Gesundheits Ingenieur

Haustechnik · Bauphysik · Umwelttechnik

Herausgegeben von K. W. USEMANN 128. Jahrgang 2007 · Heft 1 · Seite 1 – 64

unter Mitwirkung von F. Baum, H. Erhorn und H.-J. Moriske

in Verbindung mit dem Umweltbundesamt, Fachbereich Umwelt und Gesundheit, Wasser-, Boden- und Lufthygiene, Ökologie, Berlin-Dahlem; Bayerischen Landesamt für Umweltschutz, Augsburg und der Gesundheitstechnischen Gesellschaft, Berlin.

Wärmeübergangskoeffizienten an thermisch aktiven Bauteiloberflächen und der Übergang zu Basiskennlinien für die Wärmestromdichte

Bernd Glück

Mit der verstärkten Nutzung der thermischen Bauteilaktivierung – sei es als stationär wirkende Heiz-/Kühlflächen oder als instationär arbeitende Massivspeicherkörper jeweils in die Raumumfassungen integriert – wurde die Diskussion über die anzusetzenden Wärmeübergangskoeffizienten intensiviert. Bei den relativ kleinen Temperaturdifferenzen zwischen Oberfläche und Raum ist deren Größe bedeutungsvoll für die Wärmestromdichte. Die Komplexität der Mischkonvektion (freie und erzwungene Konvektion), die Überlagerung mit dem Wärmetransport durch Strahlung und das Vorhandensein von örtlich unterschiedlichen Luft- und Strahlungstemperaturen bezogen auf die thermisch aktiven Bauteiloberflächen führen zu Schwierigkeiten bei der Ermittlung der Gesamtwärmeübergangskoeffizienten und zu unterschiedlichen Ergebnisinterpretationen. Vorteilhaft gestaltet sich in der Praxis das Arbeiten mit den sogenannten Basiskennlinien, wie beispielsweise bei der normierten Leistungsberechnung für die Fußbodenheizung eingeführt und auch für die praktische Kühldeckenauslegung verwendet, da nur die Raumtemperatur als Bezugsgröße auftritt. Nachfolgend wird der Versuch unternommen, einen allgemeingültigen Zusammenhang zwischen Gesamtwärmeübergangskoeffizienten und Basiskennlinien herzustellen.

1. Wärmeübergangskoeffizienten an Raumoberflächen

Sie setzen sich bekanntermaßen aus den Anteilen für *Konvektion* und *Strahlung* zusammen [1; 7; 8; 9]. Für die weiteren Ableitungen gelten die Variablen (Basis: ISO 31-4, DIN 1304-1):

T, t	K, °C	thermodynamische Temperatur bzw. Celsius-Temperatur der Bauteiloberfläche
T_L, t_L	K, °C	Lufttemperatur in der unbeeinflussten Umgebung der Bauteiloberfläche
Δt	K	Temperaturdifferenz (Übertemperatur der Bauteiloberfläche) $\Delta t = t - t_L$
T_U, t_U	K, °C	Strahlungstemperatur der Umgebung bezogen auf die Bauteiloberfläche
t_R	°C	operative Raumtemperatur (Empfindungstemperatur)
α_K	W/(m²K)	Wärmeübergangskoeffizient durch Konvektion
α_S	W/(m²K)	Wärmeübergangskoeffizient durch Strahlung
α	W/(m²K)	Wärmeübergangskoeffizient (gesamt)
α^*	W/(m²K)	Wärmeübergangskoeffizient gemäß Basiskennlinie (Bezug auf t_R)
$\dot{q}$	W/m²	Wärmestromdichte
$\dot{q}^*$	W/m²	Basiskennlinie (Bezug auf t_R).

Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück, F+E TGA, Goethestraße 18, 08547 Jößnitz (Plauen) und Westsächsische Hochschule Zwickau (FH).

Ursprünglich stammt die Definition eines konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten aus dem *Newton*schen Wärmeübergangsgesetz

$$\dot{q}_{Konvektion} = \alpha_K (t - t_L) = \alpha_K \Delta t. \quad (1)$$

Befindet sich im Raum ein diathermes Medium (Luft gehört näherungsweise dazu), so erfolgt zwischen der jeweils betrachteten Raumoberfläche der Temperatur t und den restlichen Raumumfassungen der Temperatur t_{U1}, t_{U2} usw. ein Strahlungswärmeaustausch, der auch eine Funktion der Einstrahlzahlen ist. Die Raumgeometrie soll bei der hier vorzunehmenden Bauteilbetrachtung jedoch nicht detailliert einbezogen werden, wie dies beispielsweise bei den Simulationen mit dem *Dynamischen Raummodell* [7] geschieht. Es wird deshalb der gesamte Halbraum über der thermisch aktiven Fläche als Umgebung mit der mittleren Strahlungstemperatur t_U betrachtet und analog zu Gl. (1) für die Strahlungswärmestromdichte näherungsweise gesetzt:

$$\dot{q}_{Strahlung} = \alpha_S (t - t_U). \quad (2)$$

Die weitere Näherung besteht in der Linearisierung der Temperaturdifferenz, obwohl die Strahlungswärmeübertragung auf dem *Stefan-Boltzmann*schen Gesetz ($\dot{e} = \varepsilon \sigma T^4$) beruht.

Üblicherweise wird aus α_K und α_S ein *Gesamtwärmeübergangskoeffizient* α gebildet, wobei aber die unterschiedlichen Bezugstemperaturen t_L und t_U zu beachten sind:

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_S \frac{t - t_U}{t - t_L}. \quad (3)$$

Schließlich folgt die *Gesamtwärmestromdichte* zu

$$\dot{q} = \dot{q}_{Konvektion} + \dot{q}_{Strahlung} = \alpha (t - t_L). \quad (4)$$

Für die *praktische Leistungsermittlung* der thermisch aktiven Raumumfassung sowie für deren *rechnerischen Normleistungsnachweis* ist der analytische Ansatz

$$\dot{q}^* = \alpha^* (t - t_R), \quad (5)$$

der als *Basiskennlinie* bezeichnet wird, von Interesse. Die Kennlinie orientiert auf der tatsächlichen Nutzungsgröße, der operativen Raumtemperatur (Empfindungstemperatur) t_R. Aufgrund der unterschiedlichen Temperaturbezüge t_L in Gl. (4) bzw. t_R in Gl. (5) besteht keine Identität zwischen dem Gesamtwärmeübergangskoeffizienten α und dem Wärmeübergangskoeffizienten gemäß Basiskennlinie α^*.

Diese Tatsache und sogar die notwendige Temperaturkorrektur in Gl. (3) wird häufig in Fachdiskussionen missachtet, weshalb die ausführliche Darstellung vorab erfolgte.

Einige der bisherigen Vorschläge für α^* gibt *Tabelle 1* wieder.

Die nachfolgenden Betrachtungen sollen dazu dienen, um die Größen α und α^* physikalisch begründet verknüpfen zu können.

Tabelle 1. Vorschlag für normierte Wärmeübergangskoeffizienten in W/(m²K).

	Angaben in [3]	Angaben in [4; 8]
Kühldecken und Heizböden	$\alpha^* = 11$	$\alpha^* = 8{,}92\ \lvert t - t_R \rvert^{0,1}$ (aus Basiskennlinie DIN EN 1264)
Kühlwände und Heizwände	$\alpha^* = 8$	$\alpha^* = 5{,}1 + 1{,}6\ \lvert t - t_R \rvert^{0,3}$
Heizdecken und Kühlböden	$\alpha^* = 6$	$\alpha^* = 6{,}7$

1.1 Wärmeübergangskoeffizient durch Konvektion

Zahlreiche Variable nehmen Einfluss: Luft- und Oberflächentemperatur, Geschwindigkeit, Dichte, Viskosität, Wärmeleitfähigkeit, Strömungsform, Geometrie der thermisch aktiven Fläche, Nutzung als Heiz- oder Kühlfläche. Große Unterschiede existieren zwischen dem konvektiven Wärmeübergang bei *erzwungener* und *freier Strömung*, da letztere nur durch Dichteunterschiede infolge von Temperaturunterschieden der Luft erzeugt wird. Beim Wärmeübergang an Raumoberflächen ist in der Regel eine *Mischkonvektion* gegeben, da die freie Auftriebsströmung aufgrund der Raumluftbewegung („Raumluftwalze") überlagert wird.

Die konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten werden üblicherweise experimentell bestimmt und mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie als *Nußeltgleichungen* Nu = f(Re, Pr) für erzwungene Konvektion und Nu = f(Gr, Pr) für freie Konvektion verallgemeinert. Es gelten die dimensionslosen *Ähnlichkeitskennzahlen* und Einzelgrößen:

Nusselt-Zahl	*Reynolds*-Zahl	*Grashof*-Zahl	*Prandtl*-Zahl	*Rayleigh*-Zahl
$Nu = \frac{\alpha_K l}{\lambda}$	$Re = \frac{w\, l}{\nu}$	$Gr = \frac{g\, l^3\, \Delta t}{\nu^2\, T_L}$	$Pr = \frac{\nu}{\lambda} \rho c_p$	$Ra = Gr\, Pr$

l	m	charakteristische Länge
w	m/s	Luftgeschwindigkeit
t_G	°C	Grenzschichttemperatur $t_G = 0{,}5\ (t_L + t)$
λ	W/(m K)	Wärmeleitfähigkeit der Luft
ν	m²/s	kinematische Viskosität der Luft
c_p	J/(kg K)	spezifische Wärmekapazität der Luft bei konstantem Druck
ρ	kg/m³	Dichte der Luft
g	m/s²	Erdbeschleunigung.

– *Erzwungene Strömung: längsangeströmte Platte; Lage beliebig (Bild 1)*

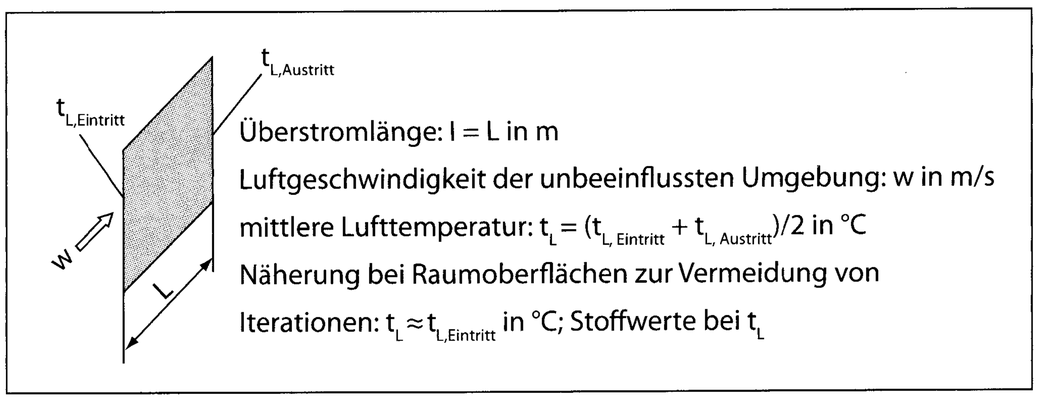

Bild 1. Charakteristische Parameter für erzwungene Konvektion an überströmten ebenen Flächen.

