

Ortsabhängige Kühlleistung von Massivbauteilen mit integrierten Rohrregistern

Bernd Glück, Jößnitz

Bei konventionellen Fußbodenheizungen sind mäanderförmige und spiralförmig verlegte Rohrregister üblich. Die Wärmeleistungen werden mit den mittleren Wassertemperaturen – gebildet aus der Vor- und Rücklauftemperatur – berechnet. Ein oder mehrere Stromkreise versorgen einen Raum. Die örtlichen Unterschiede der Wärmestromdichte sind somit für den Gesamtwärmestrom an den Raum bedeutungslos. Eine veränderte Situation findet man bei der thermischen Bauteilaktivierung mit konventionellen Rohrregistern vor, da die Stromkreise in der Regel die Raumgrenzen überschreiten.

In letzter Zeit gab es vielfältige Diskussionen, inwieweit bei der thermischen Bauteilaktivierung mit konventionellen Rohrregistern einzelne Belegungsbereiche bevorzugt bzw. benachteiligt sind. Nachfolgend wird die ortsabhängige Wärmeleistung für einen Extremfall, der die Gemüter erhitze, untersucht.

Ausgangssituation

Für konventionelle Rohrverlegungen werden mäanderförmige oder spiralförmige Rohrschlangen eingesetzt (Bild 1). Für Fußbodenheizungen sind beide Varianten üblich, bei der thermischen Bauteilaktivierung setzt man in der Regel die Mäanderform ein. Wenn wie im Bildbeispiel die Rohrschlangen nur in einem Raum eingesetzt sind, ist es für die Gesamtleistung unbedeutend wie sich die Wärmestromdichte örtlich verteilt.

Bei Fußbodenheizungen beispielsweise wird die Verlegung vorrangig nach

wärmephysiologischen Gesichtspunkten vorgenommen, so verlegt man bei Rohrmäandern die Vorlaufleitung bevorzugt entlang der Außenwand, um die Strahlungsasymmetrie und den Kaltluftabfall zu reduzieren. Wird eine möglichst homogene Temperaturverteilung über der thermisch aktiven Fläche gewünscht, dann bietet die spiralförmige Verlegung mit nebeneinanderliegenden Vor- und Rückläufen Vorteile.

Bei der thermischen Bauteilaktivierung – vornehmlich zum Kühlen der Räume – mit Rohrschlangen im Ortbe-ton der Decke werden die Rohre über Zimmergrenzen hinweg verlegt. Die Registerform richtet sich hierbei vor allem nach technologischen Anforderungen. Es entzündete sich daher die Diskussion, ob unterschiedliche Wärmestromdichten – die dann möglicherweise in unterschiedlichen Räumen auftreten – hinnehmbar sind. In einem Extremfall war sogar eine Rohrverlegung in reiner Schleifenform (Haarnadelprinzip) nach

Autoren



Professor Dr.-Ing. habil. Bernd Glück, Jahrgang 1942, Studienrichtung TGA, war tätig am Institut für Thermodynamik und Energiewirtschaft der TU Dresden, in der TGA-Planung, im Industrieinstitut TGA und im Zentralbereich Ingenieurtechnik bei ROM in leitender Funktion auf dem Gebiet der Heizungs- und Lüftungstechnik, jetzt eigenes Forschungs- und Entwicklungsbüro TGA sowie Honorarprofessor an der Westsächsischen Hochschule Zwickau (FH); bisher über 170 Buch- und Zeitschriftenveröffentlichungen.

