Empfindungstemperatur und ihre Meßbarkeit

Bernd Glück

Die Grundvoraussetzung der thermischen Behaglichkeit des Menschen erfordert, daß optimale Entwärmungsbedingungen durch die den Menschen umgebende Luft und Oberflächen existieren. Maßgeblichen Einfluß nehmen die Lufttemperatur t_L, die Luftgeschwindigkeit w und die integrale Umgebungstemperatur t_U. Es gab zahlreiche Versuche, diese drei Hauptgrößen – sowie weitere Parameter – zu einem Behaglichkeitskriterium zusammenzufassen. Naheliegend und wärmetechnisch plausibel ist die Kombination von t_L und t_U zur sogenannten Empfindungstemperatur t_E oder Raumtemperatur t_i. Nachdem mit großem Schulungsaufwand sich diese Begriffe in der Heizungstechnik – z.B. DIN 4701 – und später auch in der Lüftungstechnik – z.B. DIN 1946 / Teil 2 (Entwurf 91) – einführten, werden nunmehr vom Lehrgebiet Ergonomie her diese Temperaturbezeichnungen abgelehnt. Zukünftig soll die Raumtemperatur (empfundene Temperatur) durch den international üblichen Begriff „Operative Temperatur" ersetzt werden. Der Autor hat die dringende Bitte, historisch gewachsene Begriffe nicht leichtfertig zu ändern, da sonst ein babylonisches Sprachgewirr bezüglich der Fachtermini droht.

Ob die Empfindungstemperatur eine direkt meßbare Größe ist, wird unterschiedlich beurteilt. Verschiedene Meßgerätehersteller bieten dazu das Globethermometer (geschwärzte Metallhohlkugel, Durchmesser 150 mm, Meßstelle im Kugelzentrum) an. Unter der Bedingung geringer Luftgeschwindigkeit wird die Benutzung des Globethermometers [1; 3] empfohlen. Andererseits stellt man die Empfindungstemperatur als (nicht meßbare) Rechengröße (DIN 4701) dar. In der Praxis existiert zur Zeit ein Bruch, so daß man beispielsweise bei der Leistungsprüfung von Heizkörpern (DIN 4701) die Lufttemperatur als Bezugstemperatur verwendet; bei der Heizkörperbemessung aber die im Planungsstadium bekannte Raumtemperatur zugrunde legt. Pragmatisch gesehen handelt es sich dabei mehr um einen Schönheitsfehler, denn unter den genormten Prüfstandbedingungen werden Lufttemperatur und Empfindungstemperatur (Raumtemperatur) nahe beieinander liegen. Diese Aussage gilt nicht von vornherein auch für Strahlplatten und Kühldecken, deren Leistungsmessung sich gerade in der Normung befindet.

Definition der Empfindungstemperatur

Der Mensch mit der Oberflächentemperatur t_M gibt folgende sensible, auf die Fläche bezogene Wärmeströme ab:

Konvektion an die Luft

$$\dot{q}_K = \alpha_{K,M}(t_M - t_L) \tag{1}$$

Dr.-Ing. habil. Bernd Glück, c/o ROM Rud. Otto Meyer.

Strahlung an die Umgebung

$$\dot{q}_S = f_S \alpha_{S,M}(t_M - t_U) \tag{2}$$

mit

$$\alpha_{S,M} = \sigma\varepsilon \frac{(t_M + 273\ \mathrm{K})^4 - (t_U + 273\ \mathrm{K})^4}{t_M - t_U}. \tag{3}$$

Es bedeuten:

- t_M mittlere Oberflächentemperatur des Menschen
- t_L Lufttemperatur in der Umgebung des Menschen
- t_U mittlere Temperatur der Raumumfassung bezogen auf den Menschen
- ε Emissionskoeffizient der Oberfläche des Menschen ($\varepsilon \approx 0{,}93$)
- σ Strahlungskonstante ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2\,K^4)}$)
- f_S Verhältnis der Strahlungsoberfläche des Menschen zur Konvektionsoberfläche des Menschen ($f = 0{,}71$ nach [2, S. 360])
- $\alpha_{K,M}$ Wärmeübergangskoeffizient durch Konvektion Dieser ist vorrangig abhängig von der Temperaturdifferenz ($t_M - t_L$) und der Luftgeschwindigkeit w.
- $\alpha_{S,M}$ Wärmeübergangskoeffizient durch Strahlung Dieser ist abhängig von den Temperaturen t_M und t_U sowie von ε.

Der spezifische Gesamtwärmestrom lautet:

$$\dot{q} = \alpha_{K,M}(t_M - t_L) + f_S \alpha_{S,M}(t_M - t_U). \tag{4}$$

Definitionsgemäß soll der gleiche Wärmestrom fließen, wenn Luft und Umfassungsflächen die einheitliche Empfindungstemperatur t_E aufweisen:

$$\dot{q} = \alpha^*_{K,M}(t_M - t_E) + f_S \alpha^*_{S,M}(t_M - t_E). \tag{5}$$

Die an den Wärmeübergangskoeffizienten vermerkten Zeiger „*" deuten auf die abweichenden Bedingungen gegenüber Gl. (4) hin, bei der im Regelfall $t_L \neq t_U \neq t_E$ gilt. Dies bedeutet, daß die Temperaturabhängigkeit bei der Bestimmung der α-Werte zu beachten ist. Die Luftgeschwindigkeit w soll jedoch in beiden Fällen gleich sein. Das Gleichsetzen der Gln. (4) und (5) liefert die Empfindungstemperatur:

$$t_E = \frac{\alpha_{K,M}}{\alpha^*_{K,M} + f_S \alpha^*_{S,M}} t_L + \frac{f_S \alpha_{S,M}}{\alpha^*_{K,M} + f_S \alpha^*_{S,M}} t_U + \left(1 - \frac{\alpha_{K,M} + f_S \alpha_{S,M}}{\alpha^*_{K,M} + f_S \alpha^*_{S,M}}\right) t_M. \tag{6}$$

Verschiedene Näherungen führen zu den bekannten Vereinfachungen:

I. $\alpha^*_{K,M} = \alpha_{K,M}$ und $\alpha^*_{S,M} = \alpha_{S,M}$

$$t_E = \frac{\alpha_{K,M}}{\alpha_{K,M} + f_S \alpha_{S,M}} t_L + \frac{f_S \alpha_{S,M}}{\alpha_{K,M} + f_S \alpha_{S,M}} t_U \qquad (7)$$

Diese Darstellung war bisher üblich [2; 3], wobei die Wärmeübergangskoeffizienten für ausgewählte Temperaturverhältnisse berechnet und dann allgemeingültig für größere Bereiche verwendet wurden.

II. $\alpha^*_{K,M} = \alpha_{K,M} = f_S \alpha^*_{S,M} = f_S \alpha_{S,M}$

$$t_E = 0{,}5(t_L + t_U). \qquad (8)$$

Dieser Sonderfall ist in DIN 4701/Teil 1 und DIN 1946/Teil 2 (Entwurf 1991) vermerkt.

Inwieweit diese Näherungen praxisrelevant sind, wird im weiteren untersucht.

Ermittlung der Wärmeübergangskoeffizienten am Menschen

Zur Vereinfachung wird der Mensch wärmetechnisch als Zylinder (Höhe $H = 1{,}8$ m; Durchmesser $D = 0{,}3$ m) betrachtet.

