohnehin klein ist.

2.3 Wärmeübergang im Hüllrohr (Ringspalt)

Bei der Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten im Ringspalt werden nach [3] die im Bild 5 dargestellten Fälle unterschieden.

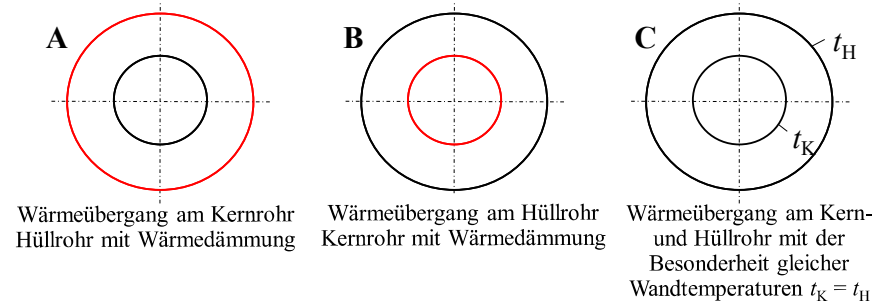


Bild 5 Übliche Berechnungs-
fälle nach [3] für den Wärme-
übergang im konzentrischen
Ringspalt

Die realen Wärmetransportbedingungen im konzentrischen Ringspalt der Sonde werden durch Fall C am besten beschrieben. Es gelten die Größen:

d_K	Kernrohr Außendurchmesser	w_S	Geschwindigkeit im Spalt
d_{Hi}	Hüllrohr Innendurchmesser	Re_S	REYNOLDSzahl im Spalt $Re_S = w_S d_{hy} / \nu$
t	mittlere Fluidtemperatur gültig für Stoffwerte	Nu_S	NUSSELTzahl im Spalt
d_{hy}	hydraulischer Durchmesser $d_{hy} = d_{Hi} - d_K$	α_S	Wärmeübergangskoeffizient im Spalt $\alpha_S = Nu_S \lambda / d_{hy}$

Für die thermisch und hydraulisch ausgebildete *Laminarströmung* (realistischer Einsatzfall) gilt

$$Nu_{S,1} = 3,66 + \left(4 - \frac{0,102}{\frac{d_K}{d_{Hi}} + 0,02} \right) \left(\frac{d_K}{d_{Hi}} \right)^{0,04}. \quad (11)$$

Zur Berücksichtigung des thermischen Anlaufs ist der Term

$$Nu_{S,Anl} = 1,615 \left(1 + 0,14 \left(\frac{d_K}{d_{Hi}} \right)^{0,1} \right) \left(Re_S Pr \frac{d_{hy}}{L} \right)^{0,333} \quad (12)$$

zu bilden. Als *Zusammenfassung* schlägt STEPHAN vor:

$$Nu_S = (Nu_{S,1}^3 + Nu_{S,Anl}^3)^{0,333}. \quad (13)$$

Die Erhöhung durch Beachten des thermischen Anlaufs liegt in der Größenordnung von $< 1 \%$. Der Einfluss des hydraulischen Anlaufs ist vernachlässigbar, da die Einlaufstrecke $l_{ein} \approx 0,012 d_{hy}$ $Re < 5$ cm beträgt.

2.4 Wärmeübergang an der Außenseite des Hüllrohres

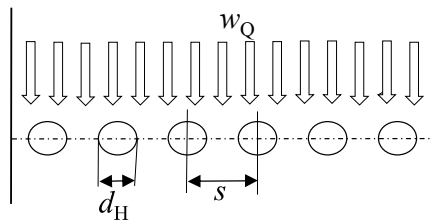
Bei der Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten sind drei unterschiedliche Einsatzfälle zu unterscheiden.

2.4.1 Querumströmung mit Wasser oder Luft

Bedeutungsvoll ist hierbei lediglich die *zwangsgeführte Querumströmung*. Nach [3] in der Umrechnung [2] wird ein zusammengesetzter Wärmeübergangskoeffizient aus einem *laminaren* und einem *turbulenten* Anteil empfohlen. Es gelten nachfolgende Größen:

d_H	Hüllrohraußendurchmesser	Re	REYNOLDSzahl Überströmung $Re = w_f l / \nu$
l	Überströmlänge $l = d_H \pi/2$	Nu_Q	NUSSELTzahl Queranströmung außen
t	Anströmtemperatur gültig für Stoffwerte	α_Q	Wärmeübergangskoeffizient Queranströmung außen
w_Q	Geschwindigkeit der Querströmung außen		$\alpha_Q = Nu_Q \lambda / l$

Bei der betrachteten Matte in einem Fluidstrom ist nach derzeitigen Einsatzüberlegungen nur *eine* Rohrreihe praxisrelevant. Es folgen mit den gekennzeichneten Geometriewerten ausgehend von der Anströmgeschwindigkeit w_Q eine fiktive Geschwindigkeit



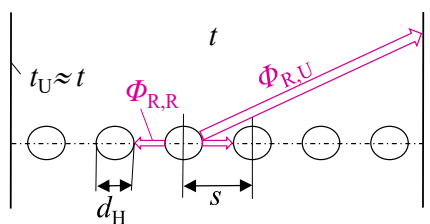
$$w_f = \frac{w_Q}{1 - \frac{\pi}{4} \frac{d_H}{s}} \quad (14)$$

und schließlich die Nusseltzahl

$$Nu_Q = 0,3 + \left\{ 0,441 Re Pr^{0,667} + \frac{Re^{1,6} Pr^2}{[27,027 + 66,027 Re^{-0,1} (Pr^{0,667} - 1)]^2} \right\}^{0,5}. \quad (15)$$

- *Strahlungsanteil bei Luftumströmung*

Sowohl bei der erzwungenen Quer- als auch bei der freien Längsströmung (Abschnitt 2.4.2) ist bei Vorhandensein des diathermen Mediums Luft die *Strahlung des Rohres an die Umgebung* zu beachten. Für die Einstrahlzahl zwischen zwei unendlich langen Rohren (Verschattung zur Umgebung) gilt



$$\Phi_{R,R} = \frac{1}{\pi} \left(\sqrt{a^2 - 1} - a + \arcsin \frac{1}{a} \right) \text{ mit } a = s/d_H, \quad (16)$$

sodass die Einstrahlzahl vom Rohr auf die Umgebung folgt:

$$\Phi_{R,U} = 1 - 2 \Phi_{R,R}.$$

Der zusätzliche Wärmeübergangskoeffizient infolge Strahlung lautet dann näherungsweise mit den Emissionsgraden $\varepsilon_R = \varepsilon_U \approx 0,92$, dem Strahlungskoeffizienten $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$ und dem Temperaturfaktor $b \approx 0,95 \cdot 10^8$ für diesen Anwendungsfall

$$\Delta \alpha_{\text{Str}} = \Phi_{R,U} \varepsilon_R \varepsilon_U \sigma b \approx 4,6 \Phi_{R,U} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}}. \quad (17)$$

Dieser Wärmeübergangskoeffizient infolge Strahlung $\Delta \alpha_{\text{Str}}$ ist zu dem jeweiligen konvektiven Wärmeübergangskoeffizient α_Q bzw. α (Abschnitt 2.4.2) zu addieren. Beispielsweise ergibt sich für $d_H = 10 \text{ mm}$ und $s = 30 \text{ mm}$ nach Gl. (17) $\Delta \alpha_{\text{Str}} = 4,1 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$.

2.4.2 Längsumströmung mit Luft bei eventueller Kondensation

Diese Umströmungsform ist nur bei *freier Konvektion* von Luft praxisrelevant, so beispielsweise im Kühlfall. Dabei wird auch der eventuelle *Kondensationsfall* betrachtet. Der Algorithmus nach [3] in der Zusammenfassung nach [2] basiert auf der freien Strömung an senkrechten Platten und einem Ergänzungsterm für senkrechte Rohre. Als relevante Größen gelten:

d_H	Hüllrohraußendurchmesser	Ra	RAYLEIGHzahl $Ra = g \Delta t L^3 / [\nu a (t_\infty + 273)]$
L	Rohrlänge	Nu_L	NUSSELTzahl freie, vertikale Längsströmung
t_G	Grenzschichttemperatur gültig für Stoffwerte	α_L	Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_L = Nu_L \lambda / L$

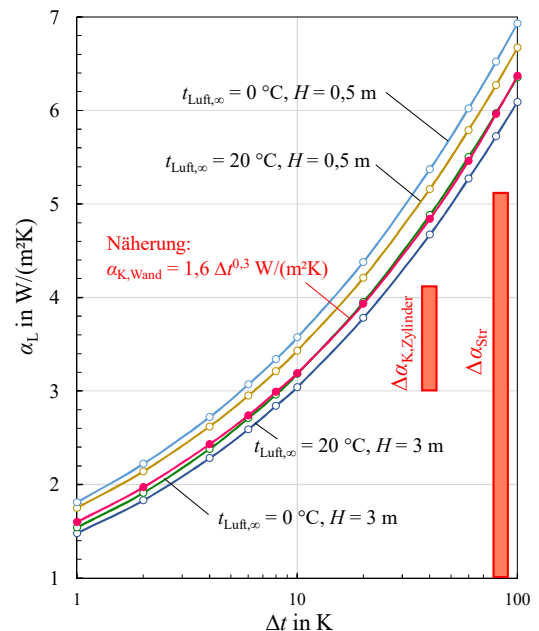
$$Nu_L = \underbrace{\left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra^{0,167}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{0,296}} \right\}^2}_{\text{freie Konvektion an der senkrechten Wand}} + \underbrace{0,435 \frac{L}{d_H}}_{\text{Ergänzung für den Zylinder}} \quad (18)$$

Der erste Term gilt für die freie Konvektion an einer senkrechten Wand, der zweite Term stellt die Korrektur für einen vertikalen Zylinder dar. In [2] wurde der erste Term ausgewertet. Er ist in Abhängigkeit von Δt und der Zylinderhöhe ($\equiv L$) im Bild 6 dargestellt. Man sieht, dass im Anwendungsbereich vereinfacht auch die ebenfalls in [2] ermittelte Näherung

$$\alpha_L = \underbrace{1,6 \Delta t^{0,3}}_{\text{freie Konvektion an der senkrechten Wand } \alpha_{K,Wand}} + \underbrace{0,435 \frac{\lambda}{d_H}}_{\text{Ergänzung für den Zylinder } \Delta \alpha_{K,Zylinder}} \quad (19)$$

verwendet werden kann. Wie man im Bild 6 erkennt, ist der zweite Term mit ca. $0,435 \cdot 0,026 / 0,01 = 1,1 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ beachtlich, sodass die Einführung der Näherung nach Gl. (19) grundsätzlich verantwortbar ist. Das zutreffende $\Delta t = |t_U - t_{RU}|$ ist iterativ zu ermitteln. (Die Temperaturen t_U und t_{RU} sind aus Bild 7 ersichtlich.)

Bild 6 Auswertung der Einzeltermen von Gl. (18) und Gegenüberstellung mit der Näherung Gl. (19). Zusätzlich ist beispielhaft der Strahlungsanteil gemäß Gl. (17) eingetragen.



- Zusätzlich ist der Wärmeübergangskoeffizient infolge Strahlung $\Delta \alpha_{Str}$ nach Gl. (17) zu ergänzen.

- *Kondensatbildung bei Luftumströmung*

Bei Unterschreiten der Taupunkttemperatur am Hüllrohr tritt Kondensation des Wasserdampfes aus der Luft auf.

Zur Berechnung der Kondensatmenge werden benötigt:

p	Gesamtdruck (Luftdruck) in Pa	t_U	Lufttemperatur in °C
φ	relative Luftfeuchte in %	$p_s(t)$	Sattdampfdruck des Wassers bei t in Pa

Daraus folgt der Wasserdampfpartialdruck

$$p_W = \frac{\varphi}{100} p_s, \quad x = 0,6222 \frac{p_W}{p - p_W}. \quad (20)$$

Die weiteren Zusammenhänge beziehen sich auf die Darstellung in [5] mit den Eingangsgrößen nach Bild 7.

