Gesundheits Ingenieur

Haustechnik · Bauphysik · Umwelttechnik

Herausgegeben von K. W. USEMANN

unter Mitwirkung von F. Baum, H. Erhorn und H.-J. Moriske

in Verbindung mit dem Umweltbundesamt, Fachbereich Umwelt und Gesundheit, Wasser-, Boden- und Lufthygiene, Ökologie, Berlin-Dahlem; Bayerischen Landesamt für Umweltschutz, Augsburg und der Gesundheitstechnischen Gesellschaft, Berlin.

126. Jahrgang 2005 · Heft 1 · Seite 1 – 60

Modellierung der instationären Wärmeleitung mit Phasenwechsel für ein neues Raumsimulationsmodell

Bernd Glück

Die wärmetechnische Charakterisierung der Raumumfassungen lässt sich in erster Näherung anhand ihrer Wärmedämm- und Wärmespeicherfähigkeiten vornehmen. Über lange Zeiträume des Bauens waren beide Eigenschaften miteinander verknüpft. Dagegen besitzen moderne Dämmmaterialien praktisch keine Speicherfähigkeit mehr. Die durch große Glasflächen eingestrahlte Solarenergie ist dadurch über lange Zeiträume des Jahres nicht mehr nutzbar und reduziert die Behaglichkeit beträchtlich. Nunmehr werden Latentspeichermaterialien mit einem Phasenwechsel bei Raumtemperatur (z. B. Putze mit mikroverkapselten Paraffinen) angeboten, um die Leichtbauten mit einer Speicherkapazität aus- bzw. nachzurüsten. Keiner der genannten Baustoffe soll ins Abseits gerückt werden, aber es erhebt sich natürlich auch die Frage, ob neue Baustoffe Wärmedämm- und Wärmespeicherfähigkeiten wieder in sich vereinen sollten. Die gewünschten Eigenschaften könnten gezielt vorgegeben werden. Weiterhin hat sich in den letzten Jahren die thermische Aktivierung von Bauteilen mittels integrierter, wasserdurchströmter Rohrregister durchgesetzt. Um diese komplexe Konstellation wärmetechnisch untersuchen zu können, wird anschließend ein spezieller Algorithmus für die instationäre Wärmeleitung in Raumumfassungen vorgestellt.

1. Aufgabenstellung

Das „Wärmetechnische Raummodell“ [1] untersuchte die wärmetechnischen Vorgänge im Raum detailliert und leitete wärmephysiologische Aussagen ab. Die Wärmeleitung in den Raumumfassungen wurde dabei vorwiegend stationär betrachtet. Nunmehr ist ein „Dynamisches Raummodell zur wärmetechnischen und wärmephysiologischen Bewertung“ entwickelt worden, das besonders die wärmetechnische Dynamik in den Raumumfassungen modelliert. Die *sensible* Wärmespeicherung ist an eine *Temperaturänderung* gekoppelt, die *latente* Wärmespeicherung beinhaltet einen *Phasenwechsel* bei konstanter Temperatur. Der Phasenwechsel kann eine Änderung des Aggregatzustandes – beispielsweise zwischen fest und flüssig – oder aber eine Änderung der kristallinen Struktur bedeuten. Da sich hierbei die Bindungsenergie zwischen den Molekülen verändert, kann Wärmeenergie freigesetzt oder gebunden werden. Im Weiteren wird der allgemeinste Fall mit Überlagerung von sensibler und latenter Wärmespeicherung betrachtet.

An den raumseitigen Bauteiloberflächen wird der Wärmeübergang getrennt betrachtet: Strahlungsaustausch zwi-

Die Programmerstellung wurde von der RUD. OTTO MEYER-UMWELT-STIFTUNG gefördert.

Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück, F + E TGA, Goethestraße 18, 08547 Jößnitz (Plauen) und Westsächsische Hochschule Zwickau (FH).

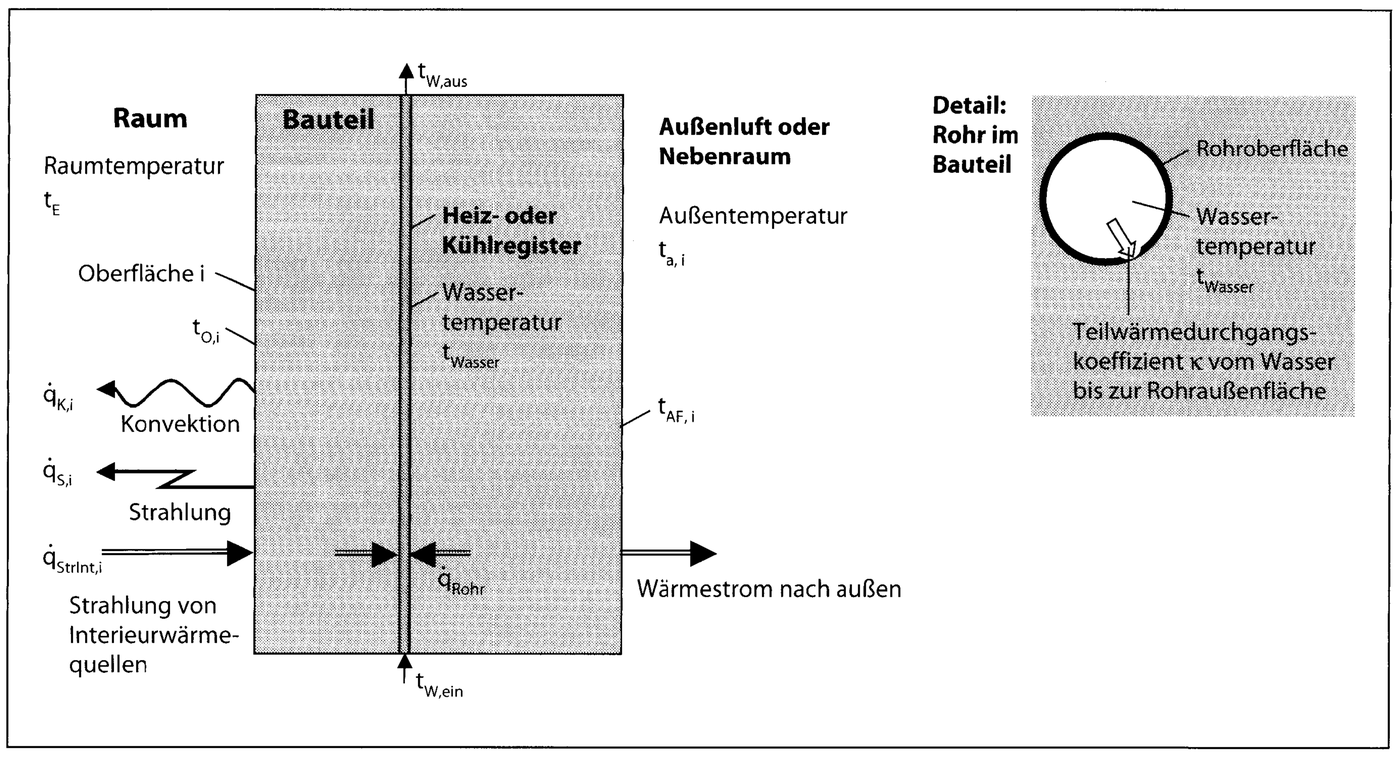

Bild 1. Wärmeströme an und in einer Raumumschließungskonstruktion i bei Annahme eines instationären Wärmeleitvorgangs.
Das Bauteil kann ein Rohrregister zur thermischen Aktivierung beinhalten.

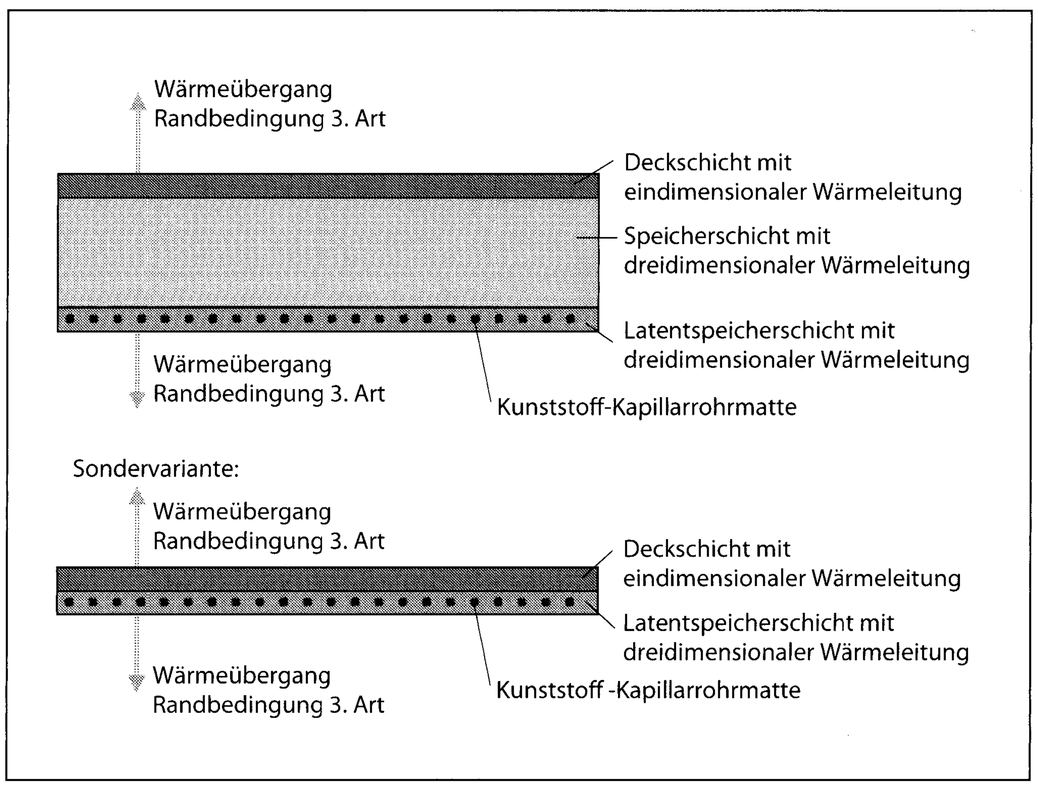

Bild 2. Prinzipaufbau und wärmetechnische Randbedingungen einer thermisch aktivierbaren Putzschicht mit Latentwärmespeicherfähigkeit und integrierter Kunststoff-Kapillarrohrmatte sowie einer eventuell angrenzenden Wärmespeicherschicht mit nur temperaturabhängiger (sensibler) Wärmespeicherung.
Es könnte sich beispielsweise um eine Wand oder eine Massivdecke mit zusätzlichem Latentspeicherputz handeln, wobei auf der Außenseite eine Vorhangfassade oder ein Fußbodenaufbau mit eindimensionaler Wärmeleitung normal zur Fläche modelliert wird.