Beim *konvektiven Wärmeübergang* ist von einer Überlagerung einer freien und erzwungenen Strömung auszugehen. Nach [4; 6] gelten für die *Nußelt*-Zahlen und Wärmeübergangskoeffizienten:

Freie Konvektion

$$Nu_f = \left[0{,}825 + \frac{0{,}387\, Ra^{0{,}167}}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{Pr}\right)^{0{,}563}\right]^{0{,}296}} \right]^2 \qquad (9)$$

$$\alpha_f = Nu_f \frac{\lambda}{H} \qquad (10)$$

mit

Pr *Prandtl*-Zahl bei t_G

Ra *Rayleigh*-Zahl

$$Ra = \frac{gH^3}{\nu^2} \frac{1}{t_G + 273\ K} |t_M - t_L|\, Pr \qquad (11)$$

g Erdbeschleunigung ($g = 9{,}81$ m/s^2)
ν kinematische Viskosität bei t_G
λ Wärmeleitfähigkeit bei t_G
H Zylinderhöhe
t_M mittlere Oberflächentemperatur des Menschen
t_L Lufttemperatur
t_G Grenzschichttemperatur

$$t_G = 0{,}5(t_M + t_L). \qquad (12)$$

Erzwungene Konvektion

$$Nu_e = 0{,}3 + \left[0{,}441\, Re\, Pr^{0{,}667} + \frac{Re^{1{,}6}\, Pr^2}{[27{,}027 + 66{,}027\, Re^{-0{,}1}(Pr^{0{,}667} - 1)]^2} \right]^{0{,}5} \qquad (13)$$

$$\alpha_e = Nu_e \frac{\lambda}{D^*} \qquad (14)$$

mit

Pr *Prandtl*-Zahl bei t_L

Re *Reynolds*-Zahl

$$Re = wD^*/\nu \qquad (15)$$

w Luftgeschwindigkeit
D* Überströmlänge des querangeströmten Zylinders $D^* = \pi D/2 = 0{,}471$ m
ν kinematische Viskosität bei t_L
λ Wärmeleitfähigkeit bei t_L.

Einfache, temperaturabhängige Stoffwertapproximationen sind in [5] enthalten.

Überlagerung

Die freie Strömung bewirkt einen vertikalen Auftrieb, die für die erzwungene Strömung verantwortliche Raumluftgeschwindigkeit ist in der Regel horizontal gerichtet. In welcher Form sich die beiden Vorgänge addieren lassen, ist noch nicht erforscht. Für gleichgerichtete Vertikalbewegung wird üblicherweise

$$Nu = (Nu_f^3 + Nu_e^3)^{\frac{1}{3}} \qquad (16)$$

verwendet. Da die geometrischen Bezugsgrößen H bzw. D* unterschiedlich sind, ist eine Zuordnung zu Nu nicht möglich. Es wird deshalb näherungsweise

$$\alpha_{K,M} = (\alpha_f^3 + \alpha_e^3)^{\frac{1}{3}} \qquad (17)$$

angesetzt.

Vielfach – vor allem im wärmephysiologischen Bereich – wird für $\alpha_{K,M}$ der jeweilige Größtwert α_f beziehungsweise α_e verwendet

$$\alpha_{K,M} = MAX(\alpha_f; \alpha_e). \qquad (18)$$

Berechnungen auf dieser Grundlage ergaben erwartungsgemäß Übereinstimmung bei sehr kleinen und sehr großen Luftgeschwindigkeiten mit Gl. (17). Dazwischen können Fehler bezüglich $\alpha_{K,M}$ bis 25 % auftreten. Auf die spätere Koeffizientenberechnung a_1 nach Gl. (23) ist die Auswirkung geringer (maximal 15 %). Da die Überlagerung der Einflüsse „Auftrieb" und „Anblasung" tatsächlich auftreten, wird im weiteren von Gl. (17) ausgegangen.

Der *Wärmeübergangskoeffizient infolge Strahlung* folgt aus Gl. (3).

Berechnung der Empfindungstemperatur

Die Auswertung der Gl. (6) kann nur iterativ erfolgen, da die Ermittlung der Wärmeübergangskoeffizienten sowohl bei t_L bzw. t_U und auch bei der zu berechnenden Empfindungstemperatur t_E erfolgen muß. Weiterhin besteht ein Zusammenhang zwischen der Empfindungstemperatur und der mittleren Oberflächentemperatur des bekleideten Menschen t_M. Nach [2, S. 367] gilt

$$t_M = 9{,}5 + 0{,}753\, t_E \quad \text{in} \quad °C \tag{19}$$

mit

$$t_E \quad \text{in} \quad °C.$$

Die iterative Auswertung der Gl. (6) kann in folgenden Schritten vorgenommen werden:

1. $t_E = 0{,}5(t_L + t_U)$;
2. $t_{E,O} = t_E$
3. t_M nach Gl. (19)
4. $\alpha_{K,M}$ nach Gln. (9) bis (17)
5. $\alpha_{S,M}$ nach Gl. (3)
6. $\alpha^*_{K,M}$ nach Gln. (9) bis (17) mit $t_L = t_E$
7. $\alpha^*_{S,M}$ nach Gl. (3) mit $t_U = t_E$
8. Auswertung der Terme

$$a = \frac{\alpha_{K,M}}{\alpha^*_{K,M} + f_S \alpha^*_{S,M}} \tag{20}$$

$$b = \frac{f_S \alpha_{S,M}}{\alpha^*_{K,M} + f_S \alpha^*_{S,M}} \tag{21}$$

$$c = \left(1 - \frac{\alpha_{K,M} + f_S \alpha_{S,M}}{\alpha^*_{K,M} + f_S \alpha^*_{S,M}}\right) t_M \tag{22}$$

$$t_E = a\, t_L + b\, t_U + c \quad \text{gemäß Gl. (6)}$$

9. Wenn $|t_E - t_{E,O}| > 0{,}02\,K$, dann $t_E = 0{,}5(t_E + t_{E,O})$ und Neubeginn der Rechnung ab Punkt 2.

Bei Unterschreiten der vorgegebenen Fehlergrenze erfolgt die Ausgabe.

In *Tab. 1* sind Eingabewerte (w; t_L; t_U) und Ergebnisse (t_E; t_M; a; b; c) für einen großen Variationsbereich dargestellt. Es zeigt sich deutlich, daß der Restterm c – vor allem bei reiner Auftriebsströmung (w = 0) – eine beträchtliche Größe aufweist (bis $\pm 5\,°C$). Damit ist eine vereinfachte Darstellung gemäß Gl. (7) sehr zweifelhaft.

Die zu Gl. (7) analoge Approximation

$$t_E = a_1\, t_L + b_1\, t_U \tag{23}$$

mit der Bedingung

$$a_1 + b_1 = 1 \tag{24}$$

wurde dennoch ausgewertet. Die Koeffizienten sind in *Tab. 1* vermerkt und im *Bild 1* als Einzel- und Mittelwerte grafisch veranschaulicht. Dabei wird folgendes deutlich:

– Die Koeffizienten a_1 und b_1 sind in starkem Maße von der Lufttemperatur t_L und der Luftgeschwindigkeit w abhängig, geringer ist der Einfluß der Umfassungstemperatur t_U.

Tabelle 1. Empfindungstemperatur t_E in Abhängigkeit der Luftgeschwindigkeit w, der Lufttemperatur t_L und der mittleren Strahlungstemperatur t_U.

Zugehörig zu t_E sind die mittlere Oberflächentemperatur des Menschen t_M, die Koeffizienten a, b, c nach den Gln. (20) bis (22) und die Approximationsfaktoren a_1 und b_1 gemäß Gln. (23) und (24) angegeben.

Es gelten die Grundwerte: H = 1,8 m; D = 0,3 m; f_S = 0,71; ε = 0,93.