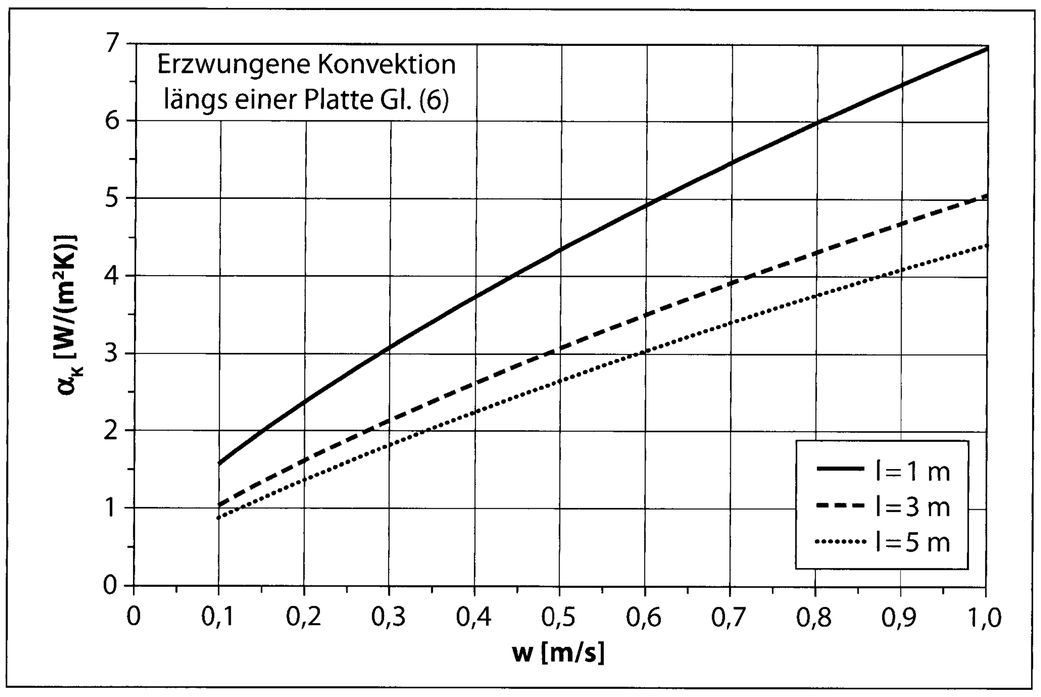

Bild 2. Konvektive Wärmeübergangskoeffizienten bei erzwungener Konvektion an überströmten Flächen der Länge 1 m, 3 m und 5 m bei kleinen Luftgeschwindigkeiten w nach Gl. (6) für eine Lufttemperatur von 20 °C.

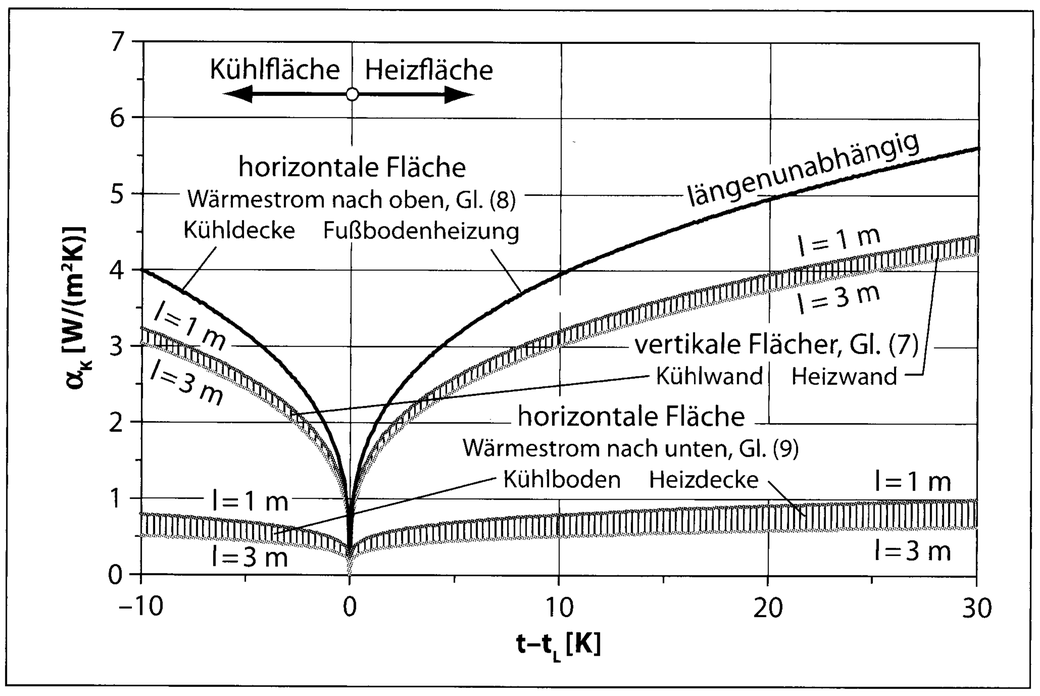

Bild 4. Konvektive Wärmeübergangskoeffizienten bei freier Konvektion an vertikalen und horizontalen Flächen der Länge 1 m und 3 m bei unterschiedlichen Temperaturdifferenzen $t - t_L$ nach Gln. (7) bis (9) für eine Lufttemperatur von 20 °C.

Nach *Pohlhausen, Krouzhiline, Petukhov, Popov, Gnielinski, Krischer, Kast* gelten für eine Mittelung zwischen laminaren und turbulenten Strömungsbedingungen näherungsweise:

$$\mathrm{Nu} = \left[\underbrace{0{,}441\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{0{,}667}}_{\text{laminare Strömung}} + \underbrace{\frac{\mathrm{Re}^{1{,}6}\,\mathrm{Pr}^{2}}{\left[27{,}027 + 66{,}027\,\mathrm{Re}^{-0{,}1}\left(\mathrm{Pr}^{0{,}667} - 1\right)\right]^{2}}}_{\text{turbulente Strömung}} \right]^{0{,}5} \qquad (6)$$

Gültigkeitsbereich: $10 < \mathrm{Re} < 10^7$; $0{,}6 < \mathrm{Pr} < 2000$. Ergebnisse in *Bild 2*.

– *Freie Konvektion: vertikale und horizontale Platten* (*Bild 3*)
Für die *senkrechte Wand* gilt nach *Churchill* und *Chu*:

$$\mathrm{Nu} = \left[0{,}825 + 0{,}387\,\mathrm{Ra}^{0{,}167} \left[1 + \left(\frac{0{,}492}{\mathrm{Pr}} \right)^{0{,}563} \right]^{-0{,}296} \right]^{2} \qquad (7)$$

Gültigkeitsbereich: $0{,}1 < \mathrm{Ra} < 10^{12}$; $0 < \mathrm{Pr} < \infty$.

Für die *horizontale Fläche* gelten in Abhängigkeit der Wärmestromrichtung ohne äußeren Einfluss nach *El-Riedy, Al Arabi* und *Churchill*:

– Wärmestrom nach oben (turbulente Strömung)

$$\mathrm{Nu} = 0{,}155\,\mathrm{Ra}^{0{,}333} \qquad (8)$$

Gültigkeitsbereich: $\mathrm{Ra} < 17 \cdot 10^4$ (bei Luft); $0 < \mathrm{Pr} < \infty$

– Wärmestrom nach unten (laminare Strömung)

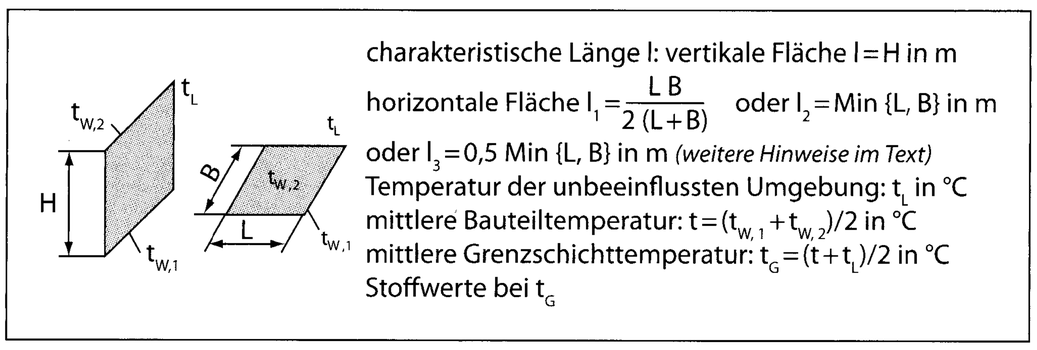

Bild 3. Charakteristische Parameter für freie Konvektion an ebenen vertikalen und horizontalen Flächen.

$$\mathrm{Nu} = 0{,}485\,\mathrm{Ra}^{0{,}2} \qquad (9)$$

Gültigkeitsbereich: $3 \cdot 10^3 < \mathrm{Ra} < 3 \cdot 10^{10}$ (bei Luft); $0 < \mathrm{Pr} < \infty$. Ergebnisse in *Bild 4*.

Die Angaben zur charakteristischen Länge für horizontale Flächen l_1 bis l_3 im *Bild 3* sind in der Literatur sehr vielfältig. Die Definition von l_1 findet sich derzeitig in [9] und ist für horizontale Flächen umstritten. Die Festlegung l_2 geht davon aus, dass der Luftstrom völlig über die Schmalseite der Platte verläuft, während l_3 annimmt, dass der Auftriebsstrom von beiden Plattenrändern zur Mitte geht und somit von weiteren Randeinflüssen – wie beispielsweise einer Querströmung – unabhängig ist. Wenn man von der turbulenten Auftriebsströmung (Wärmestrom nach oben bei beheiztem Boden oder gekühlter Decke) ausgeht, dann gilt nach Gl. (8) $\mathrm{Nu} \sim (l^3)^{0{,}333}$, wodurch letztlich α_K völlig unabhängig von der Länge l ist, sodass die Diskussion um die „richtige" Größe gegenstandslos wird. Bei einer Abtriebsströmung (Wärmestrom nach unten bei gekühltem Boden oder beheizter Decke) bildet sich im unbeeinflussten Fall eine relativ stabile Luftschicht über der Fläche aus. Nach Gln. (9) folgt theoretisch die Längenabhängigkeit $\alpha_K \sim l^{-0{,}4}$. Es ist aber anzumerken, dass der Wärmeübergang mit Wärmestrom nach unten in besonders starkem Maße von der „Raumluftwalze" abhängt und somit nur mit großer Ungenauigkeit vorhersagbar ist.