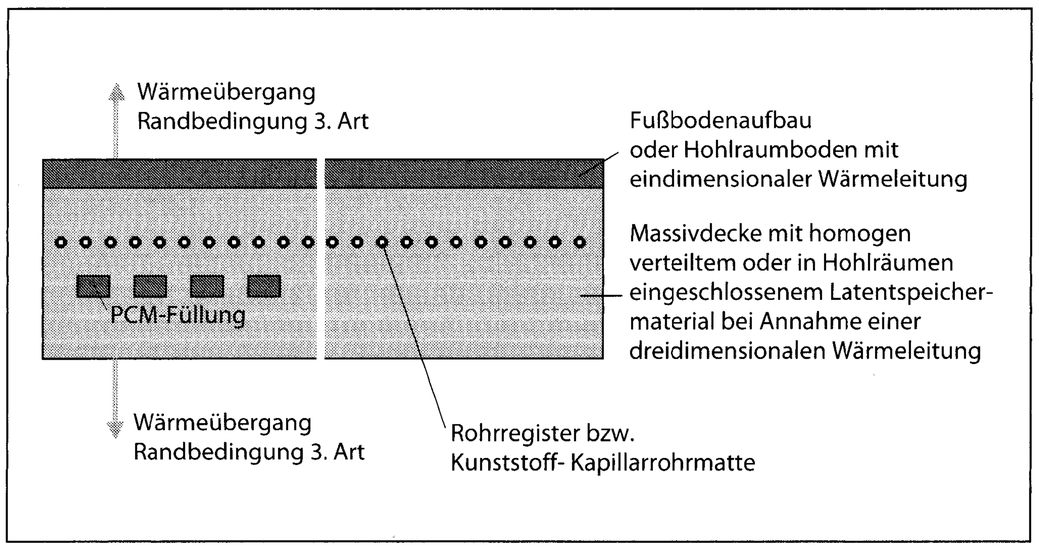

Bild 3. Prinzipaufbau und wärmetechnische Randbedingungen einer thermisch aktivierbaren Massivdecke mit homogen beigemischten oder in Hohlräumen untergebrachtem Latentspeichermaterial und aktivierbarem Rohrregister.

schen den Oberflächen des Raumes, konvektive Wärmeströme an die Luft und eine eventuelle Zustrahlung von den Interieurwärmequellen. An der raumabgewandten Bauteiloberfläche wird ein Gesamtwärmeübergangskoeffizient, der Strahlung und Konvektion zusammenfasst, angesetzt. Diese unterschiedliche Verfahrensweise an der inneren und äußeren Bauteiloberfläche entspricht dem Untersuchungsziel einer möglichst genauen Raumsimulation unter praxisüblichen Umgebungsbedingungen.

Im Inneren der Bauteile werden Wärmequellen durch fest umrandete Geometrien dargestellt, wobei die Quellentemperatur und der Teilwärmedurchgangskoeffizient zu seiner Oberfläche vorgebbar sind. Diese Darstellung entspricht dem praktischen Normalfall, der Einbringung eines Rohrregisters oder Kanalsystems (*Bild 1*).

Die praktische Ausgestaltung der Bauteile kann – wie nachfolgend gezeigt – sehr vielfältig sein.

Putze mit Latentspeichereigenschaften: In Wand- und Deckenputzen oder in Gipskartonplatten werden PCMs (Phase Change Materials) beigemischt. Beispielsweise werden mikroverkapselte Paraffine (Kunststoffkügelchen mit Paraffinfüllung) bei einem Volumenanteil von 10 % bis 40 % verwendet, deren Schmelzpunkte zwischen 22 °C bis 25 °C liegen. Diese Putze und Gipsplatten erhöhen die Wärmespeicherfähigkeit des Baukörpers. Um Umweltenergie – z. B. nächtlich bereitgestelltes Kaltwasser aus dem Kühlturm – verstärkt zu nutzen, könnte eine aktive, zielgerichtete Speicherbeladung mittels wasserführender Rohrregister effizient sein. Diese Konstruktion (*Bild 2*) wäre auch für Bauwerkssanierungen einsetzbar.

Latentspeicherkörper: Die bisherige Anwendung von Massivspeicherdecken setzte stets große Massen, d. h. Decken von beispielsweise 300 mm Dicke voraus. Bei Zugabe von Latentspeichermaterialien als homogene Beimischung oder die Füllung von Hohlräumen in Fertigteilen könnte die Masse der Speicherelemente bei gleichbleibender oder sogar erhöhter Wärmespeicherfähigkeit reduziert werden (*Bild 3*). Die wärmetechnische Modellierung könnte auch auf einen reinen Speicherbehälter angewendet werden, den man beispielsweise extern im Keller des Gebäudes aufstellt und an den thermisch aktive Bauteile in bekannter Weise angeschlossen sind.

Durchlüftetes Latentspeichermodul: Eine von Barath entwickelte, patentierte Konstruktion setzt Latentwärmespeichermaterial in den Wänden eines luftdurchströmten Schachtes ein. Die Kühlung erfolgt durch ein integriertes Rohrregister (*Bild 4*).

Obwohl die gezeigten Beispiele spezielle Modellierungen erfordern, wird versucht mit einer *Basismodellierung der Wärmeleitung im Bauteil* bereits weitestgehend alle Anforderungen zu erfüllen.

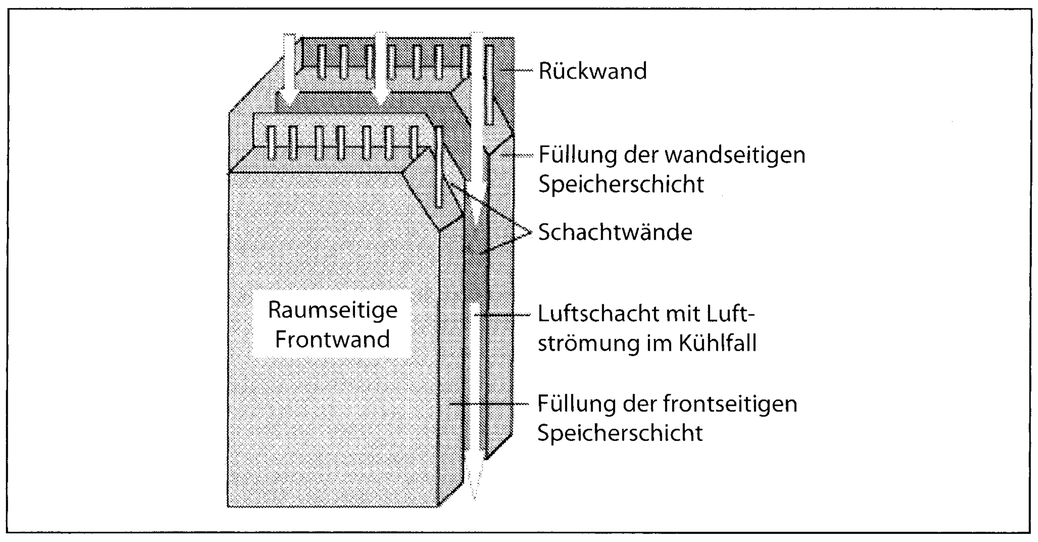

Bild 4. Prinzipaufbau eines luftdurchströmten Schachtes (Lüfterunterstützung) mit Latentspeichermaterial gefüllten Wänden (Frontwand und Rückwand).
Zur thermischen Aktivierung sind in den Wänden Rohrregister, die Wasser im Gegenstrom zum Luftstrom führen, integriert.

2. Modellierung der Wärmeleitung

Als praktikabler, allgemeingültiger Fall gilt ein Bauteil nach *Bild 5* mit mehrschichtigem Aufbau und integriertem Rohrregister, wovon drei Schichten eine Wärmespeicherkapazität besitzen sowie eine Schicht zusätzlich einen Phasenwandel erfahren kann. Das Latentspeichermaterial besteht beispielsweise aus einem Mikrogranulat, das gleichmäßig im Baumaterial verteilt ist. Damit werde vereinfacht ein jeweils homogener Stoff mit gemittelten, jedoch konstanten Stoffwerten angenommen.

Die *Fourier*sche Differentialgleichung in dreidimensionaler Form für den homogenen, isotropen Körper bei vorgegebenen Anfangs- und Randbedingungen

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{\dot{q}_E}{\rho\, c} \qquad (1)$$

mit der Temperaturleitfähigkeit

$$a = \frac{\lambda}{\rho\, c} \qquad (2)$$

und den Einzelgrößen t Temperatur, x, y, z Ortskoordinaten, τ Zeit, $\dot{q}_E$ Quellenergiebigkeit (Leistung pro Volumeneinheit), λ Wärmeleitfähigkeit, ρ Dichte sowie c spezifische Wärmekapazität wird numerisch mit der *Finite-Volumen-Methode* gelöst. Die Volumenelemente werden dabei generell als Quaderelemente dargestellt und jeweils symmetrisch von den Gitterlinien geschnitten. Im allgemeinen Fall ist ein dreidimensionales, äquidistantes Gitter aufgespannt. Der Algorithmus gestaltet sich dann relativ einfach, da alle Bauteile wiederum als Quader approximiert werden. Dies betrifft auch die Rohre, Hohlräume oder spezielle PCM-Füllräume.

Die *Wärmeleitvorgänge zwischen den Volumenelementen* sind sehr anschaulich darstellbar. Für jedes Volumenelement $\Delta V = \Delta x\, \Delta y\, \Delta z$ wird über den Zeitraum $\Delta\tau$ eine Wärmebilanz aufgestellt, d. h. alle Wärmeströme über die Elementoberflächen erfasst. Ist die Summe der Wärmeströme ungleich null, liegt ein instationärer Wärmespeichervorgang vor. Die Temperatur- und die Phasenänderung im Element sind zu bestimmen.

