ISSN 0932-6200

B 3255F

Gesundheits Ingenieur

Haustechnik · Bauphysik · Umwelttechnik

B. Glück	Wärmeabgabe von Strahlplatten unter Prüfbedingungen und im praktischen Einsatz	113
T. Trojanowski	Graphische Berechnungsmethode des Filtrationsstroms der verunreinigten Luft durch Wände	127
H.-J. Moriske R. Kneiseler I. Trauer H. Rüden	Kupferbelastung im Trinkwasser nach Neuinstallation einer Wasserversorgungsleitung	133
R. Schmitz	Abpumpkammer zur gezielten Wasserprobenentnahme aus der Filterstrecke eines in Betrieb befindlichen Brunnens	143
H.-P. Wilfer R. Karstadt	Neue Möglichkeit zum Einbringen von konservierenden Mitteln in unterschiedliche Holzarten	147
	XXII. Internationaler Kongreß Technische Gebäudeausrüstung in Berlin. Bericht III	154
Aktuelles aus Haustechnik & Umweltschutz	Empfehlungen der Kommission für Krankenhaus- und Praxishygiene der Sektion Hygiene und Gesundheitswesen (III) der Deutschen Gesellschaft für Hygiene und Mikrobiologie (DGHM) zur hygienischen Abnahmeprüfung und zu hygienischen Kontrollen nach DIN 1946 Teil 4 Raumlufttechnische Anlagen in Krankenhäusern / Haltbarkeitsdauer von Gebäudeteilen / Wohnungsbau / Kundendienst „Sanitär"-Verkaufserfolge planvoll steuern / Gebirgsluft aus der Steckdose / Informationsbroschüre / „Wer liefert was?" – Die drei Datenbanken / Fernbetätigte Füll- und Entleerungsstationen / Bessere Hygiene durch spezielle Sanitärarmaturen / Kraftwerk mit Kuhmist befeuert / Fernwärme-Leitungen / Erdgas-Anschlüsse / Stromverbrauch gestiegen / Arbeitsschutzrecht / Bauphysik / Industrie-Mitteilungen / Berufspraxis / Neue Schriften	135
Buchbesprechungen		159
Patentschau		160
Dissertationen		162
Zeitschriften-Umschau		162
Mitteilungen		163

110. Jahrgang · Juni 1989
R. Oldenbourg Verlag München

3

Gesundheits Ingenieur

Haustechnik · Bauphysik · Umwelttechnik

Herausgegeben von K. W. USEMANN 110. Jahrgang 1989 · Heft 3 · Seite 113–164

unter Mitwirkung von F. Baum, H. Erhorn, E. Lahmann, H. Viessmann und J. Wegner

in Verbindung mit dem Bundesgesundheitsamt, Institut für Wasser-, Boden- und Lufthygiene, Berlin-Dahlem; Bayerischen Landesamt für Umweltschutz, München und der Gesundheitstechnischen Gesellschaft, Berlin.

Wärmeabgabe von Strahlplatten unter Prüfbedingungen und im praktischen Einsatz

Bernd Glück

Die von den Herstellern genannten Leistungswerte von Strahlplatten werden üblicherweise in Abhängigkeit der Übertemperaturen angegeben. Eine genaue Definition der Bezugstemperatur findet man in der Regel nicht, so daß die Leistungsangaben grundsätzlich nicht verifizierbar sind. Des weiteren fehlen derzeit sowohl eine Prüfnorm als auch gesicherte Algorithmen zur Umrechnung der Leistungsdaten auf die in der Praxis vorhandenen Einsatzbedingungen. Nachfolgend wird ein Lösungsvorschlag unterbreitet.

1. Problemstellung

Für die Leistungsmessung von Raumheizkörpern wurden *Prüfbedingungen*, die den Einbau in üblichen Räumen unter praxisähnlichen thermischen Bedingungen simulieren, erarbeitet. Die erforderliche Prüfkabine und die Durchführung der Messung sind für örtliche Raumheizkörper in [1, 2] sowie für Fußbodenheizungen in [3] festgelegt. Die Normen gründen sich auf bewährte wissenschaftliche Untersuchungen und nehmen Bezug auf die praktischen Gegebenheiten, so daß die gemessenen Leistungswerte direkt auf die zu planenden Objekte übertragbar sind. Die Umrechnungen auf veränderte Heizmedientemperaturen und Masseströme sowie raumseitige Einsatzbedingungen (Luftdruck, Verkleidungen, Farbanstrich usw.) werden teilweise in den Normen beschrieben oder gehören weitestgehend zum gesicherten Erkenntnisstand [4]. Als Raumtemperatur t_i wird die komplexe Größe

$$t_i = \frac{t_L + t_U}{2} \tag{1}$$

verwendet, die auch als Norminnentemperatur oder Empfindungstemperatur bekannt ist. Sie wird in guter Näherung paritätisch aus der Lufttemperatur t_L und der mittleren Umfassungstemperatur t_U gebildet.

Weicht die Aufstellung oder der Betrieb der Heizflächen von den üblichen Bedingungen stark ab, so sind gesonderte Prüfbedingungen notwendig. Als Beispiel seien Unterflur- bzw. Estrichkonvektoren und Strahlplatten genannt.

Für *Strahlplatten* und deren Einsatz gelten folgende *Besonderheiten*:

I. Die in der Regel einfache Geometrie der Strahlplatten erlaubt es, die Wärmeübertragung vom Heizmedium an den Raum mit relativ einfachen Mitteln zu algorithmieren.

Es gibt allerdings bei jeder Konstruktion einige quantitative Unwägbarkeiten bezüglich der Wärmetransportwiderstände. So sind bei geklemmten Lamelle-Rohr-Verbindungen der Widerstand des möglichen Spaltes nicht genau erfaßbar [5, S. 240] und bei an das Rohr angeschweißten Stahllamellen die Umrechnung der Schweißpunktflächen in eine äquivalente Rollnaht [5, S. 280] sowie die Wirkung der Berührungsfläche Lamelle-Rohr unsicher. Besonders mangelhaft sind die Kenntnisse bezüg-

Dr. sc. techn. Bernd Glück, VEB Forschung und Rationalisierung, Kombinat Technische Gebäudeausrüstung.

lich des konvektiven Wärmeübergagskoeffizienten und des Einflusses von Blenden, die das Abströmen der erwärmten Luft von der Plattenunterseite verhindern sollen [6].

Aus diesen Gründen gebührt den Messungen das Primat.

Die theoretischen Ergebnisse sind dann an den Meßwerten zu verifizieren und schlußfolgernd dem Algorithmus entsprechende Korrekturfaktoren zuzuordnen.

II. Strahlplatten werden in einem großen Heizmedien-Temperaturbereich eingesetzt. Die Prüfstände erlauben es meistens nicht, den gesamten Leistungsbereich aufzunehmen. Extrapolationen sind aber nur auf der Grundlage eines geprüften wärmetechnischen Modells vertretbar, da bei den hohen Strahlungsanteilen und Temperaturen nicht wie bei üblichen Raumheizflächen das bekannte Potenzgesetz mit einem konstanten Heizflächenexponent (Übertemperaturexponent) angewendet werden darf.

III. Die Einsatzbedingungen der Strahlplatten vornehmlich in Hallenbauten sind wegen der unzähligen Variationen von vorhandenen Wand- und Lufttemperaturen unter Beachten der Emissionsbedingungen (Einstrahlzahlen) sowie der Lufttemperaturgradienten so unterschiedlich, daß *eine* die praktischen Gegebenheiten simulierende Prüfmethode unmöglich ist.

Unter der Voraussetzung, daß ein Algorithmus zur Berechnung der Wärmeleistung existiert, können die Prüfstandsbedingungen gegenüber denen für örtliche Raumheizkörper gelockert werden, da eine Umrechnung auf eine vorgegebene Normbasis ohne weiteres möglich ist.

Zusammenfassend erscheint eine Kombination von Messung und wärmetechnischer Modellierung der Wärmeleistung von Strahlplatten bezüglich des Aufwandes und der erreichbaren Genauigkeit optimal und dem derzeitigen Stand der Technik angemessen.

2. Prüfbedingungen und Meßwerte

Die Leistungsmessung kann in einem geschlossenen oder in einem luftdurchspülten Raum erfolgen. Eine Prinzipskizze zeigt *Bild 1*. Zur Ermittlung der Strahlungswärmeabgabe ist es wichtig, daß die Luftschlitze durch Wand- oder Deckenelemente verstellt und ihre Oberflächentemperaturen bestimmbar sind. Alle Umfassungen müssen gekühlt werden. Die Leistung $\dot{Q}_V$ ist nach der für Raumheizkörper bekannten kalorischen oder elektrischen Methode zu ermitteln. Für die Abmessungen des Prüfraumes L; B; H sollten bezogen auf die Strahlplattenmaße L_S; B_S gelten:

$$L \geqq 1{,}5\, L_S; \quad B \geqq 4\, B_S; \quad H \geqq 3\,\text{m}\,.$$

Je größer die Meßräume sind und je höher die Strahlplattenanordnung ist, um so näher kommt man den realen Einsatzbedingungen.

Die Besonderheit der Strahlplatten-Leistungsmessung besteht darin, daß im Nachhinein die gemessenen Wärmeströme auf veränderte Bedingungen (Lufttemperaturen, Umfassungstemperaturen) *umrechenbar* sein müssen. Dazu sind die Wärmeströme, die durch Strahlung und Konvektion übertragen werden, zu bestimmen.

Der *Strahlungswärmestrom* läßt sich am genauesten rechnerisch ermitteln. Voraussetzend müssen jedoch alle Umfassungstemperaturen bekannt sein. Um einen einfachen Algorithmus zu erhalten, sollten sich die Umfassungstemperaturen nur gering voneinander unterscheiden ($\leqq 2$ K) und die Emissionsgrade aller Oberflächen gleich groß sein ($\varepsilon \approx 0{,}93$). Es gilt dann für die mittlere Umfassungstemperatur des unterhalb bzw. des oberhalb der Strahlplatten-Anbringungsebene gelegenen Halbraumes

$$t_{uU} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i t_i}{A_{uU}}; \quad t_{oU} = \frac{\sum_{i=n+1}^{m} A_i t_i}{A_{oU}}. \tag{2}$$

Dabei sind t_i die Oberflächentemperaturen der jeweiligen Flächenabschnitte A_i.

Die Umfassungsflächen des unteren bzw. oberen Prüf-Halbraumes betragen

$$A_{uU} = \sum_{i=1}^{n} A_i; \quad A_{oU} = \sum_{i=n+1}^{m} A_i\,. \tag{3}$$

Die gesamte Raumumfassungsfläche (Fußboden, Wände, Decke) ergibt sich zu

$$A_{Ges} = A_{uU} + A_{oU} = \sum_{i=1}^{m} A_i\,.$$

Die Oberflächentemperatur der Strahlplattenunterseite – der eigentlichen Heizfläche – kann punktweise ermittelt oder durch Thermovisionsmessung bestimmt werden. Ist die Oberfläche stark gegliedert, so sind für die signifikanten Heizflächenabschnitte getrennt Temperaturmittelwerte zu bilden. Gemäß *Bild 2* muß dies bei sichtbarem Rohrregister für die Rohroberfläche $t_{S,R}$ und für die Lamelle $t_{S,L}$ bzw. bei verdecktem Rohrregister nur für die Lamelle $t_{S,L}$ erfolgen. Außerdem sind die Rohrheizfläche

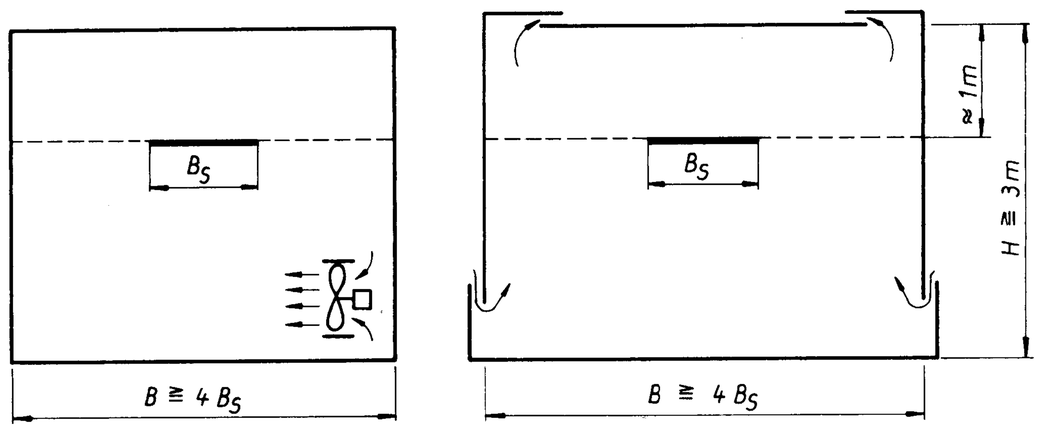


Bild 1. Vorschläge zur Gestaltung von Prüfkabinen für Strahlplatten; links: Zwangsweise Luftumwälzung im Raum, rechts: Freie Luftbewegung durch den Raum.