– *Mischkonvektion: Überlagerung von freier und erzwungener Konvektion*

Bei einem realen Einsatzfall von beheizten oder gekühlten Raumoberflächen tritt stets Mischkonvektion auf. Beispielsweise wird bei einer Fußbodenheizung die Raumluft durch den Auftrieb der am Boden aufgewärmten Luft in Bewegung versetzt. Die Fallströmung an der Außenwand und die Luftinfiltration beeinflussen den Strömungsvorgang so, dass er im Ergebnis die im *Bild 5* gezeigte Form aufweist. Dieser ist nicht mehr mit dem über einer beheizten Platte in ruhiger Umgebung vergleichbar, da teilweise eine parallele Anströmung zusätzlich zur Auftriebsströmung wirkt. Für die überlagerten Fälle gilt nach *Churchill* näherungsweise

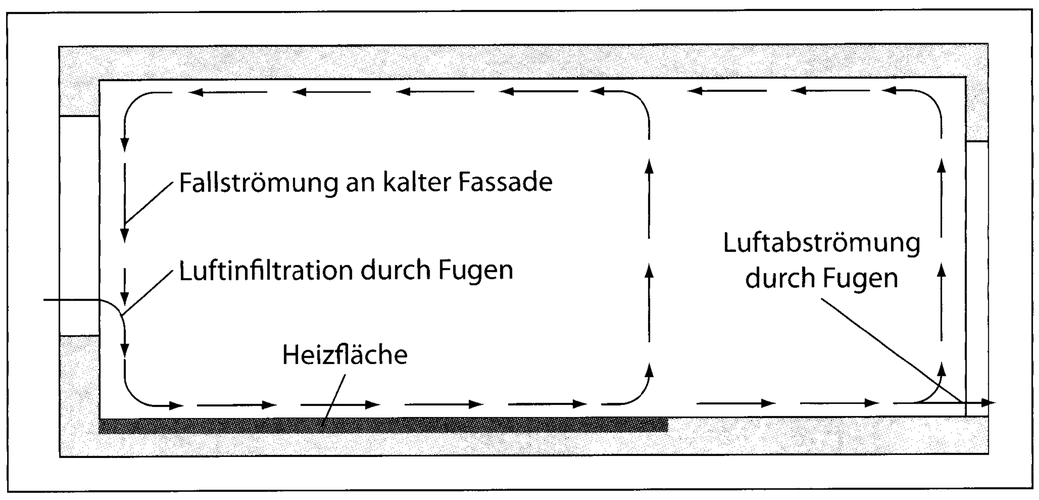

Bild 5. Schematische Darstellung der Überlagerung einer erzwungenen Strömung und einer Auftriebsströmung an der beheizten Fußbodenfläche eines Raumes.

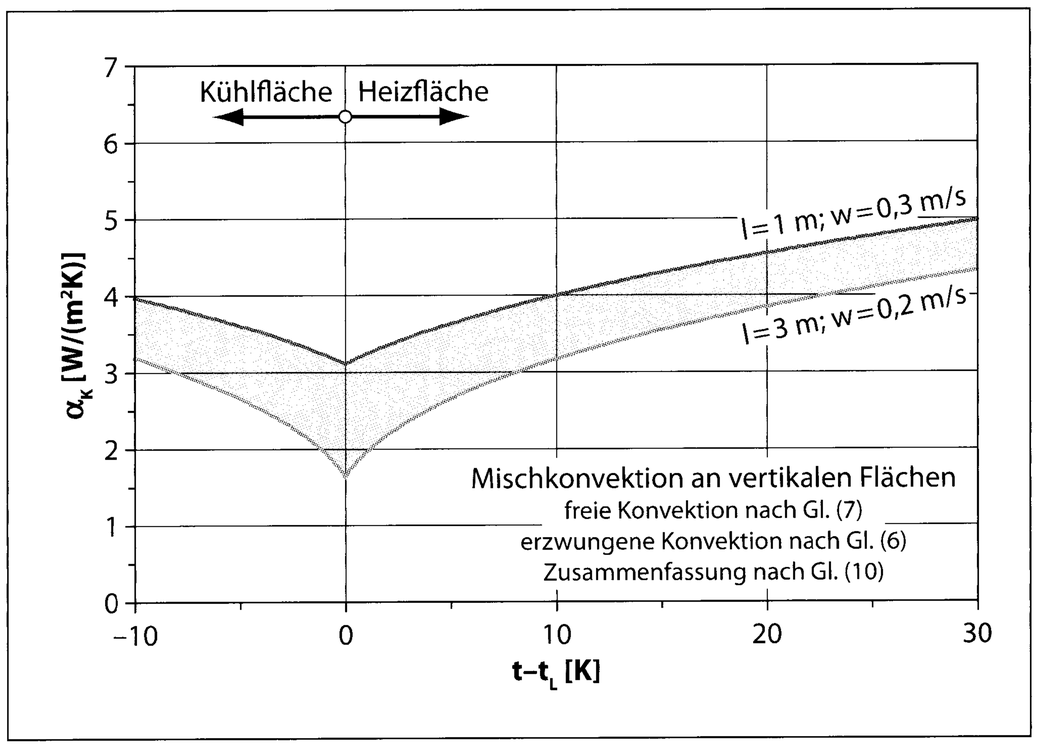

Bild 6. Konvektive Wärmeübergangskoeffizienten bei Mischkonvektion an vertikalen Flächen der Höhe 1 m bzw. 3 m bei unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten w und Temperaturdifferenzen $t - t_L$ für eine Lufttemperatur von 20 °C.

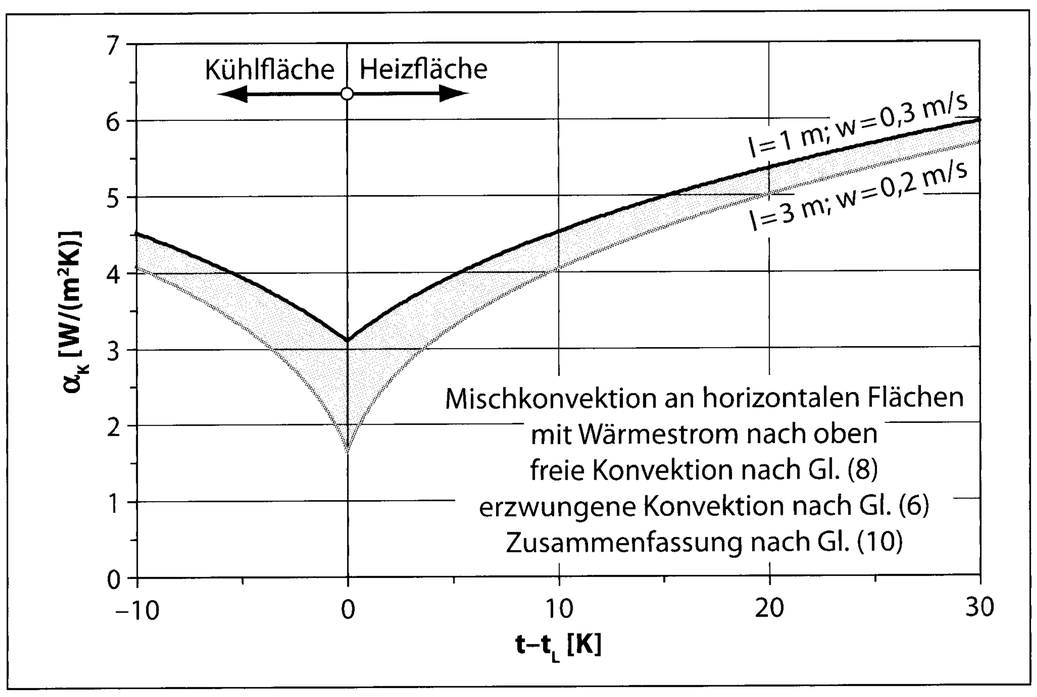

Bild 7. Konvektive Wärmeübergangskoeffizienten bei Mischkonvektion an horizontalen Flächen der Länge 1 m bzw. 3 m mit Wärmestrom nach oben bei unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten w und Temperaturdifferenzen $t - t_L$ für eine Lufttemperatur von 20 °C.

$$Nu = \sqrt[3]{Nu^3_{erzwungen} + Nu^3_{frei}}\ , \qquad (10)$$

wenn erzwungene Strömung und Auftrieb gleichgerichtet wirken. Bei entgegengesetzter Wirkrichtung gilt ein „Minuszeichen" zwischen den Termen unter dem Wurzelzeichen. In Ermangelung genauer Kenntnisse und aufgrund der in möblierten Räumen relativ ungeordneten Luftströmung werden die additiven Zuordnungen auch bis zu rechtwinklig zueinanderstehenden Wirkrichtungen verwendet. Die Raumluftgeschwindigkeiten liegen in der Regel nicht unter 0,15 m/s. Die zulässigen Obergrenzen sind von der Lufttemperatur und dem Turbulenzgrad abhängig. Für Wohn- und Büroräume wird als Auswertebereich w_L = 0,2 … 0,3 m/s gewählt. Als weitere Annahme gilt die charakteristische Länge l = 1 m … 3 m. Um die Parametervielfalt zu begrenzen, werden bei den Auswertungen die kurze Anströmlänge mit der großen Geschwindigkeit und umgekehrt gepaart, sodass sich die α_K-Bereiche von den niedrigsten bis zu den höchsten Werten erstrecken. Die *Bilder 6* bis *8* zeigen deutlich, dass sich der konvektive Wärmeübergangskoeffizient bei Annahme der Mischkonvektion gegenüber der freien Konvektion beträchtlich steigern kann. Bei der Temperaturdifferenz $t - t_L = 0$ wird der Wärmeübergangskoeffizient durch die alleinige Wirkung der erzwungenen Strömung abgebildet. Die Kurvenverläufe und Bereiche der Wärmeübergangskoeffizienten sind maßgeblich geprägt vom Einfluss der erzwungenen Konvektion, obwohl die angenommenen Strömungsgeschwindigkeiten mit 0,2 bis 0,3 m/s sehr klein gewählt wurden. Besonders auffallend ist, dass die Wirkung der Temperaturdifferenz bei Horizontalflächen mit Wärmestrom nach unten praktisch nicht mehr feststellbar ist. Der stetige Anstieg des Wärmeübergangskoeffizienten auch über die Temperaturdifferenz von 0 K hinweg, ist der starken Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit der Luft geschuldet.