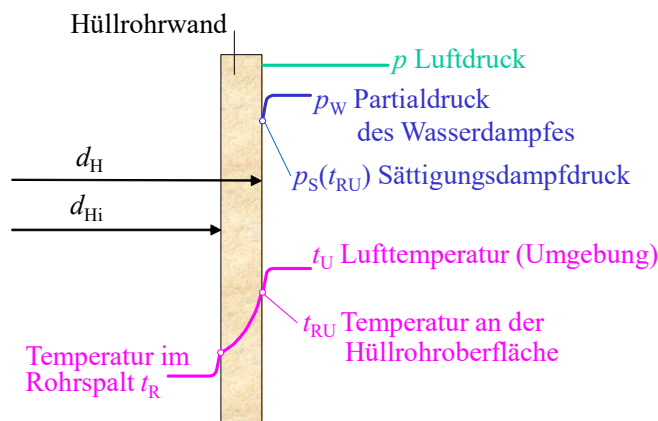


Bild 7 Druck- und Temperaturverläufe an der Rohroberfläche bei Kondensation des Wasserdampfes in der Luft

Ist die Rohroberflächentemperatur t_{RU} kleiner als die Taupunkttemperatur entsteht Kondensation. In der Regel bildet sich ein Kondensatfilm aus. Es wird aber angenommen, dass dieser infolge der Rohrbewegung abtropft, weshalb er im Bild 7 nicht dargestellt wurde und als möglicher Wärmedurchgangswiderstand unbeachtet bleibt. D. h., es wird die maximale Kondensation betrachtet. Der Sättigungsdruck $p_s(t_{RU})$ ist kleiner als der Partialdruck des Wasserdampfes p_W , wodurch der Stofftransport des Wasserdampfes aus der Luft zur Rohrwand bzw. zum entstehenden Kondensatfilm entsteht. Dieser Stoffstrom $\dot{m}_W$ – hier der auf die Fläche bezogene Wasserdampfstrom – ergibt sich nach dem FICKschen Gesetz unter Einführen eines Diffusionskoeffizienten D_D zu

$$\dot{m}_W = - \frac{D_D}{R_D T} \frac{dp_D}{dn}.$$

Analog zum Wärmeübergang zwischen einem Gas und einer Oberfläche mit dem konvektiven Wärmeübergangskoeffizient α führt man beim Stoffübergang den konvektiven Stoffübergangskoeffizienten β ein, sodass die vorstehende Gleichung die Form

$$\dot{m}_W = \frac{\beta}{R_D T} [p_D - p_s(t_{RU})] \quad (21)$$

annimmt. Hierbei wurde die Vorzeichenwahl so getroffen, dass bei Kondensation ein positiver Stoffstrom vorliegt. Mit dem Luftdruck (Gesamtdruck des Gemisches) p gilt für den Diffusionskoeffizienten für Wasserdampf in der Luft

$$D_D = \frac{2,26}{p} \left(\frac{t_U + 273}{273} \right)^{1,81} \quad \text{in } \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \text{mit } p \text{ in Pa und } t_U \text{ in } ^\circ\text{C}$$

und die Gaskonstante für Wasserdampf beträgt

$$R_W = 461,4 \text{ J/(kg K)}.$$

Bei einseitiger Diffusion – wie diese bei der Kondensation vorhanden ist – und bei großen Stoffströmen ist der Ansatz in Gl. (21) zu modifizieren

$$\dot{m}_W = \beta \frac{p}{R_W T} \ln \left(\frac{p - p_S(t_{RU})}{p - p_W} \right) = \beta \frac{p}{461,4 (t_U + 273)} \ln \left(\frac{p - p_S(t_{RU})}{p - p_W} \right) \quad \text{in } \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}. \quad (22)$$

Aus einer Analogiebetrachtung nach [5, 6] für den Wärmeübergang und den Stoffübergang folgt näherungsweise für den Stoffübergangskoeffizienten

$$\beta = \frac{\alpha_L}{c_L \rho_L} \left(\frac{D_D}{a_L} \right)^{0,58} = \frac{\alpha_L}{c_L \rho_L} \left(\frac{D_D}{\lambda_L} c_L \rho_L \right)^{0,58} \quad \text{in } \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (23)$$

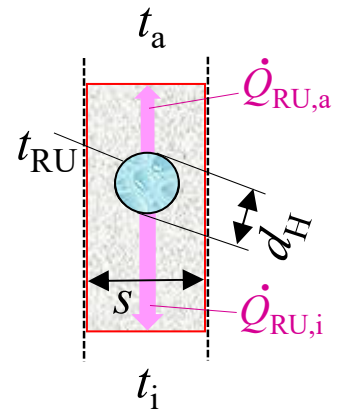
Da der Massestrom auch Energie transportiert, müsste nach [6] der Wärmeübergangskoeffizient α_L korrigiert werden. Nach [3] bleibt näherungsweise der trockene Wärmeübergangskoeffizient auch bei Feuchteausfall unverändert, sodass im Weiteren stets mit α_L gerechnet wird.

Die Stoffwerte für trockene und feuchte Luft sind Tabelle 2 oder direkt dem Programmlisting zu entnehmen.

2.4.3 Formschlüssige Umhüllung in einer Struktur

Um den Wärmestrom vom eingeformten Rohrregister an die beiden Plattenoberflächen zu beschreiben bedarf es umfangreicher Überlegungen und Rechenschritte. Grundlage bildet hierfür ein Ausschnitt mit einem Rohr in symmetrischer Lage nach Bild 8.

Bild 8 Rohr in einem symmetrischen Plattenausschnitt mit Kennzeichnung der Wärmeströme an die Plattenaußenflächen



Von der Rohraußenfläche mit der Temperatur t_{RU} werden zwei Wärmeströme an die obere und untere Plattenaußenseite übertragen. Seitlich erfolgen aus Symmetriegründen keine Wärmeströme. Man kann schreiben:

$$\dot{Q}_{RU,a} = a_a (t_{RU} - t_a); \quad \dot{Q}_{RU,i} = a_i (t_{RU} - t_i). \quad (24)$$

Die theoretischen Grundlagen für dieses Vorgehen sind durch die Möglichkeit der Superposition von Wärmeströmen in heterogenen, nichtisotropen Körpern bei stationärer Wärmeleitung gegeben. Ausführliche Ableitungen finden sich unter <https://berndglueck.de/waermeleitung.php> → Bericht_Formkoeffizienten. Die dortige Gl. (11) bildet die Grundlage für die obige Gl. (24). Die Formkoeffizienten (oder besser Strukturkoeffizienten) werden a_a und a_i genannt.

Eine formale Umformung mit Bezug auf die Rohroberfläche $d_H \pi$ und die Rohrlänge L bei gleich-

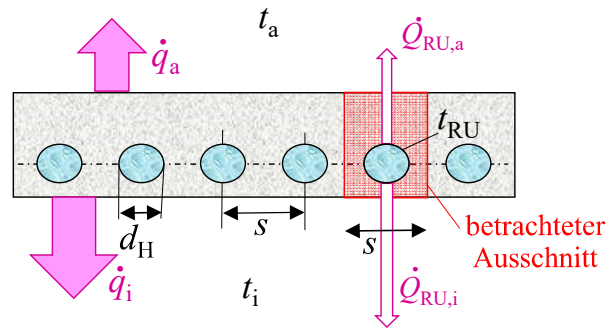
zeitiger Einführung von fiktiven Wärmeübergangskoeffizienten α_a, α_i in Analogie zu den umströmten Hüllrohren könnte auch lauten:

$$\dot{Q}_{RU,a} = \alpha_a d_H \pi L (t_{RU} - t_a); \quad \dot{Q}_{RU,i} = \alpha_i d_H \pi L (t_{RU} - t_i). \quad (25)$$

Wie werden die fiktiven Wärmeübergangskoeffizienten α_a, α_i bestimmt?

Für formschlüssig in einer Platte liegende Rohrregister existiert eine wunderbare Lösung von FAXÉN, die von mir wiederkehrende Anwendung fand, so z. B. in [2]. In <https://berndglueck.de/lowex.php> wurde unter "Homogen" auf dieser Basis ein umfassend anwendbares Rechenprogramm bereitgestellt, das für Fußbodenheizungen, Deckenkühlungen, thermisch aktive Raumteiler usw. nutzbar ist. Dieses Rechenprogramm ermittelt selbsttätig Basiskennlinien (Gesamtwärmeübergangskoeffizienten) an den Plattenaußenseiten in Abhängigkeit der Lage der thermisch aktiven Platten und der Übertemperaturen an den Plattenoberseiten. (Sie haben nichts mit den eingeführten fiktiven Wärmeübergangskoeffizienten in Gl. (25) zu tun.) Es ist genauigkeitsfördernd, wenn die gewählten Parameter im Rechenprogramm dem hier vorliegenden Einsatzfall entsprechen bzw. nahekommen. Im Ergebnisausdruck des Rechenprogramms finden sich die Wärmestromdichten an den Plattenoberflächen $\dot{q}_a, \dot{q}_i$ und auch die Rohroberflächentemperatur $t_R (\equiv t_{RU})$.

Bild 9 Platte mit eingeformtem Rohrregister (Rohrdurchmesser d_H , Rohrabstand s) und den Ergebnissen $\dot{q}_a, \dot{q}_i$ sowie der Rohroberflächentemperatur t_{RU} . Der im Bild 8 dargestellte Ausschnitt ist besonders gekennzeichnet. Die Rohrlänge L geht in die Zeichenebene.



Damit können für das ausgeschnittene Rohr mit der angeformten Plattenbreite s und die Länge L mit den bekannten Raumtemperaturen t_a und t_i folgende Zusammenhänge formuliert werden

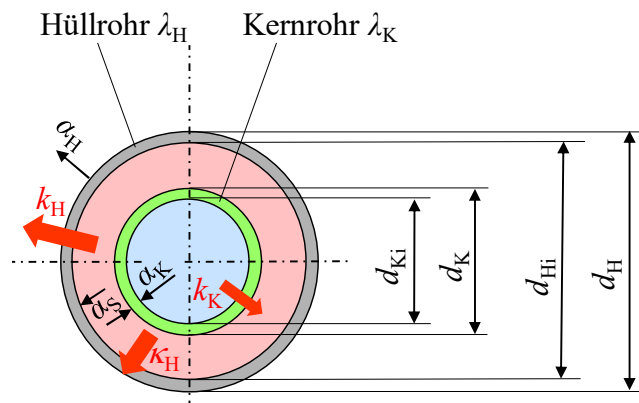
$$\dot{Q}_{RU,a} = \dot{q}_a s L = \alpha_a d_H \pi L (t_{RU} - t_a); \quad \dot{Q}_{RU,i} = \dot{q}_i s L = \alpha_i d_H \pi L (t_{RU} - t_i), \quad (26)$$

woraus die fiktiven Wärmeübergangskoeffizienten folgen:

$$\alpha_a = \frac{\dot{q}_a s}{d_H \pi (t_{RU} - t_a)}; \quad \alpha_i = \frac{\dot{q}_i s}{d_H \pi (t_{RU} - t_i)}. \quad (27)$$

2.5 Wärmedurchgangskoeffizienten

Bild 10 Geometrische und wärmetechnische Bezugsgrößen für die Ermittlung der Wärmedurchgangskoeffizienten



Zwischen der Flüssigkeit im Kernrohr und im Ringspalt ist der Wärmedurchgangskoeffizient k_K bedeutungsvoll. Mit den definierten geometrischen und wärmetechnischen Größen gilt bezogen auf den Außendurchmesser des Kernrohres

$$k_K = \left(\frac{d_K}{\alpha_K d_{Ki}} + \frac{d_K}{2 \lambda_K} \ln \frac{d_K}{d_{Ki}} + \frac{1}{\alpha_S} \right)^{-1}. \quad (28)$$

Analog gilt für den Wärmetransport vom Ringspalt an ein Außenfluid (Wasser oder Luft) bezogen auf den Außendurchmesser des Hüllrohres

$$k_H = \left(\frac{d_H}{\alpha_S d_{Hi}} + \frac{d_H}{2 \lambda_H} \ln \frac{d_H}{d_{Hi}} + \frac{1}{\alpha_H} \right)^{-1}. \quad (29)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient α_H steht stellvertretend für α_Q bei Querumströmung und für α_L bei Längsumströmung. Bei Luftumströmung ist zusätzlich der Strahlungsanteil α_{Str} nach Gl. (17) zu addieren.

Bei eingeformten Rohrregistern gibt es in der Regel zwei unterschiedliche Umgebungstemperaturen (t_i , t_a). Deshalb muss nach Gl. (26) ab der Rohraußenoberfläche die Wärmestromberechnung getrennt erfolgen. Aus diesem Grund wird ein Teilwärmedurchgangskoeffizient definiert:

$$\kappa_H = \left(\frac{d_H}{\alpha_S d_{Hi}} + \frac{d_H}{2 \lambda_H} \ln \frac{d_H}{d_{Hi}} \right)^{-1}. \quad (30)$$

2.6 Wärmetransport im Kernrohr und im Ringspalt

Die Rohrachsen sind in i-Richtung orientiert (siehe Bild 11). Die Rohrlänge beträgt L , wobei mit der Abschnittshöhe ΔL und der maximalen Abschnittszahl i_{max} der Zusammenhang gilt:

$$L = \Delta L i_{max}. \quad (31)$$

Bei der Durchströmung des Kernrohres ($w_K > 0$) und des Ringspaltes ($w_S > 0$) bewirkt der im Abschnitt i zugeführte Wärmestrom eine Änderung der jeweiligen Fluidtemperatur. Die Durchflussrichtung – erst Kernrohr, dann Spalt – entspricht der *Modellierungsvariante A* gemäß Bild 2.