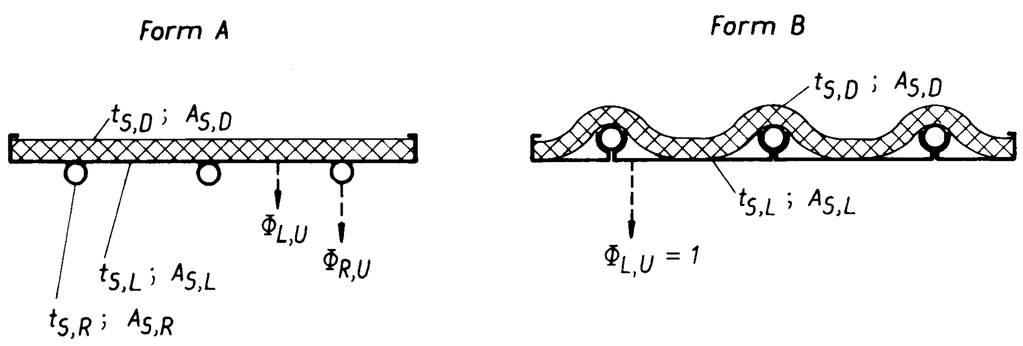


Bild 2. Varianten der Strahlplattengestaltung; Form A: Sichtbares Rohrregister mit angeschweißtem Strahlblech, Form B: Verdecktes Rohrregister mit Klemmlamelle.

$A_{S,R}$, die Lamellenheizfläche $A_{S,L}$ und die zugehörigen Einstrahlzahlen an die Umfassung $\Phi_{R,U}$ sowie $\Phi_{L,U}$ zu bestimmen.

Wenn möglich, ist noch die mittlere Temperatur der Strahlplattenoberseite (Dämmschichtabdeckung) $t_{S,D}$ zu ermitteln. Die Oberfläche der Dämmung beträgt $A_{S,D}$.

Sehr problematisch ist die Bestimmung des *Konvektionswärmestromes*. Die bekannten Wärmeübergangskoeffizienten für freie Konvektion gelten üblicherweise für beheizte Platten, die in einer unbeheizten Ebene liegen und nicht für freihängende, profilierte Strahlplatten. Des weiteren wird bei einer in einer Halle angeordneten Strahlplatte stets eine Überlagerung von freier und erzwungener Konvektion auftreten. Messungen und Rauchversuche ergaben aber diffuse Geschwindigkeitsfelder, die keine eindeutigen Zuordnungen von Geschwindigkeitsvektoren gestatten. In den Prüfräumen muß aber unbedingt eine Luftbewegung erzeugt werden, die den realen Einsatzbedingungen entspricht. Als Lufttemperatur sei die 0,5 ... 1 m unter der Strahlplatte gemessene Temperatur t_{uL} maßgebend. Für die konvektive Wärmeabgabe nach oben sei die Lufttemperatur in der Strahlplattenebene t_{oL} erfaßt.

Die Lufttemperaturen sollten nur gering von den Umfassungstemperaturen t_{uU} und t_{oU} abweichen ($\leqq 5$ K).

Die Temperatur des Heizmediums ist aus den Vor- und Rücklauftemperaturen (t_V; t_R) arithmetisch zu mitteln

$$\bar{t}_F = \frac{t_V + t_R}{2}, \tag{4}$$

wobei $t_V - t_R \leqq 2$ K und die *Reynolds*-Zahl in den Fluidkanälen Re $\geqq 4000$ betragen sollte.

3. Wärmetechnische Modellierung

3.1 Grundbeziehungen

Strahlungswärmeabgabe

Aus den Meßwerten und den geometrischen Gegebenheiten kann die Strahlungswärmeabgabe ermittelt werden. Dabei ist nicht mehr das konventionelle bilaterale Modell des Strahlungsaustausches, das nur jeweils die erste Absorption beachtet, zu verwenden, sondern die Bruttomethode anzusetzen und der gesamte umschlossene Raum integral zu betrachten. Diese Methode ist beispielsweise in [7] beschrieben. Im weiteren wird sich auf die Darstellung in [10] bezogen.

Der spezifische, auf die Fläche bezogene Wärmestrom ergibt sich zu

$$\dot{q}_{S,i} = \dot{e}_i - \varepsilon_i \sum_{j=1}^{n} \Phi_{i,j} \dot{f}_j, \tag{5}$$

wobei bedeuten:

$\dot{e}_i$ ... Eigenemission der Oberfläche i

$$\dot{e}_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 \tag{6}$$

ε_i ... Emissionskoeffizient der Oberfläche i

$\Phi_{i,j}$ ... Einstrahlzahl der Fläche i auf die Fläche j, die einen Teil der Umfassung bildet

$\dot{f}_j$ ... Gesamtenergiestromdichte (auch Flächenhelligkeit genannt) der Oberfläche j, die sich aus der Eigenemission und den reflektierten Strahlungsanteilen zusammensetzt

σ ... Strahlungskonstante des schwarzen Strahlers $\sigma = 5{,}67\ 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2\,K^4)}$

T_i ... Absolute Temperatur der Oberfläche i ($T_i = t_i + 273\,°C$).

Bei drei am Strahlungsaustausch beteiligten Oberflächen folgt aus den Energiebilanzen das in Matrizenform geschriebene Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 1-(1-\varepsilon_1)\Phi_{1,1} & -(1-\varepsilon_1)\Phi_{1,2} & -(1-\varepsilon_1)\Phi_{1,3} \\ -(1-\varepsilon_2)\Phi_{2,1} & 1-(1-\varepsilon_2)\Phi_{2,2} & -(1-\varepsilon_2)\Phi_{2,3} \\ -(1-\varepsilon_3)\Phi_{3,1} & -(1-\varepsilon_3)\Phi_{3,2} & 1-(1-\varepsilon_3)\Phi_{3,3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{f}_1 \\ \dot{f}_2 \\ \dot{f}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} \tag{7}$$

Aus diesen können die Gesamtenergiestromdichten $\dot{f}_1$ bis $\dot{f}_3$ bei gegebenen Oberflächentemperaturen T_i und damit bekannten Eigenemissionen $\dot{e}_i$ berechnet werden.

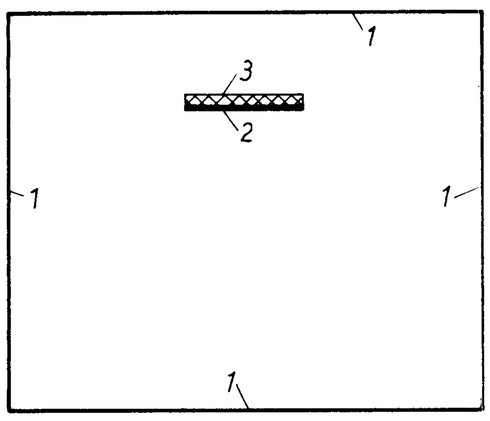


Bild 3. Strahlplatte im Prüfraum mit Kennzeichnung der relevanten Oberflächen; 1 – Raumumfassung, 2 – Untere Strahlplattenfläche, 3 – Obere Dämmschichtfläche.

Eine im Prüfraum hängende Strahlplatte (*Bild 3*) mit der unteren Oberfläche (Heizfläche) 2 (T_2; $\dot{e}_2$) und der oberen Oberfläche (Dämmschicht) 3 (T_3; $\dot{e}_3$) steht im Strahlungsaustausch mit der Umfassung 1 (T_1; $\dot{e}_1$).

Die Einstrahlzahlen ergeben sich in der Reihenfolge ihrer Bestimmbarkeit:

$$\begin{aligned} &\Phi_{2,1} = 1; \quad \Phi_{2,2} = 0; \quad \Phi_{2,3} = 0 \\ &\Phi_{3,1} = 1; \quad \Phi_{3,2} = 0; \quad \Phi_{3,3} = 0 \\ &\Phi_{1,2} = \Phi_{2,1}\frac{A_2}{A_1} = \frac{A_2}{A_1}; \quad \Phi_{1,3} = \frac{A_3}{A_1}; \\ &\Phi_{1,1} = 1 - \frac{A_2}{A_1} - \frac{A_3}{A_1} \end{aligned} \tag{8}$$

An dieser und an weiteren Stellen wird deutlich, daß die Forderung nach ungefähr gleichen Umfassungstemperaturen (Fußboden, Wand, Decke) sinnvoll war, da sich sonst Gl. (7) erweitern würde, und die Ermittlung der Einstrahlzahlen beträchtliche Erschwernisse ergäbe.

Die Auswertung der Gl. (7) ergibt

$$\dot{f}_1 = \frac{\dot{e}_1 + (1-\varepsilon_1)\Phi_{1,2}\dot{e}_2 + (1-\varepsilon_1)\Phi_{1,3}\dot{e}_3}{1-(1-\varepsilon_1)\Phi_{1,1} - (1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)\Phi_{1,2} - (1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_3)\Phi_{1,3}} \tag{9}$$

und nach Substitution in Gl. (5) folgt

$$\dot{q}_{S,2} = \varepsilon_2\sigma\left[T_2^4 - \frac{\varepsilon_1 T_1^4 + (1-\varepsilon_1)\frac{A_2}{A_1}\varepsilon_2 T_2^4 + (1-\varepsilon_1)\frac{A_3}{A_1}\varepsilon_3 T_3^4}{1-(1-\varepsilon_1)\left(1-\frac{A_2}{A_1}-\frac{A_3}{A_1}\right) - (1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)\frac{A_2}{A_1} - (1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_3)\frac{A_3}{A_1}}\right]. \tag{10}$$

Das Einführen folgender praktikabler Näherungen

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3; \quad A_2 = A_3; \quad T_3^4 \approx 0{,}5\,T_2^4$$

liefert nach äquivalentem Umformen der Gl. (10) schließlich den Strahlungswärmestrom der Strahlplattenunterseite zu

$$\dot{q}_{S,2} = \sigma\frac{T_2^4 - T_1^4 + (1-\varepsilon)\frac{0{,}5\,A_2}{A_1}T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{2\,A_2}{A_1}\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)}. \tag{11}$$

Unter Beachten der im Abschnitt 2. geforderten Mindestabmessungen des Prüfraumes und der üblichen Emissionskoeffizienten ($\varepsilon \approx 0{,}93$) kann Gl. (11) in sehr guter Näherung (Fehler: $< 0{,}3\,\%$)

$$\dot{q}_{S,2} = \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_1^4) \tag{12}$$

geschrieben werden. Dieses einfache Ergebnis bedarf der Diskussion:

- Nach der bisher üblichen Betrachtung, die auf dem konventionellen bilateralen Modell basierte, galt $\dot{q}_{S,2} = \varepsilon_1\varepsilon_2\sigma\,(T_2^4 - T_1^4)$. Das heißt, Gl. (12) ergibt einen um etwa 7% höheren Strahlungswärmestrom.
- Gl. (12) geht mit dem Berechnungsmodell des Strahlungsaustausches eines umschlossenen Körpers mit seiner Umhüllung konform. Danach gilt

$$\dot{q}_{S,2} = \sigma\frac{T_2^4 - T_1^4}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{A_2}{A_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-1\right)}, \tag{13}$$

  woraus für $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ und $A_2 \ll A_1$ sofort Gl. (12) folgt. Dieses Ergebnis verwundert nicht, da der Strahlungsaustausch zwischen Körper und Umhüllung in der Thermodynamik schon immer nach den Überlegungen der Bruttomethode abgehandelt wurde.

Die Ableitung von $\dot{q}_{S,3}$ kann analog zu obigem Verfahren erfolgen, die Größen der einzelnen Zählersummanden in Gl. (11) bewirken aber bedeutend größere Fehler, wollte man eine Näherung wie Gl. (12) wählen.