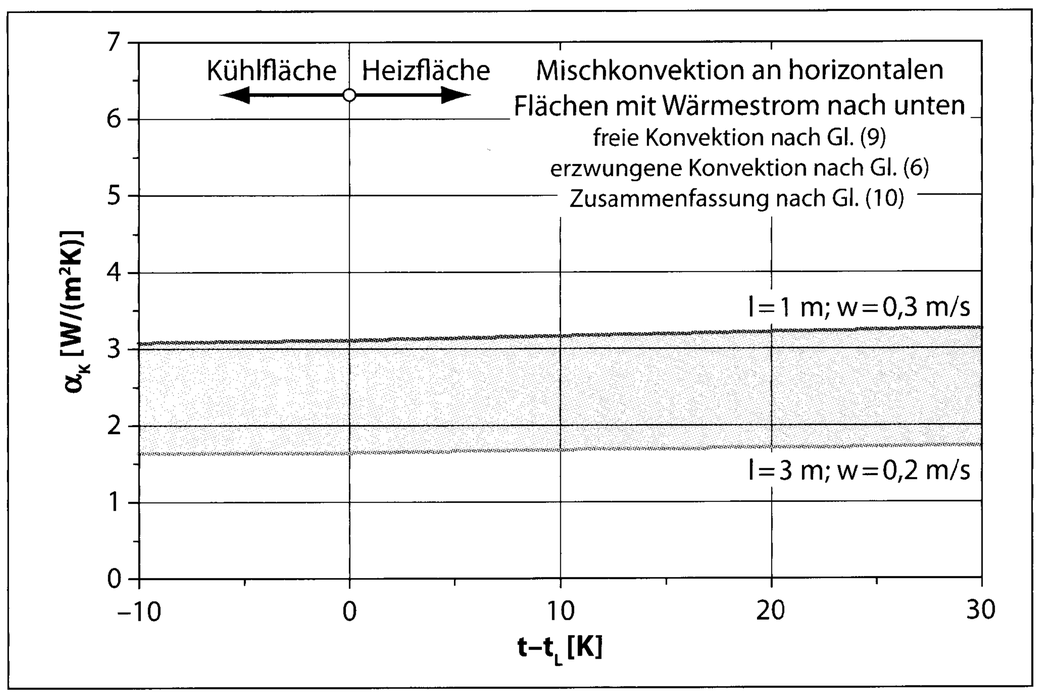

Bild 8. Konvektive Wärmeübergangskoeffizienten bei Mischkonvektion an horizontalen Flächen der Länge 1 m bzw. 3 m mit Wärmestrom nach unten bei unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten w und Temperaturdifferenzen $t - t_L$ für eine Lufttemperatur von 20 °C.

– *Einfache Näherungsgleichungen für den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten*

Auch bei Verfügbarkeit der modernen Rechentechnik ist es durchaus sinnvoll, einfache Approximationen zu verwenden, wenn beispielsweise die exakten Randbedingungen ohnehin nicht bekannt sind. Der Autor hat in [1; 8] nachfolgende, einfache Beziehungen für Oberflächen in Räumen vorgeschlagen:

– vertikale Flächen

$$\alpha_K = 1{,}6\ |t - t_L|^{0,3} \ \text{ in W/(m²K)} \qquad (11)$$

– horizontale Flächen mit Wärmestrom nach oben

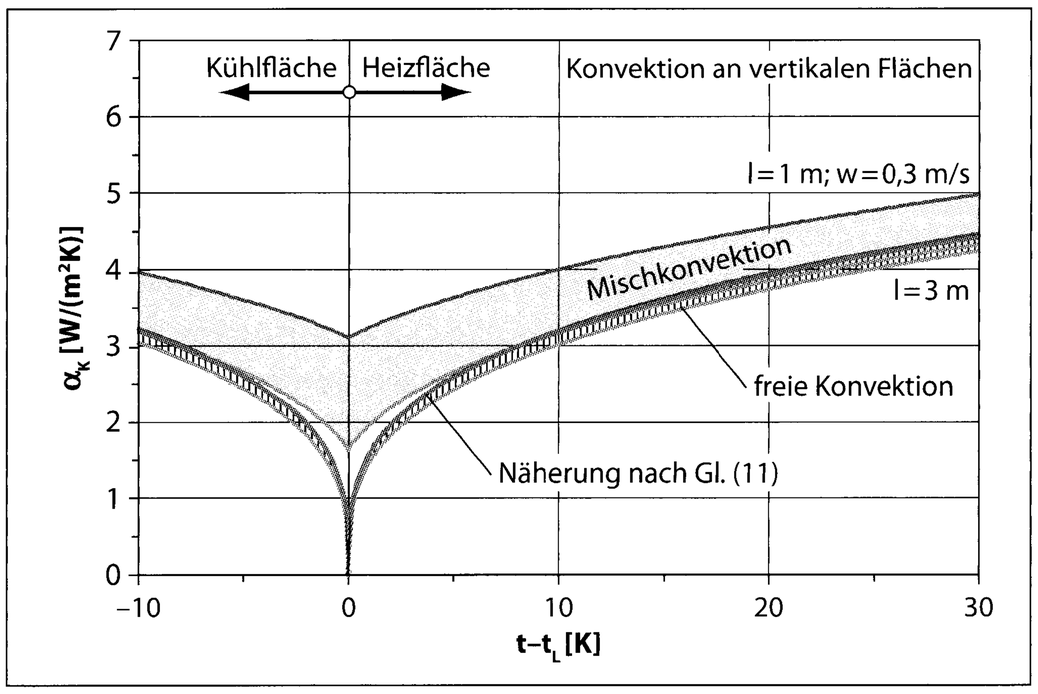

Bild 9. Wärmeübergangskoeffizienten an vertikalen Flächen bei unterschiedlichen Temperaturdifferenzen $t - t_L$ bei freier und gemischter Konvektion gemäß *Bilder 4* und *6* sowie nach einer Näherung.

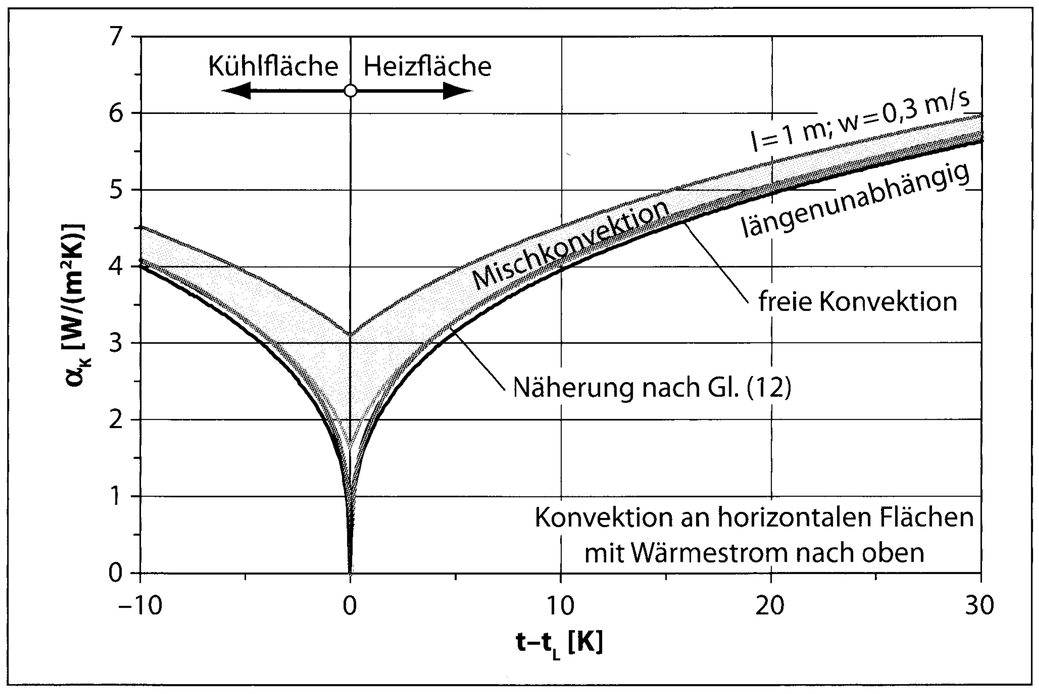

Bild 10. Wärmeübergangskoeffizienten an horizontalen Flächen mit Wärmestrom nach oben bei unterschiedlichen Temperaturdifferenzen $t - t_L$ bei freier und gemischter Konvektion gemäß *Bilder 4* und *7* sowie nach einer Näherung.

$$\alpha_K = 2\,|t - t_L|^{0,31} \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \tag{12}$$

– horizontale Flächen mit Wärmestrom nach unten

$$\alpha_K = 0,54\,|t - t_L|^{0,31} \quad \text{in W/(m}^2\text{K)}. \tag{13}$$

Zusammenfassend geben die *Bilder 9* bis *11* einen Überblick über die Einordnung der Näherungen in die Verläufe der freien Konvektion und der Mischkonvektion. Die vorgestellten Grafiken verdeutlichen die sehr große Bandbreite der möglichen Wärmeübergangskoeffizienten. Der Schwankungsbereich ist beim Anwendungsfall „Deckenheizung" bzw. „Bodenkühlung" besonders groß, was bekanntermaßen auch seit Jahrzehnten eine eifrige Diskussion bewirkte.

Die vorgeschlagenen Näherungen repräsentieren jeweils den oberen Bereich der freien Konvektion und den unteren Bereich der Mischkonvektion. Sie sind für den üblichen Einsatzfall zu empfehlen.