Die speziellen Approximationen zur Anpassung der Wärmetransportvorgänge an den Bauteilrändern können ebenfalls in anschaulicher Weise in den numerischen Algorithmus integriert werden.

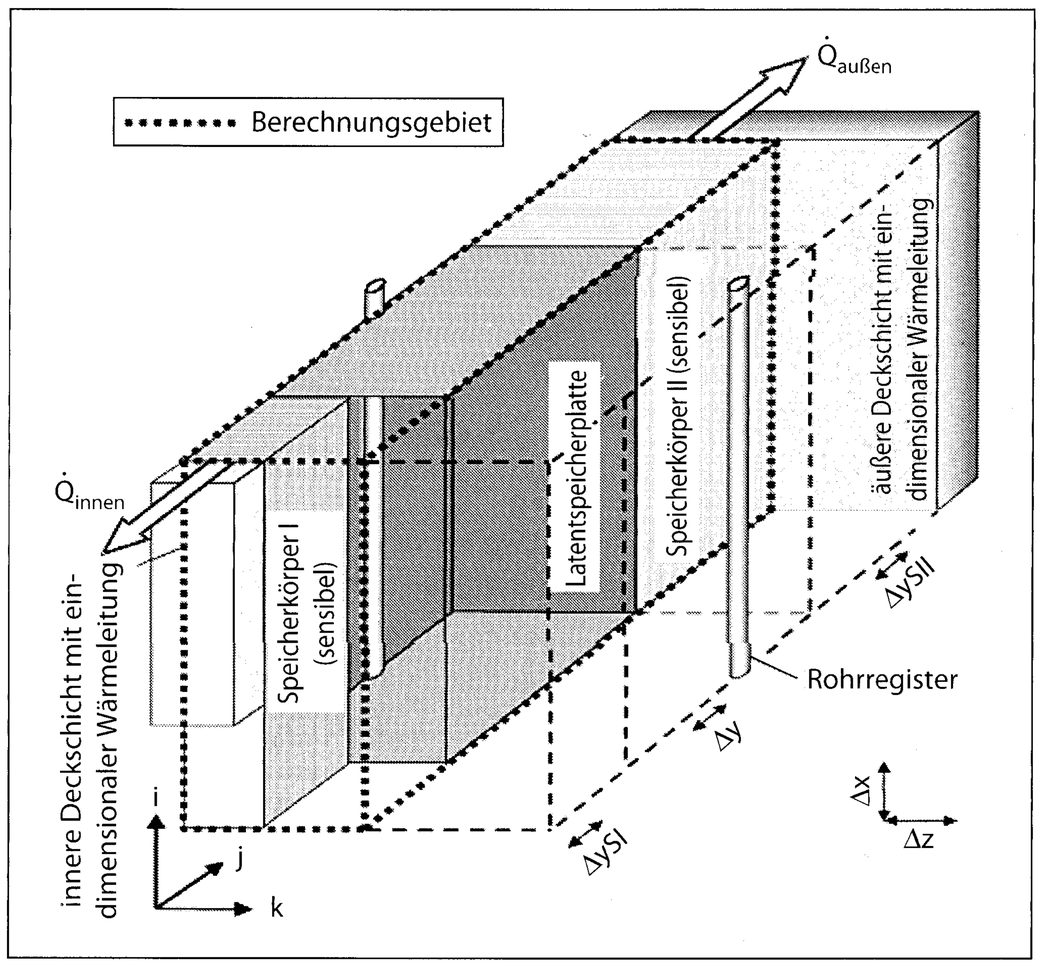

Bild 5. Ausschnitt aus einer Latentspeicherplatte (allgemeiner Simulationsfall) zwischen zwei benachbarten Rohren des Registers und angrenzenden sensiblen Speicherkörpern, die die Tiefe des Berechnungsgebietes bilden.
Die Gitterorientierung i, j, k ist eingetragen. Zugehörig gelten die Gitterabstände Δx, Δy, Δz. Während die Gitterabstände Δx und Δz für das gesamte Bauteil zutreffen, ist die Gitterweite in j-Richtung in jeder Schicht separat definiert: ΔySI, Δy, $\Delta ySII$. Im Berechnungsgebiet wird die Wärmeleitung dreidimensional betrachtet. Die Breite des Berechnungsgebietes erstreckt sich von der Rohrachse bis zur Mitte zwischen zwei Rohrachsen (Symmetriebedingung). Die innere und äußere Deckschicht werden jeweils nur als Wärmeleitwiderstand R_i bzw. R_a erfasst.

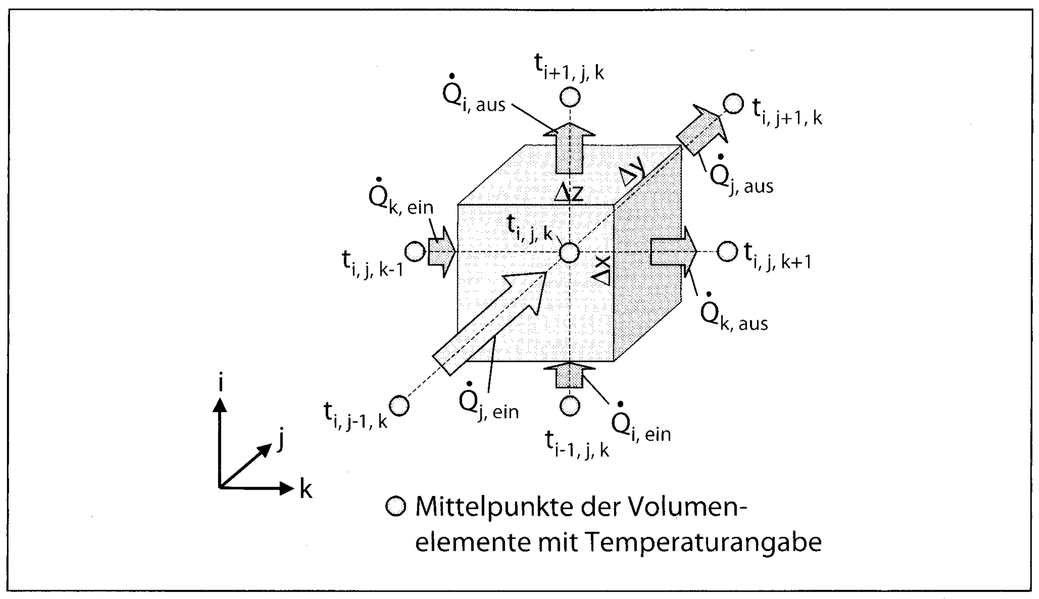

Bild 6. Beispielhafte Darstellung eines Quaderelementes $\Delta V = \Delta x\, \Delta y\, \Delta z$ im Gitternetz i, j, k mit Kennzeichnung der durch Wärmeleitung übertragenen Wärmeströme und Temperaturen der Nachbarelemente.

Nach dem *Fourier*schen Erfahrungsgesetz der Wärmeleitung folgt der Wärmestrom zu

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dn} A \qquad (3)$$

mit λ Wärmeleitfähigkeit, A Fläche – in der die Isothermenfläche t liegt – sowie dt/dn Temperaturgradient. Für die Temperaturen an den Gitterpunkten (Mittelpunkte der Volumenelemente) gelten allgemein: $t_{i,j,k,}$ Temperatur des Bauteils an der Stelle i, j, k zu Beginn und $tn_{i,j,k}$ Temperatur am Ende eines Zeitschrittes (n bedeutet „neu“). Für das

im *Bild 6* dargestellte Volumenelement können damit bei expliziter Betrachtung alle an den sechs Oberflächen fließenden Wärmeströme aus den bekannten Temperaturen berechnet werden.

Beispielsweise würde für die Wärmeleitung *innerhalb einer Materialschicht* in Richtung j der eintretende Wärmestrom $\dot{Q}_{j,ein}$ lauten:

$$\dot{Q}_{j,ein} = \lambda \frac{t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k}}{\Delta y} \Delta x \, \Delta z. \qquad (4)$$

Gelte eine *temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit*, dann könnte man dies durch eine Mittelwertbildung berücksichtigen:

$$\dot{Q}_{j,ein} = \frac{\lambda_{i,j-1,k} + \lambda_{i,j,k}}{2} \frac{(t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k})}{\Delta y} \Delta x \, \Delta z. \qquad (5)$$

Befände sich das Volumenelement jedoch an einer *Trennebene* von zwei Schichten, wobei möglicherweise unterschiedliche Gitterabstände in j-Richtung zusammenstoßen, dann müssen die Wärmeleitwiderstände getrennt Beachtung finden. In Bezug auf *Bild 5* würde beispielsweise gelten:

$$\dot{Q}_{j,ein} = \left(\frac{\Delta y SI/2}{\lambda_{i,j-1,k}} + \frac{\Delta y/2}{\lambda_{i,j,k}} \right)^{-1} (t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k}) \, \Delta x \, \Delta z. \qquad (6)$$

Dieser Ansatz kann sinngemäß auch bei einer *Randbedingung dritter Art* (Wärmeübergang) angewendet werden. Es gilt dann z. B. mit $t_{i,j-1,k} \equiv t_F$ (Fluidtemperatur)

$$\dot{Q}_{j,ein} = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\Delta y/2}{\lambda_{i,j,k}} \right)^{-1} (t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k}) \, \Delta x \, \Delta z. \qquad (7)$$

Allgemeingültig kann für den Wärmestrom

$$\dot{Q}_{j,ein} = (R_{i,j-1,k} + R_{i,j,k})^{-1} (t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k}) \, \Delta x \, \Delta z. \qquad (8)$$