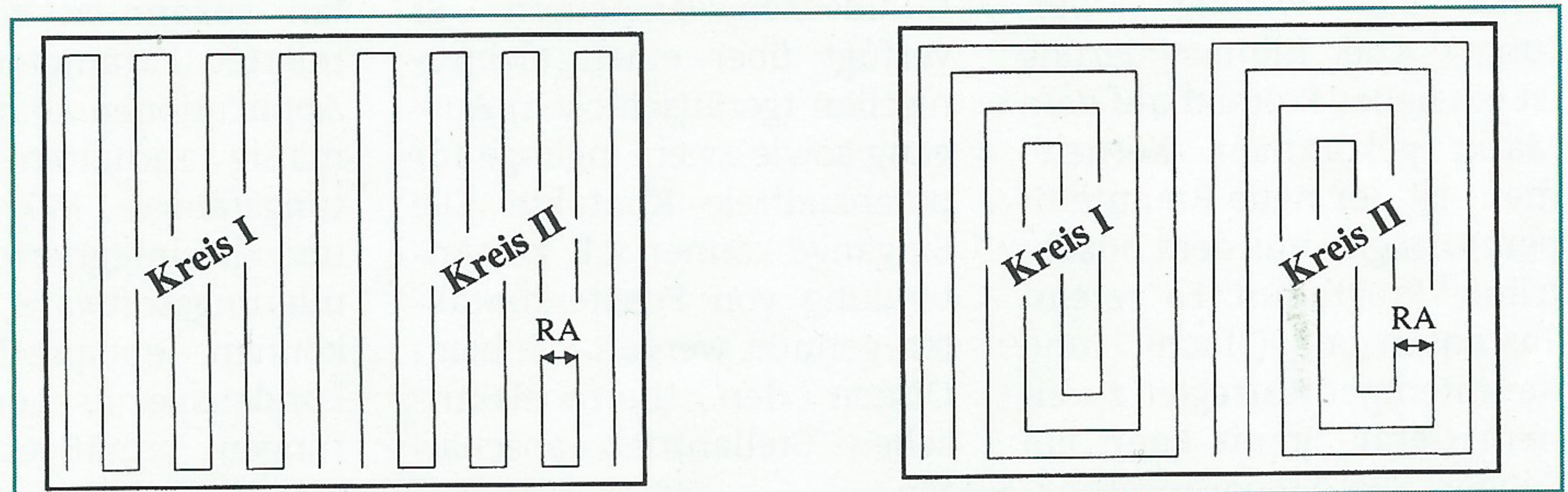


Bild 1

Konventionelle Rohranordnungen in einem Bauteil

links: mäanderförmige Verlegung

rechts: spiralförmige Verlegung (Vor- und Rücklauf sind stets abwechselnd verlegt). Die Rohrabstände RA sind in beiden Bildern nicht maßstäblich dargestellt

Bild 2 geplant. Die Meinungen über die Wirksamkeit waren sehr differenziert, wobei die Kontrahenten keine wissenschaftlichen Berechnungen vorlegten, sondern vorwiegend emotional urteilten. Die angesprochene Diskussion wurde für den stationären Kühlfall geführt. Sie soll nachfolgend tiefgründig untersucht werden.

Die instationären Verhältnisse zu bewerten ist wenig praktikabel, da die Randbedingungen infolge unterschiedlicher Raumbelastungen kaum reproduzierbar auftreten. Für die Aufladung der Speichermasse sind Bereiche nahe an der Vorlaufverteilung selbstverständlich bevorzugt. D. h., eine raumweise Zuordnung der Stromkreise würde eine Vergleichmäßigung der Verhältnisse bewirken, vorausgesetzt die zeitlichen Lastverläufe wären für die einzelnen Räume auch identisch.

Die stationären Verhältnisse treten näherungsweise nach langer Ladezeit bei konstanten thermischen Bedingungen auf. Sie stellen somit zwar einen Sonderfall dar, es ist aber dennoch interessant, die örtliche Verteilung der Wärmestromdichten in Abhängigkeit der Rohrverlegung zu kennen, um daraus eventuell Gestaltungsvorschläge für die Rohrführung abzuleiten.

Bei der weiteren Betrachtung wird sich auf den Extremfall gemäß Bild 2 konzentriert. Die sehr komplexe Untersuchung werde in verifizierbaren Schritten vorgenommen.

Eindimensionale Wärmeleitung in Rippen

Die Temperaturverteilung in einer Rippe mit vorgegebenen Temperaturen an ihren Begrenzungsflächen folgt der Beziehung

$$t = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \frac{\kappa_a}{\kappa_a + \kappa_i} (t_a - t_i) + t_i \quad (1)$$

Ihre Ableitung ist bekannt und beispielsweise in [1; 2] ausführlich dargestellt. Die charakteristischen Größen finden sich im **Bild 3**. Die Konstanten C_1 und C_2 sind aus den Randbedingungen, d. h. aus den Temperaturen t_{R1} am Rippenanfang ($x = 0$) und t_{R2} am Rippenende ($x = l$) zu ermitteln. Die Temperaturen werden von den anliegenden Rohren R1 und R2, d. h. von der Vor- und Rücklaufleitung aufgeprägt.