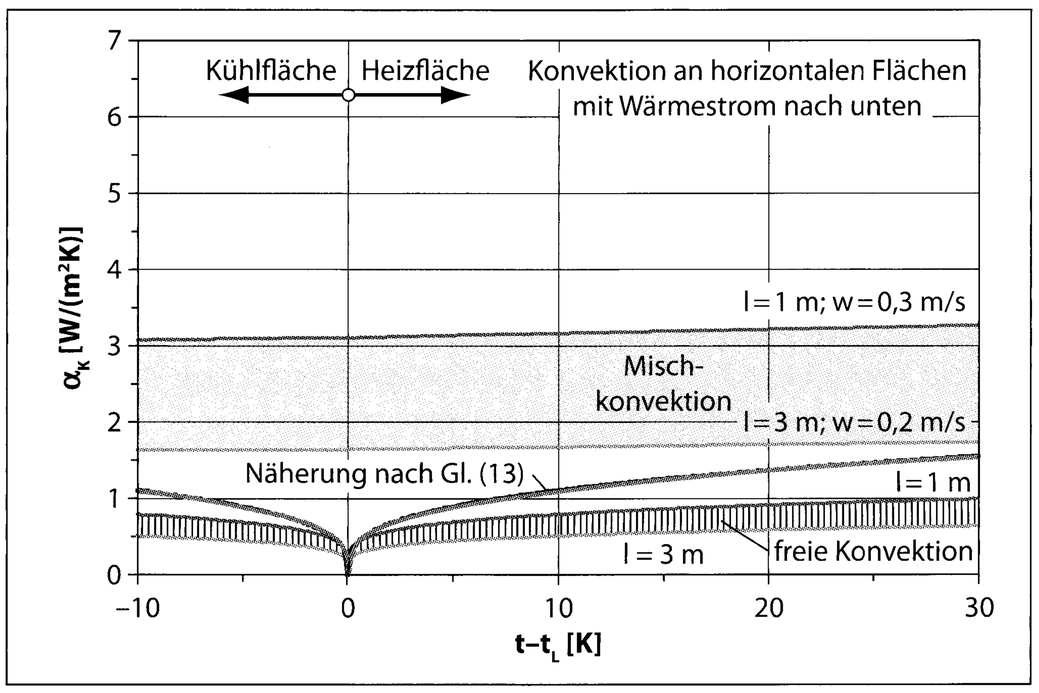

Bild 11. Wärmeübergangskoeffizienten an horizontalen Flächen mit Wärmestrom nach unten bei unterschiedlichen Temperaturdifferenzen $t - t_L$ bei freier und gemischter Konvektion gemäß *Bilder 4* und *8* sowie nach einer Näherung.

1.2 Wärmeübergangskoeffizient durch Strahlung

Er berechnet sich nach [1] zu

$$\alpha_S = \varepsilon_{1,U}\,\sigma\,b \tag{14}$$

mit

$\varepsilon_{1,U}$ resultierender Emissionsgrad zwischen der Bauteiloberfläche 1 und der Umgebung U

σ Strahlungskonstante $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/(m² K⁴)

b Temperaturfaktor.

Für die globalen oder hemisphärischen Emissionsgrade (≡ integrale Mittelwerte über den Halbraum) ε gelten für die üblichen Wandbaustoffe und Anstriche der thermisch aktiven Flächen nach [8] in der Regel $\varepsilon = 0,93$. Ausnahmen bilden blanke Metalle, infrarotreflektierende Tapeten und silberbronzene Anstriche.

Der *resultierende Emissionsgrad* wird vereinfacht für graue Körper in beliebiger Lage nach der bilateralen Berechnungsmethode

$$\varepsilon_{1,U} = \varepsilon_1\,\varepsilon_U \tag{15}$$

definiert [1], wobei

ε_1 Emissionsgrad der thermisch aktiven Bauteiloberfläche 1

ε_U Emissionsgrad der umgebenden Flächen als Mittelwert

gelten. Im vorliegenden Fall – der separaten Betrachtung der Raumheiz- bzw. -kühlflächen – ist die vorgeschlagene Näherung opportun, da auf die Kenntnis der exakten Raumgeometrie bewusst verzichtet werden soll. (Hinweis: Die exakte Ermittlung des Strahlungsaustausches ist nur nach der *Methode des umschlossenen Raumes* möglich. Sie ist unter anderem in [1] – auch für sogenannte realgraue Strahler – genau beschrieben und im *Dynamischen Raummodell* [7] auf graue Strahler angewendet.)

Der *Temperaturfaktor* b dient zur Linearisierung des realen physikalischen Zusammenhangs (*Stefan-Boltzmann*sches Gesetz), um α_S nach Gl. (2) verwenden zu können, wobei gilt:

$$b = \frac{T^4 - T_U^4}{T - T_U} = \frac{T^4 - T_U^4}{t - t_U}. \tag{16}$$

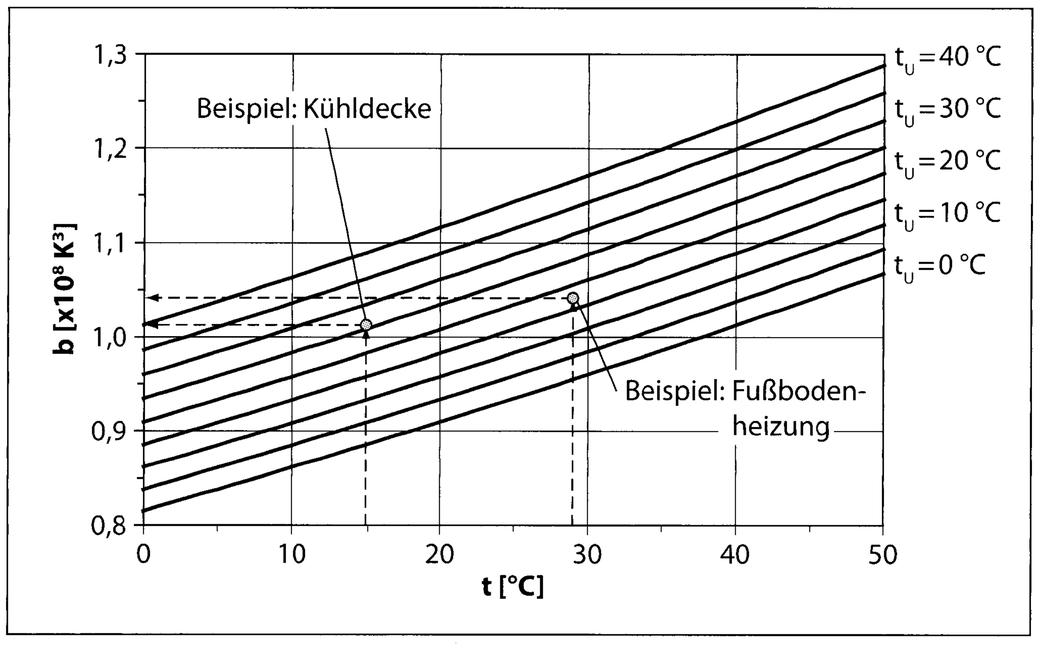

Bild 12. Temperaturfaktor b in Abhängigkeit der Bauteiloberflächentemperatur t und der mittleren Umgebungstemperatur t_U nach Gl. (16) bzw. (16a).

Für $T = T_U$ folgt nach einer Grenzwertbetrachtung mit Hilfe der *L'Hospital*schen Regel

$$\lim_{T \to T_U} b = 4\, T_U^3. \qquad (16a)$$

Bild 12 zeigt die Größe des Temperaturfaktors b. Die eingetragenen Beispiele „Fußbodenheizung" und „Kühldecke" ergeben für Räume mit thermisch aktiven Bauteilen den praktikablen Wert $b \approx 1{,}03 \cdot 10^8\ K^3$.

Damit ist der *Wärmeübergangskoeffizient infolge Strahlung* α_S nach Gl. (14) näherungsweise bestimmbar:

$$\alpha_S = \varepsilon_{1,U}\, \sigma\, b = 0{,}93 \cdot 0{,}93 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}03 \cdot 10^8\ W/(m^2\ K)$$

$$\alpha_S \approx 5{,}1\ W/(m^2 K). \qquad (17)$$

1.3 Gesamtwärmeübergangskoeffizient

Der Gesamtwärmeübergangskoeffizient kann nun gemäß Gl. (3) auf der Grundlage der Näherungsbeziehungen nach Gln. (11) bis (13) und Gl. (17) gebildet werden. Die allgemeine Schreibweise mit dem Koeffizienten C und dem Exponenten n lautet:

$$\alpha = C\, |t - t_L|^n + 5{,}1\, \frac{t - t_U}{t - t_L} \quad \text{in } W/(m^2 K) \qquad (18)$$

C = 1,6 n = 0,3 vertikale Flächen
C = 2 n = 0,31 horizontale Flächen mit Wärmestrom nach oben
C = 0,54 n = 0,31 horizontale Flächen mit Wärmestrom nach unten.

2. Gesamtwärmeübergangskoeffizient gemäß Basiskennlinie

2.1 Wärmetechnische Definition und Ableitung

Wenn *thermisch aktive Flächen* in den Raumumfassungen integriert sind, erhöhen sich naturbedingt die Temperaturunterschiede zwischen den Oberflächen, indem beispielsweise die Temperatur t einer beheizten Oberfläche deutlich über der Strahlungstemperatur t_U der restlichen Umgebung liegt. Außerdem ergeben sich in Abhängigkeit des Heiz-/Kühlsystems und der Lage der transparenten Außenwandflächen mit größeren Wärmedurchgangskoeffizienten mitunter stark differenzierte örtliche Lufttemperaturen t_L. Diese Ergebnisse wären bei der Bestimmung des Gesamtwärmeübergangskoeffizienten gemäß Gl. (18) und der Wärmestromdichte nach Gl. (4) zu beachten. Die Verfügbarkeit dieser detaillierten Angaben ist aber nur gegeben, wenn Ergebnisse aus einem Versuchsraum oder von einem sehr qualifizierten Simulationsprogramm mit der ganzheitlichen wärme- und strömungstechnischen Raumnachbildung vorliegen.

Im Falle der *realen praktischen Berechnung* im Rahmen der Planung oder der Optimierung des Bauteils losgelöst vom Raum ist lediglich die gewünschte *operative Raumtemperatur* t_R verfügbar, worauf sich nach Gl. (5) die *Basiskennlinie* gründet. Selbstverständlich muss die Gleichheit (Gln. (4) und (5)) gelten:

$$\dot{q} = \alpha^* (t - t_R) = \alpha\, (t - t_L). \qquad (19)$$

Daraus folgt die Definitionsgleichung

$$\alpha^* = \alpha\, \frac{t - t_L}{t - t_R}. \qquad (20)$$

Im *Wärmeübergangskoeffizienten gemäß Basiskennlinie* α^* sind somit auch die speziellen Temperaturverhältnisse im Raum impliziert. Dies betrifft sowohl die Lufttemperatur als auch die Strahlungstemperatur der Umgebung bezogen auf die betrachtete Oberfläche. Die Quantifizierung von t_L und t_U ist – wie vorstehend beschrieben – nur im Spezialfall gegeben. Bei einer allgemeinen Darstellung kann man lediglich auf praktikable Annahmen und Mittelwerte zurückgreifen. Es gelten nachfolgende Vorschläge:

- Die Raumtemperatur in Raummitte und in 1,1 m Höhe sei t_R, wobei an dieser Stelle die Lufttemperatur $t_{L,R}$ und die Strahlungstemperatur $t_{U,R}$ in erster Näherung die gleiche Größe aufweisen. In Wohn- und Büroräumen mit guter Behaglichkeit sind die absoluten Unterschiede meistens < 1 K.