w m/s	tL °C	tU °C	tM °C	tE °C	a -	b -	c °C	a1 -	b1 -
0.00	10	15	18.85	12.40	0.48	0.58	-1.03	0.52	0.48
0.00	10	20	20.70	14.86	0.51	0.60	-2.19	0.51	0.49
0.00	10	25	22.58	17.37	0.53	0.62	-3.53	0.51	0.49
0.00	10	30	24.52	19.94	0.56	0.65	-5.07	0.50	0.50
0.00	15	10	18.90	12.46	0.37	0.56	1.33	0.49	0.51
0.00	15	20	22.71	17.56	0.46	0.61	-1.42	0.49	0.51
0.00	15	25	24.66	20.14	0.49	0.63	-2.99	0.49	0.51
0.00	15	30	26.64	22.78	0.52	0.66	-4.75	0.48	0.52
0.00	20	10	20.37	14.41	0.18	0.57	5.21	0.44	0.56
0.00	20	15	22.51	17.27	0.32	0.59	2.02	0.45	0.55
0.00	20	25	26.59	22.72	0.43	0.64	-1.97	0.46	0.54
0.00	20	30	28.65	25.45	0.47	0.67	-4.11	0.46	0.54
0.00	25	10	21.66	16.14	0.35	0.57	1.75	0.41	0.59
0.00	25	15	23.70	18.85	0.26	0.60	3.44	0.39	0.61
0.00	25	20	26.10	22.03	0.25	0.62	3.41	0.41	0.59
0.00	25	30	30.49	27.89	0.41	0.68	-2.84	0.42	0.58
0.00	30	10	23.40	18.45	0.43	0.58	-0.16	0.42	0.58
0.00	30	15	25.25	20.90	0.39	0.60	0.27	0.39	0.61
0.00	30	20	27.28	23.59	0.33	0.63	1.24	0.36	0.64
0.00	30	25	29.58	26.64	0.19	0.66	4.62	0.33	0.67

w m/s	tL °C	tU °C	tM °C	tE °C	a -	b -	c °C	a1 -	b1 -
0.10	10	15	18.81	12.35	0.50	0.54	-0.78	0.53	0.47
0.10	10	20	20.62	14.76	0.52	0.56	-1.68	0.52	0.48
0.10	10	25	22.47	17.22	0.54	0.58	-2.71	0.52	0.48
0.10	10	30	24.38	19.75	0.56	0.60	-3.88	0.51	0.49
0.10	15	10	18.94	12.54	0.42	0.53	0.93	0.51	0.49
0.10	15	20	22.68	17.49	0.48	0.57	-1.04	0.50	0.50
0.10	15	25	24.57	20.02	0.50	0.59	-2.18	0.50	0.50
0.10	15	30	26.52	22.61	0.52	0.61	-3.47	0.49	0.51
0.10	20	10	20.61	14.73	0.34	0.53	2.58	0.47	0.53
0.10	20	15	22.60	17.38	0.39	0.55	1.27	0.48	0.52
0.10	20	25	26.53	22.63	0.46	0.59	-1.34	0.47	0.53
0.10	20	30	28.54	25.30	0.48	0.61	-2.81	0.47	0.53
0.10	25	10	22.11	16.74	0.40	0.54	1.48	0.45	0.55
0.10	25	15	24.07	19.34	0.35	0.56	2.29	0.43	0.57
0.10	25	20	26.23	22.20	0.36	0.58	1.76	0.44	0.56
0.10	25	30	30.41	27.79	0.44	0.62	-1.75	0.44	0.56
0.10	30	10	23.89	19.09	0.45	0.54	0.21	0.45	0.55
0.10	30	15	25.69	21.49	0.42	0.56	0.51	0.43	0.57
0.10	30	20	27.65	24.10	0.38	0.58	1.05	0.41	0.59
0.10	30	25	29.83	26.97	0.32	0.60	2.22	0.39	0.61

w m/s	tL °C	tU °C	tM °C	tE °C	a -	b -	c °C	a1 -	b1 -
0.20	10	15	18.72	12.23	0.53	0.49	-0.53	0.55	0.45
0.20	10	20	20.44	14.52	0.55	0.51	-1.14	0.55	0.45
0.20	10	25	22.22	16.88	0.56	0.53	-1.84	0.54	0.46
0.20	10	30	24.04	19.30	0.57	0.54	-2.63	0.53	0.47
0.20	15	10	19.06	12.71	0.49	0.48	0.58	0.54	0.46
0.20	15	20	22.57	17.34	0.52	0.51	-0.67	0.53	0.47
0.20	15	25	24.38	19.74	0.53	0.53	-1.42	0.53	0.47
0.20	15	30	26.23	22.21	0.54	0.55	-2.27	0.52	0.48
0.20	20	10	20.94	15.21	0.45	0.49	1.41	0.52	0.48
0.20	20	15	22.73	17.59	0.47	0.50	0.74	0.52	0.48
0.20	20	25	26.43	22.46	0.50	0.53	-0.83	0.51	0.49
0.20	20	30	28.32	24.98	0.51	0.55	-1.73	0.50	0.50
0.20	25	10	22.71	17.56	0.46	0.49	1.19	0.50	0.50
0.20	25	15	24.53	19.94	0.44	0.50	1.50	0.49	0.51
0.20	25	20	26.42	22.45	0.45	0.52	0.93	0.49	0.51
0.20	25	30	30.26	27.58	0.48	0.55	-0.99	0.48	0.52
0.20	30	10	24.60	20.07	0.49	0.49	0.53	0.50	0.50
0.20	30	15	26.31	22.32	0.47	0.51	0.66	0.49	0.51
0.20	30	20	28.13	24.73	0.45	0.52	0.87	0.47	0.53
0.20	30	25	30.08	27.31	0.42	0.54	1.18	0.46	0.54

(Fortsetzung nächste Seite)

Tabelle 1. Fortsetzung.

w m/s	tL °C	tU °C	tM °C	tE °C	a –	b –	c °C	al –	bl –
0.30	10	15	18.60	12.08	0.57	0.45	-0.37	0.58	0.42
0.30	10	20	20.23	14.23	0.58	0.46	-0.81	0.58	0.42
0.30	10	25	21.90	16.45	0.58	0.48	-1.31	0.57	0.43
0.30	10	30	23.63	18.75	0.59	0.49	-1.89	0.56	0.44
0.30	15	10	19.20	12.89	0.54	0.44	0.40	0.58	0.42
0.30	15	20	22.45	17.18	0.55	0.47	-0.46	0.56	0.44
0.30	15	25	24.14	19.43	0.56	0.48	-0.99	0.56	0.44
0.30	15	30	25.89	21.75	0.57	0.49	-1.59	0.55	0.45
0.30	20	10	21.27	15.64	0.51	0.44	0.93	0.56	0.44
0.30	20	15	22.88	17.79	0.52	0.46	0.50	0.56	0.44
0.30	20	25	26.29	22.28	0.54	0.48	-0.56	0.54	0.46
0.30	20	30	28.06	24.63	0.55	0.50	-1.19	0.54	0.46
0.30	25	10	23.24	18.26	0.51	0.44	1.00	0.55	0.45
0.30	25	15	24.87	20.42	0.50	0.46	1.10	0.54	0.46
0.30	25	20	26.57	22.68	0.51	0.47	0.60	0.54	0.46
0.30	25	30	30.13	27.38	0.52	0.50	-0.66	0.52	0.48
0.30	30	10	25.26	20.94	0.53	0.45	0.69	0.55	0.45
0.30	30	15	26.82	23.02	0.51	0.46	0.70	0.53	0.47
0.30	30	20	28.49	25.23	0.50	0.47	0.74	0.52	0.48
0.30	30	25	30.25	27.57	0.49	0.49	0.73	0.51	0.49

w m/s	tL °C	tU °C	tM °C	tE °C	a –	b –	c °C	al –	bl –
0.40	10	15	18.50	11.94	0.60	0.41	-0.29	0.61	0.39
0.40	10	20	20.01	13.95	0.60	0.43	-0.62	0.61	0.39
0.40	10	25	21.59	16.04	0.61	0.44	-1.01	0.60	0.40
0.40	10	30	23.22	18.21	0.61	0.45	-1.45	0.59	0.41
0.40	15	10	19.31	13.05	0.58	0.40	0.31	0.61	0.39
0.40	15	20	22.33	17.03	0.59	0.43	-0.35	0.59	0.41
0.40	15	25	23.91	19.13	0.59	0.44	-0.76	0.59	0.41
0.40	15	30	25.55	21.31	0.59	0.45	-1.21	0.58	0.42
0.40	20	10	21.52	15.99	0.56	0.41	0.70	0.60	0.40
0.40	20	15	23.01	17.96	0.57	0.42	0.37	0.59	0.41
0.40	20	25	26.16	22.12	0.57	0.44	-0.42	0.58	0.42
0.40	20	30	27.82	24.31	0.58	0.46	-0.90	0.57	0.43
0.40	25	10	23.66	18.82	0.55	0.41	0.89	0.59	0.41
0.40	25	15	25.15	20.80	0.55	0.42	0.85	0.58	0.42
0.40	25	20	26.71	22.87	0.55	0.43	0.44	0.57	0.43
0.40	25	30	30.00	27.21	0.56	0.46	-0.49	0.56	0.44
0.40	30	10	25.81	21.67	0.56	0.41	0.75	0.58	0.42
0.40	30	15	27.25	23.59	0.55	0.42	0.71	0.57	0.43
0.40	30	20	28.79	25.63	0.54	0.43	0.67	0.56	0.44
0.40	30	25	30.40	27.77	0.54	0.45	0.52	0.55	0.45