Die fußbodenseitigen und deckenunterseitigen Wärmeübergangskoeffizienten (Konvektion und Strahlung) sollten üblicherweise nach austauschbaren Unterprogrammen in Abhängigkeit der Über-temperaturen berechnet werden, beispielsweise gemäß der Basiskennlinie für Fußbodenheizung, für Deckenkühlung usw. [3]. Bei der weiteren Untersuchung werden die Wärmeübergangskoeffizienten α_i und α_a jedoch zur Rechnungsvereinfachung (keine Iterationen) als konstant vorgegebenen.

Die Wärmeleitwiderstände der sogenannten Deckschichten (z. B. Bodenbelag) in Reihe zu den Wärmeübergangswiderständen werden gemeinsam mit diesen zu Teilwärmedurchgangskoeffizienten zusammengefasst:

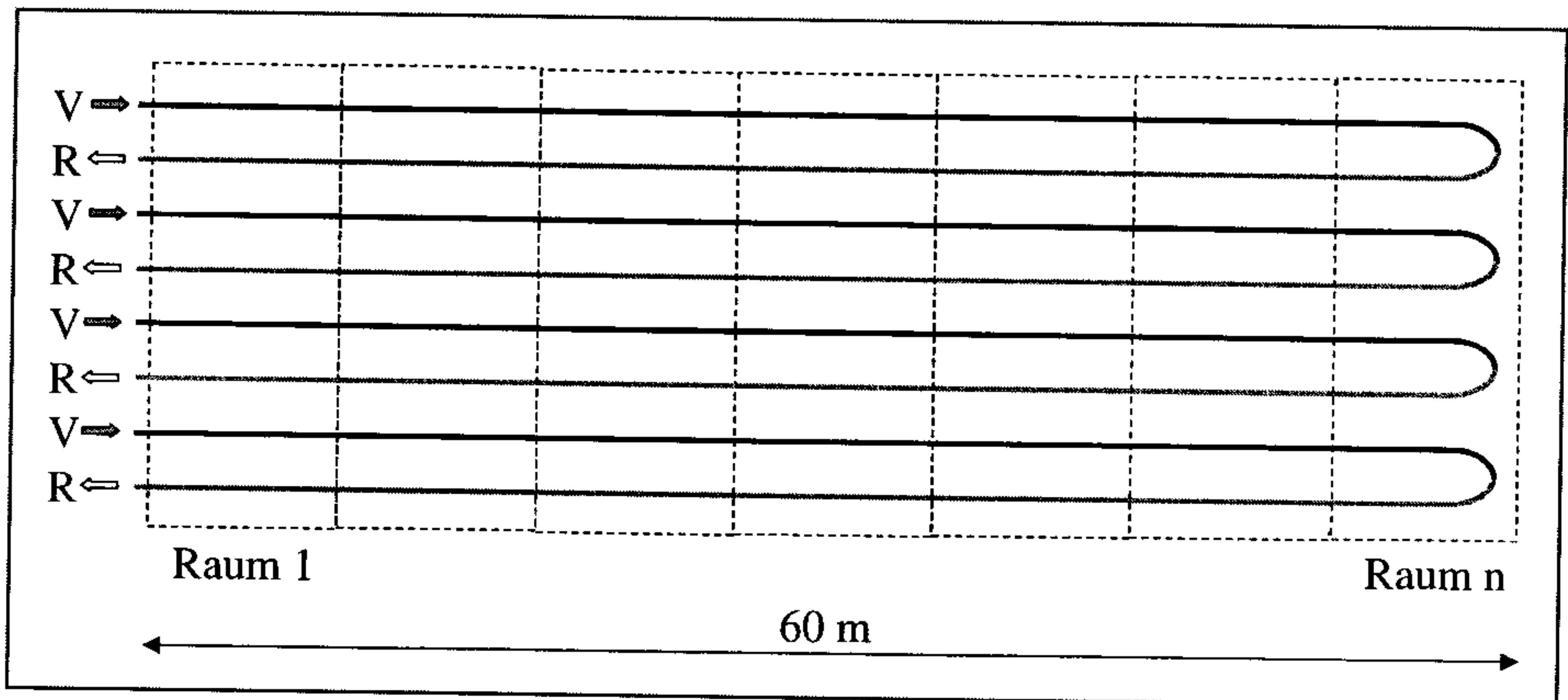


Bild 2

Sonderfall einer Rohrverlegung in Schleifenform (Haarnadelprinzip). Jede Schleife wird an die Vorlaufverteil- und an die Rücklaufsammelleitung angeschlossen. Die Rohrbelegung geht über mehrere Räume hinweg