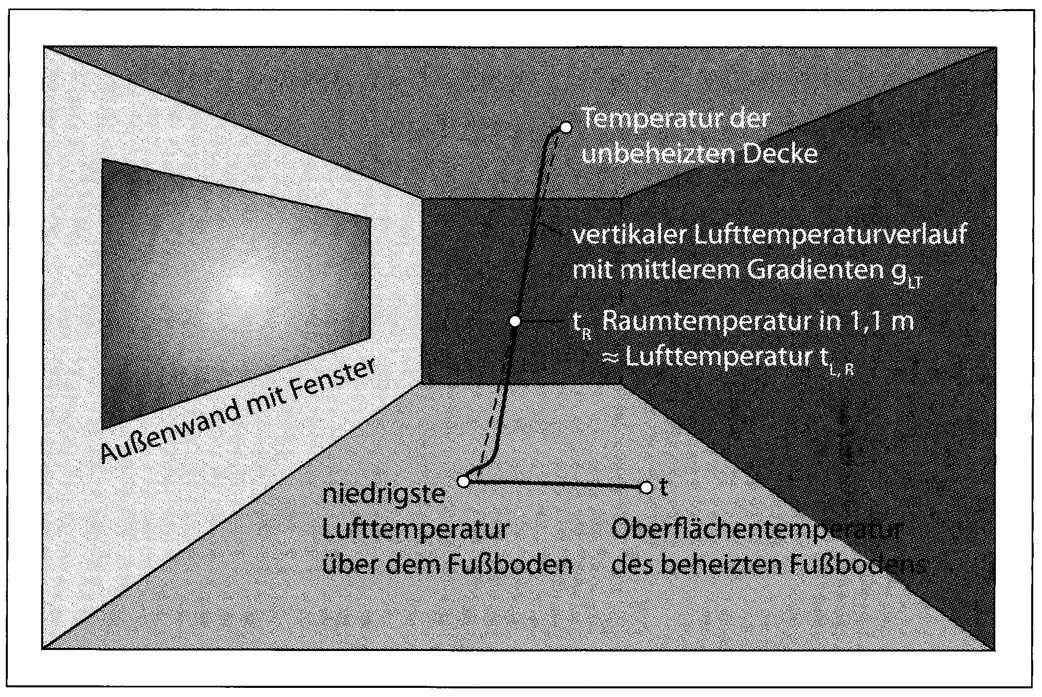

Bild 13. Raum mit schematischer Darstellung des vertikalen Lufttemperaturprofils und gemitteltem linearen Anstieg g_{LT} bei Einsatz einer Fußbodenheizung.

– Der vertikale Lufttemperaturgradient (*Bild 13*) betrage $g_{LT,10}$ bezogen auf $|t - t_R| = 10$ K, wobei stark vereinfacht für g_{LT} eine lineare Abhängigkeit der Form

$$g_{LT} = g_{LT,10} \frac{|t - t_R|}{10\,K} \tag{21}$$

angenommen wird, sodass die Lufttemperatur in Funktion der Höhe h über Boden folgt:

$$t_L = t_R + g_{LT,10} \frac{|t - t_R|}{10\,K} (h - 1{,}1\ m). \tag{22}$$

– Die reale Strahlungstemperatur der Umgebung t_U bezogen auf die thermisch aktive Bauteiloberfläche soll näherungsweise ebenfalls mit der Raumtemperatur ausgedrückt werden. Wenn die Bauteiltemperatur $t > t_R$ gilt, wird die Strahlungstemperatur des Halbraumes über der Heizfläche t_U um die Temperaturdifferenz δt darunter liegen (*Bild 14*).

Die Ermittlung der Strahlungstemperatur ist sehr diffizil. Eine genaue Ableitung findet sich in [10]. Die Strahlungstemperatur des Raumes $t_{U,R}$ kann näherungsweise mit den Einstrahlzahlen φ_j^o bezogen auf eine Kugel zu

$$t_{U,R} = \sqrt[4]{\sum_j \varphi_j^o\, T_j^4} - 273\,K \tag{23}$$

berechnet werden, wobei alle Raumumfassungsflächen j einzubeziehen sind. Bei relativ kleinen Unterschieden der Oberflächentemperaturen und der Zusammenfassung der passiven Umgebungsflächen nach *Bild 14* gilt vereinfacht

$$t_{U,R} = \varphi_{taF}^o\, t + (1 - \varphi_{taF}^o)\, t_{pU}. \tag{24}$$

Die Strahlungstemperatur der Umgebung t_U bezogen auf die thermisch aktive Fläche ist in guter Näherung mit den Flächeneinstrahlzahlen Φ_j der passiven Umgebungsflächen j nach

$$t_U = \sqrt[4]{\sum_j \Phi_j\, T_j^4} - 273\,K \tag{25}$$

zu bestimmen. Da alle Flächen, die den Halbraum über der thermisch aktiven Fläche bilden, bereits zur passiven Umgebung mit $\Phi_{pU} = 1$ zusammengefasst sind, gilt $t_U = t_{pU}$. In der Definition der homogenen Umgebung mit der mittleren Temperatur t_{pU} ist jedoch eine Näherung impliziert. Mit der Annahme $t_{U,R} \approx t_R$, folgt schließlich aus Gl. (24) die mittlere Temperatur der passiven Umgebung bezogen auf die thermisch aktive Fläche:

$$t_U = \frac{t_R - \varphi_{taF}^o\, t}{1 - \varphi_{taF}^o}. \tag{26}$$

Die Abweichung von der bekannten Raumtemperatur t_R sei δt genannt. Analog zum Lufttemperaturgradienten wird eine Strahlungstemperaturkorrektur $\delta t_{10} \geq 0$ bezogen auf $|t - t_R| = 10$ K definiert und der reale Temperaturunterschied δt in Abhängigkeit der Bauteilbetriebstemperatur t und der Betriebsart (Heizen $t > t_R$ oder Kühlen $t < t_R$) dargestellt, sodass gelten:

$$\delta t = \delta t_{10} \frac{t - t_R}{10\,K} \tag{27}$$

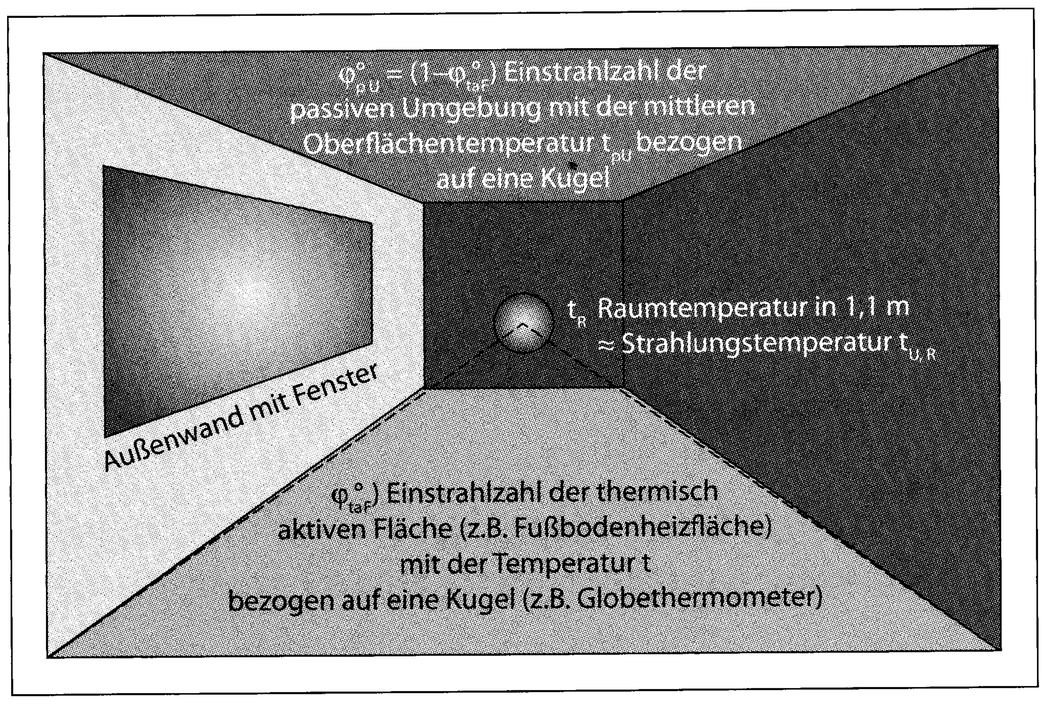

Bild 14. Raum mit schematischer Darstellung der Strahlungsverhältnisse zur Bestimmung der Strahlungstemperatur bei Einsatz einer Fußbodenheizung und vereinfachter Zusammenfassung der passiven Flächen mit der mittleren Temperatur der passiven Umgebung.

$$t_U = t_R - \delta t_{10} \frac{t - t_R}{10\,K}. \tag{28}$$

Setzt man in die Definitionsgleichung Gl. (20) α nach Gl. (18) ein, so ergibt sich mit „+“ für den *Heizfall* und mit „–“ für den *Kühlfall* im für Normalräume wärmetechnisch sinnvollen Bereich

$$\left(1 \pm \frac{g_{LT,10}}{10\,K}(1{,}1\,m - h)\right) > 0, \tag{29}$$

der im Heizfall mit $t > t_L$ und im Kühlfall mit $t < t_L$ tatsächlich auch einen entsprechenden konvektiven Wärmestrom gewährleistet, der *Wärmeübergangskoeffizient gemäß Basiskennlinie* zu

$$\alpha^* = C\,|t - t_R|^n \left(1 \pm \frac{g_{LT,10}}{10\,K}(1{,}1\,m - h)\right)^{n+1} + 5{,}1\left(1 + \frac{\delta t_{10}}{10\,K}\right) \quad \text{in } W/(m^2K). \tag{30}$$

2.2 *Näherungsweise Bestimmung für die praktische Anwendung*

Die realen Größen g_{LT} und δt sind von vielen Einflussfaktoren (Raumgeometrie, Art und Lage der thermisch aktiven Flächen, Aufbau der passiven Raumumfassungen, Eigenschaften und Lage der transparenten Flächen, Lüftungssystem, Außentemperatur) abhängig. Während bei der früheren, schlecht gedämmten Bauweise der Wärmedurchgang der Außenwände und Fenster dominierenden Einfluss nahm, ist bei dem heutigen Baustandard die Art der Außenluftzufuhr bedeutungsvoll. Zur Ermittlung der Größen g_{LT} und δt in Abhängigkeit der Bauweise und der anlagentechnischen Raumausstattung werden die vielfältigen Aussagen in [2] empfohlen. Nachfolgend werden lediglich *erste Abschätzungen* für die *theoretische Bezugstemperaturdifferenz* von $|t - t_R| = 10$ K getroffen.