– Im Bereich kleiner Luftgeschwindigkeiten ($w \approx (0{,}1 \ldots 0{,}15)$ m/s), die infolge thermisch bedingter Raumluftströmungen (örtliche Heizkörper, flächige Raumheiz- und Raumkühlflächen) oder durch turbulenzarme Verdrängungsströmungen (Quellüftung) auftreten, gelten bei

$$t_L = (15 \ldots 20)\,°C; \quad t_U = (10 \ldots 30)\,°C:$$

$$t_E = 0{,}5\,(t_L + t_U) \tag{25}$$

$$t_L = (20 \ldots 25)\,°C; \quad t_U = (10 \ldots 30)\,°C$$

$$t_E = 0{,}47\,t_L + 0{,}53\,t_U\,. \tag{26}$$

– Im Bereich hoher Luftgeschwindigkeiten ($w \approx (0{,}3 \ldots 0{,}35)$ m/s), die durch turbulente Mischungsströmungen (Luftheizungen, Induktionsdurchlässe älterer Bauart) auftreten, gelten bei

$$t_L = (15 \ldots 25)\,°C; \quad t_U = (10 \ldots 30)\,°C:$$

$$t_E = 0{,}56\,t_L + 0{,}44\,t_U\,. \tag{27}$$

Damit bestätigen sich die Angaben in [2, S. 369, 370]. Es wird aber auch deutlich, daß die üblicherweise verwendete Gl. (25) nur in einem relativ kleinen Bereich zutrifft.

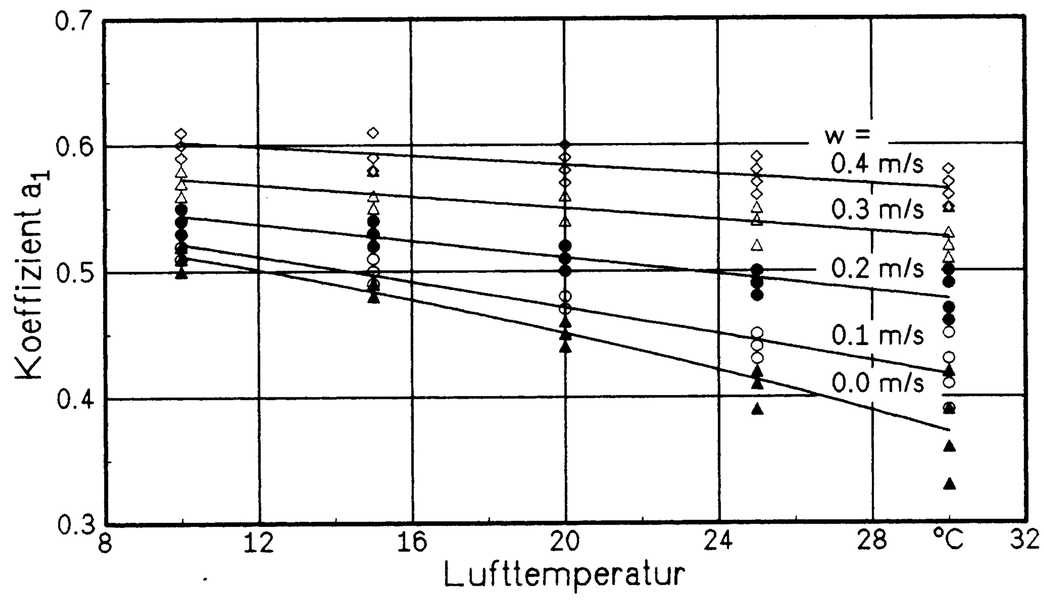

Bild 1. Koeffizienten a_1 nach Gl. (23) als Einzel- und Mittelwerte in Abhängigkeit von t_L, t_U und w. Der Parameter t_U gemäß *Tab. 1* bewirkt die Streuung der Einzelwerte.

Ermittlung der Wärmeströme an einer freihängenden Kugel

Im Hinblick auf das evtl. einzusetzende Meßgerät „Globethermometer" wird im weiteren der Wärmeübergang an einer Kugel betrachtet. Für den *konvektiven Wärmeübergang* gelten nach [6] folgende *Nußelt*-Zahlen:

Freie Konvektion

$$\mathrm{Nu_f} = 2 + 0{,}56\left[\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0{,}846 + \mathrm{Pr}}\right)\mathrm{Ra}\right]^{0{,}25} \tag{28}$$

mit

Pr *Prandtl*-Zahl bei t_G
Ra *Rayleigh*-Zahl

$$\mathrm{Ra} = \frac{g\,d^3}{\nu^2}\,\frac{1}{t_G + 273\,\mathrm{K}}\,|t_K - t_L|\,\mathrm{Pr} \tag{29}$$

g Erdbeschleunigung ($g = 9{,}81$ m/s^2)
ν kinematische Viskosität bei t_G
d Kugeldurchmesser
t_K Oberflächentemperatur der Kugel
t_L Lufttemperatur
t_G Grenzschichttemperatur

$$t_G = 0{,}5\,(t_K + t_L) \tag{30}$$

Erzwungene Konvektion

$$\mathrm{Nu_e} = 2 + \left[(0{,}664\,\mathrm{Re}^{0{,}5}\,\mathrm{Pr}^{0{,}333})^2 + \left(\frac{0{,}037\,\mathrm{Re}^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}}{1 + 2{,}443\,\mathrm{Re}^{-0{,}1}\,(\mathrm{Pr}^{0{,}667} - 1)}\right)^2\right]^{0{,}5} \tag{31}$$

mit

Pr *Prandtl*-Zahl bei t_L
Re *Reynolds*-Zahl

$$\mathrm{Re} = w\,d/\nu \tag{32}$$

w Luftgeschwindigkeit
ν kinematische Viskosität bei t_L.

Überlagerung

Üblicherweise wird

$$\mathrm{Nu} = (\mathrm{Nu_f^3} + \mathrm{Nu_e^3})^{\frac{1}{3}} \tag{33}$$

gebildet. Die Gln. (28) und (31) beinhalten jeweils einen Minimalwert von $Nu_o = 2$. Es erscheint physikalisch richtiger diesen Wert bei der Überlagerung nicht zu addieren, sondern stattdessen

$$Nu = 2 + [(Nu_f - 2)^3 + (Nu_e - 2)^3]^{\frac{1}{3}} \tag{34}$$

zu verwenden. Für eine nicht überlagerte Strömung werden die Einzelwerte wiederum korrekt wiedergegeben. Aus der *Nußelt*-Zahl folgt

$$\alpha_K = Nu \frac{\lambda}{d} \tag{35}$$

mit

λ Wärmeleitfähigkeit bei t_G, wenn $w = 0$ gilt, sonst bei $0{,}5(t_K + t_L)$.