Die Lage der Rohrleitungsabschnitte i und die Zuordnung der Temperaturen sowie der Wärmeströme folgen aus Bild 11. Der Massestrom $\dot{m}$ ist stets determiniert. Die weiteren Vorgaben können unterschiedlich sein:

- Wenn die Eintrittstemperatur $t_{ein} (\equiv t_{fix})$ vorgegeben ist, werden die Wärmeleistung (Wärmeaufnahme $\dot{Q} > 0$) und die Austrittstemperatur bestimmt.
- Ist eine bestimmte Wärmeleistung $\dot{Q} (\equiv \dot{Q}_{fix})$ gefordert, so erfolgt die Ermittlung der Ein- und Austrittstemperaturen.

In beiden Berechnungsfällen ergeben sich mit dem Wärmekapazitätsstrom $\dot{C} = c \dot{m}$ abschnittsweise für $i = i_{max}+1 \dots 1$ die Fluidtemperaturen, wobei sich die Vor- und Rücklaufabschnitte $t_K(i)$ und $t_S(i)$ gegenseitig beeinflussen und somit paarweise einzubeziehen sind. Die Anpassung an die jeweilige Eingabeforderung erfolgt iterativ.

Würde man die Berechnung mit dem Abschnitt $i = 1$ beginnen, wäre beispielsweise die Eintritts-

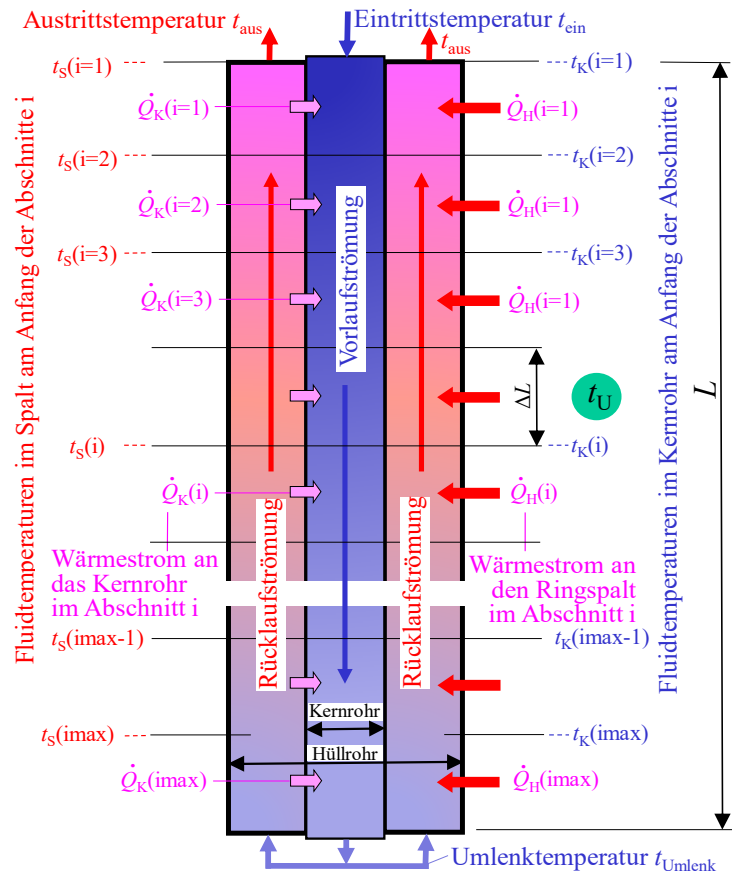
temperatur in den Vorlaufabschnitt bekannt, nicht aber die des Rücklaufabschnittes. Deshalb erfolgt die schrittweise Verfolgung der Fluidtemperaturen stets ausgehend von einer *angenommenen Umlenktemperatur* t_{Umlenk} , die am Rohrende $\text{imax} + 1$ anliegt

$$t_K(\text{imax} + 1) = t_{\text{Umlenk}}; \quad t_S(\text{imax} + 1) = t_{\text{Umlenk}}, \quad (32)$$

rekursiv von i auf $i - 1$. Es gelten gemäß Bild 11 folgende Vorgehensweisen:

- Berechnung der Wärmeströme vom äußeren Medium durch die Hüllrohrwandung in den Ringspalt als $\dot{Q}_H(i)$ und vom Ringspalt durch die Kernrohrwandung in das Kernrohr als $\dot{Q}_K(i)$. Im Ringspalt verbleibt nur der Wärmestrom $\dot{Q}_H(i) - \dot{Q}_K(i)$.

Bild 11 Koaxialrohr mit Vorlauf im Kernrohr (Abwärtsströmung) und Rücklauf im Ringspalt (Aufwärtsströmung)
Die Abschnitte i mit den zugehörigen Flüssigkeittemperaturen sowie Wärmeströme sind angegeben. Die Längen der Rohrabschnitte ΔL sind für alle i gleich. Die Wärmeströme gelten rotationssymmetrisch. Die Pfeilrichtung gilt für positive Wärmeströme. Im Bild ist der Kühlfall (Wärmeaufnahme von außen) dargestellt. Die Fluidtemperaturen werden dem jeweiligen Abschnittsbeginn i zugeordnet. Die Außentemperatur t_U gilt in der gesamten Umgebung.



- Die Wärmeströme für den Abschnitt i betragen:

$$\dot{Q}_K(i) = k_K(t_S(i + 1) - t_K(i + 1)) \pi d_K \Delta L \quad (33)$$

$$\dot{Q}_H(i) = k_H(t_U - t_S(i + 1)) \pi d_H \Delta L - \dot{Q}_K(i). \quad (34)$$

Vereinfachend wird angenommen, dass t_U in der gesamten Umgebung längs des Hüllrohres L gilt. – Im *Sonderfall eingeformter Rohrregister* wird analog dazu eine fiktive Umgebungstemperatur gebildet. Sie liegt zwischen t_i und t_a – den Temperaturen in den Plattenumgebungen gemäß Bild 9 – und kann aus einer Wärmebilanz basierend auf Gl. (25) bestimmt werden:

$$\dot{Q}_{\text{RU},a} + \dot{Q}_{\text{RU},i} = [\alpha_a(t_{\text{RU}} - t_a) + \alpha_i(t_{\text{RU}} - t_i)](\pi d_H L) = (\alpha_a + \alpha_i)(t_{\text{RU}} - t_U)(\pi d_H L)$$

$$t_U = \frac{\alpha_a t_a + \alpha_i t_i}{\alpha_a + \alpha_i} \quad \text{mit der Abkürzung } \alpha_H = \alpha_a + \alpha_i. \quad (35)$$

Die Rohroberflächentemperatur längs der Durchflussrichtung werde als mittlere Temperatur

aufgefasst, so wie dies beispielsweise bei der Normberechnung von Fußbodenheizungen auch erfolgt.

Damit können querangeströmte und eingeformte Rohrregister mit einem einheitlichen Abarbeitungsschema bearbeitet werden, wobei für den Wärmeübergangskoeffizient α_H in Gl. (29) zur Bestimmung von k_H gilt:

- Queranströmung mit Wasser: $\alpha_H = \alpha_Q$ nach Abschnitt 2.4.1
- Queranströmung mit Luft: $\alpha_H = \alpha_Q + \Delta\alpha_{Str}$ mit α_Q nach Abschnitt 2.4.1 und $\Delta\alpha_{Str}$ nach Gl. (17)
- eingeformte Rohrregister: $\alpha_H = \alpha_a + \alpha_i$ mit α_a , α_i nach Gl. (27) und t_U nach Gl. (35).
- Ein separater Algorithmus ist für Rohrregister bei freier Konvektion erforderlich, da für **jeden Abschnitt i** erneut die mögliche Kondensation des Wasserdampfes überprüft werden muss.

Anstelle der Gl. (34) gilt

$$\dot{Q}_H(i) = \kappa_H (t_{RU} - t_S(i+1)) \pi d_H \Delta L - \dot{Q}_K(i), \quad (36)$$

wobei die Hüllrohroberflächentemperatur t_{RU} iterativ eingepasst werden muss. Es gelten:

- $\alpha_H = \alpha_L + \Delta\alpha_{Str}$ mit α_L nach Gl. (19) und $\Delta\alpha_{Str}$ nach Gl. (17)
- Kondenswasserstrom nach Gl. (22) bezogen auf den Flächenabschnitt i und zugehöriger Kondensationswärmestrom $\dot{Q}_{Kon} = \dot{m}_W \Delta h_V$ mit der Verdampfungsenthalpie Δh_V
- Wärmebilanz liefert die Rohroberflächentemperatur

$$\alpha_H (t_U - t_{RU}) + \dot{Q}_{Kon} = \kappa_H (t_{RU} - t_S) \rightarrow t_{RU} = \frac{\alpha_H t_U + \kappa_H t_S + \dot{Q}_{Kon}}{\alpha_H + \kappa_H}. \quad (37)$$

- Die Berechnung der Medientemperaturen gemäß Bild 11 ergibt dann schrittweise

$$t_K(i) = t_K(i+1) - \frac{\dot{Q}_K(i)}{\dot{m} c}; \quad t_S(i) = t_S(i+1) + \frac{\dot{Q}_H(i) - \dot{Q}_K(i)}{\dot{m} c}. \quad *) \quad (38)$$

Die Berechnung endet bei $i = 1$, dem oberen Rand des Rohres. Es gelten dann:

$$t_{ein} = t_K(1); \quad t_{aus} = t_S(1) \quad (39)$$

$$\dot{Q}_{ges} = \dot{m} c (t_S(1) - t_K(1)). \quad *) \quad (40)$$

*) Bei umgekehrter Durchströmung (Variante **B** nach Bild 2) ist der Massestrom mit (-1) zu multiplizieren.

Je nachdem, ob die Flüssigkeitseintrittstemperatur t_{ein} oder die Leistung $\dot{Q}_{ges}$ vorgegeben ist, muss eine Anpassung durch wiederholende Berechnungen des vorgestellten Ablaufs mit gezielt veränderter Temperaturannahme t_{Umlenk} erfolgen (Details zur Anpassungsstrategie → Programmlisting).

2.7 Druckverlustberechnung (Überschlag)

Die Druckverlustberechnung stellt nur eine Orientierungshilfe dar und bezieht die übergeordnete Rohrverteilung nicht mit ein. Es gelten für das *Kernrohr* nach [4]

$$\Delta p_K = \lambda_R \frac{L}{d_{Ki}} \frac{\rho}{2} w_K^2 \quad (41)$$

mit den Rohrreibungsbeiwerten

$$\underbrace{\lambda_R = \frac{64}{Re_K}}_{\text{laminare Strömung}} \quad ; \quad \underbrace{\frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} = -2 \lg \left(\frac{2,51}{Re_K \sqrt{\lambda_R}} + \frac{\varepsilon}{3,71 d_{Ki}} \right)}_{\text{turbulente Strömung}} \quad \text{mit Rauigkeit } \varepsilon = 0,000002 \text{ m}$$

und näherungsweise für den *Ringspalt* bei laminarer Strömung nach [3]

$$\Delta p = \left(\lambda_R \frac{L}{d_{hy}} + \zeta \right) \frac{\rho}{2} w_S^2 \approx \left(\frac{96}{Re_S} \frac{L}{d_{hy}} + 2 \right) \frac{\rho}{2} w_S^2. \quad (42)$$

3 Rechenprogramm

3.1 Laden und Start des Rechenprogramms

Der Ordner "**Finger_Gesamt**" ist auf die Festplatte zu kopieren. Im genannten Ordner befinden sich dann:

- **Beispiel_1** (wasserumströmtes Koaxialrohr, Unterordner: Eingabe.dat, Ergebnis.dat)
- **Beispiel_2** (Luftkühlung am vertikalen Rohr, Unterordner: Eingabe.dat, Ergebnis.dat)
- **Beispiel_3** (Koaxialrohr in Struktur, Unterordner: Eingabe.dat, Ergebnis.dat)
- **Finger** (Rechenprogramm mit allen Entwicklungsdateien, wobei **Programm.sin** zur Verwendung in der Programmierumgebung Visual Basic 2010 Express verwendbar ist!).
- **Programm.exe** (Rechenprogramm als Datei zur sofortigen Nutzung)

Hinweis zur Bildeinstellung

Eine gut lesbare Darstellung erreicht man mit der Auflösung 1920×1080 Pixel und der Skalierungsstufe 100 % oder 125 %.