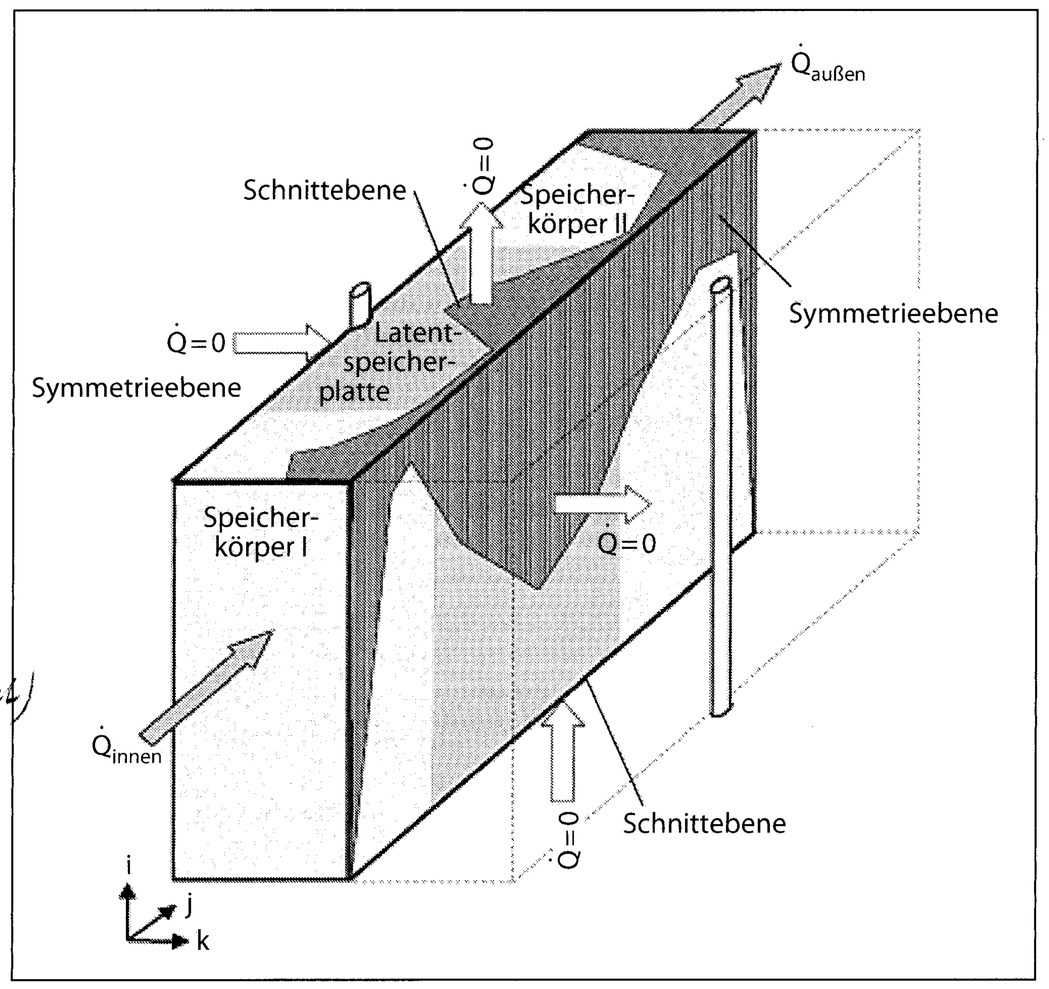

Bild 7. Dreischichtiges Bauteil nach *Bild 5* mit Kennzeichnung der modellgemäßen Wärmeströme.
Der Untersuchungsbereich des Bauteils (Simulationsgebiet lässt nur an den Bauteilgrenzen Wärmeströme zu: $\dot{Q}_{innen}$ und $\dot{Q}_{außen}$. Die Symmetrie- und Schnittebenen sind gemäß Definition so gelegt, dass dort keine Wärmeströme auftreten.

und für die im Zeitintervall $\Delta\tau$ übertragene Wärme

$$\dot{Q}_{j,ein} = (R_{i,j-1,k} + R_{i,j,k})^{-1} (t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k}) \, \Delta x \, \Delta z \, \Delta\tau. \qquad (9)$$

geschrieben werden. Dabei ist der Wärmeleitwiderstand bzw. der Wärmeübergangswiderstand R je nach spezieller Randbedingung unterschiedlich zu definieren, beispielsweise:

$$R_{i,j-1,k} = \frac{\Delta y SI/2}{\lambda_{i,j-1,k}}, \; R_{i,j-1,k} = \frac{1}{\alpha}, \; R_{i,j,k} = \frac{\Delta y/2}{\lambda_{i,j,k}}$$

oder bei gegebener Oberflächentemperatur $R_{i,j-1,k} = 0$.

Anhand des *Bildes 6* sind die übrigen Wärmemengen zu bilden. Es gelten:

$$Q_{j,aus} = (R_{i,j,k} + R_{i,j,+1,k})^{-1} (t_{i,j,k} - t_{i,j+1,k}) \, \Delta x \, \Delta z \, \Delta\tau \qquad (9a)$$

$$Q_{k,ein} = (R_{i,j,k-1} + R_{i,j,k})^{-1} (t_{i,j,k-1} - t_{i,j,k}) \, \Delta x \, \Delta y \, \Delta\tau \qquad (9b)$$

usw.

Es wird weiterhin angenommen, dass an den Schnitt- und Symmetrieebenen keine Wärmeströme fließen, sodass nur in j-Richtung Wärmeströme die Bauteilgrenzen überschreiten (*Bild 7*).

3. Modellierung des Wärmeübergangs

Wärmeübergänge kommen an den Bauteilbegrenzungen und der Berührungsfläche zu den Rohren (z. B. als Randbedingungen dritter Art) vor. Weiterhin sind noch Schichten mit eindimensionaler Wärmeleitung (z. B. die Deckschichten des Bauteils oder die Rohrwand) einzubeziehen. Sie werden nachfolgend alle als spezielle Teilwärmedurchgangskoeffizienten definiert.

3.1 Bauteilaußenseite

Im *Bild 5* wurde dargestellt, wie sich eine Deckschicht, die nur eindimensional in j-Richtung die Wärme ohne Speichereffekt leitet, an den Speicherkörper II anschließt. *Bild 8* zeigt den allgemeinen Fall, bei dem die Deckschicht – beispielsweise ein Fußbodenaufbau oberhalb der Raumdecke – aus mehreren Einzelschichten besteht. Zur Außenumgebung existiert ein fest definierter Wärmeübergangskoeffizient α_a. Damit berechnet sich der zusammengefasste Wärmeleit- und Wärmeübergangswiderstand R_a zu

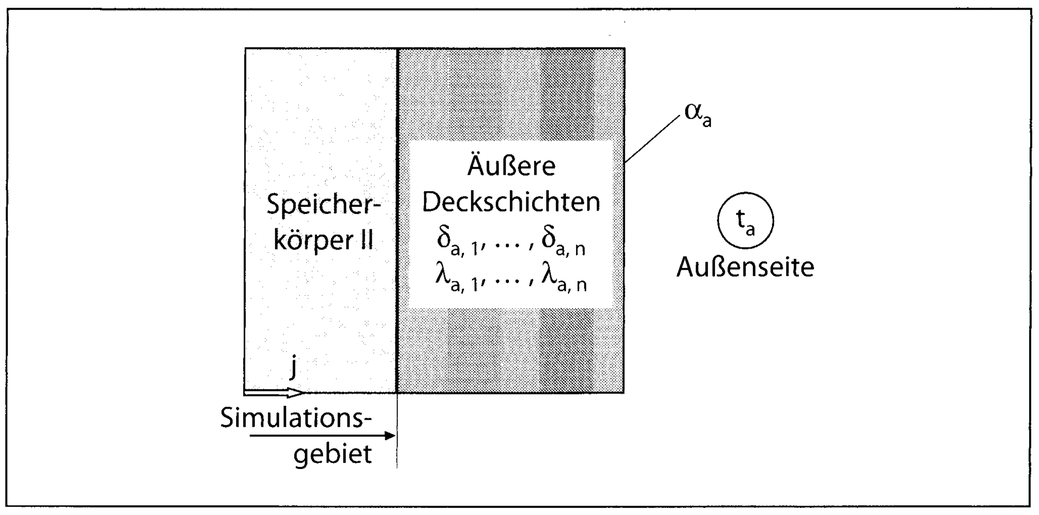

Bild 8. Detaillierte Darstellung der Deckschicht auf der Bauteilaußenseite mit einem fest definierten Wärmeübergangskoeffizient α_a.

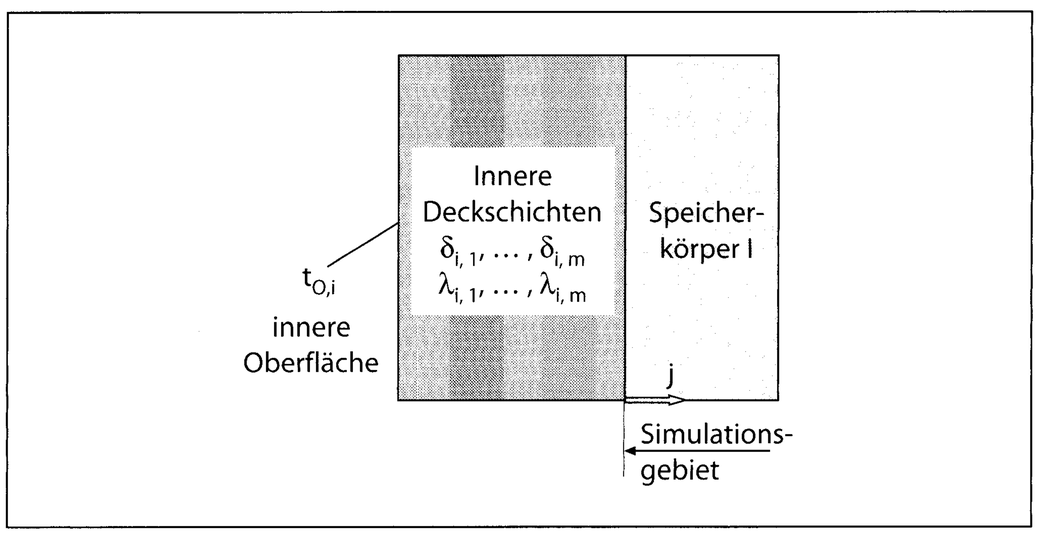

Bild 9. Detaillierte Darstellung der Deckschicht auf der Bauteilinnenseite ohne Beachten eines Wärmeübergangskoeffizienten.

$$R_a = \sum_{p=1}^{n} \frac{\delta_{a,p}}{\lambda_{a,p}} + \frac{1}{\alpha_a}. \tag{10}$$

3.2 Bauteilinnenseite (Raumseite)

Die Verhältnisse auf der raumseitigen Bauteilbegrenzung sind ähnlich denen auf der Außenseite. Es wird allerdings kein Gesamtwärmeübergangskoeffizient berücksichtigt, sondern die Konvektion und Strahlung an der Oberfläche direkt erfasst. Somit berechnet sich der Wärmeleitwiderstand R_i zu

$$R_i = \sum_{q=1}^{m} \frac{\delta_{i,q}}{\lambda_{i,q}}, \tag{11}$$

wobei nur die Wärmeleitwiderstände von m Schichten beachtet werden (*Bild 9*). In der Regel trifft dies nur für den Fußboden zu. Für einen guten Wärmetransport zum Raum sollten Decken und Wände keine Deckschichten erhalten ($R_i = 0$).