Ausgehend von der Tatsache, daß die Halbraumtemperaturen t_{uU} und t_{oU} sich bei der Prüfung unterscheiden werden, daß diese für den Wärmestrom nach unten bzw. oben aber dominant sind und daß sich die Emissionskoeffizienten der Plattenunterseite und die der Dämmschichtabdekkung (oftmals Aluminiumbeschichtung) nicht gleichen, werden folgende Näherungen vorgeschlagen:

Strahlungswärmestrom der Unterseite (Lamelle; Rohr)

$$\dot{Q}_{S,L} = \varepsilon_{S,u}\sigma(T_{S,L}^4 - T_{uU}^4)A_{S,L}\Phi_{L,U};$$
$$\dot{Q}_{S,R} = \varepsilon_{S,u}\sigma(T_{S,R}^4 - T_{uU}^4)A_{S,R}\Phi_{R,U} \tag{14}$$

Strahlungswärmestrom der Oberseite

$$\dot{Q}_{S,o} = \sigma\frac{T_{S,D}^4 - T_{oU}^4}{\frac{1}{\varepsilon_{S,D}} + \frac{A_{S,D}}{A_{oU}}\left(\frac{1}{\varepsilon_U}-1\right)}A_{S,D} = \varepsilon_{S,0}\sigma(T_{S,D}^4 - T_{oU}^4)A_{S,D} \tag{15}$$

Es bedeuten:

$\varepsilon_{S,u}$ ... Emissionskoeffizient der Strahlplattenunterseite
$\varepsilon_{S,D}$ ... Emissionskoeffizient der Strahlplattenoberseite (Abdeckung der Dämmschicht)
ε_U ... Emissionskoeffizient der Prüfraum-Umfassungen
$\varepsilon_{S,0}$ ... Kombinierter Emissionskoeffizient der Strahlplattenoberseite und der oberen Umgebung

$$\varepsilon_{S,0} = \left[\frac{1}{\varepsilon_{S,D}} + \frac{A_{S,D}}{A_{oU}}\left(\frac{1}{\varepsilon_U}-1\right)\right]^{-1} \tag{16}$$

$\Phi_{L,U}$ ... Einstrahlzahl der Lamellenfläche an die Umfassung (glatte, unverschattete Lamellen: $\Phi_{L,U} = 1$)
$\Phi_{R,U}$ ... Einstrahlzahl der Rohrfläche an die Umfassung ($\Phi_{R,U}$ ist auf die in Rechnung gestellte Rohrfläche $A_{S,R}$ zu beziehen!)
$A_{S,L}$ ... Lamellenheizfläche
$A_{S,R}$ ... Rohrheizfläche
$A_{S,D}$ ... Obere Strahlplattenfläche (Dämmschichtabdekkung)
A_{oU} ... Obere Halbraumfläche des Prüfraumes
$T_{S,L}$ ... Mittlere Heizflächentemperatur der Lamelle ($T_{S,L} = t_{S,L} + 273\,°C$)
$T_{S,R}$ ... Mittlere Heizflächentemperatur der sichtbaren Rohre ($T_{S,R} = t_{S,R} + 273\,°C$)
$T_{S,D}$ ... Mittlere Temperatur der Strahlplattenoberseite (Dämmschichtoberseite) ($T_{S,D} = t_{S,D} + 273\,°C$)
T_{uU} ... Mittlere Umfassungstemperatur des unteren Prüfraumes ($T_{uU} = t_{uU} + 273\,°C$)
T_{oU} ... Mittlere Umfassungstemperatur des oberen Prüfraumes ($T_{oU} = t_{oU} + 273\,°C$).

Konvektionswärmeabgabe

Allgemein gelten für den

Konvektionswärmestrom der Unterseite (Lamelle; Rohr)

$$\dot{Q}_{K,L} = \alpha_{u,L}(t_{S,L} - t_{uL})A_{S,L}\,;$$
$$\dot{Q}_{K,R} = \alpha_{u,R}(t_{S,R} - t_{uL})A_{S,R} \qquad (16)$$

Konvektionswärmestrom der Oberseite

$$\dot{Q}_{K,o} = \alpha_0(t_{S,D} - t_{oL})A_{S,D}\,. \qquad (17)$$

Es bedeuten:

t_{uL} ... Lufttemperatur unter der Strahlplatte
t_{oL} ... Lufttemperatur neben der Strahlplatte

Die Größe der Wärmeübergangskoeffizienten für den Wärmestrom nach unten α_u und den Wärmestrom nach oben α_o sind – wie bereits einleitend bemerkt – unsicher. Die bekannten Angaben für freie Konvektion, die auf *Michejew* und *Kollmar* zurückgehen, lauten:

$$\alpha_u = [1{,}19 - 0{,}0011\,(t_S + t_{uL})]\,(t_S - t_{uL})^{0{,}333} \quad W/(m^2\,K) \qquad (18)$$

$$\alpha_u = 1{,}28\,(t_S - t_{uL})^{0{,}25} \qquad W/(m^2\,K) \qquad (19)$$

$$\alpha_o = [2{,}21 - 0{,}002\,(t_{S,D} + t_{oL})]\,(t_{S,D} - t_{oL})^{0{,}333} \quad W/(m^2\,K) \qquad (20)$$

$$\alpha_o = 2{,}67\,(t_{S,D} - t_{oL})^{0{,}25} \qquad W/(m^2\,K)\,. \qquad (21)$$

Im interessierenden Temperaturbereich sind die vorgenannten Gleichungen ausgewertet (*Bild 4*).

Da die Anstiege der Kurven α_u nach Gl. (18) und (19) näherungsweise gleich sind, wird der Einfachheit halber zur Ermittlung von $\alpha_{u,R}$ und $\alpha_{u,L}$ der Ansatz nach Gl. (19) verwendet. Es ist jedoch sinnvoll, den Faktor 1,28 als freie Eingabegröße

K_K ... Konvektionskoeffizient

variationsfähig zu belassen.

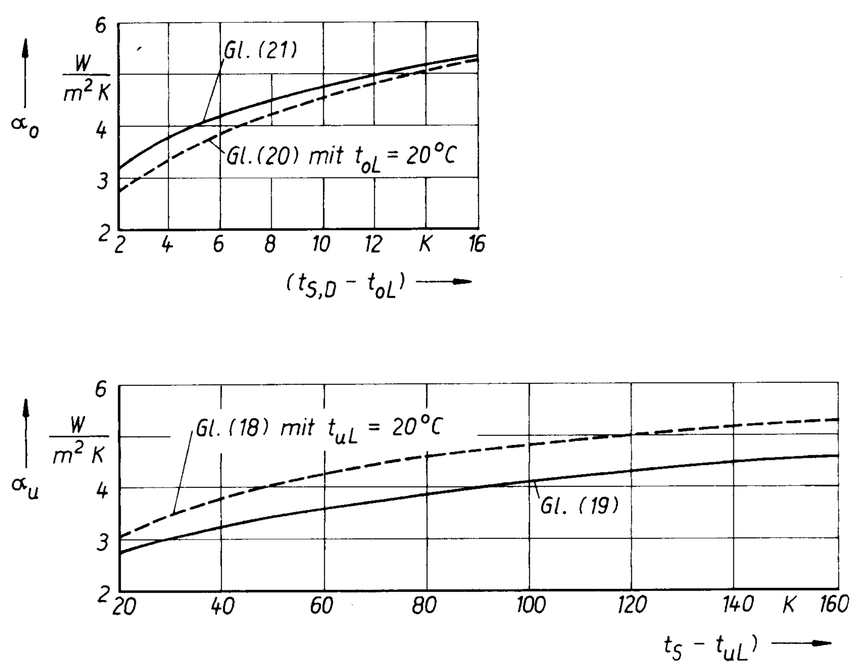


Bild 4. Konvektive Wärmeübergangskoeffizienten in Abhängigkeit der Übertemperatur nach verschiedenen Berechnungsgleichungen; α_o Wärmeübergangskoeffizient nach oben, α_u Wärmeübergangskoeffizient nach unten.

Wegen der geringen Bedeutung von α_0 und der relativ kleinen Abweichung der Kurven nach Gl. (20) bzw. (21) sei α_o generell nach Gl. (21) bestimmt.

Summative Wärmeabgabe

Für die weitere Arbeit ist es zweckmäßig, die Strahlungs- und Konvektionswärmeabgabe zusammenzufassen. Es gelten dann:

Lamelle

$$\dot{Q}_L = \dot{Q}_{K,L} + \dot{Q}_{S,L} = \alpha_L(t_{S,L} - t_{uL})A_{S,L} \qquad (22)$$

$$\alpha_L = \alpha_{u,L} + \varepsilon_{S,u}\sigma\Phi_{L,U}\frac{T^4_{S,L} - T^4_{uU}}{t_{S,L} - t_{uL}} \qquad (23)$$

Rohr

$$\dot{Q}_R = \dot{Q}_{K,R} + \dot{Q}_{S,R} = \alpha_R(t_{S,R} - t_{uL})A_{S,R} \qquad (24)$$

$$\alpha_R = \alpha_{u,R} + \varepsilon_{S,u}\sigma\Phi_{R,U}\frac{T^4_{S,R} - T^4_{uU}}{t_{S,R} - t_{uL}} \qquad (25)$$

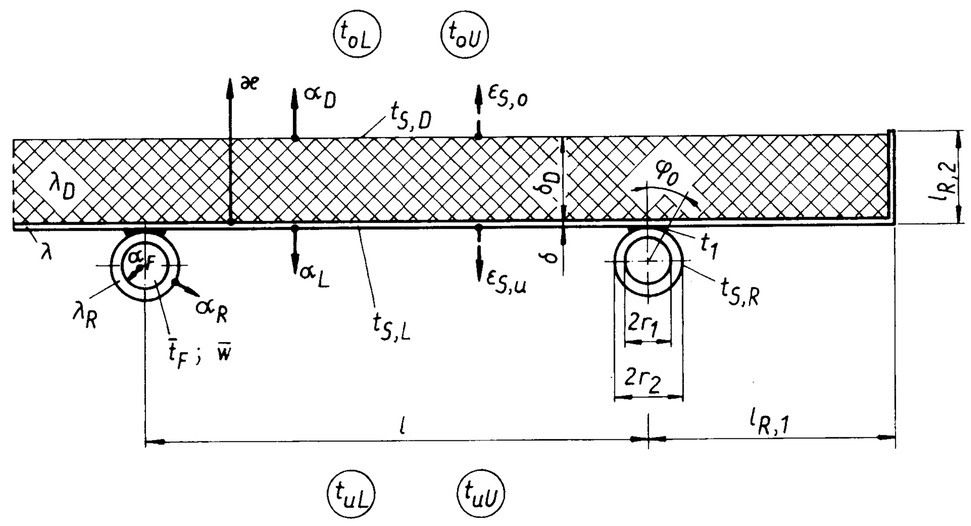
Dämmung

$$\dot{Q}_D = \dot{Q}_{K,o} + \dot{Q}_{S,o} = \alpha_D(t_{S,D} - t_{oL})A_{S,D} \qquad (26)$$

$$\alpha_D = \alpha_o + \varepsilon_{S,o}\sigma\frac{T^4_{S,D} - T^4_{oU}}{t_{S,D} - t_{oL}}\,. \qquad (27)$$

3.2 Konstruktionsspezifisches Modell

Außer den theoretischen Problemen der Wärmeübertragung in den Konstruktionselementen, die rechentechnisch aufzubereiten sind, müssen noch typisch ingenieurmäßige Approximationen getroffen werden. Dabei mutet es zunächst unlösbar an, die große Anzahl von Konstruktionsvarianten zu modellieren. Dem ist aber nicht so, denn zwischenzeitlich liegen beispielsweise für die im *Bild 2* dargestellten Formen einsatzbereite Programme vor und weitere sind aus [5, S. 264] sofort übernehm- oder



Einstrahlzahlen :

Lamelle – Umgebung

$$\Phi_{L,U} \approx 1 - \frac{2r_2}{l}\,\arctan\frac{l}{r_2}$$

Rohr – Umgebung

$$\Phi_{R,U} \approx \frac{2}{\pi}\,\arctan\frac{l}{r_2}$$

$l_R = l_{R,1} + l_{R,2}$

Strahlplattenlänge für Berechnung von $\dot{Q}_{Ges}^{*}$: b

Registerrohrlänge : L

Rohranzahl des Registers : n

Bild 5. Geometrische und wärmetechnische Charakterisierung einer geschweißten Strahlplattenkonstruktion als Grundlage für die wärmetechnische Modellierung.

entwickelbar. Baukastenähnlich wurden die Rohranschlüsse und die Lamellen algorithmiert. Sie sind beliebig verknüpfbar.

Für die wärmetechnisch besonders aufwendige Form, sichtbares Rohrregister mit verschweißter Lamelle (*Bild 2*, Form A), wird der Algorithmus nachfolgend wiedergegeben (Detailableitungen finden sich in [5, S. 36 u. f., S. 250 u. f.]):

Modellierung Lamelle

Die allgemeine Gleichung für die *mittlere Temperatur* der Lamelle lautet mit den Bezeichnungen des *Bildes 5*:

$$t_{S,L} = \left[t_1 - t_{uL} - \frac{\kappa}{\kappa + \alpha_L}\Delta\right] \frac{\tanh\left(m\frac{l}{2}\right)}{m\frac{l}{2}} + \frac{\kappa}{\kappa + \alpha_L}\Delta + t_{uL} \tag{28}$$

Es gelten die Abkürzungen

$$\Delta = t_{oL} - t_{uL}; \quad m = \sqrt{\frac{\kappa + \alpha_L}{\lambda\delta}} \tag{29}$$

und der *Teilwärmedurchgangskoeffizient* nach oben

$$\kappa = \left(\frac{1}{\alpha_D} + \frac{\delta_D}{\lambda_D}\right)^{-1}. \tag{30}$$

Der *Wärmestrom der halben Rippe* nach oben und unten lautet zusammengefaßt:

$$\dot{Q} = [\kappa(t_{S,L} - t_{oL}) + \alpha_L(t_{S,L} - t_{uL})]\frac{l}{2}b. \tag{31}$$

Modellierung Rohranschluß

Für den *Wärmestrom der unteren Rohrhälfte* nach unten gilt

$$\dot{Q}_{R,u} = k\pi r_2 b(\bar{t}_F - t_{uL}) \tag{32}$$

mit dem näherungsweise für eine ebene Wand berechneten Wärmedurchgangskoeffizienten

$$k = \left(\frac{1}{\alpha_F} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda_R} + \frac{1}{\alpha_R}\right)^{-1}. \tag{33}$$

Für die raumwirksame Rohrwärmeabgabe sei nur die untere Rohrhälfte angesetzt, da angenommen wird, daß die Wärmeabgabe der oberen Rohrhälfte bis auf die direkte Strahlung zur Umfassung in erster Linie der Lamelle zugute kommt. Dieser kaum erfaßbare Wärmetransport kommt in der Wirkung einer Verbreiterung der Schweißnaht gleich. Somit gelten $A_{S,R} = \pi r_2 b$ und $\Phi_{R,U} = 2\Phi^*$, wenn Φ^* die Einstrahlzahl des gesamten Rohres zur Umfassung darstellt.