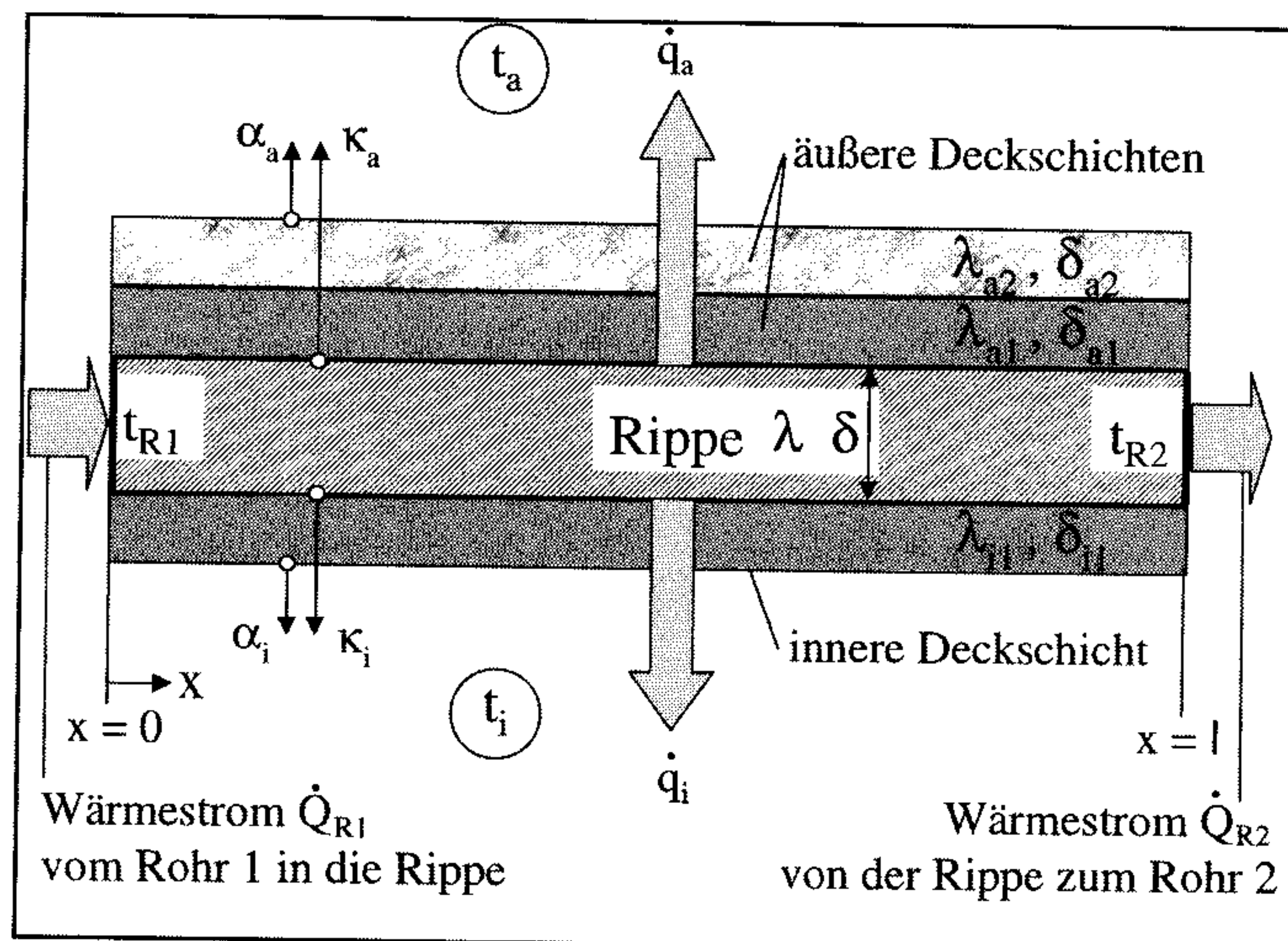


Bild 3

Schematischer Aufbau einer Rippe mit Kennzeichnung der charakteristischen geometrischen und wärmetechnischen Größen

$$\kappa_i = \left[\frac{1}{\alpha_i} + \sum \left(\frac{\delta}{\lambda} \right)_i \right]^{-1}; \quad \kappa_a = \left[\frac{1}{\alpha_a} + \sum \left(\frac{\delta}{\lambda} \right)_a \right]^{-1} \quad (2)$$

Kennzeichnend für die Modellierung sind:

- Die Wärmeleitung in der Rippe erfolgt eindimensional zwischen den Rippenenden (Rohren).
- Die Wärmeleitung in den Deckschichten erfolgt ebenfalls eindimensional, jedoch rechtwinklig zur Rippe.