- Die Programmabarbeitung erfolgt in der Regel ohne Entwicklungsumgebung:

Ordner "**Finger_Gesamt**" öffnen $\Rightarrow$ Datei "**Programm.exe**" mit Doppelklick starten

Weitere Erläuterungen folgen im Abschnitt 3.3. Ist das zu bearbeitende Beispiel noch nicht vorhanden, so muss der Ordner – beispielsweise **Beispiel_xy** – dafür *vorher* angelegt werden. In diesen werden dann automatisch die Dateien **Eingabe.dat** und **Ergebnis.dat** eröffnet und geschrieben.

3.2 Bearbeitung des Programmlistings

Im Ordner "**Finger_Gesamt**" ist – wie oben bereits mitgeteilt – auch der Unterordner "**Finger**" enthalten. In ihm befindet sich auch der Quellcode. Um diesen anzuzeigen, ist die Entwicklungsumgebung Visual Basic 2010 Express zu laden und "**Programm.sin**" mit Doppelklick zu starten.

Über "Ansicht" und "Projektmappen-Explorer" findet man die Form1, die die Eingabe, die Berechnung und den Ausgabedruck enthält und die Form7 mit der Diagrammerstellung.

Aus den Programmlistings sind alle inhaltlichen Details – gut strukturiert und mit zahlreichen Kommentaren versehen – ersichtlich.

- Der Algorithmus kann nach den entsprechenden Programmierregeln geändert werden.

- Die Programmabarbeitung in der Entwicklungsumgebung ist mit und ohne spezieller Verfolgsstrategie möglich:

⇒ Menüleiste "Debuggen" Einfachklick ⇒ "Debugging starten" Einfachklick

Alle Berechnungsformeln und Berechnungsabläufe – einschließlich der Iterationsverfahren – sind aus dem Listing des Rechenprogramms zu entnehmen.

3.3 Erläuterungen zur Programmnutzung am Beispiel_1 (Wasserumströmung)

Um ein spezielles Beispiel bearbeiten zu können, ist der Button **STARTEN** zu drücken. Es erscheint dann ein Fenster mit einer Pfadangabe (Bild 12). Nach einer eventuellen Korrektur des Pfades – in dem sich das Beispiel befindet – wird mit OK bestätigt.

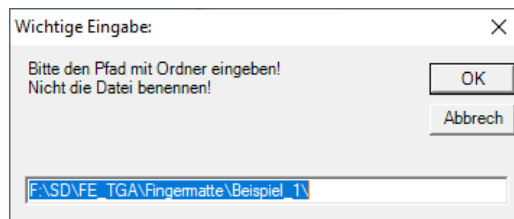


Bild 12 Fenster mit Vorschlag eines Pfades einschließlich Ordners für das Simulationsbeispiel
Nach einer eventuellen Korrektur wird mit OK bestätigt.

Für das Beispiel ist vorher ein Ordner anzulegen, z. B. Beispiel_1

Nach dem Schließen des im Bild 12 gezeigten Fensters ist die Verbindung zum entsprechenden Ordner hergestellt. In ihm befinden sich bei einem bereits existierenden Beispiel die Dateien:

Eingabe.dat und **Ergebnis.dat**.

Wurde der Ordner vor Beginn des Programmstarts neu definiert, dann werden die genannten Dateien beim Füllen selbsttätig kreiert.

Die Felder in der Hauptoberfläche (Bild 13) erscheinen mit einer neutralen Füllung.

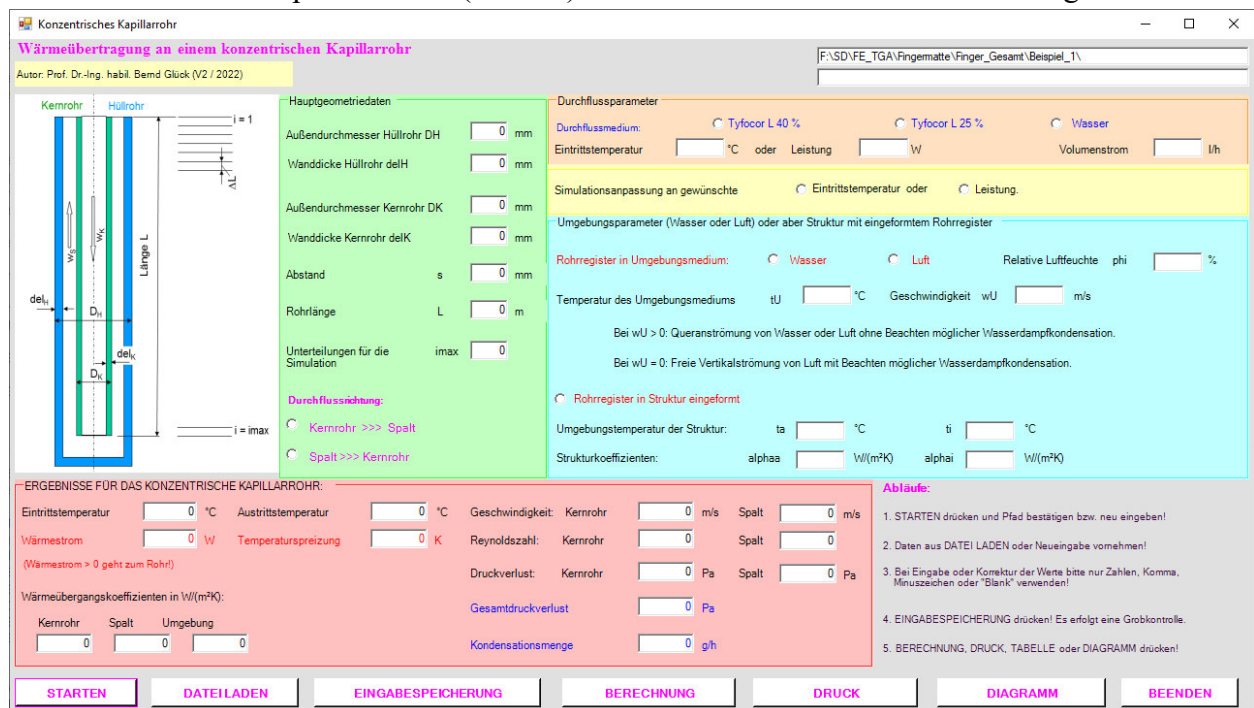


Bild 13 Leere Hauptoberfläche nach dem Programmaufruf und Bestätigung des zu bearbeitenden Beispiels

• Erläuterung der Eingabedaten

Die nachfolgenden Bezeichnungen entsprechen den programminternen Namen. Sie dürften aber leicht mit den Maskenbezeichnungen erklärlich sein.

Hauptgeometriedaten		
DH	mm	Außendurchmesser des Hüllrohres
delH	mm	Wanddicke Hüllrohr
DK	mm	Außendurchmesser des Kernrohres
delK	mm	Wanddicke Kernrohr
L	m	Länge
s	mm	Rohrabstand
imax	-	Anzahl der Berechnungsunterteilungen bezogen auf die Länge
Richtung	-	Durchflussmedium mit Eintritt - im Kernrohr (programmintern: Richtung = 1) - im Hüllrohrspalt (programmintern: Richtung = -1)
Die Wärmeleitfähigkeit des Kern- und des Hüllrohres ist für PP programmintern mit $\lambda_m = 0,21 \text{ W/(m K)}$ fest vorgegeben!		

Mediendaten im Kernrohr und im Spalt		
Fluessig-keit	-	Durchflussmedium im Kernrohr und im Spalt: - wässrige Lösung mit 40 % Tyfocor L (programmintern: Fluessigkeit = 4) - wässrige Lösung mit 25 % Tyfocor L (programmintern: Fluessigkeit = 5) - Wasser (programmintern: Fluessigkeit = 1)
tfix	°C	Flüssigkeitseintrittstemperatur (Angabe bei Anpass = 1)
Qfix	W	Geforderte Leistung des Kapillarrohres (Angabe bei Anpass = 2)
Vfix	l/h	Durchfluss
Anpass	-	Anpassung der Simulation soll gewährleisten: - Flüssigkeitseintrittstemperatur (programmintern: Anpass = 1) - Leistungsanforderung (programmintern: Anpass = 2)

Mediendaten für die Umgebung (Wasser oder Luft oder Platte mit Rohrregister)		
UMedium	-	Medium oder Struktur um das Koaxialrohr: - Wasser (programmintern: UMedium = 1) - Luft (programmintern: UMedium = 2) - eingeformt in eine Struktur (programmintern: UMedium = 3)
Für Luft (UMedium = 1) und Wasser (UMedium = 2) sind zu benennen:		
tU	°C	Umgebungstemperatur des Hüllrohres (z. B. Abwassertemperatur)
wU	m/s	Geschwindigkeit des Mediums um das Koaxialrohr bei Queranströmung $w_U > 0 \rightarrow$ erzwungene Konvektion (bei Wasser stets und bei Luft vorzugsweise) $w_U = 0$ bedeutet freie Konvektion, nur bei vertikalen Matten in Luft sinnvoll

phi	%	relative Luftfeuchte (nur bei UMedium = 2 benennen)
Der Luftdruck ist programmintern mit $p = 100000 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$ fest vorgegeben!		
Für Struktur (UMedium = 3) sind zu benennen:		
ta	°C	äußere Umgebungstemperatur der Struktur (Platte)
ti	°C	innere Umgebungstemperatur der Struktur (Platte)
alphaa	W/(m² K)	äußerer Strukturkoeffizient
alphai	W/(m² K)	innerer Strukturkoeffizient

• Berechnungsablauf

Nach Eingabe der Werte wird durch Aktivierung des Buttons **EINGABESPEICHERUNG** das Schreiben der Daten in die Datei **Eingabe.dat** bewirkt. Vorgeschaltet ist dabei eine Grobprüfung auf Vollständigkeit der Eingaben. Fehlerausschriften kennzeichnen unkorrekte Werte. Sie sind erneut einzugeben bzw. zu überschreiben. **EINGABESPEICHERUNG** ist zu wiederholen.

Durch **DATEI LADEN** können die Felder aber auch mit den Werten aus einer bereits bestehenden Datei – im Bild 14 ist dies Beispiel_1 – gefüllt werden. Auch hier sind die Felddaten durch Überschreiben aktualisierbar.

Bild 14 Hauptoberfläche mit den Eingabedaten für eine Wasserumströmung des Koaxialrohres

Schließlich kann von der Hauptoberfläche aus die **BERECHNUNG** durch Tastenbetätigung gestartet werden. Bild 15 zeigt das Berechnungsergebnis. Die relevanten Ergebnisse werden in **Ergebnis.dat** automatisch gespeichert.

Bild 15 Hauptoberfläche mit Ergebnissen für eine Wasserumströmung des Koaxialrohres

• Möglichkeiten der Ergebnisdarstellung

Die Zusammenstellungen der Eingabewerte sowie der Ergebnisse werden nach Betätigen von **DRUCK** als MS WORD-Dateien angezeigt. Sie können individuell geändert, gespeichert und ausgedruckt werden. Die Ausgaben sind selbsterklärend, wie die nachfolgende Tabelle zeigt.

Objektbezeichnung: F:\SD\FE_TGA\Fingermatte\Finger_Gesamt\Beispiel_1\

Simulationseingaben und -ergebnisse

Eingaben:

DH	delH	DK	delK	L	imax	tfix	Qfix	Vfix	tU	wU	phi	ta	ti	alphaa	alphai
mm	mm	mm	mm	m		°C	W	l/h	°C	m/s	%	°C	°C	W/(m²K)	W/(m²K)
10,0	1,0	5,3	0,8	2,0	100	5,0		5,0	13,0	0,3					

Durchflussrichtung Kernrohr >>> Spalt!

Als Durchflussmedium kommt Wasser zum Einsatz.

Als Umgebungsmedium kommt Wasser zum Einsatz (Querströmung).

Es erfolgt die Anpassung an die vorgegebene Eintrittstemperatur.