3.3 Rohr

Die Ermittlung des *wasserseitigen Wärmeübergangskoeffizienten* bezieht sich auf den Rohrinnendurchmesser d_i, die Wassergeschwindigkeit w_W und näherungsweise auf die Wassereintrittstemperatur $t_{W,ein}$. Dadurch kann man bei der Berechnung iterationsfrei bleiben. Hierfür gelten auch die Stoffwertapproximationen ρ_W, ν_W, λ_W und Pr_W nach [2]. Bedeutungsvoll ist weiterhin die gerade Rohrlänge des Rohrregisters L_R. Es folgen dann die Berechnungsschritte in Abhängigkeit der *Reynolds*zahl nach [3; 4]:

$$Re_W = \frac{w_W d_i}{\nu_W} \tag{12}$$

– turbulente Strömung $Re_W > 2320$

$B = (5{,}15 \lg (Re_W) - 4{,}64)^{-2}$

$$Nu_W = \frac{B\,(Re^W - 1000)\,Pr_W}{1 + 12{,}7\,B^{0,5}\,(Pr_W^{0,667} - 1)} \left(1 + \left(\frac{d_i}{L_R}\right)^{0,667}\right) \tag{13}$$

– laminare Strömung

$$Nu_W = \left(49{,}028 + 4{,}173\,Re_W\,Pr_W\,\frac{d_i}{L_R}\right)^{0,333} \tag{14}$$

$$\alpha_W = \frac{Nu_W\,\lambda_W}{d_i}. \tag{15}$$

Im Sonderfall kann noch ein Luftspalt um das Rohr mit der Dicke δ_{Spalt} berücksichtigt werden. Er ist bei der praktischen Ausführung jedoch möglichst zu vermeiden. Die Wärmeleitfähigkeit des Luftspaltes wird näherungsweise für Luft bei der Wassereintrittstemperatur $t_{W,ein}$ bestimmt $\lambda_{Spalt} = \lambda_{Luft}\,(t_{W,ein})$.

Für die Rohrparameter – Innendurchmesser d_i, Außendurchmesser d_a und Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand λ_R – kann der Teilwärmedurchgangskoeffizient κ_R, der vom Wasser bis zur Rohraußenfläche bzw. bis zum angrenzenden Speichermaterial definiert und auf d_a bezogen ist, berechnet werden:

$$\kappa_R = \left(\frac{d_a}{d_i \alpha_W} + \frac{d_a}{2\lambda_R} \ln \frac{d_a}{d_i} + \frac{d_a}{2\lambda_{Spalt}} \cdot \ln \frac{d_a + 2\delta_{Spalt}}{d_a}\right)^{-1}. \tag{16}$$

Er stellt den Kehrwert des in der Gl. (9) benötigten Wärmeleit- und Wärmeübergangswiderstandes R dar ($R = 1/\kappa_R$), der bei Einbeziehen der Rohrvolumenelemente erforderlich ist.

4. Approximationen für das Rohr-Wasser-System

Der *Wärmekapazitätsstrom des fließenden Wassers* ergibt sich aus:

$$\dot{C}_W = \pi \frac{d_i^2}{4}\, w_W\, \rho_W\, c_W \text{ mit Festwert für}$$

$$c_W = 4180 \text{ J/(kg K)}. \tag{17}$$

Im fließenden Wasser bleibt die Wärmeleitung zwischen den Volumenelementen unberücksichtigt. Die Wärme, die in die im Rohrbereich liegenden Volumenelemente ein- bzw. ausströmt, wird abschnittsweise zu $Q_{SumR}(i)$ summiert. Die Temperatur des aus dem Rohrabschnitt i (Länge Δx nach *Bild 5*) austretenden Wasserstromes berechnet sich unter Beachten, dass $Q_{SumR}(i)$ für eine Rohrhälfte gilt, zu

$$t_{Wasser}(i) = t_{Wasser}(i-1) + \frac{2\,Q_{SumR}\,(i-1)}{\dot{C}_W \Delta\tau}. \tag{18}$$

Am Rohreintritt wird $t_{Wasser}(0)$ gleich der vorgegebenen Wassereintrittstemperatur $t_{W,ein}$ gesetzt.

Findet keine Beladung des Speicherbauteiles statt – *Stillstand des Wasserstromes* –, dann werden die Rohrelemente als Festkörper betrachtet. Die Stoffwerte sind als Mittelwerte aus dem stagnierenden Wasser W und der Rohrwand R zu bilden. Für die *mittlere Wärmeleitfähigkeit* gilt

$$\lambda_{app} = \frac{(d_a^2 - d_i^2)\lambda_R + d_i^2 \lambda_W}{d_a^2} \tag{19}$$

und für das Produkt *Dichte × spezifische Wärmekapazität* folgt näherungsweise

$$(\rho\, c)_{app} = \frac{(d_a^2 - d_i^2) c_R \rho_R + d_i^2 c_W \rho_W}{d_a^2}. \tag{20}$$

Zu ihrer Berechnung finden teilweise Näherungswerte Verwendung. Die Stoffwerte des Wassers λ_W, c_W und ρ_W werden für $t_{W,ein}$ nach [2] bestimmt. Für das Rohrmaterial aus PP gelten z. B.: $\lambda_R = 0{,}21$ W/(m K), $c_R = 2000$ J/(kg K) und $\rho_R = 900$ kg/m³.

5. Phasenabhängige Stoffwerte

Die Stoffwerte des Latentspeichermaterials stellen eine Funktion des Phasenzustandes dar. Es werden nachfolgende Definitionen eingeführt:

Phase = 0 ⇒ vollkommen erstarrtes Medium

Phase = 1 ⇒ vollkommen geschmolzenes Medium

Q_{Phase} Phasenumwandlungswärme für das Volumenelement ΔV mit der Masse Δm

$$Q_{Phase} = \Delta m\ r = \Delta V\ \rho\ r \tag{21}$$

r Phasenwandelenthalpie

t_{Wandel} Temperatur bei der der Phasenwandel erfolgt.

Der Phasenzustand ist für jedes Quaderelement zu bestimmen und zu speichern. Mit den entsprechenden Laufvariablen gilt für einen bestimmten Zeitpunkt an der Stelle i, j, k: $Phase_{i,j,k}$. „Phase" gibt den „geschmolzenen" Anteil an. Damit können dann durch einfache Wichtungen die Stoffwerte näherungsweise berechnet werden. Für die Wärmeleitfähigkeit des Latentspeichermaterials LS gilt für das Volumenelement am Gitterpunkt i, j, k beispielsweise

$$\lambda_{PH} = \lambda_{LS,fest}\,(1 - Phase_{i,j,k}) + \lambda_{LS,fl}\,Phase_{i,j,k} \tag{22}$$

mit

$\lambda_{LS,fest}$ Wärmeleitfähigkeit für das erstarrte Latentspeichermaterial

$\lambda_{LS,fl}$ Wärmeleitfähigkeit für das geschmolzene (flüssige) Latentspeichermaterial.

6. Temperatur- und Phasenzustandsänderung

Die Wärmebilanz liefert

$$\Delta Q = Q_{i,ein} + Q_{j,ein} + Q_{k,ein} - Q_{i,aus} - Q_{j,aus} - Q_{k,aus}, \tag{23}$$

woraus die Temperaturerhöhung Δt bzw. die neue Temperatur $tn_{i,j,k}$ am Ende eines Zeitschrittes Δt für *rein sensible Speicherung* – d. h. ohne Wirkung von Phasenwandeleffekten – folgen:

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{\Delta m\ c} \tag{24}$$

$$tn_{i,j,k} = t_{i,j,k} + \Delta t. \tag{25}$$

Die spezifische Wärmekapazität c in Gl. (23) ist entsprechend der örtlichen und thermischen Gegebenheiten zu wählen. Bei einer sensiblen Schicht gilt der jeweils zugeordnete Stoffwert c_{SI} oder c_{SII}, bei einer Latentschicht $c_{LS,fest}$ für $t_{i,j,k} < t_{Wandel}$ ansonsten $c_{LS,fl}$ und bei einem Volumenelement im Rohrbereich wird bei Wasserstillstand der Nenner in Gl. (24) aus $\Delta V\ (\rho\ c)_{app}$ gebildet. Wenn das Wasser in den Rohren strömt (Betriebsfall), wird am Ende des Zeitschrittes die mit Gl. (18) ermittelte Wassertemperatur $t_{Wasser}(i)$ allen im Rohrbereich befindlichen Volumenelementen als $tn_{i,j,k}$ zugewiesen.

Die Berücksichtigung des *Phasenwandels* beim Aufheizen oder Abkühlen muss differenziert ermittelt werden. Es sind der vorhandene Umwandlungsgrad $Phase_{i,j,k}$ sowie Q_{Phase} nach Gl. (21) zu beachten, wobei die Zwischenergebnisse ΔQ und $tn_{i,j,k}$ einbezogen werden. Es gelten die nachfolgenden Rechenabläufe, die zweckmäßigerweise in einer Programmstruktur dargestellt sind.