– Annahmen für $g_{LT,10}$ bei stetiger, hygienisch bedingter Außenluftzufuhr im Fensterbereich:
  – Fußbodenheizung, Deckenkühlung $g_{LT,10} = 2$ K/m

- Deckenheizung, Fußbodenkühlung $g_{LT,10} = 4$ K/m
- Wandheizung oder -kühlung $g_{LT,10} = 3$ K/m (meist uninteressant, da mittlere Höhe $h \approx 1{,}1$ m).
- Annahmen für δt_{10}:

$$\delta t = |t_R - t_U| = \left| t_R - \frac{t_R - \varphi^\circ_{taF}\, t}{1 - \varphi^\circ_{taF}} \right| = |t - t_R| \frac{\varphi^\circ_{taF}}{1 - \varphi^\circ_{taF}}$$

$$\delta t_{10} = 10\ \mathrm{K}\ \frac{\varphi^\circ_{taF}}{1 - \varphi^\circ_{taF}}$$

Bereits für die kleine Einstrahlzahl $\varphi^\circ_{taF} = 1/6$ (Kugel in der Mitte eines würfelförmigen Raumes) erhält man $\delta t_{10} = 2$ K.

- Aktive Horizontalflächen (Fußboden, Decke) $\delta t_{10} = 2$ K
- Wandheizung oder -kühlung in der Außenwand integriert $\delta t_{10} \approx 0$, da Strahlungsaustausch mit Innenwänden, Decke und Fußboden von nahezu Raumtemperatur
- Wandheizung oder -kühlung in der Innenwand integriert $\delta t_{10} \approx 2$ K, da Strahlungsaustausch mit Fensterflächen, Außenwänden, Decke und Fußboden sowie restlichen passiven Innenwänden.

Im Weiteren werden für spezielle, thermisch aktive Bauteile unterschiedlicher Lage und Nutzung die Wärmeübergangskoeffizienten für eine Basiskennlinie beispielhaft vorgestellt:

- *Horizontale Bauteile mit Wärmestrom nach oben*
  Annahme: $g_{LT,10} = 2$ K/m; $\delta t_{10} = 2$ K

$$\alpha^*_{hor,WSo} = 2\,|t - t_R|^{0,31}\,(1 \pm 0{,}2\ \mathrm{m}^{-1}\,(1{,}1\ \mathrm{m} - h))^{1,31} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (31)$$

Fußbodenheizung (h = 0 m; Verwendung „+“)

$$\alpha^*_{FBH} = 2{,}60\,|t - t_R|^{0,31} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (32)$$

Deckenkühlung (h = 2,5 m; Verwendung „–“)

$$\alpha^*_{DK} = 2{,}76\,|t - t_R|^{0,31} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (33)$$

- Horizontale Bauteile mit Wärmestrom nach unten
  Annahme: $g_{LT,10} = 4$ K/m; $\delta t_{10} = 2$ K

$$\alpha^*_{hor,WSu} = 0{,}54\,|t - t_R|^{0,31}\,(1 \pm 0{,}4\ \mathrm{m}^{-1}\,(1{,}1\ \mathrm{m} - h))^{1,31} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (34)$$

Deckenheizung (h = 2,5 m; Verwendung „+“)

$$\alpha^*_{DK} = 0{,}18\,|t - t_R|^{0,31} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (35)$$

Fußbodenkühlung (h = 0 m; Verwendung „–“)

$$\alpha^*_{FBK} = 0{,}25\,|t - t_R|^{0,31} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (36)$$

- Vertikale Bauteile
  Annahme: $g_{LT,10} = 3$ K/m; $\delta t_{10} = 2$ K
  (thermisch aktive Innenwand)

$$\alpha^*_{ver,IW} = 1{,}6\,|t - t_R|^{0,3}\,(1 \pm 0{,}3\ \mathrm{m}^{-1}\,(1{,}1\ \mathrm{m} - h))^{1,3} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (37)$$

Annahme: $g_{LT,10} = 3$ K/m; $\delta t_{10} = 0$ K
(thermisch aktive Außenwand)

$$\alpha^*_{ver,AW} = 1{,}6\,|t - t_R|^{0,3}\,(1 \pm 0{,}3\ \mathrm{m}^{-1}\,(1{,}1\ \mathrm{m} - h))^{1,3} + 5{,}1 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)} \qquad (37a)$$

Wandheizung oder Wandkühlung der Innenwand (h = 1,1 m)

$$\alpha^*_{IW} = 1{,}6\,|t - t_R|^{0,3} + 6{,}12 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)}. \qquad (38)$$

Wandheizung oder Wandkühlung der Außenwand (h = 1,1 m)

$$\alpha^*_{AW} = 1{,}6\,|t - t_R|^{0,3} + 5{,}1 \quad \text{in W/(m}^2\text{K)}. \qquad (39)$$

2.3 *Auswertung*

Die mit den getroffenen Annahmen ermittelten, temperaturabhängigen Wärmeübergangskoeffizienten α^*, die zur Aufstellung von Basiskennlinien für thermisch aktive Raumumfassungen geeignet sind, werden im *Bild 15* gegenübergestellt.

Diskussion der Kurvenverläufe und Verifikation

- Die Kurven für thermisch aktive Horizontalflächen mit Wärmestrom nach oben (Fußbodenheizung und Kühldecke) sowie solche mit Wärmestrom nach unten (Deckenheizung und Kühlboden), sind unter praktischen Gesichtspunkten jeweils deckungsgleich. Physikalisch identische Wirkprinzipien werden somit richtig wiedergegeben.
- Bei Vertikalflächen gibt es keinen Unterschied zwischen Heizen und Kühlen, jedoch eine Ungleichheit bezüglich der Anordnung. Sind die Temperaturunterschiede zu den gegenüberliegenden Flächen groß, so ergeben sich auch große Strahlungswärmeströme. Aktive Innenwandflächen haben bei gleicher Oberflächentemperatur somit eine höhere Leistung als aktive Außenwandflächen. Heiz- und Kühlflächen in der Außenwand – z. B. zwischen Fensterflächen – angeordnet, sind jedoch wärmephysiologisch bedeutend günstiger, da bezogen auf die Rauminsassen eine ausgeglichene Umgebungstemperatur vorliegt. Die Strahlungstemperatur-Asymmetrie ist somit bedeutend geringer als bei thermisch aktiven Innenwandflächen.
- Für Fußbodenheizungen gilt nach DIN EN 1264-2 zur Bestimmung der Wärmestromdichte die Basiskennlinie

$$\dot{q}^*_{DIN_FBH} = 8{,}92\,(t - t_R)^{1,1} \text{ in W/m}^2,$$

woraus der zugehörige Wärmeübergangskoeffizient gemäß Basiskennlinie folgt:

$$\alpha^*_{DIN_FBH} = 8{,}92\,|t - t_R|^{0,1} \quad \text{in W/(m}^2\text{K)}. \qquad (40)$$

Diese Approximation hat sich auch für Kühldecken bewährt. Damit kann Gl. (40) als Orientierungsmaß für horizontal angeordnete, thermisch aktive Raumumfassungen mit Wärmestrom nach oben betrachtet werden. Der Wärmeübergangskoeffizient nach Gl. (40) ist auch im *Bild 15* dargestellt. Der Verlauf zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den Gln. (32) und (33). Dies wird als Verifikation der vorgestellten Ableitung – speziell des Übergangs von α nach Gl. (18) zu α^* gemäß Gl. (30) – gewertet. Auch die übrigen in *Tabelle 1* vorgestellten, früheren Normierungsvorschläge fügen sich relativ gut in die Verläufe des *Bildes 15* ein.

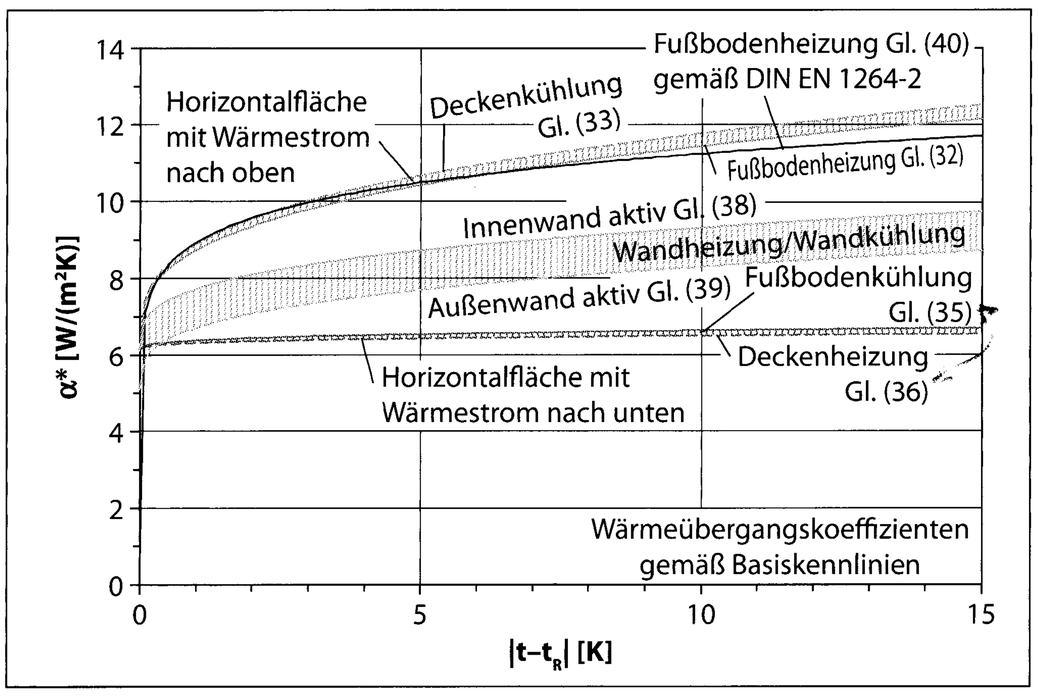

Bild 15. Wärmeübergangskoeffizienten α^* zur Definition von Basiskennlinien für thermisch aktive Bauteiloberflächen in vertikaler Lage bzw. horizontaler Lage mit Wärmestrom nach oben und unten als Funktion der Temperaturdifferenz $|t - t_R|$. Zum Vergleich ist der Wärmeübergangskoeffizient, der aus der Basiskennlinie für Fußbodenheizung nach DIN EN 1264 folgt, eingetragen.