Wärmetechnische und hydraulische Detailergebnisse:

Wärmeübergangskoeffizienten in W/(m²K)			Reynoldszahlen		Druckverluste im Kapillar in Pa		
Kernrohr	Spalt	Umgebung	Kernrohr	Spalt	Kernrohr	Spalt	Gesamt
657	1593	4549	340	95	850	916	1766

Werte längs der Abschnitte i:

i	tH(i)	tK(i)	tU(i)	QH(i)	QK(i)	KW(i)
	°C	°C	°C	W	W	g/h
1	10,6	5,1	13,0	0,2	0,2	0,0
5	10,6	5,2	13,0	0,2	0,2	0,0
10	10,6	5,4	13,0	0,2	0,2	0,0
15	10,6	5,6	13,0	0,2	0,2	0,0
20	10,5	5,8	13,0	0,2	0,2	0,0
25	10,5	6,0	13,0	0,2	0,2	0,0
30	10,5	6,2	13,0	0,3	0,2	0,0
35	10,4	6,3	13,0	0,3	0,2	0,0
40	10,3	6,5	13,0	0,3	0,2	0,0

i	t _H (i) °C	t _K (i) °C	t _U (i) °C	Q _H (i) W	Q _K (i) W	KW(i) g/h
45	10,3	6,6	13,0	0,3	0,2	0,0
50	10,2	6,8	13,0	0,3	0,2	0,0
55	10,0	6,9	13,0	0,3	0,1	0,0
60	9,9	7,0	13,0	0,3	0,1	0,0
65	9,7	7,1	13,0	0,3	0,1	0,0
70	9,5	7,2	13,0	0,3	0,1	0,0
75	9,3	7,3	13,0	0,4	0,1	0,0
80	9,0	7,4	13,0	0,4	0,1	0,0
85	8,7	7,4	13,0	0,4	0,1	0,0
90	8,4	7,5	13,0	0,5	0,0	0,0
95	8,0	7,5	13,0	0,5	0,0	0,0
100	7,6	7,5	13,0	0,5	0,0	0,0

Erläuterung: t_H / t_K Temperatur im Hüllrohrspalt / Kernrohr, t_U Umgebungstemperatur
Q_H / Q_K Wärmestrom an den Spalt / das Kernrohr, KW Kondenswassermenge

Wärmeaufnahme			Temperaturspannung		Kondenswasser-
Rohrspalt	Kernrohr	Gesamt	Austritt - Eintritt		menge Gesamt
W	W	W	K		g/h
18	14	32	5,5		0

Zusätzlich ist eine Grafikausgabe möglich (Betätigung **DIAGRAMM**). Dabei muss angegeben werden, welche Verläufe darzustellen sind. Schließlich ist der Button **Betriebsverläufe im Rohr und im Spalt** zu betätigen.

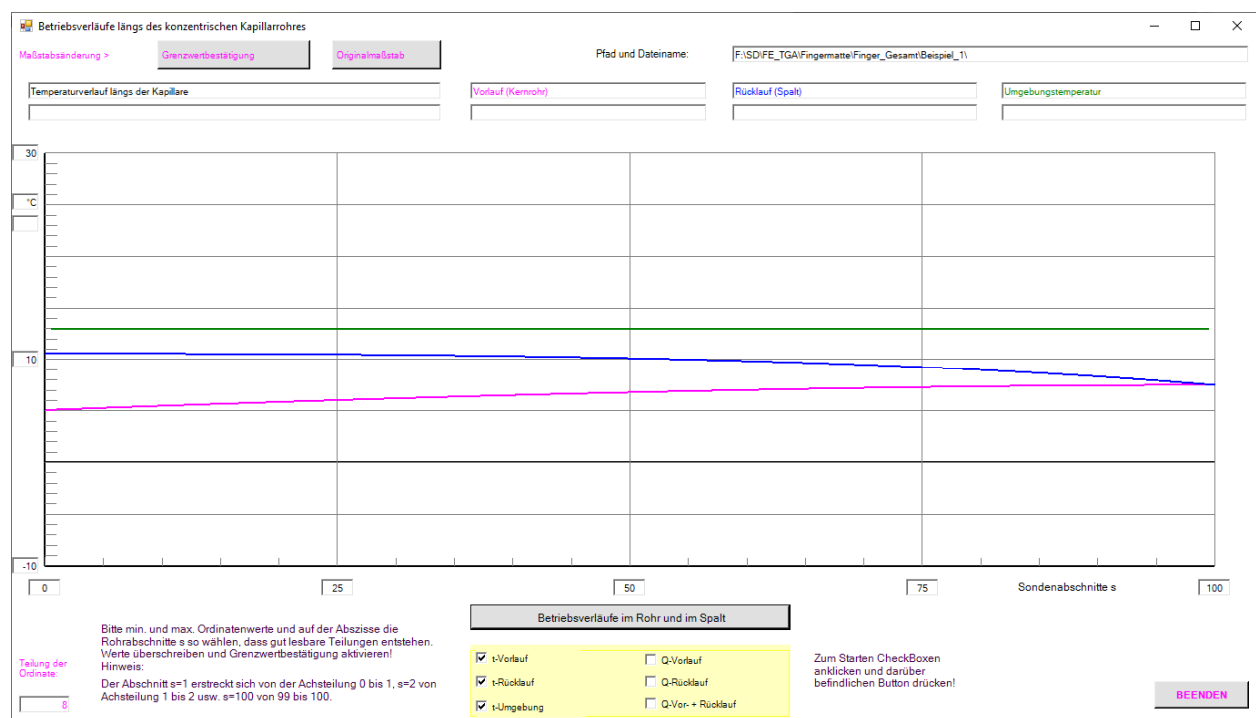


Bild 16 Grafische Ergebnisdarstellung der Temperaturverläufe längs des Koaxialrohres (Originalanzeige)

• Hinweise zur Diagrammgestaltung

- Die Achsteilungen sind sehr variabel gestaltbar. Beide Achsteilungen können verändert werden. Dabei sind die Grenzwerte an der Abszisse und an der Ordinate sowie die Teilung der Ordinate zu überschreiben und durch Drücken des Buttons **Grenzwertbestätigung** zu fixieren. Wird dann der Buttons **Betriebsverläufe im Rohr und im Spalt** gedrückt, so erscheint das neue, veränderte Diagramm.

- Damit können Ausschnitte aus dem ursprünglichen Diagramm erzeugt oder aber die Ablesegenauigkeit verbessert werden.
- Wird die Achsteilung falsch eingegeben, sodass beispielsweise der linke Abszissenwert größer als der rechte Wert ist, erfolgt eine Fehlerausschrift.
- Will man zur ursprünglichen Anzeige gemäß der programminternen Achsteilung zurückkehren, dann ist der Button **Originalmaßstab** zu drücken und danach der Buttons **Betriebsverläufe im Rohr und im Spalt** zu aktivieren.
- Die Bilder auf dem Monitor können durch gleichzeitiges Drücken der Tasten "Alt" und "Druck" kopiert werden. Mit dem Befehl "Einfügen" sind die kopierten Monitoranzeigen dann in WORD- oder POWERPOINT-Dokumente übernehmbar. Dort können diese in bekannter Weise bearbeitet – z. B. beschnitten – werden.

Um im Beispiel_1 das Diagrammfeld optimal zu nutzen, werden die Ordinaten Grenzwerte geändert. Es erfolgt das Überschreiben der folgenden Werte: Minimalwert 5 °C, Maximalwert 15 °C, Teilung der Ordinate 10. Nach Betätigung des Buttons **Grenzwertbestätigung** und erneuter Aktivierung von Button **Betriebsverläufe im Rohr und im Spalt** erhält man die neue Anzeige.

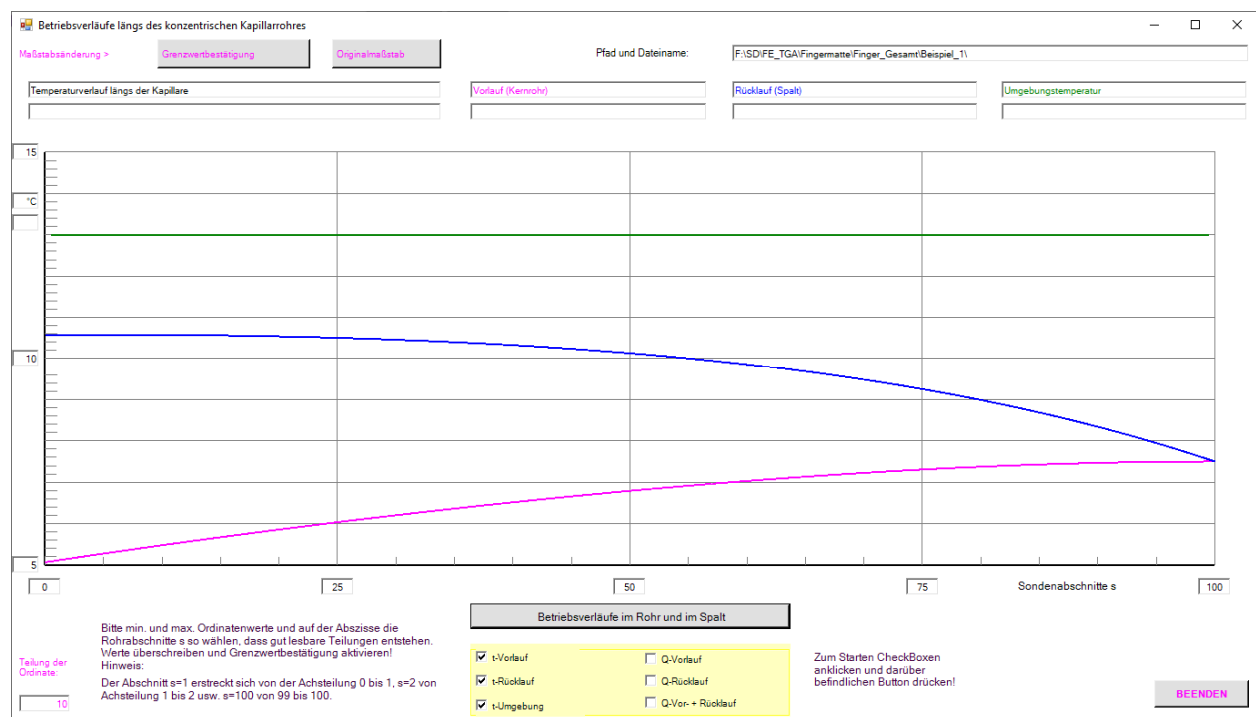


Bild 17 Grafische Ergebnisdarstellung der Temperaturverläufe längs des Koaxialrohres (neue Anzeige)

In analoger Weise erhält man die Wärmestromverläufe für die einzelnen Abschnitte $i = 1$ bis 100.

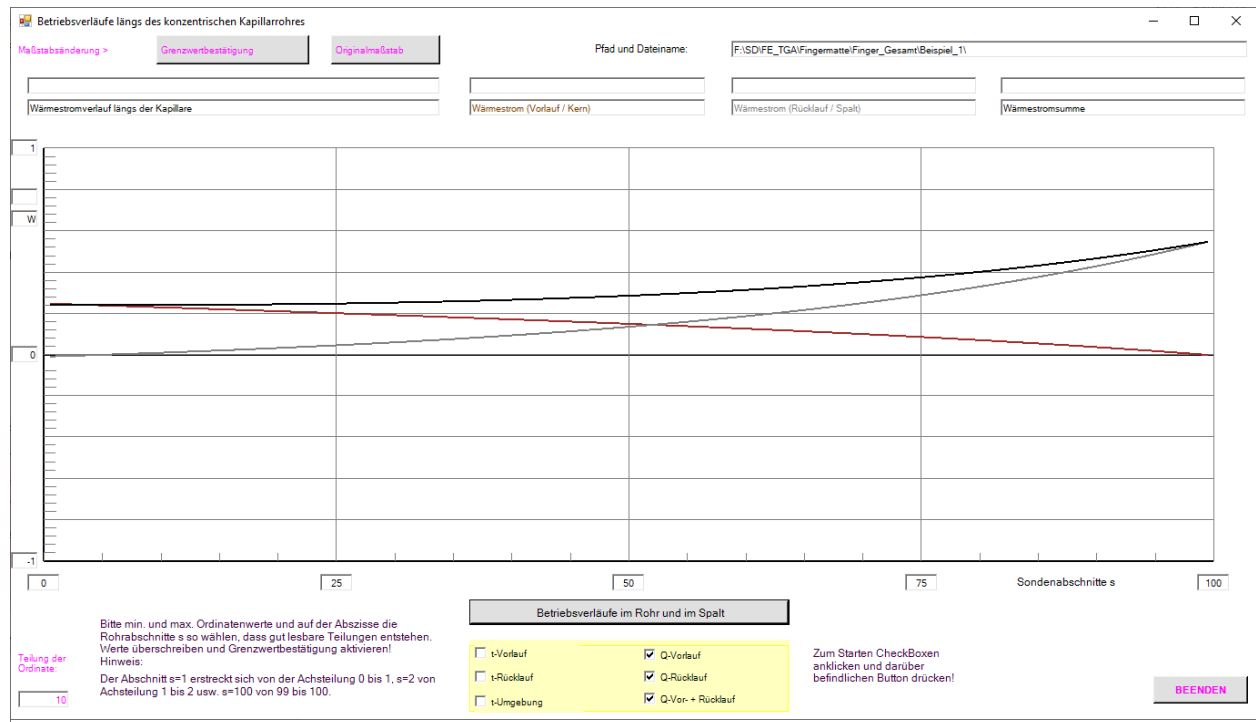


Bild 18 Grafische Ergebnisdarstellung der Wärmestromverläufe längs des Koaxialrohres

Würde im **Beispiel_1a** die Strömungsrichtung geändert – Wassereintritt im Spalt, Wasseraustritt im Kernrohr – folgt ein interessantes Ergebnis, welches auszugsweise in den nachfolgenden Darstellungen wiedergegeben wird.