Aufheizfall:

IF $tn_{i,j,k} \geq t_{Wandel}$ AND $Phase_{i,j,k} < 1$ AND $\Delta Q > 0$ THEN

IF $\Delta Q < (1 - Phase_{i,j,k})\ Q_{Phase}$ THEN

$tn_{i,j,k} = t_{Wandel}$

$$Phase_{i,j,k} = Phase_{i,j,k} + \frac{\Delta Q}{Q_{Phase}}$$

ELSE

$$tn_{i,j,k} = t_{Wandel} + \frac{\Delta Q - (1 - Phase_{i,j,k})\ Q_{Phase}}{\Delta m\ c_{LS,fl}}$$

$Phase_{i,j,k} = 1$

END IF

END IF (26)

Abkühlfall:

IF $tn_{i,j,k} \leq t_{Wandel}$ AND Phase > 0 AND $\Delta Q < 0$ THEN

IF $|\Delta Q| < Phase_{i,j,k}\ Q_{Phase}$ THEN

$tn_{i,j,k} = t_{Wandel}$

$$Phase_{i,j,k} = Phase_{i,j,k} + \frac{\Delta Q}{Q_{Phase}}$$

ELSE

$$tn_{i,j,k} = t_{Wandel} + \frac{\Delta Q + Phase_{i,j,k}\ Q_{Phase}}{\Delta m\ c_{LS,\,fest}}$$

$Phase_{i,j,k} = 0$

END IF

END IF. (27)

7. Anmerkung zur Allgemeingültigkeit des Algorithmus

Würde es sich bei der Untersuchung um einen homogenen Körper mit konstanter Wärmeleitfähigkeit ohne Latentwärmespeicheranteil handeln, folgte schrittweise die Ableitung:

Gl. (6) ergibt für den homogenen Körper mit gleicher Gitterteilung in j-Richtung den eintretenden Wärmestrom

$$\dot{Q}_{j,ein} = \left(\frac{\Delta y/2}{\lambda} + \frac{\Delta y/2}{\lambda}\right)^{-1} (t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k})\ \Delta x\ \Delta z$$

$$= \left(\frac{\lambda}{\Delta y}\right) (t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k})\ \Delta x\ \Delta z.$$

Analog gilt für den in j-Richtung austretenden Wärmestrom

$$\dot{Q}_{j,aus} = \left(\frac{\lambda}{\Delta y}\right)(t_{i,j,k} - t_{i,j+1,k})\,\Delta x\,\Delta z.$$

Es verbleibt im Zeitraum Δt durch die Wärmeströme in j-Richtung im Volumenelement die Wärme

$$\Delta Q_j = \left(\frac{\lambda}{\Delta y}\right)(t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k})\,\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau$$

$$-\left(\frac{\lambda}{\Delta y}\right)(t_{i,j,k} - t_{i,j+1,k})\,\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau.$$

Dadurch entsteht eine Temperaturerhöhung im Volumenelement um

$$tn_{i,j,k} - t_{i,j,k} = \frac{\Delta Q}{\Delta m\,c}$$

$$= \frac{\left(\frac{\lambda}{\Delta y}\right)(t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k})\,\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau - \left(\frac{\lambda}{\Delta y}\right)(t_{i,j,k} - t_{i,j+1,k})\,\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau}{\Delta x\,\Delta y\,\Delta z\,\rho\,c}$$

mit der Temperaturleitfähigkeit $a = \frac{\lambda}{\rho\,c}$ folgt weiter

$$\frac{tn_{i,j,k} - t_{i,j,k}}{\Delta\tau} = a\,\frac{(t_{i,j-1,k} - t_{i,j,k}) - (t_{i,j,k} - t_{i,j+1,k})}{\Delta y^2}$$

$$= a\,\frac{t_{i,j-1,k} - 2\,t_{i,j,k} + t_{i,j+1,k}}{\Delta y^2}.$$

Ergänzt man in gleicher Weise die i- und k-Richtungen, so ergibt sich die bekannte Form des Differenzenverfahrens

$$\frac{tn_{i,j,k} - t_{i,j,k}}{\Delta\tau} = a\left(\frac{t_{i+1,j,k} - 2t_{i,j,k} + t_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{t_{i,j+1,k} - 2t_{i,j,k} + t_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{t_{i,j,k+1} - 2t_{i,j,k} + t_{i,j,k-1}}{\Delta z^2}\right).$$

Diese Differenzengleichung kann direkt aus der *Fourier*schen Differentialgleichung (1) abgeleitet werden, wenn man den Wärmequellterm unberücksichtigt lässt.

8. Stabilitätskriterium

Um hohe Rechengeschwindigkeiten zu erreichen, ist man bestrebt, mit großen Zeitschritten Δt zu arbeiten. Das Ergebnis wird dann logischerweise ungenauer.

Sind die Zeitschritte zu groß gewählt, kann das Ergebnis sogar falsch werden. Die Ursache liegt in der Annahme konstanter Differenzenquotienten über einen großen Zeitbereich begründet. Die logischen Grenzen der möglichen Temperaturänderungen sind durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik gegeben. So kann die neue Temperatur eines Elementes z. B. nicht durch Wärmeaufnahme aus einer Umgebung niedrigerer Temperatur hervorgehen und umgekehrt.

Für Verfahren, die rein explizit im Zeitschritt arbeiten, gilt aus Stabilitätsgründen folgende Beschränkung für den Zeitschritt:

$$\Delta\tau \le \frac{1}{2a\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right)}. \qquad (28)$$

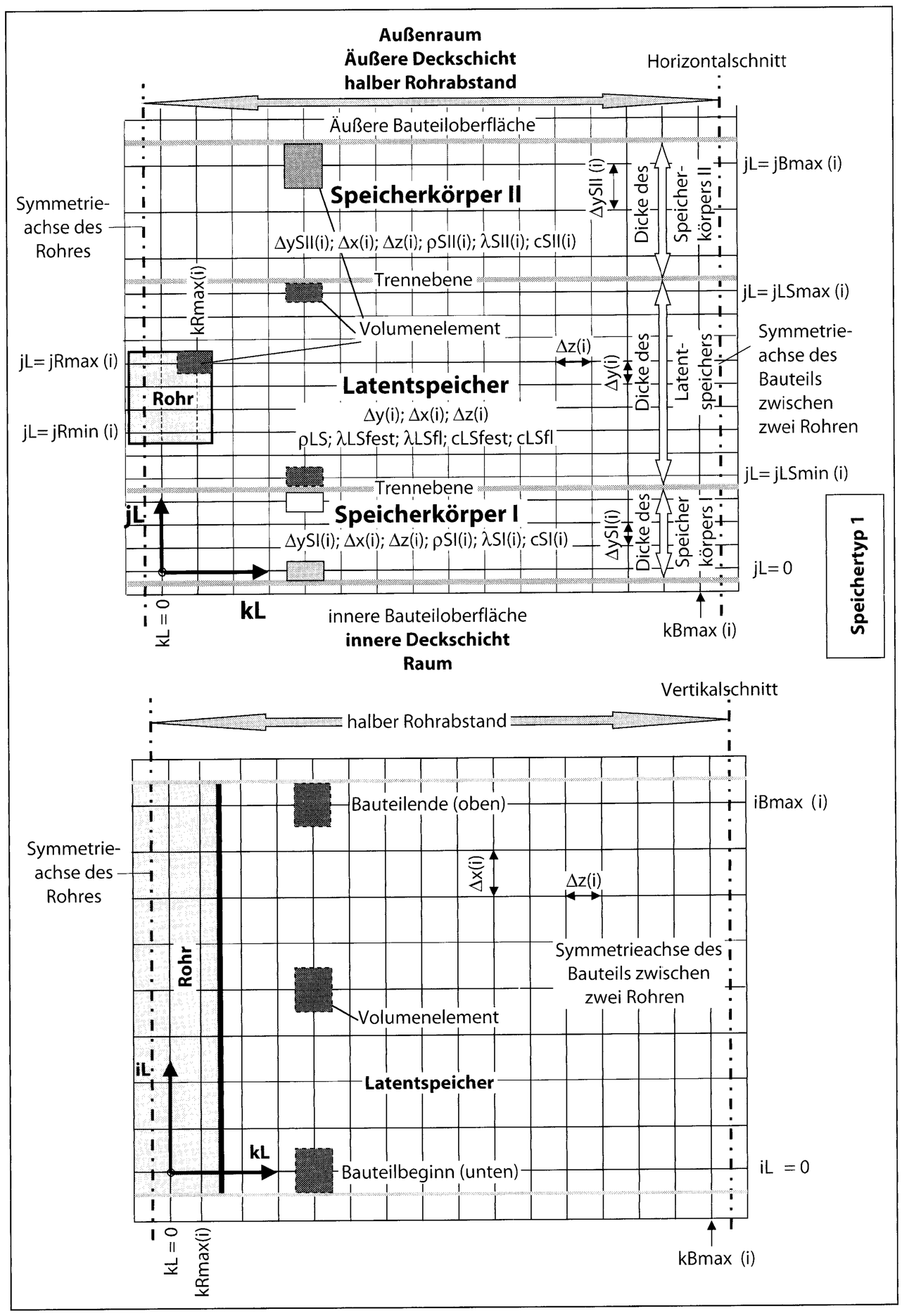

Bild 10. Gittereinteilung für den aktiven Speichertyp 1 mit drei Schichten einschließlich Rohrregister (kompliziertester Fall gemäß *Bild 5*) im Horizontal- und Vertikalschnitt.

9. Programmtechnische Umsetzung der instationären Wärmeleitung mit Phasenwechsel

Wie aus den *Bildern 1* bis *4* deutlich wurde, muss die mathematische Modellierung so flexibel wie möglich gestaltet werden. Als Grundlage dient ein dreischichtiges Bauteil mit Latentspeicherschicht in der Mitte des Bauteils und Aktivierung durch ein Rohrregister gemäß *Bild 5*. Selbstverständlich muss der Algorithmus aber auch einfachere Konstruktionen beinhalten. Generell wird zwischen

- *Bauteilen mit passiver Funktion*
- *Bauteilen mit aktiver Funktion*

unterschieden.

Im ersten Fall erfolgt die Be- und Entladung nur über die Bauteiloberflächen, sodass bei Anordnung von parallelen, homogenen Schichten die Betrachtung einer *eindimensionalen instationären Wärmeleitung* ausreichend ist.