Der spezifische *konvektive Wärmestrom* von der Kugel an die Luft beträgt damit

$$\dot{q}_{K,K} = \alpha_K (t_K - t_L). \tag{36}$$

Für den *spezifischen Strahlungswärmestrom* einer Oberfläche i an die übrigen n – Oberflächen des Raumes beträgt nach [4, S. 208]

$$\dot{q}_{S,i} = \dot{e}_i - \varepsilon_i \sum_{j=1}^{n} \Phi_{i,j} \dot{f}_j \tag{37}$$

mit

$\dot{e}$ Eigenemission

$$\dot{e} = \varepsilon \sigma T^4 \tag{38}$$

ε Emissionskoeffizient
σ Strahlungskonstante ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W/(m^2\ K^4)$)
$\Phi_{i,j}$ Einstrahlzahl der Fläche i auf die Fläche j
$\dot{f}$ Flächenhelligkeit

$$\dot{f}_j = \dot{e}_j + (1 - \varepsilon_j) \sum_{k=1}^{n} \Phi_{j,k} \dot{f}_k. \tag{39}$$

Die Kugeloberfläche i ist eigentlich als ein Teil der vom Raum umschlossenen Flächen zu betrachten. Da wegen der Kleinheit der Kugel $\Phi_{j,i} \approx 0$ gilt, nimmt die Flächenhelligkeit $\dot{f}_i$ praktisch keinen Einfluß auf die $\dot{f}_j$-Werte der Raumumfassungen. Das heißt, die Kugeloberfläche i kann aus dem zu lösenden Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1-(1-\varepsilon_1)\Phi_{1,1} & -(1-\varepsilon_1)\Phi_{1,j} & -(1-\varepsilon_1)\Phi_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -(1-\varepsilon_j)\Phi_{j,1} & 1-(1-\varepsilon_j)\Phi_{j,j} & -(1-\varepsilon_j)\Phi_{j,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -(1-\varepsilon_n)\Phi_{n,1} & -(1-\varepsilon_n)\Phi_{n,j} & 1-(1-\varepsilon_n)\Phi_{n,n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{f}_1 \\ \vdots \\ \dot{f}_j \\ \vdots \\ \dot{f}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \vdots \\ \dot{e}_j \\ \vdots \\ \dot{e}_n \end{pmatrix} \tag{40}$$

entfallen. Sind die Emissionskoeffizienten aller Umfassungen j nahezu gleich, so gilt gemäß [4, S. 214] für die mittlere Flächenhelligkeit in Gl. (39) in guter Näherung

$$\sum_{k=1}^{n} \Phi_{j,k} \dot{f}_k = \dot{f}_{mittel} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \dot{e}_k A_k}{\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k A_k}. \tag{41}$$

Gl. (37) auf die Kugel angewandt, liefert die Beziehung

$$\dot{q}_{S,K} = \varepsilon_K \sigma \left[T_K^4 - \sum_{j=1}^{n} \varphi_{K,j}^{o} \varepsilon_j T_j^4 \right] - \\ - \varepsilon_K \sum_{j=1}^{n} \left[\varphi_{K,j}^{o} (1 - \varepsilon_j) \sum_{k=1}^{n} \Phi_{j,k} \dot{f}_k \right] \tag{42}$$

mit

$\varphi_{K,j}^{o}$ Einstrahlzahl eines kugelförmigen Elementes K auf die Fläche j nach [4]
T absolute Temperatur ($T = t + 273$ K).

Für $\dot{f}_k$ sind im allgemeinen Fall die Lösungen des Gleichungssystems (40) einzusetzen. Im Falle $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_j \approx \varepsilon_n$ kann für

$$\sum_{k=1}^{n} \Phi_{j,K} \dot{f}_K$$

nach Gl. (41) f_{mittel} substituiert werden.

Anmerkung

Nach der Definition für die *mittlere Strahlungstemperatur der Umgebung* T_U bezogen auf ein kugelförmiges Element K gilt in Analogie zu Gl. (42)

$$\dot{q}_{S,K} = \varepsilon_K \sigma [T_K^4 - \varepsilon_U T_U^4] - \varepsilon_K (1 - \varepsilon_U) \dot{f}_U, \tag{43}$$

woraus nach Gleichsetzen mit Gl. (42) unter der Annahme von

$$\sum_{j=1}^{n} \varphi_{K,j}^{o} (1 - \varepsilon_j) \sum_{k=1}^{n} \Phi_{j,k} \dot{f}_k \approx (1 - \varepsilon_U) \dot{f}_U \tag{44}$$

und $\varepsilon_U = \varepsilon_j$ die bekannte Berechnungsgleichung

$$T_U = \left[\sum_{j=1}^{n} \varphi_{K,j}^{o} T_j^4 \right]^{\frac{1}{4}} \tag{45}$$

folgt.

Ist T_U bekannt, so ergibt Gl. (37)

$$\dot{q}_{S,K} = \dot{e}_K - \varepsilon_K \dot{f}_U = \dot{e}_K - \varepsilon_K \frac{\dot{e}_U}{\varepsilon_U}$$

$$\dot{q}_{S,K} = \varepsilon_K \sigma (T_K^4 - T_U^4). \tag{46}$$

Das gleiche Ergebnis folgt natürlich auch aus Gl. (42) und aus der bekannten Gleichung für den umschlossenen Körper mit $A_K \ll A_U$.

Oberflächentemperatur des Globethermometers

Im stationären Zustand muß

$$\dot{q}_{K,K} + \dot{q}_{S,K} = 0 \tag{47}$$

gelten. Nach Substitution der Gln. (36) und (46) folgt

$$\alpha_K(t_K - t_L) + \varepsilon_K \sigma[(t_K + 273\,K)^4 - (t_U + 273\,K)^4] = 0. \tag{48}$$

Die Kugeltemperatur t_K wird aus dieser Bilanzgleichung iterativ ermittelt. Der Rechengang schließt die Gln. (28) bis (35) und die Stoffwertapproximationen nach [5] ein. Die Auswertung erfolgt für Kugeln zweier verschiedener Durchmesser d mit einem Emissionskoeffizienten $\varepsilon_K = 0{,}98$:

- 150 mm (handelsübliches Globethermometer)
- 30 mm (theoretisch abgeleitete Kugelgröße [2, S. 370])

Die Abweichungen der Empfindungstemperatur von der Kugeltemperatur

$$\Delta t_E = t_E - t_K \tag{49}$$

werden als $\Delta t_{E(150)}$ und $\Delta t_{E(30)}$ ausgewiesen. Für die in *Tab. 1* gegebenen Untersuchungsreihen sind diese Werte in *Tab. 2* zusammengestellt.

Eine Erweiterung des Algorithmus ermöglicht die Berechnung des Kugeldurchmessers des Globethermometers, das unter den jeweiligen Bedingungen (t_L; t_U) die Empfindungstemperatur exakt anzeigt ($t_E = t_K$). Der Durchmesser d_K ist ebenfalls in *Tab. 2* vermerkt.

Tabelle 2. Empfindungstemperatur t_E und Abweichungen zur Globetemperatur $\Delta t_E = t_E - t_K$ bei Kugeldurchmessern 150 mm, 30 mm, 100 mm, 120 mm sowie Angabe des optimalen Kugeldurchmessers d_K bei $\Delta t_E < 0{,}02$ K.

Es gelten die Grundwerte: H = 1,8 m; D = 0,3 m; $f_S = 0{,}71$; $\varepsilon = 0{,}93$; $\varepsilon_K = 0{,}98$.