Objektbezeichnung: F:\SD\FE_TGA\Fingermatte\Finger_Gesamt\Beispiel_1a\

Simulationseingaben und -ergebnisse

Eingaben:

DH	delH	DK	delK	L	imax	tfix	Qfix	Vfix	tU	wU	phi	ta	ti	alphaa	alphai
mm	mm	mm	mm	m		°C	W	l/h	°C	m/s	%	°C	°C	W/(m²K)	W/(m²K)
10,0	1,0	5,3	0,8	2,0	100	5,0		5,0	13,0	0,3					

Durchflussrichtung Spalt >>> Kernrohr!

Als Durchflussmedium kommt Wasser zum Einsatz.

Als Umgebungsmedium kommt Wasser zum Einsatz (Querströmung).

Es erfolgt die Anpassung an die vorgegebene Eintrittstemperatur.

Wärmetechnische und hydraulische Detailergebnisse:

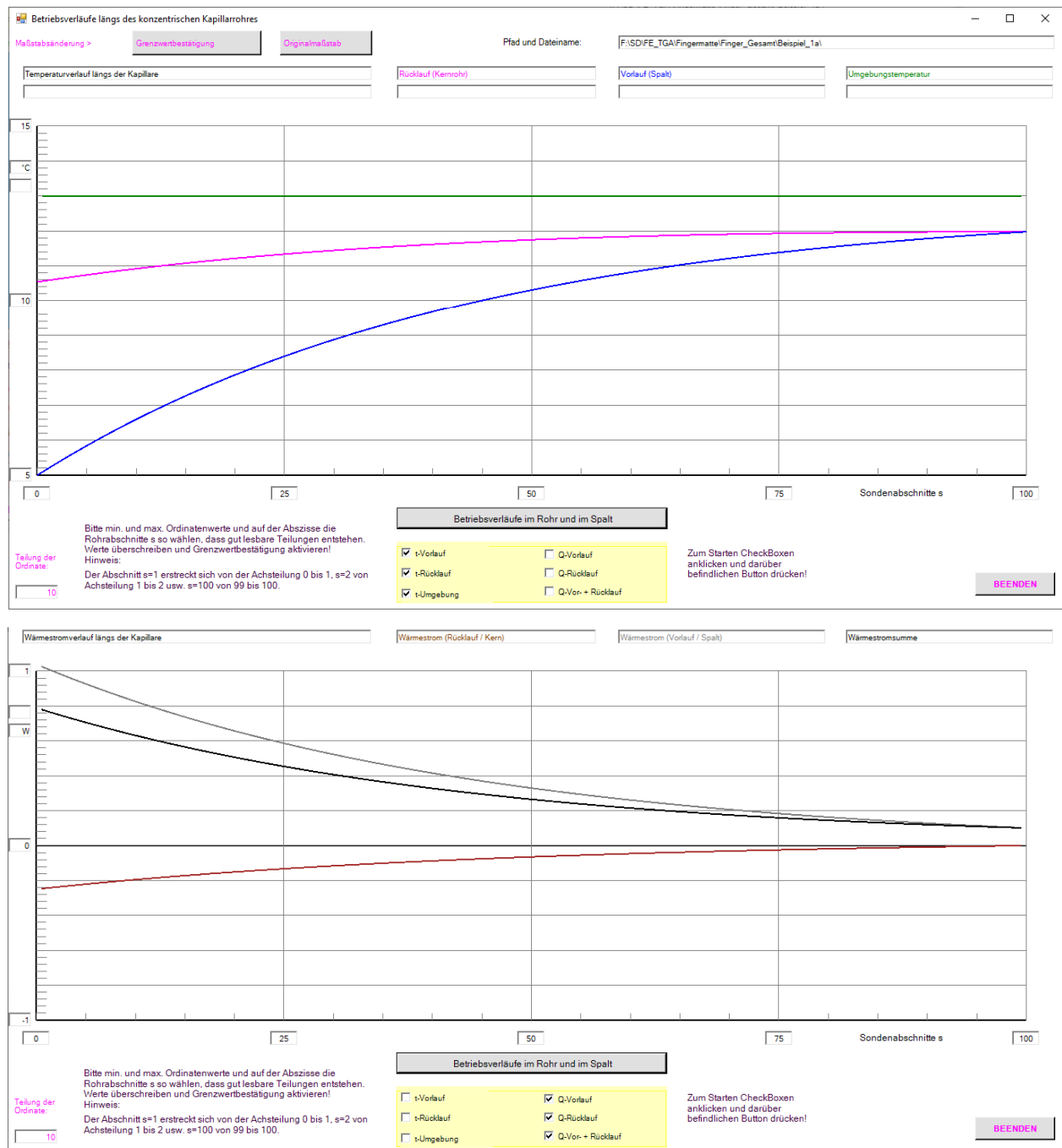
Wärmeübergangskoeffizienten in W/(m²K)			Reynoldszahlen		Druckverluste im Kapillar in Pa		
Kernrohr	Spalt	Umgebung	Kernrohr	Spalt	Kernrohr	Spalt	Gesamt
666	1618	4549	387	108	746	804	1550

Werte längs der Abschnitte i:

i	tH(i) °C	tK(i) °C	tU(i) °C	QH(i) W	QK(i) W	KW(i) g/h
1	5,0	10,5	13,0	0,8	-0,2	0,0
5	5,7	10,7	13,0	0,7	-0,2	0,0
90	11,8	12,0	13,0	0,1	-0,0	0,0
95	11,9	12,0	13,0	0,1	-0,0	0,0
100	12,0	12,0	13,0	0,1	0,0	0,0

Erläuterung: tH / tK Temperatur im Hüllrohrspalt / Kernrohr, tU Umgebungstemperatur
QH / QK Wärmestrom an den Spalt / das Kernrohr, KW Kondenswassermenge

Wärmeaufnahme			Temperaturspannung	Kondenswasser-
Rohrspalt	Kernrohr	Gesamt	Austritt - Eintritt	menge Gesamt
W	W	W	K	g/h
41	-8	32	5,5	0



Diskussion der Ergebnisse bei Strömungsumkehr:

- Die Wärmeaufnahme aus der Umgebung ist in der Summe trotz unterschiedlicher Strömungsrichtung identisch.
- Die Temperaturverläufe längs des Spaltes und des Kernrohres sind total verschieden.

Demzufolge unterscheiden sich auch die Wärmeströme in den einzelnen Rohrabchnitten. Der Spalt nimmt viel mehr Wärme auf.

Die Druckverluste unterscheiden sich beträchtlich.

4 Weitere Testbeispiele

4.1 Beispiel_2 (Luftkühlung am vertikalen Rohr)

Konzentrisches Kapillarrohr

Wärmeübertragung an einem konzentrischen Kapillarrohr

Autor: Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück (V2 / 2022)

Diagramm: Schematische Darstellung eines konzentrischen Kapillarrohrs mit den Parametern $i=1$ bis $i=imax$. Gezeigt werden das Kernrohr (DK) und das Hüllrohr (DH) mit den Wanddicken $delK$ und $delH$, dem Abstand s und der Gesamtlänge L .

Hauptgeometriedaten:

- Außendurchmesser Hüllrohr DH: 10 mm
- Wanddicke Hüllrohr delH: 1 mm
- Außendurchmesser Kernrohr DK: 5,3 mm
- Wanddicke Kernrohr delK: 0,8 mm
- Abstand s: 30 mm
- Rohrlänge L: 3 m
- Unterteilungen für die Simulation imax: 100

Durchflussparameter:

- Durchflussmedium: Tyfocor L 40 % (ausgewählt), Tyfocor L 25 %, Wasser
- Eintrittstemperatur: °C oder Leistung: 25 W
- Volumenstrom: 10 l/h

Simulationseinstellungen:

- Umgebungsparameter (Wasser oder Luft) oder aber Struktur mit eingeförmtem Rohregister: Leistung (ausgewählt)
- Rohregister in Umgebungsmedium: Wasser (ausgewählt), Luft
- Relative Luftfeuchte phi: 50 %
- Temperatur des Umgebungsmediums tU: 26 °C
- Geschwindigkeit wU: 0 m/s
- Bei wU > 0: Queranströmung von Wasser oder Luft ohne Beachten möglicher Wasserdampfcondensation.
- Bei wU = 0: Freie Vertikalströmung von Luft mit Beachten möglicher Wasserdampfcondensation.

Durchflussrichtung:

- Kernrohr >>> Spalt (ausgewählt)
- Spalt >>> Kernrohr

ERGEBNISSE FÜR DAS KONZENTRISCHE KAPILLARROHR:

Eintrittstemperatur: 2,0 °C Austrittstemperatur: 4,1 °C Geschwindigkeit: Kernrohr: 0,26 m/s Spalt: 0,10 m/s

Wärmestrom: 25,0 W Temperaturerhöhung: 2,1 K Reynoldszahl: Kernrohr: 581 Spalt: 162

(Wärmestrom > 0 geht zum Rohr!)

Wärmeübergangskoeffizienten in W/(m²K): Kernrohr: 670 Spalt: 1568 Umgebung: 9,2

Druckverlust: Kernrohr: 2983 Pa Spalt: 3213 Pa Gesamt: 6197 Pa

Kondensationsmenge: 10,0 g/h

Abläufe:

1. STARTEN drücken und Pfad bestätigen bzw. neu eingeben!
2. Daten aus DATEI LADEN oder Neueingabe vornehmen!
3. Bei Eingabe oder Korrektur der Werte bitte nur Zahlen, Komma, Minuszeichen oder "Blank" verwenden!
4. EINGABESPEICHERUNG drücken! Es erfolgt eine Grobkontrolle.
5. BERECHNUNG, DRUCK, TABELLE oder DIAGRAMM drücken!

Buttons: STARTEN, DATEILADEN, EINGABESPEICHERUNG, BERECHNUNG, DRUCK, DIAGRAMM, BEENDEN

Bild 19 Hauptoberfläche mit Eingaben und Ergebnissen für Beispiel_2

Objektbezeichnung: F:\SD\FE_TGA\Fingermatte\Finger_Gesamt\Beispiel_2\

Simulationseingaben und -ergebnisse

Eingaben:

DH	delH	DK	delK	L	imax	tfix	Qfix	Vfix	tU	wU	phi	ta	ti	alphaa	alphai
mm	mm	mm	mm	m		°C	W	l/h	°C	m/s	%	°C	°C	W/(m²K)	W/(m²K)
10,0	1,0	5,3	0,8	3,0	100		25,0	10,0	26,0	0,0	50				

Durchflussrichtung Kernrohr >>> Spalt!

Als Durchflussmedium kommt Wasser zum Einsatz.

Als Umgebungsmedium kommt Luft mit phi = 50 % zum Einsatz (freie Konvektion in vertikaler Längsrichtung).

Es erfolgt die Anpassung an die vorgegebene Kapillarenleistung!