Im zweiten Fall wird über ein Rohrregister zusätzlich gezielt Wärme in das Bauteil eingebracht oder diesem entzogen. Die üblichen Konstruktionen ohne Phasenwandelmaterial – beispielsweise Speicherdecken mit eingeformten parallelen Rohrleitungen – könnten in guter Näherung mit Algorithmen der instationären zweidimensionalen Wärmeleitung behandelt werden, wobei dann stets mit einer mittleren Wassertemperatur – gebildet als arithmetisches Mittel aus der Vor- und Rücklauftemperatur – gerechnet würde. Dieses Vorgehen wird beispielsweise in [5] praktiziert. Bei Verwendung von Materialien mit Phasenwandel ist eine *dreidimensionale Betrachtung* unabdingbar. Da sich zu jeder Betrachtungszeit längs des Rohrregisters ein unterschiedlicher Temperaturabfall oder -anstieg ausbilden kann, wird möglicherweise auch der Phasenzustand des Materials in dessen Umgebung ungleich sein. Die Geometrie und die wärmetechnischen Eigenschaften des Rohres sind frei wählbar. Die Modellierung nutzt die Symmetriebedingungen, indem stets nur eine Rohrhälfte einbezogen wird und als weitere Begrenzung die Symmetrieachse zwischen zwei Rohren gilt (*Bilder 5* und *7*). Die Durchflussrichtung des Heiz- oder Kühlmediums im Rohrregister werde als gleichgerichtet vorausgesetzt, da dadurch der optimale Speichereffekt erreicht wird. Bei Rohrregistern in Mattenform ist diese Durchflussart gegeben. Die Rohrlänge wird aus den Bauteildaten programmintern ermittelt.

Veränderte Geometrien oder äußere Randbedingungen können auf den vorgestellten Grundlagen nach speziellen Änderungen des Algorithmus oder der Rechenorganisation Berücksichtigung finden. So beispielsweise wenn im Bauteil Hohlräume mit Phasenmaterial gefüllt (*Bild 3*) oder aber wenn zwangsgeführte Luftströmungen (*Bild 4*) aufgeprägt sind.

Bei der Gittermodellierung für die numerische Berechnung wird für eine standardisierte Dateneingabe derzeit von neun unterschiedlichen Speichertypen ausgegangen. Es handelt sich um die in den *Bildern 10* bis *12* gezeigten Konstruktionsvarianten (Speichertypen 1 bis 5: aktive Funktion durch integrierte Rohrregister; Speichertypen 6 bis 9: passive Funktion).

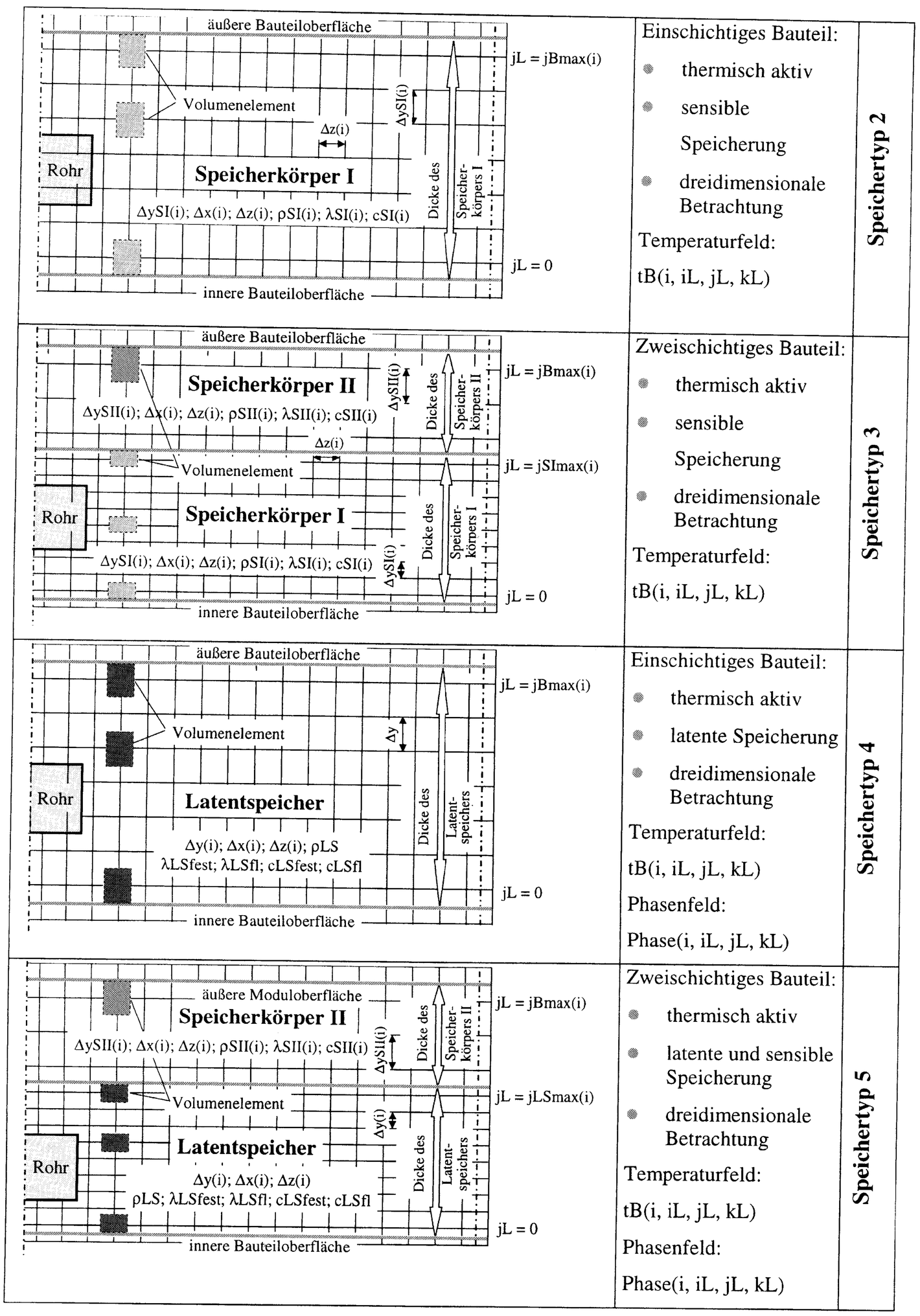

Bild 11. Gittereinteilung für die aktiven Speichertypen 2 bis 5 mit maximal zwei Schichten einschließlich Rohrregister im Horizontalschnitt.

Im Rechenprogramm „Dynamisches Raummodell" werden alle Raumumfassungen und auch modellierte Interieurgegenstände durch ihre Oberflächen i (z.B. i_{max} = 34) abgebildet. Ein Bauteil mit der Oberfläche i zeigt das *Bild 1*. Demgegenüber gelten die bisherigen Indizierungen i, j, k (z.B. in den *Bildern 5, 6, 7*) nur für das betreffende Bauteil. Im Gesamtprogramm werden diese Kennungen in Laufvariable des Schichtenbauteils iL, jL, kL überführt. L deutet auf Layer (Schicht) hin. In den *Bildern 10* und *11* gelten somit die nachfolgenden Größen und Felder:

- Geometrische Begrenzungen iBmax(i), jBmax(i) und kBmax(i) des Bauteils i
- Laufvariablen des dreidimensionalen orthogonalen Gitters iL, jL, kL innerhalb des jeweiligen aktiven Bauteils i
- Temperaturfeld für das aktive Bauteil i und die bauteilinterne Gitterstruktur tB(i, iL, jL, kL)
- Phasenzustand für die aktive Latentspeicherschicht Phase(i, iL, jL, kL).

Bei den passiv arbeitenden Varianten kann das Gitter auf die jL-Richtung reduziert werden. Zur Rechenbeschleunigung und Speicherplatzreduzierung gelten damit die im *Bild 12* fixierten Felder:

- Temperaturfeld für das passive Bauteil i und die bauteilinterne Gitterstruktur tBP(i, jL)
- Phasenzustand für die passive Latentspeicherschicht PhaseP(i, jL).

Bild 13 zeigt für ein dreischichtiges Bauteil anhand eines detaillierten Ergebnisausdruckes sehr eindrucksvoll das Fortschreiten des Temperaturfeldes zu höheren Temperaturen und den zugehörigen Phasenwandel. Die Starttemperatur betrug 23 °C, die Startphase 0% („fest"). Nach 1-stündiger Beheizung durch das Rohrregister ($t_{W,ein}$ = 32,6 °C) liegen im Kernbereich des Latentspeichers die Temperaturen bereits über 25 °C, der Phasenwandel ist vollkommen erfolgt (100%; „flüssig"). Dieser Bereich ist durch Kursivdruck gekennzeichnet. Im anschließenden Bereich (Fettdruck) ist bei exakt 25 °C bereits eine Teilumwandlung der Phase von „fest" in „flüssig" erfolgt. Im normalgedruckten Zahlenbereich ist die Temperatur <25 °C und die Phasenwandlung hat noch nicht begonnen. Dass einige Temperaturen im normalengedruckten Bereich auch 25 °C ausweisen, ist eine Folge des Aufrundens, wie die beiden herausgezogenen genaueren Temperaturdarstellungen beweisen.

10. Überblick über das Komplexprogramm

Das „Dynamische Raummodell" ist in fachspezifische Bausteine gegliedert: Geometriemodell, wärmephysiologisches Prüfmodell, Simulation der Interieurwärmequellen, Behaglichkeitssimulation, Berechnung der Strahlungswärmeströme, Modellierung der Konvektionsströme und daraus resultierender Lufttransport, Wärmeleitung in den Raumumfassungen. Letztere kann stationär und instationär untersucht werden. Die zweitgenannte Variante ist Gegenstand dieser Veröffentlichung. Das komplexe Simulationsmodell kann somit zahlreiche energetische und