Die in Gl. (1) vermerkte Größe m stellt lediglich eine Abkürzung dar:

$$m = \sqrt{\frac{\kappa_a + \kappa_i}{\delta \lambda}} \quad (3)$$

Die Temperaturverteilung in der Rippe nach Gl. (1) ergibt sich nach Einarbeitung der Randbedingungen t_{R1} am Ort $x = 0$ und t_{R2} am Ort $x = l$ zu

$$t = (t_{R1} - t_i - HG) \frac{\cosh \left[m \left(\frac{l}{2} - x \right) \right]}{\cosh \left(m \frac{l}{2} \right)} + HG - (t_{R1} - t_{R2}) \frac{\sinh (m x)}{\sinh (m l)} + t_i \quad (4)$$

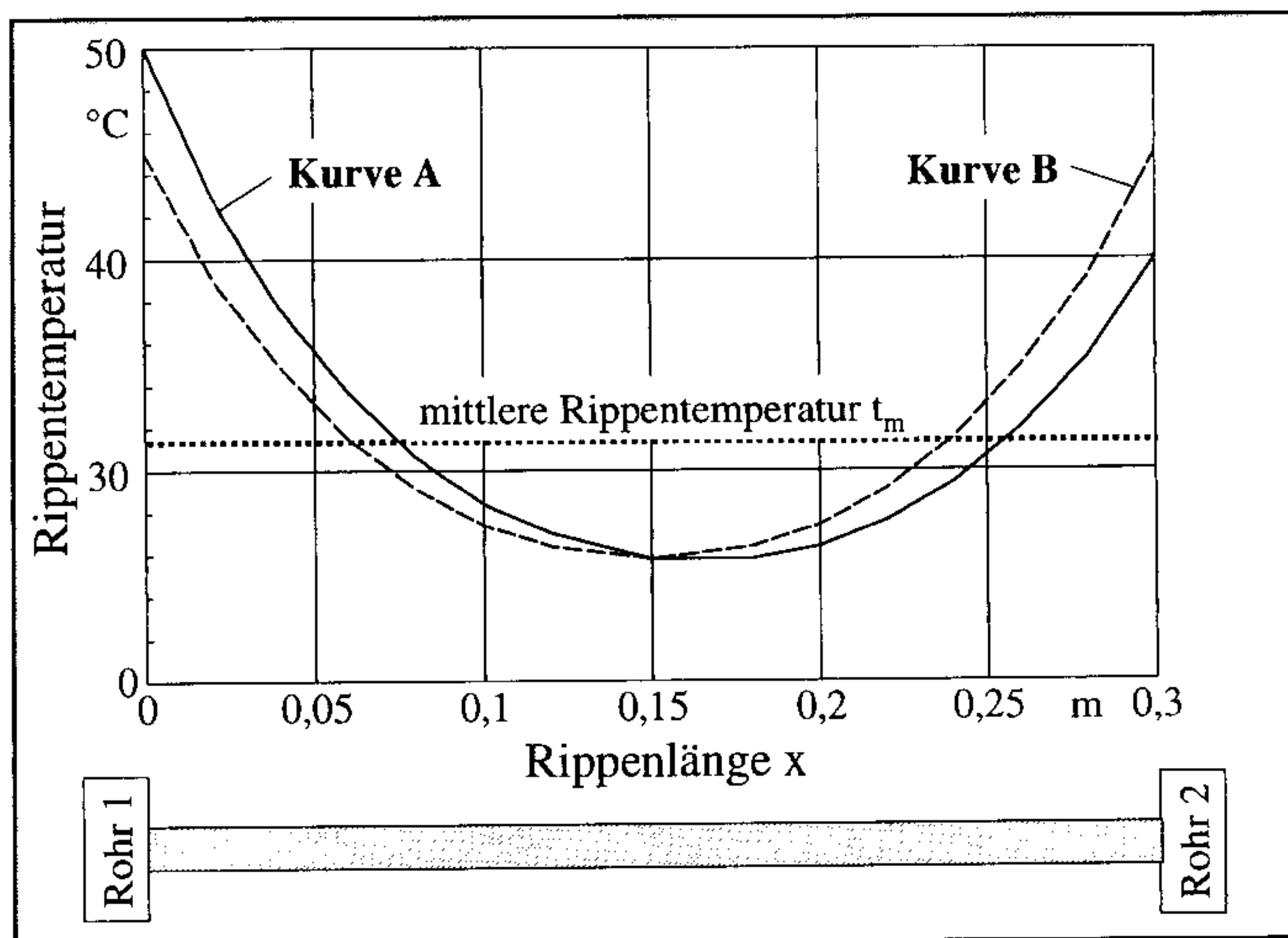


Bild 4

Temperaturverläufe in der Massivrippe und mittlere Temperatur
 Kurve A: ungleiche Rippenendtemperaturen $t_{R1} = 50 \text{ °C}$ sowie $t_{R2} = 40 \text{ °C}$;
 Kurve B: gleiche Rippenendtemperaturen (Mittelwert aus vorhergehendem Fall) $t_R = t_{R1} = t_{R2} = 45 \text{ °C}$; mittlere Rippentemperatur ist in beiden Fällen gleich groß $t_m = 31,5 \text{ °C}$