Da α_R eine Funktion der äußeren Rohrtemperatur $t_{S,R}$ ist, muß eine iterative Anpassung über

$$t_{S,R} = \frac{k}{\alpha_R}(\bar{t}_F - t_{uL}) + t_{uL} \tag{34}$$

erfolgen.

In jede Lamellenhälfte der Länge b strömt $\dot{Q}$. Dieser Wärmestrom muß vorher die Schweißnaht der Fläche $\varphi_o r_2 b$ passieren. Die mittlere Schweißnahttemperatur ist identisch mit der Rippenfußtemperatur t_1. Wegen der großen Wärmestromdichte wird in der Rohrwand die Wärmeleitung zweidimensional betrachtet.

Der *Wärmestrom einer Rohrhälfte* beträgt

$$\dot{Q}_R = \dot{Q} + 0{,}5\,\dot{Q}_{R,u}, \tag{35}$$

woraus die *Differenz der mittleren Rohrwandtemperaturen* folgt

$$\Delta t = \frac{\dot{Q}_R}{\pi b \lambda_R} \ln\frac{r_2}{r_1}. \tag{36}$$

Mit den vereinfachenden *Abkürzungen*

$$q_o = -\frac{r_1}{\lambda_R \Delta t}\frac{\dot{Q}}{b\varphi_o r_2}; \quad q_1 = -\frac{r_1}{\lambda_R \Delta t}\frac{\dot{Q}_{R,u}}{b\pi r_2}$$

$$r^* = \frac{r_2}{r_1}; \quad h = \frac{\alpha_F r_1}{\lambda_R} \tag{37}$$

berechnet sich die *Heizmedientemperatur* zu

$$\bar{t}_F = t_1 - \frac{\dot{Q}_R}{\pi b}\left\{\frac{2r^*}{\varphi_0 \pi}\frac{\ln r^*}{\lambda_R}\sum_{\omega=1}^{\infty}\left[q_0 \sin^2(\omega\varphi_0) - q_1 \sin(\omega\varphi_0)\sin\left(\omega\frac{\pi}{2}\right)\right]\cdot \frac{\omega\cosh(\omega\ln r^*) + h\sinh(\omega\ln r^*)}{\omega^3[\omega\sinh(\omega\ln r^*) + h\cosh(\omega\ln r^*)]} - \frac{\ln r^*}{\lambda_R} - \frac{1}{r_1\alpha_F}\right\}. \tag{38}$$

Ist die Blechlamelle am Rohr nur mit Schweißpunkten verbunden, kann in erster Näherung eine Umrechnung auf eine durchgehende Rollnaht vorgenommen werden. Es gilt dann mit dem Schweißpunktdurchmesser d_S und dem Punktabstand p für die äquivalente halbe *Schweißnahtbreite* im Bogenmaß

$$\varphi_o = \frac{\pi d_S^2}{8\,p r_2}. \tag{39}$$

(Vernachlässigt man den Wärmetransport zwischen Rohr und Lamelle infolge Berührung und Strahlung, so sollte $\varphi_0 r_2 \approx \delta$ gelten!)

Modellierung Gesamtwärmeabgabe

Während die Wärmeabgabe einer Mittellamelle

$$\dot{Q}_{ML} = 2\,b\lambda\delta m\left(t_1 - t_{uL} - \frac{\kappa}{\kappa + \alpha_L}\Delta\right)\tanh\left(m\frac{l}{2}\right) \qquad (40)$$

beträgt, lautet die Wärmeabgabe der Randlamelle

$$\dot{Q}_{RL} = b\lambda\delta m\left(t_1 - t_{uL} - \frac{\kappa}{\kappa + \alpha_L}\Delta\right)\tanh(m\,l_R)\,. \qquad (41)$$

Zwischen beiden kann man das Verhältnis

$$f = \frac{\dot{Q}_{RL}}{\dot{Q}_{ML}} = 0{,}5\,\frac{\tanh(m l_R)}{\tanh\left(m\frac{l}{2}\right)} \qquad (42)$$

bilden.

Mit der Rohranzahl n folgt die *Gesamtwärmeabgabe* zu

$$\dot{Q}_{Ges} = 2(n-1)\dot{Q} + n\dot{Q}_{R,u} + 4\dot{Q}f\,. \qquad (43)$$

Die Wärmeabgabe des Registerverteil- und -sammelrohres wird separat berechnet und zu $\dot{Q}_{Ges}$ addiert oder bezogen auf die Wärmeleistung (Plattenlänge b) pauschal durch den Faktor f_V berücksichtigt.

Damit gilt zusammenfassend

$$\dot{Q}^*_{Ges} = f_V\dot{Q}_{Ges}\,.$$

Modellierung Strahlungswärmeabgabe

Der Strahlungsanteil eines mittleren Rohr- und Lamellenabschnittes nach unten beträgt

$$s = \frac{\Phi_{R,U}\pi r_2 b(T^4_{S,R} - T^4_{uU}) + \Phi_{L,U} l b(T^4_{S,L} - T^4_{uU})}{2\,\dot{Q}_R}\,\varepsilon_{S,u}\sigma\,. \qquad (44)$$

Damit ergibt sich in guter Näherung der gesamte *Strahlungswärmestrom nach unten*

$$\dot{Q}_S = s\dot{Q}^*_{Ges}\,.$$

Die *mittlere, theoretische Heizflächentemperatur* bezogen auf die nichtgedämmte, glatte Plattenoberfläche (≈ Projektionsfläche) berechnet sich zu

$$t_S = \left[\frac{\dot{Q}_S}{\varepsilon_{S,u}\sigma b[(n-1)l + 2l_R]} + T^4_{uU}\right]^{0,25} - 273\,°C\,. \qquad (45)$$

Die Größen s, $\dot{Q}_S$ und t_S haben ursächlich nichts mit der Heizflächenprüfung zu tun. Sie werden aber oftmals zur Qualitätsbeurteilung der Strahlplatten und zur Heizflächenaufteilung im Planungsfall herangezogen.

Berechnungsablauf

Im *Bild 6* ist der Datenflußplan dargestellt. Es werden die vorgenannten Gleichungen mit identischen Formelzeichen verwandt. Die Indizes sind allerdings auf Zeilenhöhe gesetzt. Die Wärmeübergangskoeffizienten werden mit-

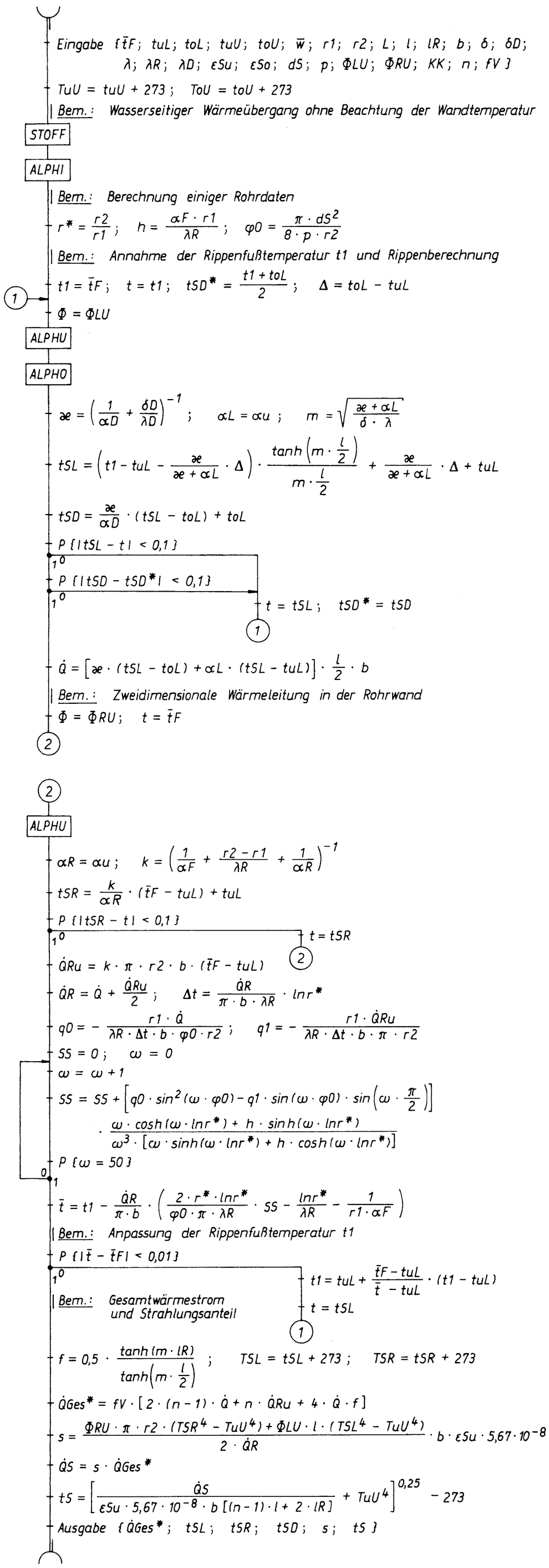


Bild 6. Datenflußplan zur wärmetechnischen Modellierung der im *Bild 5* dargestellten Strahlplatte. Einheiten: Geometrische Abmessungen in m; Geschwindigkeit in m/s; Wärmeleitfähigkeit in W/(m K); Wärmeabgabe in W; Temperaturen in °C.

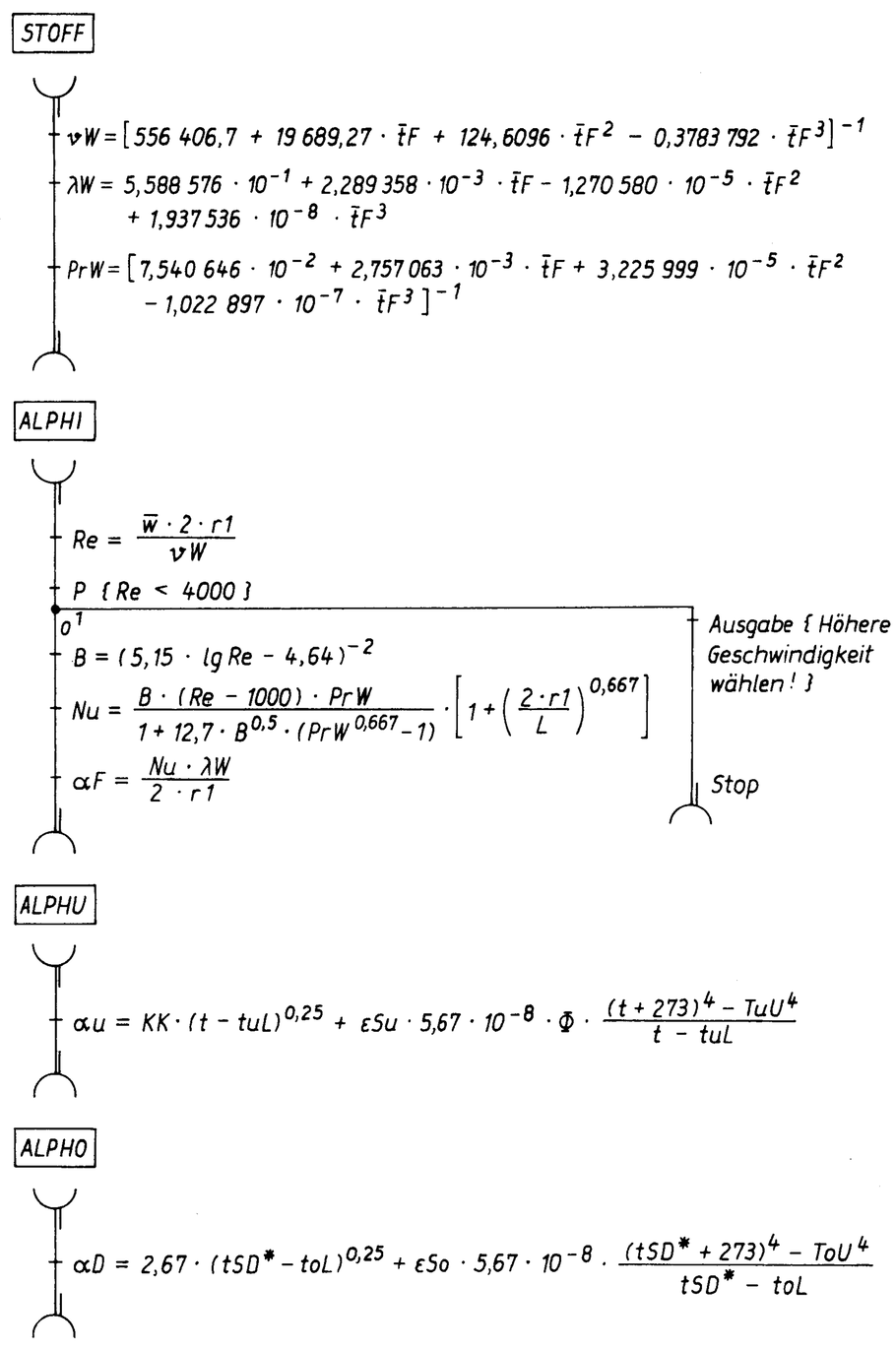


Bild 6. Fortsetzung.

tels austauschbarer Unterprogramme berechnet, so daß diese entsprechend dem fortschreitenden Erkenntnisstand leicht aktualisierbar sind. Folgende Zuordnungen wurden getroffen:

α_D – ALPHO; α_L und α_R – ALPHU; α_F – ALPHI.