Wärmetechnische und hydraulische Detailergebnisse:

Wärmeübergangskoeffizienten in W/(m²K)			Reynoldszahlen		Druckverluste im Kapillar in Pa		
Kernrohr	Spalt	Umgebung	Kernrohr	Spalt	Kernrohr	Spalt	Gesamt
670	1568	9	581	162	2983	3213	6197

Werte längs der Abschnitte i:

i	tH(i)	tK(i)	tU(i)	QH(i)	QK(i)	KW(i)
	°C	°C	°C	W	W	g/h
1	4,1	2,0	26,0	0,2	0,1	0,1
5	4,1	2,0	26,0	0,2	0,1	0,1
10	4,0	2,1	26,0	0,2	0,1	0,1
15	4,0	2,1	26,0	0,2	0,1	0,1
20	3,9	2,2	26,0	0,2	0,1	0,1
25	3,9	2,2	26,0	0,2	0,1	0,1
30	3,8	2,3	26,0	0,2	0,1	0,1
35	3,8	2,3	26,0	0,2	0,1	0,1
40	3,7	2,4	26,0	0,2	0,1	0,1
45	3,6	2,4	26,0	0,2	0,1	0,1
50	3,5	2,4	26,0	0,2	0,1	0,1
55	3,5	2,5	26,0	0,3	0,1	0,1

i	t _H (i) °C	t _K (i) °C	t _U (i) °C	Q _H (i) W	Q _K (i) W	KW(i) g/h
60	3,4	2,5	26,0	0,3	0,1	0,1
65	3,3	2,5	26,0	0,3	0,1	0,1
70	3,2	2,5	26,0	0,3	0,0	0,1
75	3,1	2,6	26,0	0,3	0,0	0,1
80	3,0	2,6	26,0	0,3	0,0	0,1
85	2,9	2,6	26,0	0,3	0,0	0,1
90	2,8	2,6	26,0	0,3	0,0	0,1
95	2,7	2,6	26,0	0,3	0,0	0,1
100	2,6	2,6	26,0	0,3	0,0	0,1

Erläuterung: t_H / t_K Temperatur im Hüllrohrspalt / Kernrohr, t_U Umgebungstemperatur
 Q_H / Q_K Wärmestrom an den Spalt / das Kernrohr, KW Kondenswassermenge

Wärmeaufnahme			Temperaturspannung		Kondenswasser-
Rohrspalt	Kernrohr	Gesamt	Austritt -	Eintritt	menge Gesamt
W	W	W	K		g/h
18	7	25	2,1		10

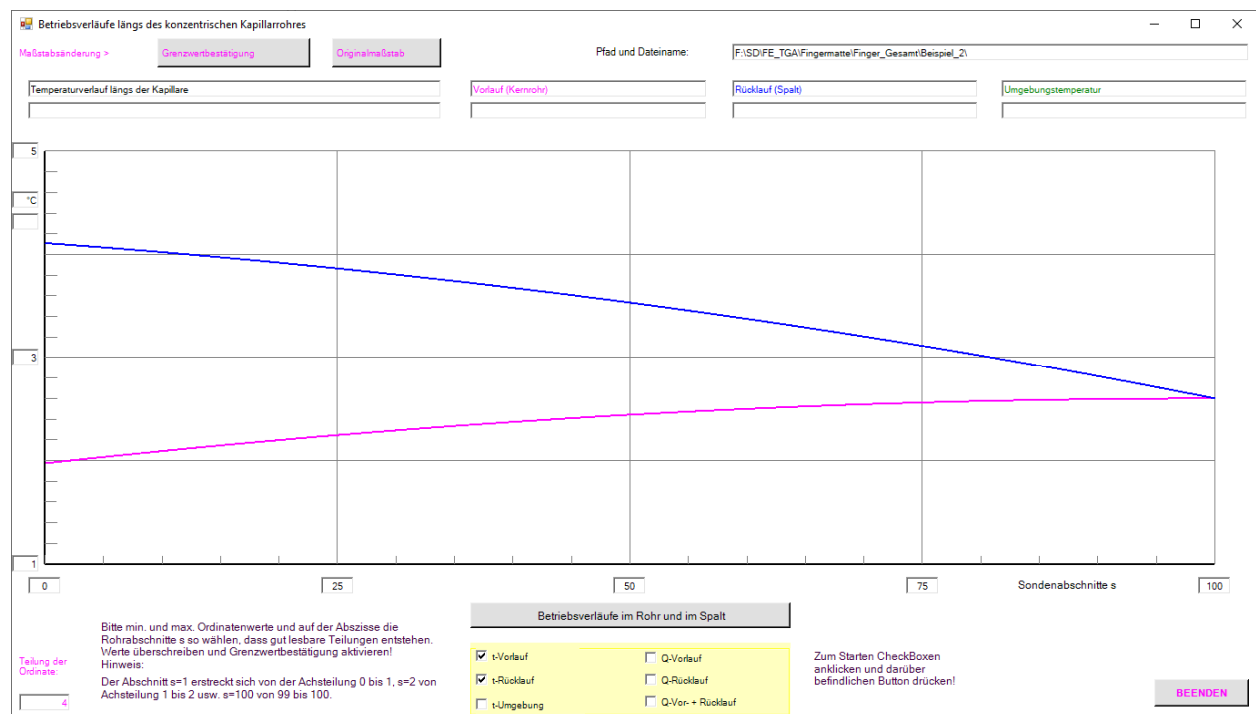


Bild 20 Temperaturverläufe längs des Koaxialrohres (die Umgebungstemperatur 22 °C wurde weggelassen)

4.2 Beispiel_3 (Koaxialrohr in Struktur – Raumteiler – eingeformt)

In eine Gipsplatte mit Bewehrung ($\lambda = 0,64 \text{ W/(m K)}$) ist eine Matte mit Polypropylen-Koaxialrohren nach Bild 21 eingeformt. Sie soll als Raumteiler mit Heizfunktion (Wassertemperatur 40 °C) genutzt werden. Gemäß Abschnitt 2.4.3 sind einige Vorarbeiten notwendig.

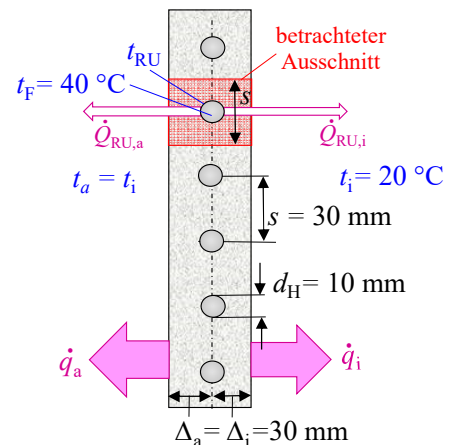


Bild 21 Platte mit eingeformtem Rohrregister (nicht maßstäblich)

Mit dem Rechenprogramm "Homogen" aus <https://berndglueck.de/lowex.php> wurde der Raumteiler mit den nachfolgenden Ergebnissen wärmetechnisch berechnet.

Hauptprogramm

Thermisch aktives Bauteil
Homogene Platte mit stationärem Betrieb

Autor: Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück (Version 1 - 2007)

Berechnung ist beendet! F:\SD\VE_TGA\Fingermatte\Beispiel\

Betriebsweise des Bauteils als:

- ☐ Fußbodenheizung im Raum a
- ☐ Fußbodenkühlung im Raum a
- ☐ Deckenheizung im Raum i
- ☐ Deckenkühlung im Raum i
- ☐ Wandheizung oder -kühlung im Raum i
- ☒ Innenwand
- ☐ Außenwand
- ☐ Umweltabsorber im "Raum a"

Die Richtigkeit und die Plausibilität der Eingaben obliegt der Verantwortung des Nutzers. Es wird durch eine programminterne Prüfung nur auf einige grobe Eingabefehler hingewiesen.

Raum a α_a 0 W/(m²K) t_a 20 °C

Raum i α_i 0 W/(m²K) t_i 20 °C

Schichtaufbau

Lambda W/(m K)	Dicke mm	Bezeichnung
1	0	äußere Deckschicht 5
1	0	äußere Deckschicht 4
1	0	äußere Deckschicht 3
1	0	äußere Deckschicht 2
1	0	äußere Deckschicht 1
0,64	0	Wärmeleitschicht L
0,64	30	Delta a
0,64	30	Delta i
0,64	0	Wärmeleitschicht K
1	0	innere Deckschicht 1
1	0	innere Deckschicht 2
1	0	innere Deckschicht 3
1	0	innere Deckschicht 4
1	0	innere Deckschicht 5

Eingabehinweise

Eine detaillierte Beschreibung der Eingabewerte ist der Anwenderinformation zu entnehmen!
Die gelb gekennzeichneten Eingabefelder sind unbedingt mit sinnvollen Daten zu füllen!

Werden α_a und α_i vorgegeben (> 0), dann gelten diese verbindlich, ansonsten erfolgt eine interne Berechnung gemäß Basisdaten nach Abschnitt 1.3.1.4. Bei Betriebsweise "Umweltabsorber" ist α_a unbedingt - passend zu t_a - anzugeben!

t_a und t_i sind Raumtemperaturen oder Außentemperaturen. Bei der Betriebsweise "Umweltabsorber" ist die Sonnenlufttemperatur nach Abschnitt 1.3.5.1 einzugeben.

Ist die maximale Vorlauftemperatur "Blank" (auch kein Leerzeichen), so erfolgt nur die Berechnung für die minimale Fluidtemperatur. Ansonsten wird eine Tabelle erzeugt.

Nicht vorhandene Deckschichten haben die Dicke = 0 und Lambda = 1.

Nicht vorhandene Wärmeleitschichten haben die Dicke = 0 und Lambda = Lambda der Rohrschicht!

Die Dicke des Luftspaltes sollte möglichst 0 sein.

Abläufe:

1. STARTEN drücken und Pfad bestätigen bzw. neu eingeben!
2. Daten aus Datei laden oder Neugeingabe vornehmen!
3. Bei Eingabe oder Korrektur der Werte bitte nur Zahlen, Komma, Minuszeichen oder "Blank" verwenden!
4. DATENSPEICHERUNG drücken!
5. BERECHNUNG, DRUCK oder DIAGRAMM drücken!
6. Die Ergebnisse der letzten Berechnung (höchste Fluidtemperatur) sind nebenstehend eingetragen.
7. Die Leistungstabelle ist über DRUCK und die Kennlinie über DIAGRAMM erreichbar.

Ergebnisse: Temperaturen in °C

Oberfläche Raum a		
Mittelwert	32,5	Extremwerte 32,5 32,5

Oberfläche Raum i		
Mittelwert	32,5	Extremwerte 32,5 32,5

Rohrregisterebene		
Fluidtemperatur	40	
Mittelwert	38,1	Rohrwandtemperatur 38

Ergebnisse: Leistungen in W/m²

Wärmestromdichten		
Raum a	119,3	Summe 238,7
Raum i	119,3	

Wärmeübergangskoeffizienten in W/(m²K)

α_a	9,5	α_{Rohr} 374,5
α_i	9,5	

Rohrdaten

10 mm	Äußerdurchmesser
1 mm	Wanddicke
0,21 W/(m K)	Wärmeleitfähigkeit
0 mm	Dicke eines Luftspaltes
30 mm	Rohrabstand
3 m	Registerlänge

Durchflussmedium

Wasser Tyfoor L: 40 % 50 %

Mittlere Fluidtemperatur: $(t_{\text{Vorlauf}} + t_{\text{Rücklauf}}) / 2$

min. 40 °C max. 40 °C

Durchflussgeschwindigkeit 0,1 m/s

STARTEN DATEI LADEN DATENSPEICHERUNG **BERECHNUNG** DRUCK DIAGRAMM BEENDEN

Bild 22 Berechnung des Raumteilers mit dem Rechenprogramm "Homogene Platte"

Aus den Ergebnissen werden die fiktiven Wärmeübergangskoeffizienten nach Gl. (27) bestimmt. Aufgrund des symmetrischen Wandaufbaus sind diese auf beiden Seiten gleich:

$$\alpha_a = \alpha_i = \frac{\dot{q}_i s}{d_H \pi (t_{RU} - t_i)} = \frac{119,3 \cdot 0,03}{0,01 \pi (38 - 20)} = 6,33 \text{ W/(m}^2\text{K)}.$$

Der von der Struktur an den Raum geforderte Wärmestrom beträgt damit nach Gl. (26) pro Rohr:

$$\dot{Q}_{RU,a} + \dot{Q}_{RU,i} = (\dot{q}_a + \dot{q}_i) s L = 2 \cdot 119,3 \cdot 0,03 \cdot 3 \text{ W} = 21,47 \text{ W}.$$

Dieser Wert ist mit negativem Vorzeichen zu versehen, da der Wärmestrom von der Struktur weg fließen soll. Somit ist der Eingabewert $\dot{Q}_{\text{fix}} = -21,47 \text{ W}$ zu realisieren.

Die weitere Simulation liefert:

Bild 23 Hauptoberfläche mit Eingaben und Ergebnissen für Beispiel_3

Objektbezeichnung: F:\SD\FE_TGA\Fingermatte\Finger_Gesamt\Beispiel_3\

Simulationseingaben und -ergebnisse

Eingaben:

DH	delH	DK	delK	L	imax	tfix	Qfix	Vfix	tU	wU	phi	ta	ti	alphaa	alphai
mm	mm	mm	mm	m		°C	W	l/h	°C	m/s	%	°C	°C	W/(m²K)	W/(m²K)
10,0	1,0	5,3	0,8	3,0	100		-21,5	10,0				20,0	20,0	6,3	6,3

Durchflussrichtung Spalt >>> Kernrohr!

Als Durchflussmedium kommt Wasser zum Einsatz.

Das Rohrregister ist in einer Struktur eingeformt (Umgebungstemperaturen: ta, ti).

Es erfolgt die Anpassung an die vorgegebene Kapillarenleistung!