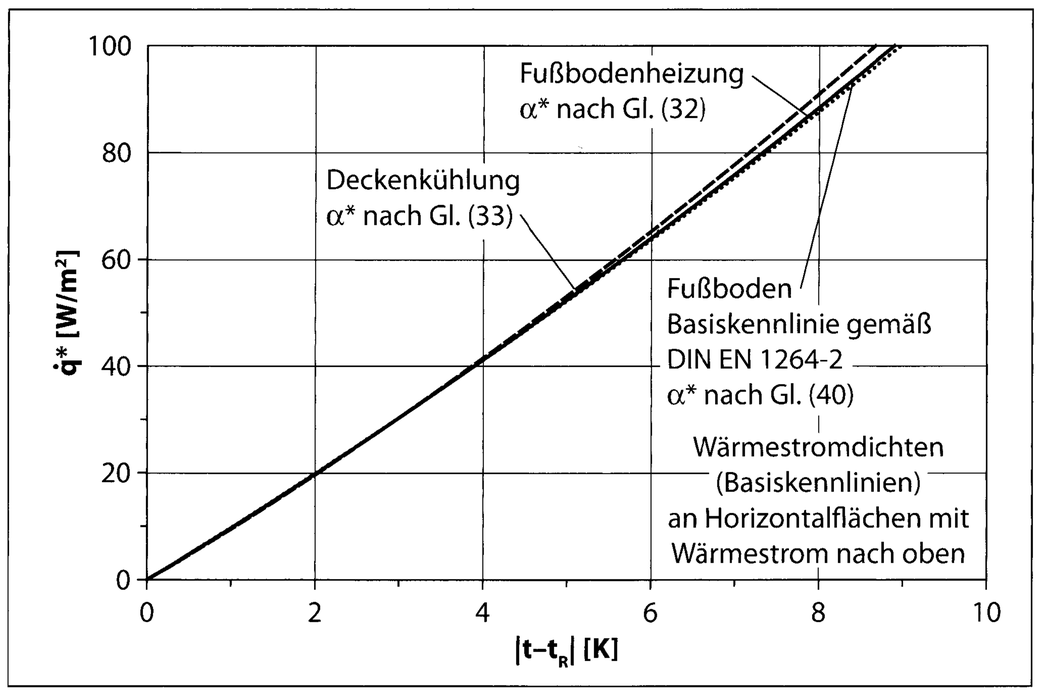

Bild 16. Wärmestromdichten – Basiskennlinien – auf der Grundlage der abgeleiteten Wärmeübergangskoeffizienten α^* für thermisch aktive Bauteiloberflächen in horizontaler Lage mit Wärmestrom nach oben (Fußbodenheizfläche und Kühldecke) in Gegenüberstellung mit den Angaben für Fußbodenheizflächen nach DIN EN 1264.

– Es verbleibt die Unschönheit, dass für $|t - t_R| = 0$ der Wärmeübergangskoeffizient $\alpha^*_{DIN_FBH} = 0$ ergibt, während α^* nach Gl. (30) stets Werte > 0 liefert. Physikalisch ist letzteres verständlich, da der Term für den Strahlungsaustausch α_S nicht von der Temperaturdifferenz abhängig ist. Der Wärmeübergangskoeffizient gemäß Gl. (40) wurde lediglich mathematisch aus der Basiskennlinie $\dot{q}^*_{DIN_FBH}$ bestimmt. Dieser Unterschied ist jedoch praktisch ohne Belang auf die Wärmestromdichte $\dot{q}^* = \alpha^* |t - t_R|$, wie der Kurvenvergleich im *Bild 16* demonstriert.

3. Fazit

Es wurde versucht, die bisherigen Diskussionen über die Wärmeübergangskoeffizienten an thermisch aktiven Raumumfassungen, die oftmals nicht zwischen den verschiedenartigen Definitionen unterscheiden, zu ordnen.

Die quantitativen Unterschiede zwischen freier Konvektion und Mischkonvektion in Wohn- und Büroräumen sind deutlich dargestellt worden. Die bisher vom Autor in [8] publizierten einfachen, nur von der Über- oder Untertemperatur $|t - t_L|$ abhängigen Näherungsgleichungen für den Wärmeübergangskoeffizienten α_K an Wänden, Decken und Fußböden (Gln. (11) bis (13)) wurden für den oberen Bereich der freien Konvektion und den unteren Bereich der Mischkonvektion bestätigt. D. h., wenn keine speziellen Kenntnisse vorliegen, werden die gegebenen Approximationen weiterhin empfohlen. Die genannten Beziehungen für α_K gelten selbstverständlich immer bezogen auf die Temperatur t_L der Luft, die tatsächlich auch der thermisch aktiven Fläche zuströmt.

Der Wärmeübergangskoeffizient infolge Strahlung α_S stellt durch die Analogdarstellung zu α_K und die damit verbundene Linearisierung der Temperaturunterschiede sowie den Bezug auf die Lufttemperatur t_L eine starke Veränderung zum eigentlichen physikalischen Sachverhalt dar.

Die Zusammenfassung von α_K und α_S zum Gesamtwärmeübergangskoeffizienten α hat den bleibenden Bezug auf die Temperatur der zuströmenden Luft t_L, die im praktischen Anwendungsfall unbekannt ist.

In praxi ist die operative Raumtemperatur (Empfindungstemperatur) t_R als kennzeichnende Planungsgröße von Interesse. Die Wärmestromdichte der thermisch aktiven Raumumfassungen an den Raum mit Bezug auf die Temperaturdifferenz $(t - t_R)$ bezeichnet man als Basiskennlinie des Bauteils. Diese wurde für die Fußbodenheizung in DIN EN 1264 (früher DIN 4725) eingeführt und wegen der physikalischen Identität stillschweigend auch für die Kühldeckenauslegung übernommen. Aus diesem Grund und wegen der guten Praktikabilität wurde im vorliegenden Aufsatz die Basiskennlinie $\dot{q}^* = \alpha^* (t - t_R)$ für alle thermisch aktiven Raumumfassungen einheitlich definiert. Folgerichtig musste auch der Wärmeübergangskoeffizient gemäß Basiskennlinie α^* nur in Funktion von $(t - t_R)$ dargestellt werden. Dabei wurden die Zusammenhänge zwischen t_L und t_R durch den vertikalen Lufttemperaturgradienten g_{LT} und zwischen t_U und t_R durch eine Strahlungstemperaturkorrektur δt, die beide linear abhängig von $(t - t_R)$ angesetzt wurden, eingeführt. Schließlich war es damit möglich, die Umrechnung des Gesamtwärmeübergangskoeffizienten α auf α^* vorzunehmen.

Die Umrechnungsmodalitäten und die vorläufig getroffenen Annahmen gehen zum Teil von subjektiven Erkenntnissen aus. Dennoch erweisen sich die gefundenen Kurvenverläufe für α^* als praxisgerecht.

Die Arbeit mit den Basiskennlinien und den zugehörigen Wärmeübergangskoeffizienten erleichtern nicht nur die Planungsarbeit, sondern ermöglichen auch eine zielgerichtete Optimierung der thermisch aktiven Raumumfassungen losgelöst von speziellen Einbau- oder Versuchsbedingungen und eignen sich letztlich auch zum Leistungsnachweis auf rechnerischer Basis.

Rechnerische Leistungsnachweise sind generell für thermisch aktive Raumumfassungen besonders zu empfehlen, da der experimentelle Aufwand in der Regel sehr

groß ist und sich instationäre Untersuchungen als außerordentlich zeitaufwändig erweisen. Andererseits sind die thermodynamischen Randbedingungen bei Wohn- und Büroräumen relativ klar definiert und somit gut modellierbar. Die rechnerische Leistungsbestimmung wird seit vielen Jahren für Fußbodenheizsysteme erfolgreich durchgeführt, sie wird auch entsprechend der RAL Gütesicherung GZ 964 für die instationär arbeitende Betonkernaktivierung [6] verwendet. Schließlich wurde auch in [5] die erweiterte Normleistungsbestimmung mit theoretischen Mitteln angemahnt.

Literatur

[1] *Glück, B.:* Wärmeübertragung, Wärmeabgabe von Raumheizflächen und Rohren, 2. Auflage. Berlin: Verlag für Bauwesen 1990.

[2] *Richter, W.:* Handbuch der thermischen Behaglichkeit – Heizperiode – (Fb 991). Dortmund, Berlin, Dresden: Bundesanstalt für Arbeitsschutz und Arbeitsmedizin 2003 (ISBN 3-86509-013-3).

[3] *Kast, W.; Klan, H.* und *Rosenberg, J.:* Leistungen von Heiz- und Kühlflächen. Heizung-Lüftung-Haustechnik 45 (1994) Nr. 6, S. 278–281.

[4] *Glück, B.:* Thermische Bauteilaktivierung – Nutzen von Umweltenergie und Kapillarrohren. Heidelberg: C. F. Müller Verlag 1999 (ISBN 3-7880-7674-7).

Kostenlos erhältlich unter: http://www.rom-umwelt-stiftung.de (⇒ Arbeit bisher ⇒ Projekt 9)

[5] *Glück, B.:* Vorschlag und Beispiel für eine erweiterte Normleistungsbestimmung für geschlossene Kühl- und Heizflächen mit integrierten Rohrregistern. Gesundheits-Ingenieur 123 (2002) H. 1, S. 1–7.

[6] *Glück, B.:* RAL Gütesicherung für Systeme der Thermischen Bauteilaktivierung. Heizung-Lüftung-Haustechnik 55 (2004) Nr. 5, S. 22-28.

[7] *Glück, B.:* Dynamisches Raummodell zur wärmetechnischen und wärmephysiologischen Bewertung. Bericht der RUD. OTTO MEYER–Umwelt–Stiftung, Hamburg 2004 bis 2006. http://www.rom-umwelt-stiftung.de (⇒ Arbeit bisher ⇒ Projekt 14, Teil 1)
Detailaufrufe:
http://www.rom-umwelt-stiftung.de/arbbisher/pdf/Glueck_Kurzbericht01.pdf
http://www.rom-umwelt-stiftung.de/arbbisher/pdf/Glueck_Raummodell_TeilA.pdf
http://www.rom-umwelt-stiftung.de/arbbisher/pdf/Glueck_Raummodell_TeilB.pdf
http://www.rom-umwelt-stiftung.de/arbbisher/pdf/Glueck_Raummodell_TeilC.pdf
http://www.rom-umwelt-stiftung.de/arbbisher/pdf/Glueck_Raummodell_TeilD.pdf
http://www.rom-umwelt-stiftung.de/arbbisher/pdf/Glueck_Raummodell_TeilE.pdf

[8] *Glück, B.:* Wärmetechnische Grundlagen (Abschnitt 1.3) und thermisch aktive Raumflächen (Abschnitt 3.2.3). in *Recknagel, Sprenger, Schramek:* Taschenbuch für Heizung+Klimatechnik, 72. Auflage. München, Wien: R. Oldenbourg 2005.

[9] VDI-Wärmeatlas, 2. bis 9. Auflage. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994 bis 2002.

[10] *Glück, B.:* Strahlungstemperatur der Umgebung. Gesundheits-Ingenieur 118 (1997) H. 6, S. 305–309.