Letzteres Unterprogramm dient zur Ermittlung des Wärmeübergangs vom Heizmedium an das Rohr im Falle turbulenter Strömung.

Mit dem Unterprogramm STOFF werden die Stoffwerte des Heizmediums Wasser nach [8] bestimmt.

4. Verifizierung des wärmetechnischen Modells und Normierung der Leistungswerte

Es wird davon ausgegangen, daß durch Mehrfachmessungen und Ausschluß von systematischen Fehlern die Versuchsergebnisse weitestgehend abgesichert sind. Mit den im Versuch gemessenen Temperaturen ($\bar{t}_F$; t_{uL}; t_{oL}; t_{uU}; t_{oU}) wird die Berechnung gemäß Modell durchgeführt.

4.1 Notwendige Anpassung

Das rechnerische Ergebnis $\dot{Q}^*_{Ges}$ ist dem Meßwert $\dot{Q}_V$ durch Variation der relativ unsicheren Modellannahmen anzupassen. Grundsätzlich stehen dabei alle Wärmeübergangskoeffizienten zur Disposition. Im besonderen betrifft dies die nachfolgenden Faktoren, für deren Einfluß auf die Wärmeleistung beispielsweise gilt:

$$K_K = 1{,}28 \rightarrow 1{,}5 \quad \dot{Q}^*_{Ges}/\dot{Q}^*_{Ges;1,28} = 1{,}044$$
$$\varepsilon_{S,u} = 0{,}93 \rightarrow 0{,}9 \quad \dot{Q}^*_{Ges}/\dot{Q}^*_{Ges;0,93} = 0{,}986$$

Die Variation der nicht exakt bestimmbaren Konstruktionsparameter, wie z. B. des Schweißpunktdurchmessers bewirkt bei den üblichen Rohrwanddicken keine nennenswerte Leistungsänderung. Bei form- und kraftschlüssigen Lamellenanschlüssen (*Bild 2*, Form B) beeinflußt der Wärmeleitwiderstand des Spaltes die rechnerische Wärmeleistung bei geringer Kontaktfläche dagegen beträchtlich.

Ist die Übereinstimmung von $\dot{Q}^*_{Ges}$ und $\dot{Q}_V$ erreicht, so sind weitere Versuchspunkte, die in anderen Temperaturbereichen liegen, zu betrachten. Die Modellierung ist dann gut, wenn die Ergebnisübereinstimmung bei den gleichen K_K, $\varepsilon_{S,u}$ usw. auftritt.

Bei den bisherigen Auswertungen konnte dieses Ziel innerhalb der Versuchsreihen stets erreicht werden, allerdings traten bei den einzelnen Versuchsständen deutliche Unterschiede der Konvektionskoeffizienten K_K auf. So ergaben sich bei kleinen Versuchskabinen, die üblicherweise der Prüfung von Raumheizflächen dienen, wegen fehlender Luftbewegung auch kleine K_K-Werte.

4.2 Hinreichende Anpassung

Der Algorithmus entspricht den realen Verhältnissen exakt, wenn außer der Leistungsanpassung auch eine Übereinstimmung bei der mittleren Lamellentemperatur $t_{S,L}$, der Rohrtemperatur $t_{S,R}$ und Dämmschicht-Oberflächentemperatur $t_{S,D}$ auftritt. Es sei aber darauf hingewiesen, daß den bisher überprüften Protokollen verschiedener Versuchsstände keine den physikalischen Gegebenheiten entsprechenden Mitteltemperaturen direkt zu entnehmen oder aus den Angaben errechenbar waren.

4.3 Normierung der Leistungswerte

Nach Abgleich des Modells mit der Realität, ist eine Temperaturbasis, auf die die Heizmedienübertemperatur bezogen werden kann, festzulegen. Keine der Temperaturen t_{uL}, t_{oL}, t_{uU} und t_{oU} ist allein repräsentativ für die Wärmeabgabe. Letztlich kennt der Projektant nur die Raumintemperatur t_i nach Gl. (1). Da ein allgemeingültiger Zusammenhang zu den genannten partiellen Luft- und Umgebungstemperaturen nicht besteht, wird vorgeschlagen, eine für die Wärmeabgabe der Strahlplatte relevante *wärmetechnische Bezugstemperatur* $t_{WT,B}$ einzuführen. Die Einzeltemperaturen haben alle dieser zu entsprechen:

$$t_{WT,B} = t_{uL} = t_{oL} = t_{uU} = t_{oU}\,. \tag{46}$$

Da der Konvektionswärmestrom der Temperaturdifferenz $(t - t_{WT,B})$, der Strahlungswärmestrom aber der Differenz $(T^4 - T^4_{WT,B})$ proportional ist, kann $\dot{Q}^*_{Ges}$ nicht allein von $(\bar{t}_F - t_{WT,B})$ abhängig dargestellt werden. Viel-

mehr beeinflußt die absolute Größe $t_{WT,B}$ das Ergebnis. Im realen Anbringungsfall dürfte $t_{WT,B}$ im Bereich 15 °C ... 20 °C liegen. Der Einfluß auf die Wärmeleistung

$$\dot{Q}^*_{Ges} = f_1(\bar{t}_F - t_{WT,B}) \tag{47}$$

ist jedoch vernachlässigbar klein (Größenordnung: 1,5 ... 2,5 %). Weiterhin korreliert die mittlere Heizflächenübertemperatur sehr gut mit der Heizmedienübertemperatur

$$t_S - t_{WT,B} = f_2(\bar{t}_F - t_{WT,B}) \,. \tag{48}$$

Die *Bilder 7* und *8* bestätigen dies für die im *Bild 2* vorgestellten, wärmetechnisch stark unterschiedlichen Formen A und B deutlich.

Wie im Abschnitt 1.II. bereits ausgesagt, gehorcht Gl. (47) jedoch nicht dem üblicherweise verwendeten Potenzansatz. Die Exponenten wären stark temperaturabhängig, wie die Anstiege der jeweiligen Kurvenenden im doppeltlogarithmischen Netz (*Bild 7*) zeigen.

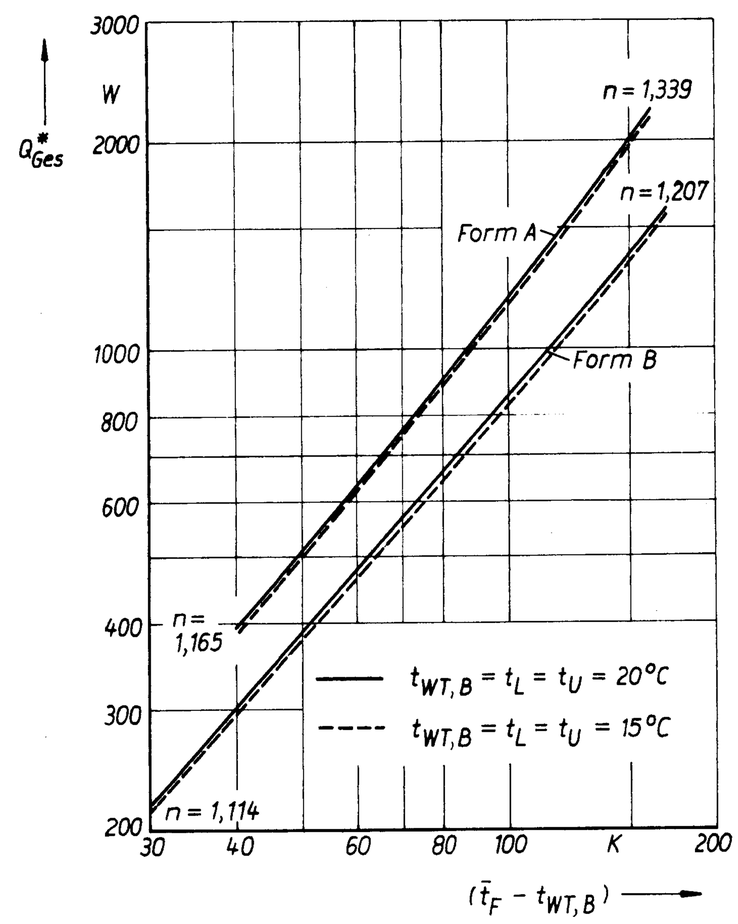


Bild 7. Gesamtwärmeabgabe zweier unterschiedlicher Strahlplattentypen in Abhängigkeit der Übertemperatur (Heizmedientemperatur $\bar{t}_F$ – wärmetechnische Bezugstemperatur $t_{WT,B}$) bei Variation von $t_{WT,B}$.

5. Wärmeabgabe der Strahlplatten unter realen Einsatzbedingungen

In der Praxis können die Temperaturen t_{uL}, t_{oL}, t_{uU}, t_{oU} in weiten Grenzen schwanken. Im Aufenthaltsbereich ist t_i zu sichern. Der Zusammenhang zwischen diesen Temperaturen könnte nur durch ein aufwendiges Modell, das den Strahlungsaustausch, die konvektiven Wärmeströme und die Lufttemperaturverteilung im Großraum angibt, dargestellt werden. Mit dem derzeitigen Erkenntnisstand sind die letzten beiden Punkte noch nicht exakt erfüllbar. Um die Abhängigkeit der Wärmeabgabe von den Einzeltemperaturen und auch bezogen auf t_i angeben zu können, wird nachfolgendes *Einfachmodell* aufgestellt.

Gemäß *Bild 9* sei ein Hallenquerschnitt mit vorgegebenen Abmessungen (L; B; H; h_S; h_A), Umfassungstemperaturen (t_D; t_1; t_2; t_3; t_B), der Lufttemperatur im Aufenthaltsbereich t_L sowie einem mittleren Lufttemperaturgradienten g_{Lt} und einer homogenen Strahlplattenverteilung mit der gleichmäßigen Oberflächentemperatur t_S betrachtet. Bezogen auf die Fußboden- bzw. Deckenfläche ($A_B = A_D$) beträgt die gesamte Strahlplattenfläche

$$A_S = \nu A_D \,. \tag{49}$$

Die Strahlplatten tragen oberseits eine Dämmschicht (δ_D; λ_D). Der Konvektionskoeffizient kann mit K_K und der Emissionskoeffizient für alle strahlenden Flächen mit ε vorgegeben werden.

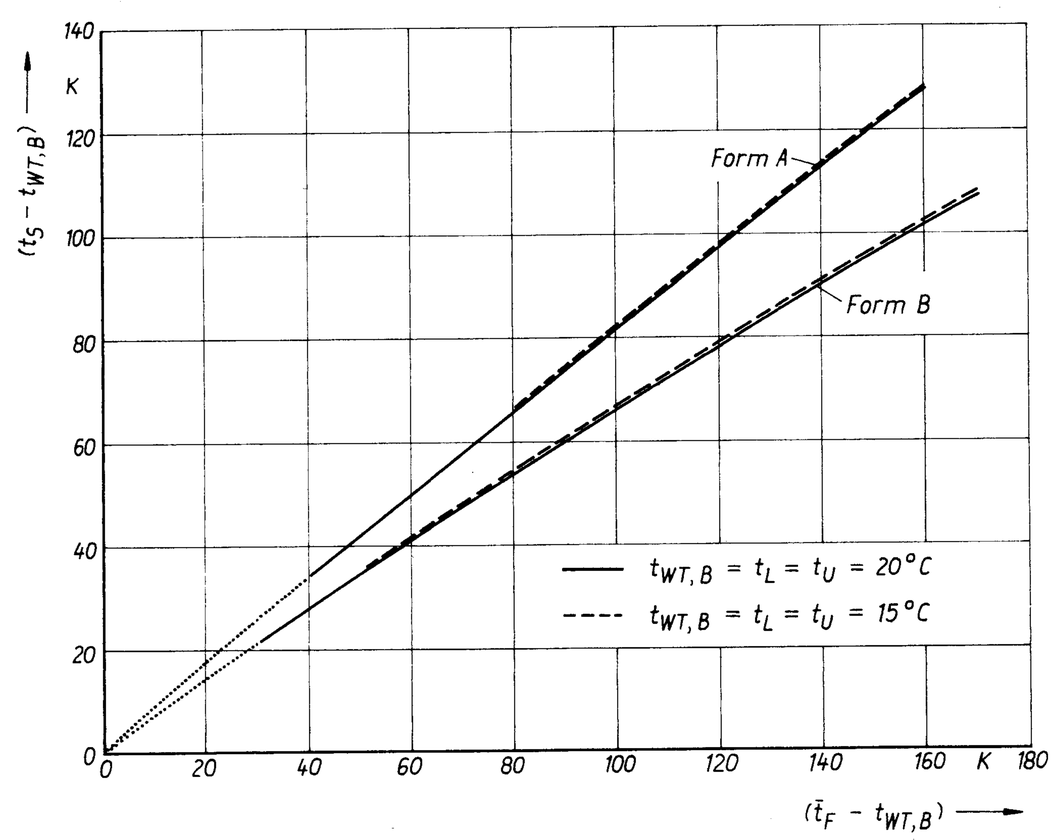


Bild 8. Mittlere Heizflächenübertemperatur in Abhängigkeit der Heizmedienübertemperatur für zwei unterschiedliche Strahlplattentypen bei Variation der wärmetechnischen Bezugstemperatur $t_{WT,B}$.