w m/s	tL °C	tU °C	tE °C	ΔtE(150) K	ΔtE(30) K	dK mm	ΔtE(100) K	ΔtE(120) K
0.00	10	15	12.40	-0.81	-0.09	26	-0.66	-0.73
0.00	10	20	14.86	-1.33	0.07	32	-1.03	-1.17
0.00	10	25	17.37	-1.76	0.31	37	-1.31	-1.51
0.00	10	30	19.94	-2.12	0.60	41	-1.52	-1.80
0.00	15	10	12.46	0.64	-0.08	35	0.49	0.56
0.00	15	20	17.56	-0.72	0.01	30	-0.56	-0.63
0.00	15	25	20.14	-1.16	0.24	37	-0.86	-1.00
0.00	15	30	22.78	-1.52	0.55	43	-1.07	-1.28
0.00	20	10	14.41	0.47	-0.91	80	0.17	0.31
0.00	20	15	17.27	0.51	-0.21	43	0.36	0.43
0.00	20	25	22.72	-0.61	0.11	38	-0.46	-0.53
0.00	20	30	25.45	-0.98	0.43	46	-0.68	-0.82
0.00	25	10	16.14	-0.03	-2.05	152	-0.47	-0.27
0.00	25	15	18.85	0.03	-1.36	147	-0.27	-0.13
0.00	25	20	22.03	0.33	-0.39	66	0.18	0.25
0.00	25	30	27.89	-0.49	0.23	44	-0.34	-0.41
0.00	30	10	18.45	-0.00	-2.64	150	-0.58	-0.31
0.00	30	15	20.90	-0.08	-2.11	163	-0.53	-0.32
0.00	30	20	23.59	-0.12	-1.51	178	-0.42	-0.28
0.00	30	25	26.64	-0.01	-0.72	151	-0.16	-0.09
0.10	10	15	12.35	-0.41	0.56	73	-0.18	-0.29
0.10	10	20	14.76	-0.75	1.13	75	-0.32	-0.52
0.10	10	25	17.22	-1.05	1.70	77	-0.42	-0.71
0.10	10	30	19.75	-1.33	2.28	79	-0.51	-0.89
0.10	15	10	12.54	0.28	-0.68	88	0.05	0.15
0.10	15	20	17.49	-0.34	0.63	82	-0.11	-0.22
0.10	15	25	20.02	-0.62	1.27	85	-0.18	-0.38
0.10	15	30	22.61	-0.86	1.91	87	-0.23	-0.52
0.10	20	10	14.73	0.12	-1.72	132	-0.30	-0.11
0.10	20	15	17.38	0.18	-0.78	105	-0.04	0.06
0.10	20	25	22.63	-0.26	0.72	94	-0.03	-0.14
0.10	20	30	25.30	-0.47	1.43	97	-0.03	-0.23
0.10	25	10	16.74	-0.26	-2.92	180	-0.87	-0.59
0.10	25	15	19.34	-0.14	-1.99	173	-0.57	-0.37
0.10	25	20	22.20	0.06	-0.91	134	-0.17	-0.06
0.10	25	30	27.79	-0.17	0.82	110	0.06	-0.05
0.10	30	10	19.09	-0.32	-3.75	178	-1.10	-0.74
0.10	30	15	21.49	-0.32	-3.00	186	-0.93	-0.65
0.10	30	20	24.10	-0.26	-2.12	196	-0.69	-0.49
0.10	30	25	26.97	-0.10	-1.08	182	-0.33	-0.22

Tabelle 2. Fortsetzung.

w m/s	tL °C	tU °C	tE °C	ΔtE(150) K	ΔtE(30) K	dK mm	ΔtE(100) K	ΔtE(120) K
0.20	10	15	12.23	-0.17	0.75	110	0.06	-0.04
0.20	10	20	14.52	-0.32	1.52	111	0.13	-0.07
0.20	10	25	16.88	-0.46	2.29	113	0.21	-0.09
0.20	10	30	19.30	-0.60	3.06	113	0.29	-0.11
0.20	15	10	12.71	0.08	-0.83	127	-0.14	-0.04
0.20	15	20	17.34	-0.12	0.82	119	0.11	0.01
0.20	15	25	19.74	-0.23	1.63	121	0.23	0.02
0.20	15	30	22.21	-0.32	2.46	122	0.35	0.05
0.20	20	10	15.21	-0.05	-1.84	155	-0.49	-0.29
0.20	20	15	17.59	0.02	-0.90	147	-0.20	-0.10
0.20	20	25	22.46	-0.06	0.88	132	0.16	0.06
0.20	20	30	24.98	-0.12	1.76	132	0.33	0.13
0.20	25	10	17.56	-0.33	-2.97	185	-0.97	-0.68
0.20	25	15	19.94	-0.19	-2.01	180	-0.64	-0.44
0.20	25	20	22.45	-0.05	-0.98	159	-0.27	-0.17
0.20	25	30	27.58	-0.01	0.95	149	0.22	0.12
0.20	30	10	20.07	-0.44	-3.92	186	-1.28	-0.90
0.20	30	15	22.32	-0.38	-3.06	190	-1.03	-0.73
0.20	30	20	24.73	-0.28	-2.11	194	-0.72	-0.52
0.20	30	25	27.31	-0.12	-1.07	185	-0.35	-0.25

w m/s	tL °C	tU °C	tE °C	ΔtE(150) K	ΔtE(30) K	dK mm	ΔtE(100) K	ΔtE(120) K
0.30	10	15	12.08	-0.06	0.79	133	0.15	0.06
0.30	10	20	14.23	-0.12	1.60	131	0.32	0.12
0.30	10	25	16.45	-0.17	2.43	134	0.48	0.19
0.30	10	30	18.75	-0.22	3.27	135	0.65	0.26
0.30	15	10	12.89	0.01	-0.84	149	-0.21	-0.11
0.30	15	20	17.18	-0.03	0.84	146	0.19	0.09
0.30	15	25	19.43	-0.05	1.70	145	0.39	0.19
0.30	15	30	21.75	-0.08	2.57	142	0.59	0.29
0.30	20	10	15.64	-0.10	-1.78	164	-0.53	-0.34
0.30	20	15	17.79	-0.03	-0.89	154	-0.24	-0.15
0.30	20	25	22.28	0.01	0.89	151	0.23	0.13
0.30	20	30	24.63	0.02	1.80	151	0.46	0.26
0.30	25	10	18.26	-0.30	-2.81	183	-0.94	-0.65
0.30	25	15	20.42	-0.19	-1.90	180	-0.62	-0.43
0.30	25	20	22.68	-0.07	-0.94	164	-0.29	-0.19
0.30	25	30	27.38	0.04	0.94	158	0.27	0.17
0.30	30	10	20.94	-0.42	-3.75	184	-1.26	-0.88
0.30	30	15	23.02	-0.35	-2.90	187	-0.99	-0.70
0.30	30	20	25.23	-0.24	-1.98	189	-0.68	-0.48
0.30	30	25	27.57	-0.11	-1.00	184	-0.33	-0.24

w m/s	tL °C	tU °C	tE °C	ΔtE(150) K	ΔtE(30) K	dK mm	ΔtE(100) K	ΔtE(120) K
0.40	10	15	11.94	-0.01	0.78	148	0.19	0.10
0.40	10	20	13.95	-0.03	1.58	148	0.39	0.20
0.40	10	25	16.04	-0.04	2.40	148	0.59	0.31
0.40	10	30	18.21	-0.04	3.25	148	0.80	0.42
0.40	15	10	13.05	-0.02	-0.80	153	-0.22	-0.13
0.40	15	20	17.03	0.01	0.82	152	0.22	0.13
0.40	15	25	19.13	0.02	1.66	151	0.44	0.25
0.40	15	30	21.31	0.03	2.53	151	0.67	0.39
0.40	20	10	15.99	-0.11	-1.68	166	-0.51	-0.33
0.40	20	15	17.96	-0.04	-0.85	160	-0.25	-0.16
0.40	20	25	22.12	0.03	0.86	155	0.25	0.15
0.40	20	30	24.31	0.07	1.75	157	0.50	0.31
0.40	25	10	18.82	-0.26	-2.63	178	-0.87	-0.60
0.40	25	15	20.80	-0.16	-1.77	176	-0.58	-0.39
0.40	25	20	22.87	-0.07	-0.89	166	-0.28	-0.19
0.40	25	30	27.21	0.06	0.91	163	0.27	0.18
0.40	30	10	21.67	-0.37	-3.53	181	-1.18	-0.82
0.40	30	15	23.59	-0.30	-2.72	182	-0.92	-0.64
0.40	30	20	25.63	-0.21	-1.85	183	-0.63	-0.44
0.40	30	25	27.77	-0.10	-0.94	180	-0.31	-0.22

Die Ergebnisse liefern neuartige, differenzierte Aussagen:

- Bei ruhender Luft $w = 0$ und $t_L = (10 \ldots 15)\,°C$ ergibt das Thermometer in der kleinen Kugel bedeutend bessere Werte als das übliche Globethermometer.
- Bei praxisrelevanten Luftgeschwindigkeiten $w = (0{,}1 \ldots 0{,}4)$ m/s folgen für $t_U = t_L \pm 5$ K mit dem üblichen Globethermometer (150 mm) Meßabweichungen $\leq 0{,}41$ K. Die Abweichungen reduzieren sich mit wachsender Luftgeschwindigkeit.
- Die theoretisch erforderlichen Kugeldurchmesser $d = d_K$ wachsen in der Regel mit w und t_L an.