Wärmetechnische und hydraulische Detailergebnisse:

Wärmeübergangskoeffizienten in W/(m²K)			Reynoldszahlen		Druckverluste im Kapillar in Pa		
Kernrohr	Spalt	Umgebung	Kernrohr	Spalt	Kernrohr	Spalt	Gesamt
735	1743	13	1407	391	1222	1322	2544

Werte längs der Abschnitte i:

i	tH(i) °C	tK(i) °C	tU(i) °C	QH(i) W	QK(i) W	KW(i) g/h
1	40,7	38,9	20,0	-0,2	0,1	0,0
5	40,6	38,8	20,0	-0,2	0,1	0,0
10	40,4	38,8	20,0	-0,2	0,1	0,0
15	40,3	38,7	20,0	-0,2	0,1	0,0
20	40,2	38,7	20,0	-0,2	0,1	0,0
25	40,0	38,6	20,0	-0,2	0,1	0,0
30	39,9	38,6	20,0	-0,2	0,1	0,0
35	39,7	38,5	20,0	-0,2	0,1	0,0
40	39,6	38,5	20,0	-0,2	0,1	0,0
45	39,5	38,5	20,0	-0,2	0,1	0,0
50	39,4	38,4	20,0	-0,2	0,1	0,0
55	39,2	38,4	20,0	-0,2	0,1	0,0
60	39,1	38,4	20,0	-0,2	0,1	0,0
65	39,0	38,4	20,0	-0,2	0,0	0,0
70	38,9	38,4	20,0	-0,2	0,0	0,0
75	38,8	38,3	20,0	-0,2	0,0	0,0
80	38,7	38,3	20,0	-0,2	0,0	0,0
85	38,6	38,3	20,0	-0,2	0,0	0,0
90	38,5	38,3	20,0	-0,2	0,0	0,0
95	38,4	38,3	20,0	-0,2	0,0	0,0

i	t _H (i) °C	t _K (i) °C	t _U (i) °C	Q _H (i) W	Q _K (i) W	KW(i) g/h
100	38,3	38,3	20,0	-0,2	0,0	0,0

Erläuterung: t_H / t_K Temperatur im Hüllrohrspalt / Kernrohr, t_U Umgebungstemperatur
Q_H / Q_K Wärmestrom an den Spalt / das Kernrohr, KW Kondenswassermenge

Wärmeaufnahme			Temperaturspannung		Kondenswasser-
Rohrspalt	Kernrohr	Gesamt	Austritt	- Eintritt	menge Gesamt
W	W	W	K		g/h
-28	6	-21	-1,9		0

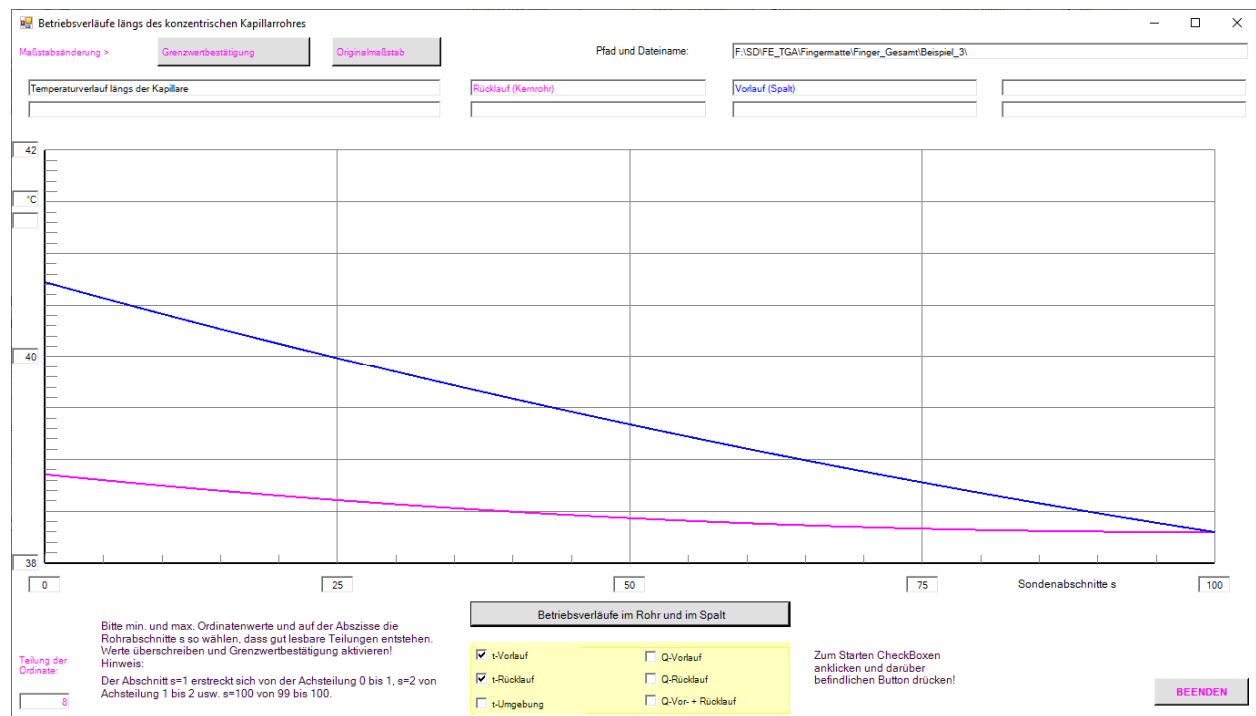


Bild 24 Temperaturverläufe längs des Koaxialrohres (die Umgebungstemperatur 20 °C wurde weggelassen)

Der Eingabewert $\dot{Q}_{\text{fix}} = -21,47 \text{ W}$ wird erreicht bei den ausgewiesenen Temperaturen:

Eintritt 40,7 °C, Austritt 38,9 °C.

Der arithmetische Mittelwert beträgt damit 39,8 °C. Er stimmt sehr gut mit der in der Berechnung des Raumteilers zugrunde gelegten Fluidtemperatur von 40 °C (Bild 22) überein. Damit ist der Algorithmus für in eine Struktur eingeformte Koaxialrohre indirekt bestätigt.

5 Fazit

Bei der Durchströmung von coaxial ineinander liegenden Rohren erfolgt ein Wärmeaustausch des Hüllrohres mit der Umgebung, aber auch eine intensive Wärmeübertragung zwischen dem Spalt und dem Kernrohr, der aus wärmetechnischer Sicht mitunter kontraproduktiv ist. Man sieht dies am Verlauf der Rücklauftemperaturen.

Vorab ein Ausflug in die BIONIK:

Wenn Enten im Winter auf Eis stehen, sollten sie eigentlich recht kalte Füße bekommen und dadurch viel kostbare Wärme verlieren. Das hätte natürlich gerade im Winter, wenn ohnehin Nahrungsknappheit herrscht, fatale Folgen.

Um den Energieverlust möglichst klein zu halten, hat die Natur Enten, Pinguine und viele andere in kalten Gebieten lebende Vögel mit einem faszinierenden System ausgestattet. Die Tiere haben einen natürlichen Wärmetauscher. Dadurch sind ihre Füße immer kalt.

Das Blut der Vögel wird abgekühlt, bevor es in die Füße gelangt, so dass keine Wärme verloren geht und die Füße immer Umgebungstemperatur besitzen. Die Arterie, die das Blut vom warmen Körper in den kalten Fuß führt, liegt eng neben der Vene, die das Blut zurück in den Körper leitet.

Wenn das Blut gut gekühlt wieder zurück fließt, wird es durch die warme Arterie und zahlreiche andere Blutgefäße wieder aufgeheizt. Die kalten Füße haben den zusätzlichen Vorteil, dass sie auf dem Eis nicht anfrieren. (Aus: <http://www.wissen.de/der-entenfuss-waermetauscher>)

Das Koaxialrohrsystem reagiert wärmetechnisch sehr sensibel auf verschiedene Einflüsse, so beispielsweise auf: Rohrlänge, Wärmeleitfähigkeit des Rohrmaterials, Wärmeübergangskoeffizienten (Rohr, Rohrspalt, äußerer Hüllrohrumfang zur Umgebung), Massestrom, Eintrittstemperatur, Umgebungstemperatur, Umgebungsmedium usw.

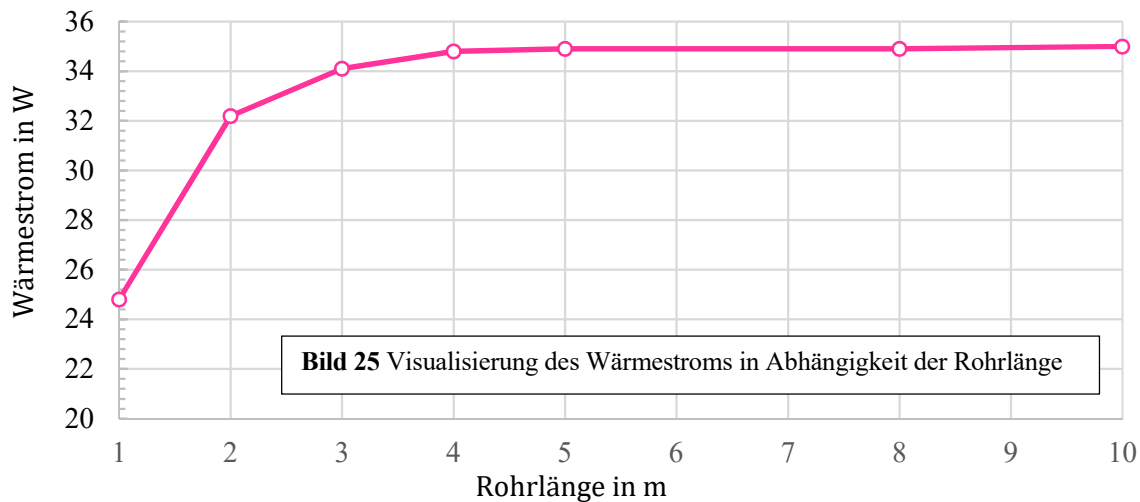
Damit sind generelle Aussagen unmöglich. Vorteilhaft ist es deshalb, dass man mit dem vorliegenden Rechenprogramm leicht zahlreiche Parametervariationen prüfen kann, um optimale Auslegungsdaten zu finden.

Es wird dies nachfolgend gezeigt, wobei das Beispiel_1 als Grundlage dient. Bei sonst gleichen Parametern wird die Rohrlänge variiert. Es ergeben sich nachfolgende Zusammenhänge.

L m	t_{Ein} °C	t_{Aus} °C	Δt K	$\dot{Q}$ W	Δp Pa
1	5,1	9,3	4,2	24,8	926
2	5,1	10,6	5,5	32,2	1766
3	5,1	10,9	5,8	34,1	2546
4	5,0	11,0	6,0	34,8	3296
5	5,0	11,0	6,0	34,9	4028
8	5,0	11,0	6,0	34,9	6198
10	5,0	11,0	6,0	35,0	7651

Die geringe Schwankung der Eintrittstemperaturen zwischen 4,9 °C und 5,1 °C ist durch die Fehlerschranke bei der iterativen Einpassung von $\mp 0,1$ K bedingt.

In diesem Beispiel bringt eine Vergrößerung der Rohrlänge über 4 m hinaus praktisch keinen wärmetechnischen Gewinn mehr (Bild 25). Die Druckverluste steigen aber enorm an.



Literatur

- [1] Glück, B.: Zustands- und Stoffwerte; Verbrennungsrechnung (Reihe: Bausteine der Heizungstechnik). Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1986, ISBN 3-345-00228-0; Berlin: Marhold-Verlag 1986
2. überarbeitete und erweiterte Auflage
Berlin: Verlag für Bauwesen 1991, ISBN 3-345-00487-9
<http://berndglueck.de/Stoffwerte>
- [2] Glück, B.: Wärmeübertragung; Wärmeabgabe von Raumheizflächen und Rohren (Reihe: Bausteine der Heizungstechnik). Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1989, ISBN 3-345-00310-4
2. Auflage Berlin: Verlag für Bauwesen 1990, ISBN 3-345-00426-7
<http://berndglueck.de/Waermeuebertragung>
- [3] VDI-Wärmeatlas, 2. bis 10. Auflage. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994 bis 2002
- [4] Glück, B.: Hydrodynamische und gasdynamische Rohrströmung; Druckverluste (Reihe: Bausteine der Heizungstechnik). Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1988, ISBN 3-345-00222-1 <http://berndglueck.de/Druckverluste>
- [5] Esdorn, H.: Rietschel – Raumklimatechnik I. Grundlagen. 16. Auflage. Berlin usw.: Springer-Verlag 1994, Abschnitt G: Wärme- und Stoffübertragung von W. KAST
- [6] Krischer, O.: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag, 2. Auflage 1963