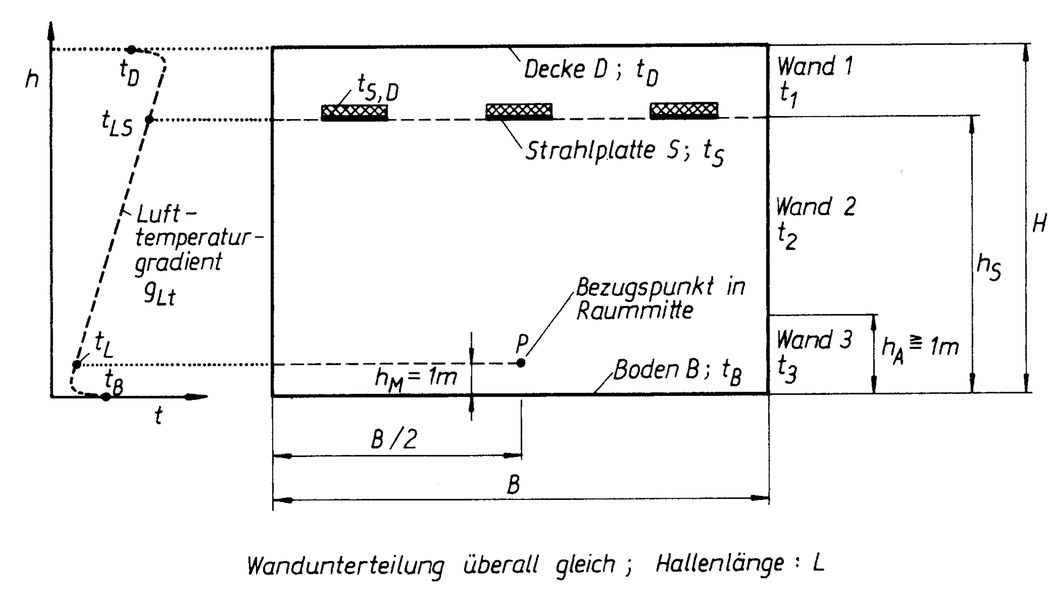


Bild 9. Geometrische und wärmetechnische Charakterisierung des Hallenmodells zur Ermittlung der spezifischen Wärmeabgabe von Strahlplatten unter realen Einsatzbedingungen.

5.1 Wärmeabgabe nach unten

Strahlung

Vorab sind die Flächeneinstrahlzahlen der Strahlplattenunterseite auf die Wände 2 und 3 sowie den Boden $\Phi_{S,2}$; $\Phi_{S,3}$; $\Phi_{S,B}$ zu bestimmen. Der Rechengang ist aus dem Flußplan (*Bild 10*) unter Verwenden des Unterpro-

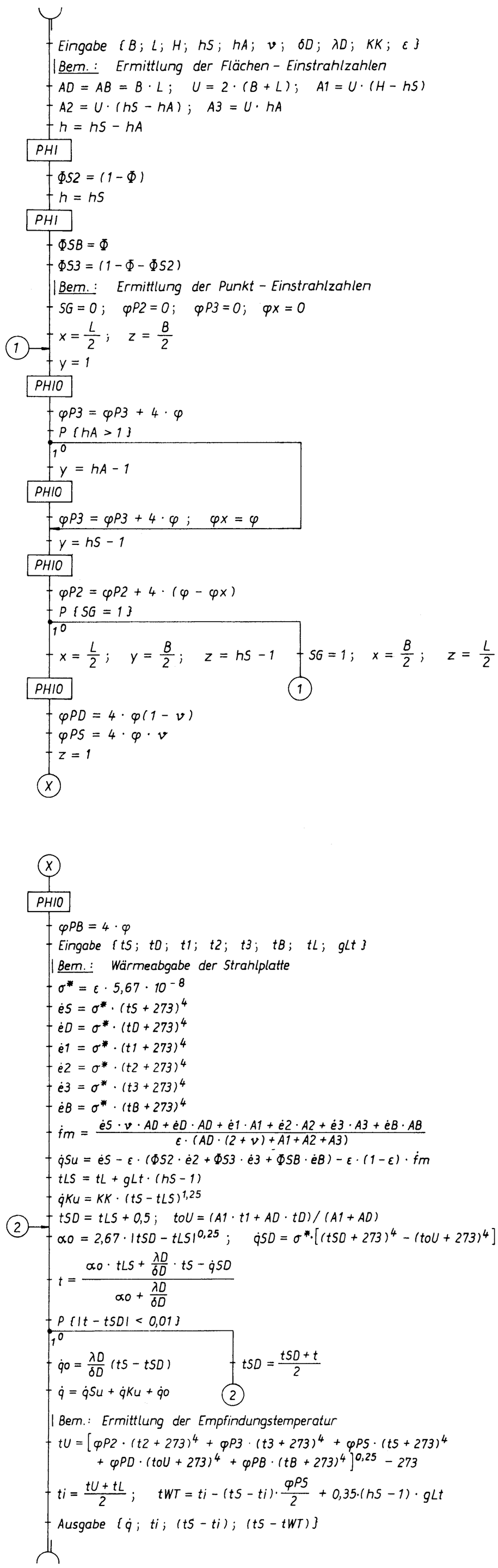


Bild 10.

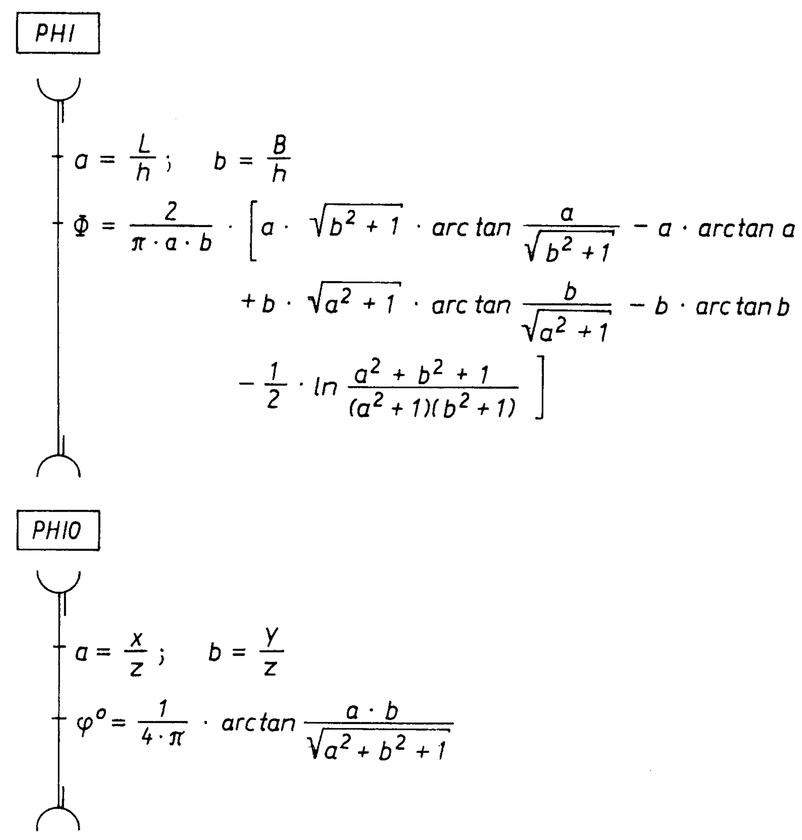


Bild 10. Datenflußplan zur vereinfachten Ermittlung der spezifischen Wärmeabgabe einer Strahlplatte unter realen Einsatzbedingungen in einem Großraum. Im Ergebnis werden außer der Wärmestromdichte $\dot{q}$, die Empfindungstemperatur t_i sowie die Übertemperaturen der Strahlplatte bezogen auf t_i und die wärmetechnische Temperatur t_{WT} angegeben. Einheiten: Geometrische Abmessungen in m; Wärmeleitfähigkeit in W/(m K); Temperaturen in °C; Temperaturdifferenzen in K; Temperaturgradienten in K/m; Wärmestromdichten in W/m².

gramms PHI, das die Einstrahlzahl zwischen gleich großen, parallelen Flächen angibt, ersichtlich.

Die Eigenemissionen der Strahlplattenunterseite $\dot{e}_S$ sowie der Umfassungen $\dot{e}_D$, $\dot{e}_B$, $\dot{e}_1$, $\dot{e}_2$, $\dot{e}_3$ werden nach Gl. (6) mit den vorgegebenen Temperaturen berechnet. Um das Lösen eines zu Gl. (7) analogen Systems mit mindestens 6 Gleichungen zu umgehen, findet das in [10] vorgeschlagene Näherungsverfahren Anwendung. Dazu ist der Mittelwert der Energiestromdichten („Flächenhelligkeiten")

$$\dot{f}_m = \frac{\dot{e}_S \nu A_D + \dot{e}_D A_D + \dot{e}_1 A_1 + \dot{e}_2 A_2 + \dot{e}_3 A_3 + \dot{e}_B A_B}{\varepsilon(\nu A_D + A_D + A_1 + A_2 + A_3 + A_B)} \tag{50}$$

zu bilden. Der Einfluß der gedämmten Strahlplattenoberseite wurde wegen der untergeordneten Bedeutung für den unteren Halbraum vernachlässigt.

Die spezifische Strahlungswärmeabgabe nach unten ergibt sich schließlich zu

$$\dot{q}_{S,u} = \dot{e}_S - \varepsilon(\Phi_{S,2}\dot{e}_2 + \Phi_{S,3}\dot{e}_3 + \Phi_{S,B}\dot{e}_B) - \varepsilon(1-\varepsilon)\dot{f}_m\,. \tag{51}$$