Für weitere Kugeldurchmesser (100 mm; 120 mm), die mittlere theoretische Werte darstellen, erfolgte eine Neuberechnung der Abweichungen $\Delta t_{E(100)}$ bzw. $\Delta t_{E(120)}$. Sie sind ebenfalls in *Tab. 2* vermerkt:

- Im Bereich $w = (0{,}1 \ldots 0{,}4)$ m/s und $t_U = t_L \pm 5$ K verringert sich bei Verwendung der 120 mm Kugel der maximale Fehler des 150 mm-Globethermometers auf $\leq 0{,}29$ K.

Bei all diesen Betrachtungen wurde t_E stets nach Gl. (6) bzw. Gl. (23), wobei a_1 und b_1 Funktionen von w, t_L und t_U sind, ermittelt.

Anmerkung

Würde man beim konvektiven Wärmeübergang sowohl am Zylinder (Modell des Menschen) als auch an der Kugel (Globethermometer) nicht mit einer Überlagerung der α-Werte bzw. der Nu-Zahlen für freie und erzwungene Konvektion sondern mit dem jeweiligen α-Maximalwerten arbeiten, so folgten im Bereich $w = (0{,}1 \ldots 0{,}4)$ m/s und $t_U = t_L \pm 5$ K Abweichungen $|t_E - t_K| \leq 0{,}48$ K bei Verwendung des üblichen Globethermometers (150 mm) und $\leq 0{,}36$ K bei Einsatz eines 120 mm-Kugelthermometers.

Wärmetransport im Inneren der Stahlkugel

Die Geometrie der Stahlkugel und der Meßstelle sind im *Bild 2* dargestellt. Der Strahlungswärmestrom, der von der Meßstelle (A_1, ε_1, T_1) an die innere Oberfläche der Stahlkugel (A_2, ε_2, T_2) fließt berechnet sich nach

$$\dot{Q}_1 = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}\,\sigma\,[T_1^4 - T_2^4]\,A_1\,. \qquad (49)$$

Die konvektiven Wärmeströme von der Meßstelle an die in der Hohlkugel befindlichen Luft (T) und von dort an die Kugelinnenfläche betragen:

$$\dot{Q}_2 = \alpha_1 (T_1 - T)\,A_1 \qquad (50)$$

und

$$\dot{Q}_3 = \alpha_2 (T - T_2)\,A_2\,. \qquad (51)$$

Damit müssen im stationären Fall

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = 0 \qquad (52)$$

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_3 = 0 \qquad (53)$$

gelten, woraus

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_3 \qquad (54)$$

folgt. Ein positiver Wärmestrom kann nur bei $T_1 > T_2$ fließen. Die Gleichgewichtsbedingung ist aber nur bei $\dot{Q}_1 < 0$ erfüllt, was $T_1 < T_2$ zur Voraussetzung hätte. Das genannte Gleichungssystem fordert $T_1 = T_2$, d.h. die Meßstelle nimmt die Temperatur der Hohlkugel an.

Im Falle des instationären Temperaturausgleiches fließen natürlich Wärmeströme, wobei nach Gl. (49) grundsätzlich hohe Emissionskoeffizienten vorteilhaft sind. Wegen $A_1 \ll A_2$ ist der Emissionskoeffizient der inneren Hohlkugeloberfläche allerdings relativ bedeutungslos. Nach [7] ergab eine innere Lackierung eine Reduzierung der Einstellzeit von 26 min. auf lediglich 25,4 min.

Der in [7] vorgeschlagene Einbau einer „Luftschraube" im Kugelinneren, verletzt allerdings die Energiebilanzen gemäß Gln. (52) sowie (53) und sollte unterbleiben.

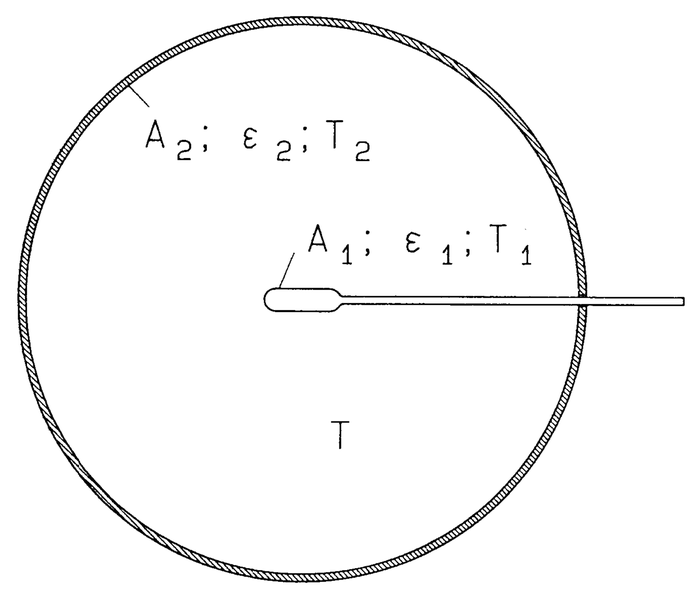

Bild 2. Schnitt durch ein Globethermometer und Kennzeichnung der wärmetechnisch relevanten Größen.

Kombinationsmessung und Auswertealgorithmus

Spezielle Meßsets bestehend aus einem *Globethermometer* (Durchmesser d_K; Emissionskoeffizient ε_K; Meßgröße t_K), einem *Geschwindigkeitsfühler* (Meßgröße w) und einem *strahlungsgeschützten Thermometer* (Meßgröße t_L), die handelsüblich angeboten werden, ermöglichen eine Komplexmessung aus der die Empfindungstemperatur t_E ermittelbar ist. Es gilt nachfolgender Rechenweg:

1. Ausgehend von t_K; t_L und w Auswertung der Gln. (28) bis (35) mit dem Ergebnis α_K (konvektiver Wärmeübergangskoeffizient);
2. Berechnung von t_U (mittlere Strahlungstemperatur der Umgebung bezogen auf die Kugel) aus Gl. (48);
3. Unter der Annahme, daß t_U in guter Näherung auch die mittlere Strahlungstemperatur der Umgebung bezogen auf den Menschen repräsentiert, sowie t_L und w ebenfalls für den Menschen am Standort der Meßeinrichtung relevant sind, erfolgt die iterative Ermittlung der Empfindungstemperatur nach den im Abschnitt „Berechnung der Empfindungstemperatur" aufgezeichneten Schritten 1. bis 9.
4. Außer der Empfindungstemperatur t_E können auch die Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{K,M}$ und $\alpha_{S,M}$ bezie-

```
DECLARE FUNCTION lamfunc! (t!)
DECLARE FUNCTION nyfunc! (t!)
DECLARE FUNCTION Prfunc! (t!)
'Programm zur Berechnung der Empfindungstemperatur
  aus Meßwerten (ETEMP.BAS)

CLS
'Grundwerte

fS = .71: H = 1.8: D = .3: eps = .93: epsK = .98: DS = 3.1416 * D / 2

'Eingabe

INPUT "Lufttemperatur    tL = ? in °C :  ", tL
INPUT "Globetemperatur   tK = ? in °C :  ", tK
INPUT "Luftgeschwindigkeit w = ? in m/s :  ", w
INPUT "Kugeldurchmesser  dK = ? in mm :  ", dK
tL0 = tL: dK = dK / 1000

'Berechnung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten an der Kugel

t = .5 * (tL + tK)
lamt = lamfunc(t): Pr = Prfunc(t): ny = nyfunc(t)

Ra = 9.81 * dK ^ 3 / ny / ny / (273 + t) * (ABS(tL - tK)) * Pr
Nufrei = .56 * ((Pr / (.846 + Pr)) * Ra) ^ .25

IF w > 0 THEN
    lamtL = lamfunc(tL): Pr = Prfunc(tL): ny = nyfunc(tL)

    Re = w * dK / ny
    Nul = .664 * Re ^ .5 * Pr ^ .333333
    Nut = .037 * Re ^ .8 * Pr / (1 + 2.443 * Re ^ -.1 * (Pr ^ .666667 - 1))
    Nuerzw = (Nul ^ 2 + Nut ^ 2) ^ .5

    Nu = 2 + (Nufrei ^ 3 + Nuerzw ^ 3) ^ .333333
    lam = .5 * (lamt + lamtL)
ELSE
    Nu = 2 + Nufrei
    lam = lamt
END IF

alphaK = Nu * lam / dK

'Berechnung der mittleren Umgebungstemperatur

tU = (alphaK * (tK - tL) / epsK / 5.67E-08 + (tK + 273) ^ 4) ^ .25 - 273
tU0 = tU

'Iterative Berechnung der Empfindungstemperatur

tE = .5 * (tL + tU)
LAB1:
SG = 1: tE0 = tE: tL = tL0: tU = tU0
LAB2:
tM = 9.5 + .753 * tE
t = .5 * (tL + tM)
lam = lamfunc(t): Pr = Prfunc(t): ny = nyfunc(t)

Ra = 9.81 * H ^ 3 / ny / ny / (273 + t) * (ABS(tL - tM)) * Pr
Nuf = (.825 + .387 * Ra ^ .167 / ((1 + (.492 / Pr) ^ .563) ^ .296)) ^ 2
af = Nuf * lam / H

IF w > 0 THEN
    lam = lamfunc(tL): Pr = Prfunc(tL): ny = nyfunc(tL)

    Re = w * DS / ny
    Nue = .3 + (.441 * Re * Pr ^ .667 + Re ^ 1.6 * Pr ^ 2 /
    /((27.027 + 66.027 * Re ^ (-.1) * (Pr ^ .667 - 1)) ^ 2)) ^ .5
    ae = Nue * lam / DS
ELSE
    ae = 0
END IF

alphK = (af ^ 3 + ae ^ 3) ^ .333333
alphS = eps * 5.67E-08 * ((tM + 273) ^ 4 - (tU + 273) ^ 4) / (tM - tU)

IF SG = 1 THEN
    alphKM = alphK: alphSM = alphS: tL = tE: tU = tE: SG = 2
    GOTO LAB2
END IF

a = alphKM / (alphK + fS * alphS)
b = fS * alphSM / (alphK + fS * alphS)
c = (1 - a - b) * tM
tE = a * tL0 + b * tU0 + c

IF ABS(tE - tE0) > .02 THEN
    tE = .5 * (tE + tE0)
    GOTO LAB1
END IF

'Ausgabe

LPRINT "Grundwerte:"
LPRINT
LPRINT USING "H = #.## m    D = #.## m    fS = #.##"; H; D; fS
LPRINT USING "          eps = #.##    epsK = #.##"; eps; epsK
LPRINT : LPRINT
LPRINT "Eingabewerte:"
LPRINT
LPRINT USING "Lufttemperatur     tL = ###.## °C"; tL0
LPRINT USING "Globetemperatur    tK = ###.## °C"; tK
LPRINT USING "Luftgeschwindigkeit  w =  ##.## m/s"; w
LPRINT USING "Kugeldurchmesser   dK = ###   mm"; dK * 1000
LPRINT : LPRINT
LPRINT "Ergebnisse:"
LPRINT
LPRINT USING "Empfindungstemperatur tE = ###.## °C"; tE
LPRINT USING "Umgebungstemperatur  tU = ###.## °C"; tU0
LPRINT
FUNCTION lamfunc (t)
lamfunc = .024178 + 7.634878E-05 * t - 4.663859E-08 * t * t +
+ 4.612639E-11 * t * t * t
END FUNCTION

FUNCTION nyfunc (t)
nyfunc = 1.35198E-05 + 8.930841E-08 * t + 1.094808E-10 * t * t -
- 3.659345E-14 * t * t * t
END FUNCTION

FUNCTION Prfunc (t)
Prfunc = .71789 - 1.675739E-04 * t + 6.514142E-07 * t * t -
- 6.687762E-10 * t * t * t
END FUNCTION
```

Bild 3. BASIC-Listing zur Berechnung der Empfindungstemperatur t_E aus den Meßdaten t_L, t_K, w und dem Kugeldurchmesser d_K.

```
Grundwerte:

H = 1.80 m      D = 0.30 m      fS = 0.71
              eps = 0.93      epsK = 0.98

Eingabewerte:

Lufttemperatur          tL =  25.00 °C
Globetemperatur         tK =  22.14 °C
Luftgeschwindigkeit      w =   0.10 m/s
Kugeldurchmesser        dK = 150    mm

Ergebnisse:

Empfindungstemperatur tE =  22.20 °C
Umgebungstemperatur   tU =  20.01 °C
```

Bild 4. Beispielausdruck.

hungsweise Kombinationen aus diesen Größen – wie z. B. spezifische Wärmeströme – zur Beurteilung partikulärer Behaglichkeitskriterien („Zug" einschließlich „Strahlungszug" usw.) ausgegeben werden.

Ein BASIC-Listing ist im *Bild 3*, eine Auswertung einer Kombinationsmessung im *Bild 4* wiedergegeben.

Zusammenfassung

Zur Überprüfung der globalen, thermischen Behaglichkeit bezüglich der sensiblen Wärmeabgabe des Menschen wird im Bereich der Heizungstechnik seit vielen Jahren

die Empfindungstemperatur benutzt. Die Wärmeübergangsbedingungen vom Menschen an den Raum wurden physikalisch durch einen Zylinder mit mittlerer menschlicher Oberflächentemperatur bei reduzierter Strahlungsfläche nachgebildet. Die Modellrechnung zeigt, daß die mit einem handelsüblichen Globethermometer (Durchmesser 150 mm) ermittelten Temperaturen t_K bei Luftgeschwindigkeiten $w = (0{,}1 \ldots 0{,}4)$ m/s und üblichen Luft- und Umgebungstemperaturen bei $t_U = t_L \pm 5$ K bis auf eine Abweichung von $\pm 0{,}41$ K den Empfindungstemperaturen t_E entsprechen. Durch eine Reduzierung des Kugeldurchmessers auf 120 mm kann die maximale Abweichung $|t_K - t_E|$ bei den vorgenannten Randbedingungen auf maximal $\pm 0{,}29$ K reduziert werden. Optimal erscheint eine Kombinationsmessung mit Globethermometer, Geschwindigkeitsfühler und strahlungsgeschütztem Thermometer. Mit Hilfe eines vorgestellten Auswertealgorithmus ist es möglich, die Empfindungstemperatur des Menschen rechnerisch zu bestimmen. Außer dieser globalen Aussage können auch Ergebnisse – wie beispielsweise Wärmeübergangskoeffizienten – zur Bewertung partikulärer Behaglichkeitskriterien bereitgestellt werden. Die vorhandene Meß- und Datenerfassungs-Hardware durch die vorgeschlagene Software zu ergänzen, erscheint unproblematisch. Zukünftige Erkenntnisse zum Wärmeübergang an Zylindern und Kugeln sowie zur Überlagerung von freier und erzwungener Konvektion sind im vorgestellten Algorithmus ohne Schwierigkeiten einarbeitbar.

Der übliche Ansatz $t_E = 0{,}5\,(t_L + t_U)$ gilt nach *Bild 1* nur in engen Grenzen.

Literatur

[1] *Mayer, E.:* Praxisgerechte Raumklimabewertung bei Bauteilkühlung. Heizung-Lüftung-Haustechnik (1991) H. 3.

[2] *Glück, B.:* Strahlungsheizung-Theorie und Praxis. Berlin: Verlag für Bauwesen und Karlsruhe: Verlag C. F. Müller 1982.

[3] *Macskásy, A.:* Vorlesungen an der TU Dresden 1964.

[4] *Glück, B.:* Wärmeübertragung, Wärmeabgabe von Raumheizflächen und Rohren (Reihe: Bausteine der Heizungstechnik). Berlin: Verlag für Bauwesen, 2. Auflage 1990.

[5] *Glück, B.:* Zustands- und Stoffwerte – Wasser, Dampf, Luft – (Reihe: Bausteine der Heizungstechnik). Berlin: Verlag für Bauwesen, 2. Auflage 1991.

[6] VDI-Wärmeatlas. Düsseldorf: VDI-Verlag, 6. Auflage 1991.

[7] *Eissing, G.* und *Steinhaus, I.:* Untersuchung und Verbesserung des Zeitverhaltens des Globethermometers. Ki Klima-Kälte-Heizung (1982) H. 3.