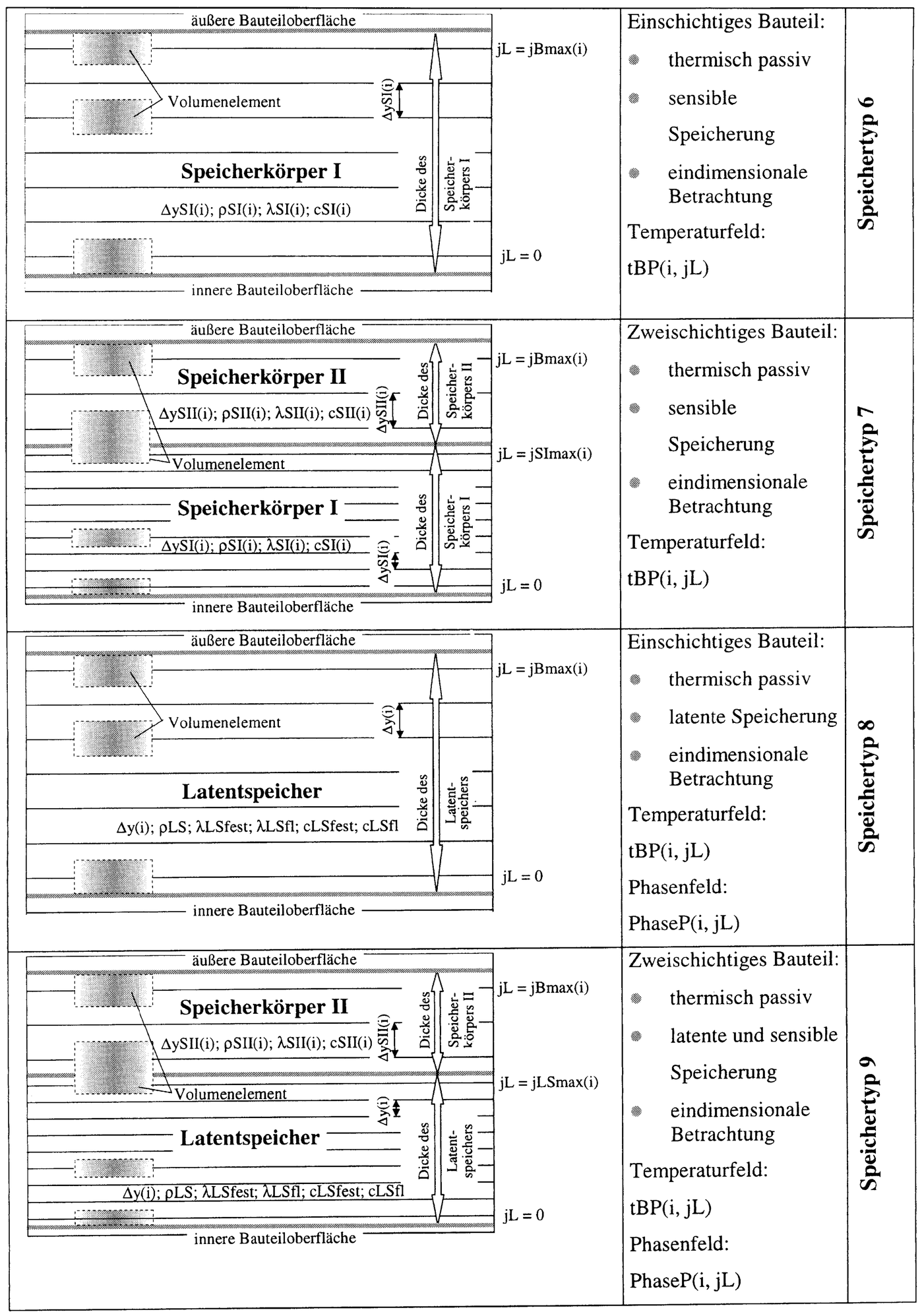

Bild 12. Gittereinteilung für die passiven Speichertypen 6 bis 9 mit maximal zwei Schichten im Horizontalschnitt.

i	jL	kL= 0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Temperaturen in °C:											
1											
	0	24,84	24,84	24,83	24,83	24,82	24,82	24,81	24,81	24,81	**Speicherschicht SI**
	1	24,87	24,87	24,87	24,86	24,85	24,85	24,84	24,84	24,84	
	2	24,91	24,90	24,90	24,89	24,88	24,88	24,87	24,87	24,86	
	3	24,95	24,95	24,94	24,93	24,91	24,91	24,90	24,89	24,89	
	4	**25,00**	**25,00**	24,98	24,96	24,95	24,94	24,93	24,92	24,92	
	5	*25,12*	*25,08*	**25,00**	**25,00**	24,98	24,96	24,95	24,94	24,94	
	6	*25,26*	*25,22*	*25,14*	*25,08*	**25,00**	24,98	24,97	24,96	24,96	
	7	*25,46*	*25,38*	*25,28*	*25,18*	*25,09*	**25,00**	24,99	24,98	24,98	
	8	*25,74*	*25,57*	*25,41*	*25,27*	*25,15*	*25,06*	**25,00**	24,99	24,99	
Rohr	9	**28,41**	*25,77*	*25,51*	*25,33*	*25,20*	*25,09*	**25,00**	25,00	24,99	***Latentspeicher LS***
	10	**28,41**	*25,78*	*25,52*	*25,34*	*25,20*	*25,10*	**25,00**	25,00	25,00	24,99545
	11	*25,78*	*25,61*	*25,44*	*25,30*	*25,18*	*25,09*	**25,00**	25,00	25,00	
	12	*25,51*	*25,43*	*25,33*	*25,23*	*25,14*	*25,06*	**25,00**	25,00	25,00	24,99716
	13	*25,33*	*25,29*	*25,22*	*25,15*	*25,07*	**25,00**	25,00	25,00	24,99	
	14	*25,21*	*25,17*	*25,12*	*25,07*	**25,00**	25,00	24,99	24,99	24,99	
	15	*25,12*	*25,09*	**25,00**	**25,00**	25,00	24,99	24,99	24,99	24,99	
	16	25,05	25,04	25,01	25,00	25,00	24,99	24,99	24,98	24,98	**Speicherschicht SII**
	17	25,01	25,01	25,00	24,99	24,98	24,98	24,98	24,97	24,97	
Phasenzustand in %:											
	3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
	4	**20,9**	**0,9**	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
	5	*100,0*	*100,0*	**85,9**	**5,7**	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
	6	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**58,6**	0,0	0,0	0,0	0,0	
	7	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**38,3**	0,0	0,0	0,0	
	8	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**8,5**	0,0	0,0	***Latentspeicher LS***
Rohr	9	**0,0**	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**34,4**	0,0	0,0	
	10	**0,0**	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**45,7**	0,0	0,0	
	11	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**30,9**	0,0	0,0	
	12	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**5,5**	0,0	0,0	
	13	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**30,0**	0,0	0,0	0,0	
	14	*100,0*	*100,0*	*100,0*	*100,0*	**41,9**	0,0	0,0	0,0	0,0	
	15	*100,0*	*100,0*	**73,9**	**15,4**	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	

Bild 13. Detaillierte Ergebnisse für das dreischichtige aktive Bauteil i = 1, das durch ein Rohrregister beheizt wird, nach 1 h Simulationszeit: Temperaturverteilung und Phasenzustand in einer jL, kL-Ebene.
Die Werte gelten im Bereich der halben Rohrlänge iL = iBmax(1)/2.

wärmephysiologische Fragen detailliert beantworten. Es soll dem ambitionierten Nutzer helfen, in Gebäuden gute wärmephysiologische Werte mit niedrigen Energieaufwendungen zu erreichen. Hierzu können unterschiedliche Zielstellungen verfolgt werden. So ist es beispielsweise interessant, neue Heiz- und Kühlsysteme in Abhängigkeit der bauphysikalischen Gegebenheiten zu konzipieren oder die Baustoffe der Raumumfassungen in ihren bauphysikalischen Eigenschaften optimal aufeinander abzustimmen oder aber beide Entwicklungen überlagert zu betreiben. Das Simulationsmodell wird in nächster Zeit von der *Rud. Otto Meyer-Umwelt-Stiftung* (http://www.rom-umwelt-stiftung.de) veröffentlicht.

11. Fazit

Zunehmend werden die Vorteile der Wärmespeichermöglichkeiten in den Raumumfassungen – beispielsweise zur Nutzung der eingestrahlten Sonnenenergie im nachfolgenden Zeitraum oder zur Nutzung der nachts bereitgestellten Umweltenergie zum Kühlen der Räume am Tage – erkannt und entsprechende Realisierungen vorgenommen. Im allgemeinsten Fall sind in mehrschichtigen Bauteilen mit latenter und sensibler Wärmespeicherung wasserdurchflossene Rohrregister eingebettet. Die Wärmeleitung muss unbedingt dreidimensional untersucht werden, um die temperatur- und phasenzustandsabhängige Speicherwärme (siehe beispielsweise *Bild 13*) im Bauteil korrekt zu erfassen. Eindimensionale Betrachtungen, das Arbeiten mit mittleren Wassertemperaturen längs der Rohre oder aber die Mittelung der Bauteiltemperatur in der Ebene der Rohrachsen – wie in einigen Simulationsmodellen enthalten – sind nicht realistisch und die auftretenden Fehler auch nicht allgemeingültig quantifizierbar. Die vorgeschlagene numerische Berechnung des Temperaturfeldes und der Phasenverteilung im Bauteil mittels der Finite-Volumen-Methode bietet dagegen eine sehr genaue und anschauliche Simulationsmöglichkeit. Außer den Zustandsermittlungen (Temperatur, Phase, Speicherwärme) sind an wählbaren Körpergrenzen (Raumoberfläche, Außenfläche, Rohroberfläche, Schichttrennflächen) auch die Wärmeströme über die Zeit (Raumnutzungszeit, Beladungszeit usw.) summierbar. Somit können alle kalorischen Vorgänge im Bauteil aufgrund von witterungs- und/oder steuerungsbedingten Einflüssen zeitabhängig verfolgt werden. Durch Integration des Berechnungsverfahrens in das „Dynamische Raummodell" konnten bereits sehr interessante Ergebnisse – beispielsweise zur Reduzierung der Heizenergie an einem heiteren Wintertag durch die in einen Raum eingestrahlte Solarenergie oder Vermeidung von maschinenerzeugter Kälte an einem Extremsommertag – in Abhängigkeit zunehmender Wärmespeicherkapazität der Raumumfassungen gewonnen werden.

Literatur

[1] *Glück, B.:* Wärmetechnisches Raummodell – Gekoppelte Berechnungen und wärme-physiologische Untersuchungen. Heidelberg: C. F. Müller Verlag 1997 (ISBN 3-7880-7615-1).

[2] *Glück, B.:* Zustands- und Stoffwerte – Wasser, Dampf, Luft – (Reihe: Bausteine der Heizungstechnik). Berlin: Verlag für Bauwesen, 2. Auflage 1991 (ISBN 3-345-00487-9).

[3] VDI-Wärmeatlas. Düsseldorf: VDI-Verlag, 7.; 8. und 9. Auflage 1994; 1997 und 2002.

[4] *Glück, B.:* Wärmeübertragung, Wärmeabgabe von Raumheizflächen und Rohren, 2. Auflage. Berlin: Verlag für Bauwesen 1990 (ISBN 3-345-00515-8).

[5] *Glück, B.:* Thermische Bauteilaktivierung – Nutzen von Umweltenergie und Kapillarrohren. Heidelberg: C. F. Müller Verlag 1999 (ISBN 3-7880-7674-7).