Konvektion

Die Lufttemperatur in Höhe der Strahlplatten beträgt ausgehend von t_L in $h_M = 1$ m Höhe und unter Beachten des Lufttemperaturgradienten g_{Lt} in Höhe der Strahlplatten-Anbringungsebene h_S

$$t_{LS} = t_L + g_{Lt}(h_S - h_M)\,. \tag{52}$$

Die spezifische Konvektionswärmeabgabe nach unten sei nach dem Ansatz

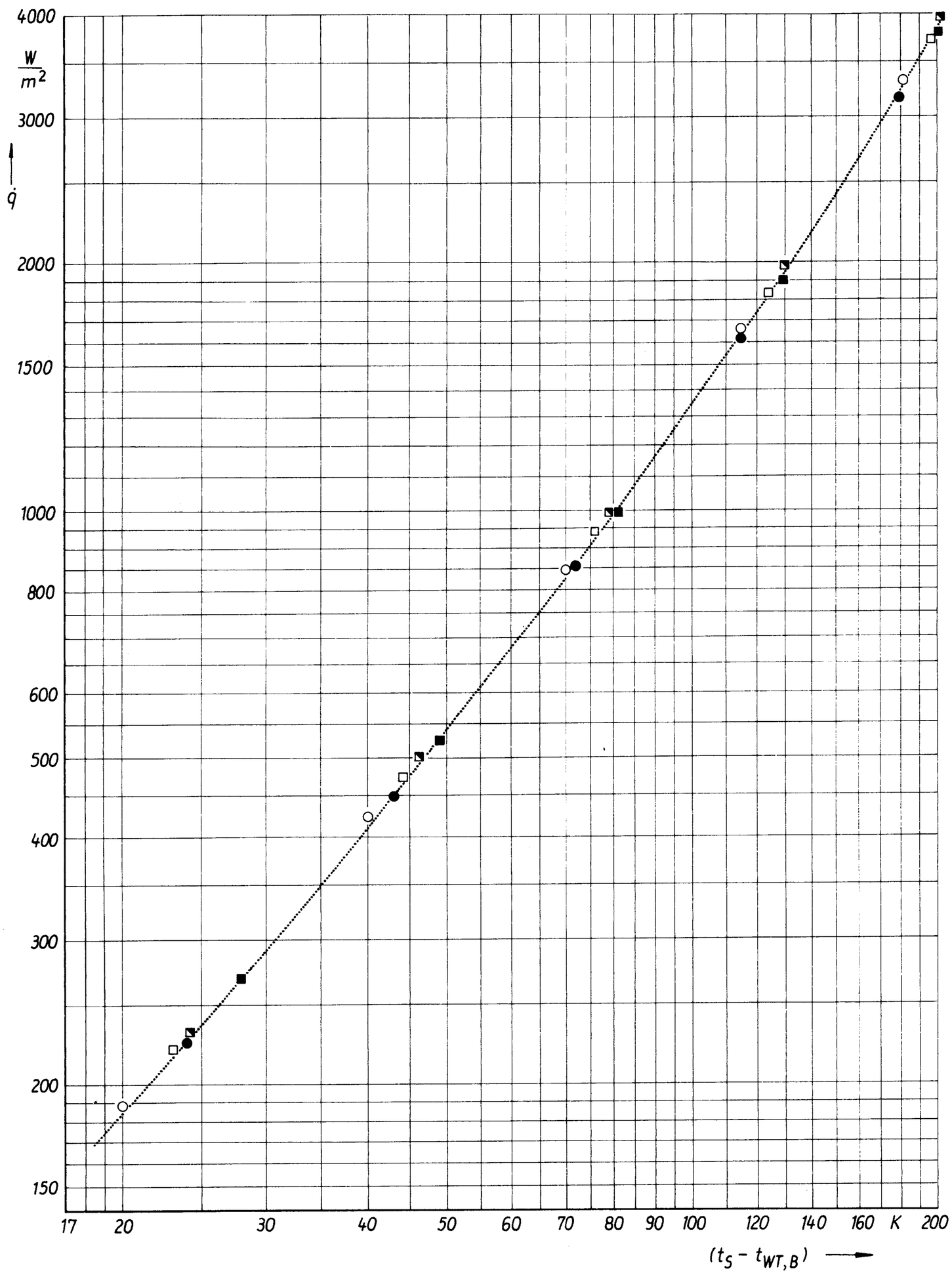


Bild 11. Spezifische Wärmeleistung einer Strahlplatte in Abhängigkeit der Übertemperatur (mittlere Strahlplattentemperatur t_S – wärmetechnische Bezugstemperatur $t_{WT,B}$), Symbolerklärung: *Tabelle 1*.

$$\dot{q}_{K,u} = K_K (t_S - t_{LS})^{1,25} \tag{53}$$

bestimmt.

5.2 *Wärmeabgabe nach oben*

Da der Wärmestrom nach oben nur etwa 10 % des Wertes nach unten beträgt, kann die Berechnung bedeutend einfacher als unter 5.1. dargelegt, vorgenommen werden. Durch die willkürliche Wahl der Ausgangswerte ist die Richtung des Wärmestromes nicht eindeutig vorgegeben. Deshalb wird von einer Bilanz an der Dämmschichtoberfläche ausgegangen. Der nach oben abgegebene Wärmestrom lautet:

$$\dot{q}_o = \frac{\lambda_D}{\delta_D}(t_S - t_{S,D}) = \alpha_o (t_{S,D} - t_{LS}) + \varepsilon\sigma (T_{S,D}^4 - T_{oU}^4)\,, \tag{54}$$

woraus zunächst $t_{S,D}$ bestimmt und iterativ

$$\alpha_0 = 2{,}67\,|t_{S,D} - t_{LS}|^{0,25} \tag{55}$$

angenähert wird. Die obere Umgebungstemperatur

$$t_{oU} = \frac{t_1 A_1 + t_D A_D}{A_1 + A_D} \tag{56}$$

ist gemittelt.

5.3 *Empfindungstemperatur*

Um die in Gl. (1) definierte Temperatur t_i zu bilden, müssen die Einstrahlzahlen einer Kugel oder eines kugelförmigen Elementes, das sich am Punkt P befindet, auf alle umhüllenden Flächen $\varphi_{P,2}^{\circ}$; $\varphi_{P,3}^{\circ}$; $\varphi_{P,S}^{\circ}$; $\varphi_{P,D}^{\circ}$; $\varphi_{P,B}^{\circ}$ gebildet werden. Der Berechnungsablauf ist aus *Bild 10* ersichtlich, wobei das Unterprogramm PHIO Verwendung findet. Dies gibt die Einstrahlzahl einer Kugel auf eine Rechteckfläche an, wenn der Kugelmittelpunkt senkrecht unter einer Ecke des Rechtecks liegt. Vereinfacht wurde der Strahlungsaustausch zur Decke und zur Wand 1 durch den mit einer in Strahlplattenhöhe h_S gelegenen „Deckenfläche" der Temperatur t_{oU} ($T_{oU} = t_{oU} + 273\,°C$) nach Gl. (56) ersetzt. Die auf den Punkt P bezogene Strahlungstemperatur der Umgebung ergibt sich zu

$$t_U = (\varphi_{P,2}^{\circ} T_2^4 + \varphi_{P,3}^{\circ} T_3^4 + \varphi_{P,S}^{\circ} T_S^4 + \varphi_{P,D}^{\circ} T_{oU}^4 + \varphi_{P,B}^{\circ} T_B)^{0,25} - 273\,°C\,. \tag{57}$$

Damit ist die Empfindungstemperatur gemäß Gl. (1)

$$t_i = 0{,}5(t_L + t_U)$$

berechenbar.

5.4 *Berechnung und Darstellung der Leistungswerte*

Die Berechnung des Einfachmodells nach dem vorgestellten Algorithmus ist datenflußmäßig im *Bild 10* dargestellt. Damit kann die spezifische Gesamtwärmeabgabe $\dot{q}$ der Strahlplatte in Abhängigkeit der in der Praxis vorkommenden Parameter für die mittlere Strahlplattentemperatur t_S bestimmt werden. Wird gemäß Gl. (46) mit der wärmetechnischen Bezugstemperatur $t_{WT,B}$ gearbeitet, so ist das Ergebnis $\dot{q} = f_3(t_S - t_{WT,B})$ wiederum nur in geringem Maße vom absoluten Wert $t_{WT,B}$ abhängig (*Bild 11*).

Dies bestätigt die Richtigkeit des Modells, denn nach *Bild 8* gilt in guter Näherung die lineare Beziehung

$$t_S - t_{WT,B} = \xi(\bar{t}_F - t_{WT,B}), \tag{58}$$

womit die Darstellungen der *Bilder 7* und *11* miteinander korrespondieren.

Für den realen Einsatzfall ist jedoch eine Abhängigkeit $\dot{q} = f_4(t_S - t_{WT})$ interessant, wobei die *wärmetechnische Temperatur* t_{WT} die gesamte, praktisch relevante Palette der möglichen Luft- und Umgebungstemperaturen und ihre Wirksamkeit bezüglich der Strahlplattenwärmeabgabe ausdrücken muß. Dabei ist t_{WT} mit den bekannten und abschätzbaren Größen darzustellen. Zunächst bietet sich die Näherung

$$t_{WT} = t_i \tag{59}$$

an, da der Heizungsprojektant die Rauminnentemperatur gemäß Aufgabenstellung kennt. Für eine Vielzahl von Geometrien, Temperaturannahmen, Temperaturgradienten und Heizflächenbelegungsgraden (*Tab. 1*) wurde der im *Bild 10* gegebene Algorithmus abgearbeitet. Die Einzelergebnisse

$$\dot{q} = f_5(t_S - t_i) \tag{60}$$

streuen so stark (*Bild 12*), daß keine genaue Zuordnung möglich ist.

Die Raumtemperatur im Aufenthaltsbereich t_i sagt somit nur sehr wenig über die tatsächlichen Entwärmungsbedingungen der Strahlplatte aus. Das heißt, ihre Kenntnis allein reicht nicht aus, um die Wärmeabgabe zu quantifizieren.

Tabelle 1. Parametervariationen für Beispielrechnungen (*Bilder 11 bis 13*).

Symbol	t_D °C	t_1 °C	t_2 °C	t_3 °C	t_B °C	t_L °C	g_{Lt} K/m	ν –
B = 90 m; L = 30 m; H = 8 m; h_S = 6 m; h_A = 2 m								
△	20	20	10	15	18	17	0,5	0,1
▽	20	20	10	15	18	17	0,5	0,2
▼	20	20	10	15	18	17	0,5	0,4
▲	20	20	10	15	18	17	0,5	0,6
B = 90 m; L = 30 m; H = 18 m; h_S = 16 m; H_A = 2 m								
◁	20	20	10	15	18	17	0,5	0,2
▷	28	26	18	18	18	17	1	0,2
B = 10 m; L = 20 m; H = 8 m; h_S = 6 m; h_A = 2 m								
○	20	20	20	20	20	20	0	0,2
●	15	15	15	15	15	15	0	0,2
○	20	15	15	15	18	17	1	0,2
◇	28	20	15	15	18	17	2	0,2
○	20	20	10	15	18	17	0,5	0,2
○	18	18	10	10	14	12	0,5	0,2
B = 100 m; L = 200 m; H = 8 m; h_S = 6 m; h_A = 2 m								
□	20	20	20	20	20	20	0	0,2
■	15	15	15	15	15	15	0	0,2
□	20	15	15	15	18	17	1	0,2
◆	28	20	15	15	18	17	2	0,2
□	20	20	10	15	18	17	0,5	0,2
⌘	18	18	10	10	14	12	0,5	0,2
◪	20	20	20	20	20	20	0	0,1
×	20	20	10	15	18	17	0,5	0,1

Auf der Suche nach einer geeigneteren Definition für t_{WT} wird von folgenden Näherungsbeziehungen, die in engen Temperaturbereichen gelten, ausgegangen:

Strahlungswärmestrom

$$\dot{Q}_S = s\dot{Q}_{Ges}\frac{t_S - t_{US}}{t_S - t_{WT,B}} \tag{61}$$

Konvektionsstrom

$$\dot{Q}_K = (1 - s)\,\dot{Q}_{Ges}\frac{t_S - t_{LS}}{t_S - t_{WT,B}}. \tag{62}$$

Dabei sei die Strahlplatten-Umgebungstemperatur t_{US} bzw. Lufttemperatur t_{LS} verwandt. Die Empfindungstemperatur ergibt sich zu

$$t_i \approx \frac{t_{US}(1 - \varphi^{\circ}_{P,S}) + t_S\varphi^{\circ}_{P,S} + t_L}{2}. \tag{63}$$

Weiterhin gilt noch Gl. (52) zur Ermittlung von t_{LS}.

Aus diesen Zusammenhängen wird nach Umrechnungen und Einsetzen praxisorientierter Größen, für die wärmetechnische Temperatur

$$t_{WT} = t_i - 0{,}5(t_S - t_i)\varphi^{\circ}_{P,S} + 0{,}35(h_S - h_M)g_{Lt} \tag{64}$$

vorgeschlagen. Damit ergibt sich für die Wärmeleistung die kennzeichnende Temperaturdifferenz

$$t_S - t_{WT} = (t_S - t_i)(1 + 0{,}5\,\varphi^{\circ}_{P,S}) - 0{,}35(h_S - h_M)g_{Lt}. \tag{64a}$$

Bild 13 zeigt die gute Korrelation

$$\dot{q} = f_6(t_S - t_{WT}). \tag{65}$$

Wird mit $t_{WT} \approx t_{WT,B}$ in das Diagramm gegangen, so liest man gemäß der punktierten Kurve eine um etwa 4% geringere Leistung ab, als in den meisten Fällen tatsächlich vorhanden ist. Dies sollte in Anbetracht der zahlreichen Annahmen als Sicherheit dienen. Falls diese Mehrleistung tatsächlich aufträte, würde die Vorlauftemperatur durch die Regelung entsprechend abgesenkt. Ein Energiemehrverbrauch entstünde dabei nicht. Da Gl. (58) gilt, kann die wärmetechnische Temperatur nach Gl. (64) auch für die Leistungsdarstellung

$$\dot{Q}^*_{Ges} = f_1(\bar{t}_F - t_{WT}) \tag{66}$$

Verwendung finden. Vereinfachend wird im Rahmen der vorhandenen Genauigkeit für die charakteristische Temperaturdifferenz die Beziehung

$$\bar{t}_F - t_{WT} = (\bar{t}_F - t_i)(1 + 0{,}5\,\varphi^{\circ}_{P,S}) - 0{,}35(h_S - h_M)g_{Lt} \tag{64b}$$

empfohlen.

Die Berechnung von t_{WT} bzw. $(t_S - t_{WT})$ oder $(\bar{t}_F - t_{WT})$ bereitet dabei keine Probleme, denn die in Gl. (64) enthaltenen Größen sind vorgegeben bzw. als Erfahrungswerte bekannt.

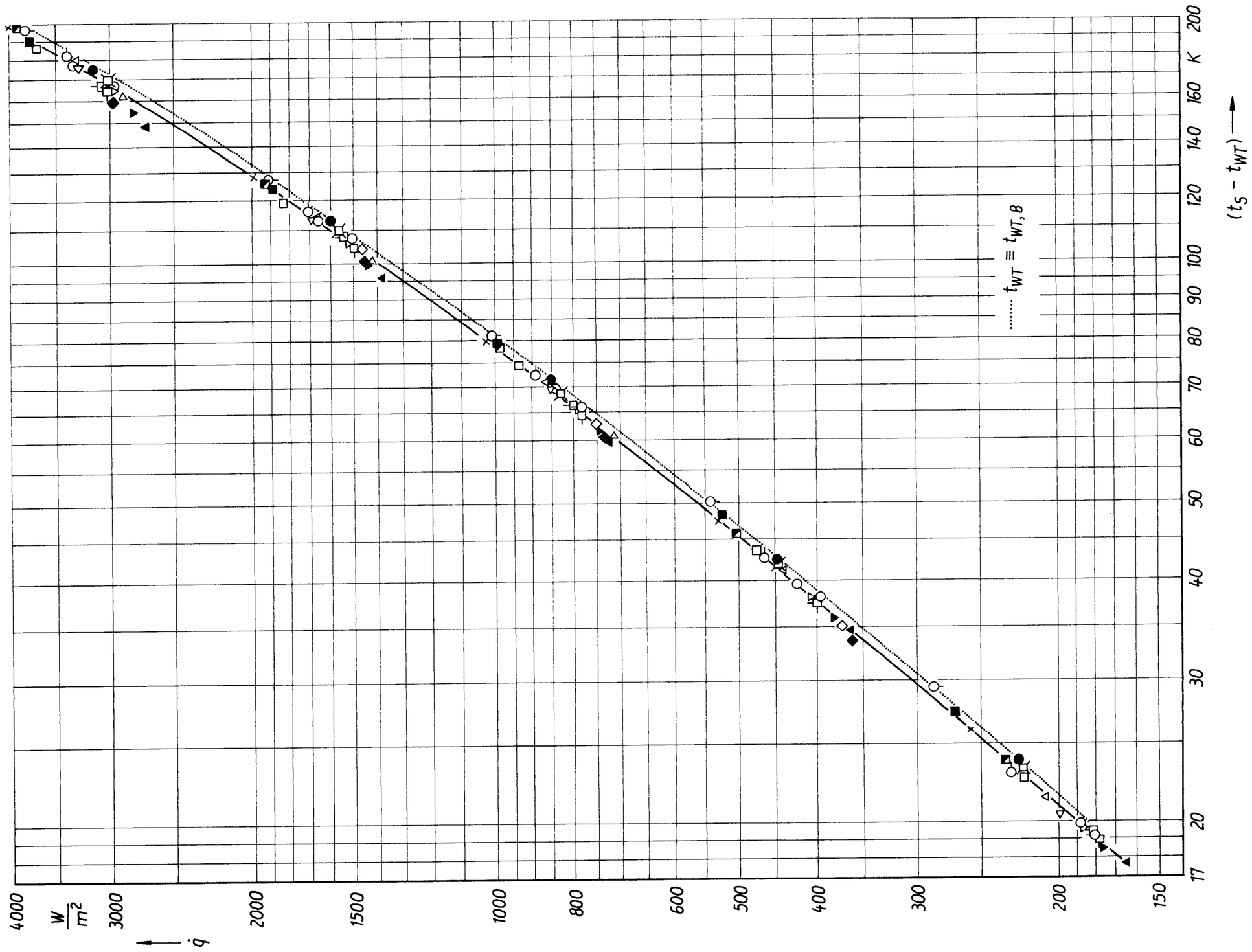


Bild 13. Spezifische Wärmeleistung einer Strahlplatte in Abhängigkeit der Übertemperatur (mittlere Strahlplattentemperatur t_S – wärmetechnische Temperatur t_{WT}), Symbolerklärung: *Tabelle 1.*

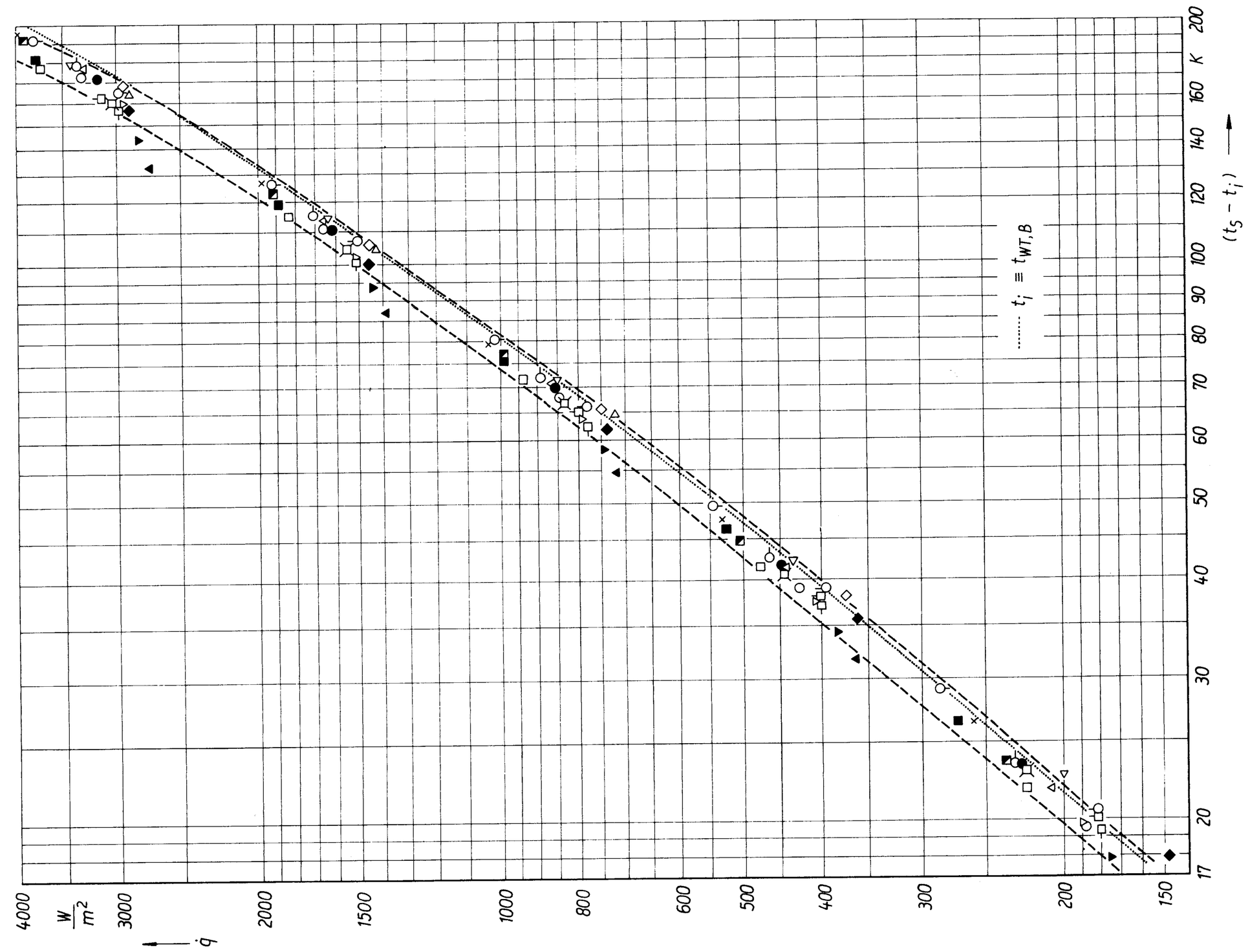


Bild 12. Spezifische Wärmeleistung einer Strahlplatte in Abhängigkeit der Übertemperatur (mittlere Strahlplattentemperatur t_S – Empfindungstemperatur t_i), Symbolerklärung: *Tabelle 1.*

Es gelten:

t_i ... Empfindungstemperatur in der Aufenthaltszone (Punkt P: Raummitte, $h_M = 1$ m über Fußboden) Sie ist nicht identisch mit einer zur Ermittlung des Wärmebedarfs angenommenen, korrigierten Raumtemperatur, die um (1 ... 4) K über t_i liegen kann.

$\varphi^{\circ}_{P,S}$ ... Mittlere Einstrahlzahl einer Kugel am Punkt P auf die Gesamtheit der installierten Strahlplatten

Es gilt

$$\varphi^{\circ}_{P,S} = \frac{\nu}{\pi} \arctan \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \tag{67}$$

mit

$$a = \frac{L/2}{h_S - h_M}; \quad b = \frac{B/2}{h_S - h_M}; \quad \nu = \frac{A_S}{A_D}$$

L Hallenlänge; B Hallenbreite; h_S Aufhängehöhe der Strahlplatten; $h_M = 1$ m; ν = Strahlplattenbelegungsgrad; A_S Strahlplattenfläche; A_D Deckenfläche ($A_D = L \cdot B$).

g_{Lt} ... Lufttemperaturgradient
Nach [9] kann für eine Schätzung mit der Hallenhöhe H in m

$$g_{Lt} = 1{,}56 - 0{,}39 \ln H \text{ in K/m} \tag{68}$$

angenommen werden (Geltungsbereich: $H \leq 20$ m).

6. Zusammenfassung

Bei der Wärmeleistungsmessung von Strahlplatten kann wegen der unterschiedlichen Luft- und Umfassungstemperaturen keine charakteristische „Raumtemperatur", auf die die Heizmedientemperatur bezogen wird, gebildet werden. Außerdem sind die Temperaturverhältnisse beim praktischen Heizflächeneinsatz möglicherweise völlig verändert gegenüber den Prüfraumbedingungen.

Es sollten deshalb die zu untersuchenden Strahlplatten wärmetechnisch modelliert und die rechentechnisch abarbeitbaren Algorithmen an den Meßwerten verifiziert werden. Mit den möglicherweise korrigierten Modellen sind die Wärmeleistungen für eine wärmetechnische Bezugstemperatur $t_{WT,B}$, die sich durch gleiche Luft- und Umfassungstemperaturen auszeichnet, zu bestimmen. Für den praktischen Einsatzfall ist eine der wärmetechnischen Bezugstemperatur äquivalente wärmetechnische Temperatur t_{WT}, die die Entwärmungsbedingungen der Strahlplatte charakterisiert, zu bilden. Dazu können aber nur raumspezifische oder allgemeingültige Daten Verwendung finden, die im Planungsstadium bekannt oder einfach zu ermitteln sind.

Für alle relevanten Probleme wurden Lösungen angeboten und zur Diskussion gestellt.

Die wärmetechnische Modellierung der Strahlplatten bereitet beim derzeitigen Erkenntnisstand grundsätzlich keine Schwierigkeiten. Dagegen sind spezielle Prüfbedingungen für Strahlplatten, vor allem bezüglich der zu simulierenden Luftbewegung dringend erforderlich.

Da die Strahlungsaustauschrechnungen und Betrachtungen zur Behaglichkeit stets an genaue Geometrien gebunden sind, bei der Ableitung der wärmetechnischen Temperatur aber allgemeingültig gearbeitet werden sollte, waren einige Vereinfachungen (homogene Strahlplattenverteilung; Bezugsstandort in Raummitte) notwendig.

Literatur

[1] DIN 4704: Prüfung von Raumheizkörpern 1976.

[2] TGL 26761/01: Raumheizkörper, Bestimmung der Wärmeabgabe 1978 (Neuentwurf 1988).

[3] DIN 4725: Warmwasser-Fußbodenheizungen (Wärmetechnische Prüfung; Entwurf) 1983.

[4] *Glück. B.:* Ermittlung und Umrechnung von Leistungswerten für Raumheizkörper. Stadt- und Gebäudetechnik (1987) Heft 5.

[5] *Glück, B.:* Strahlungsheizung – Theorie und Praxis. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen und Karlsruhe: Verlag C. F. Müller 1982.

[6] *Basus, V.:* Einfluß der Konstruktion von Strahlplatten auf die mikroklimatischen Bedingungen in der Arbeitszone von Industriehallen. Heizung–Lüftung–Haustechnik (1973) Heft 12.

[7] VDI-Wärmeatlas. 4. Aufl. Düsseldorf: VDI-Verlag 1984.

[8] *Glück, B.:* Zustands- und Stoffwerte, Verbrennungsrechnung – Reihe: Bausteine der Heizungstechnik. Berlin: VEB Verlag für Bauwesen und Berlin (West): Marhold-Verlag 1986.

[9] *Windisch, K.:* Bericht über die Weiterentwicklung von Heizungssystemen. TU Dresden 1978 (unveröffentlicht).

[10] *Glück, B.:* Ein verbessertes Näherungsverfahren für die Berechnung der Energieströme infolge Wärmestrahlung zwischen festen Oberflächen. Stadt- und Gebäudetechnik (1985) Heft 1.