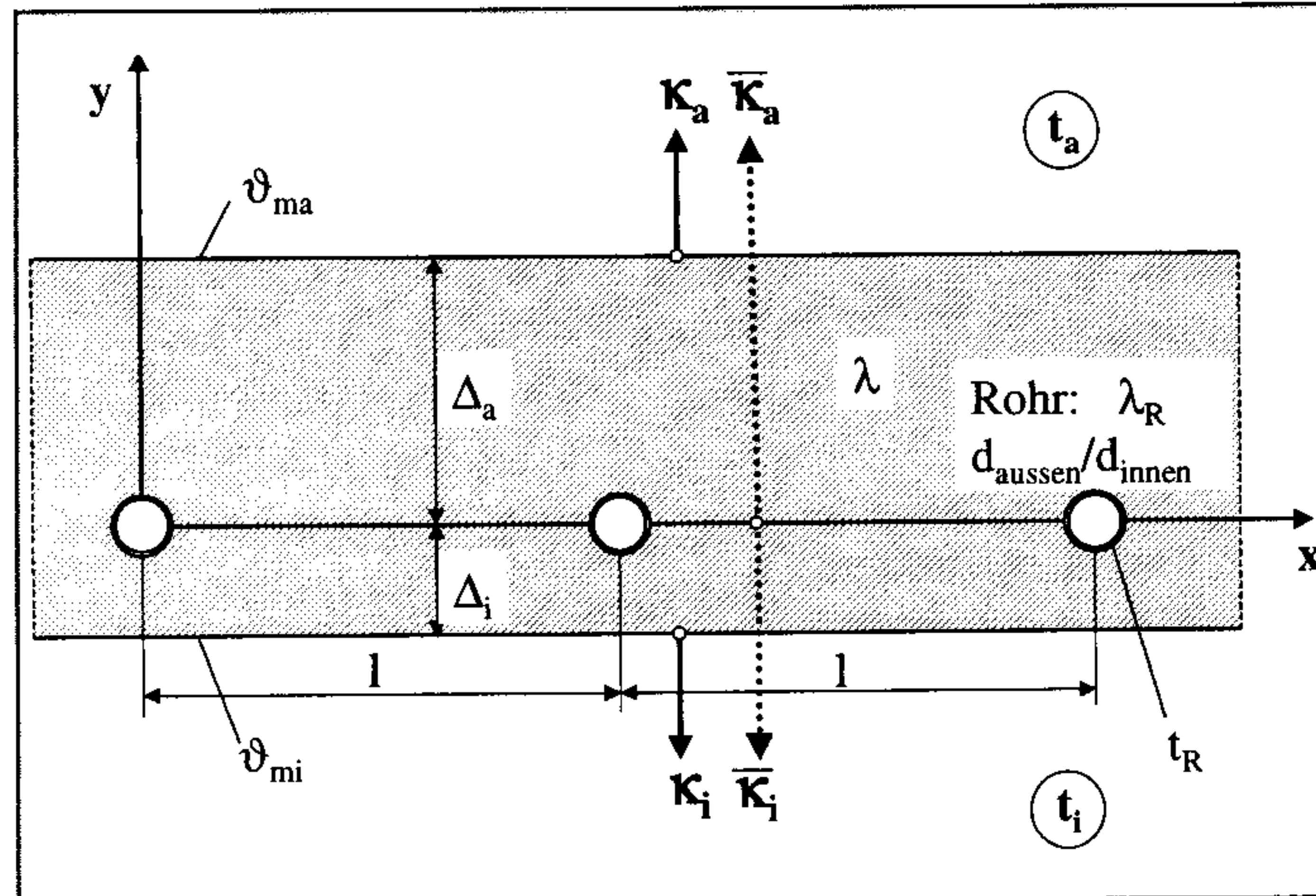


Bild 5

Querschnitt durch eine Massivplatte mit Rohrregister und Kennzeichnung der geometrischen und wärmetechnischen Größen als Grundlage für die Berechnung der zweidimensionalen Temperaturverteilung im homogenen Massivbauteil ϑ_{mi} und ϑ_{ma} stellen die mittleren Übertemperaturen an den Oberflächen des Bauteils bezogen auf t_i dar. Eventuelle Deckschichten auf der Innen- und Außenseite analog Bild 3 schließen sich an das dargestellte Bauteil an

mit

$$HG = \frac{\kappa_a}{\kappa_a + \kappa_i} (t_a - t_i) \quad (5)$$

Für den Fall gleicher Umgebungstemperaturen und gleicher Rippenendtemperaturen erhält man als Temperaturverlauf die sogenannte Kettenlinie.

Bezüglich der Wärmeleistung ist die mittlere Rippentemperatur, die als integrales Mittel gebildet wird, von Interesse. Sie lautet:

$$t_m = \left(\frac{t_{R1} + t_{R2}}{2} - t_i - HG \right) \frac{\tanh\left(m \frac{l}{2}\right)}{m \frac{l}{2}} + HG + t_i \quad (6)$$

Die Wärmestromdichten von der Rippe an die Räume betragen:

$$\dot{q}_i = \kappa_i (t_m - t_i) \text{ und } \dot{q}_a = \kappa_a (t_m - t_a) \quad (7)$$

Beispiel 1

Ein quantitatives Beispiel ist [1] entnommen. Eine Massivrippe (z.B. Estrich) mit den Merkmalen $\delta = 0,040 \text{ m}$, $l = 0,300 \text{ m}$, $\lambda = 1,16 \text{ W/(m K)}$, $\kappa_a = 1,4 \text{ W/(m}^2\text{K)}$, $\kappa_i = 6,3 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ wird an den Enden auf $t_{R1} = 50 \text{ °C}$ sowie $t_{R2} = 40 \text{ °C}$ gehalten. Die Umgebungstemperaturen betragen $t_i = 20 \text{ °C}$ und $t_a = 10 \text{ °C}$. Der Temperaturverlauf nach Gl. (4) ist im **Bild 4** dargestellt (Kurve A). Mittelt man die Rippenendtemperaturen (quasi die Vor- und Rücklauftemperatur) zu $t_R = t_{R1} = t_{R2} = 45 \text{ °C}$, so ergibt sich nach Auswertung von Gl. (4) der symmetrische Temperaturverlauf nach Kurve B. Die mittlere Rippentemperatur ist in beiden Fällen gemäß Gl. (6) $t_m = 31,5 \text{ °C}$.

Aussage 1:

Die mittlere Rippentemperatur hat die gleiche Größe, wenn anstelle der ungleichen Rippenendtemperaturen t_{R1} und t_{R2} deren arithmetischer Mittelwert $t_R = (t_{R1} + t_{R2})/2$ eingesetzt wird.

Dies ist der Grund dafür, dass man die Wärmestromdichten von Fußbodenheizungen üblicherweise mit einer einheitlichen Wassertemperatur – gebildet als Mittelwert aus der Vor- und Rücklauftemperatur – berechnet.

In erster Näherung gilt somit für die Rohrführung nach Bild 2, dass an jeder Stelle der Mittelwert aus Vor- und Rücklauftemperatur gleich ist, und sich somit die gleiche Wärmestromdichte ergibt.

Diese Schlussfolgerung ist zwar fundamental richtig, sie beinhaltet jedoch einige Annahmen, deren Einfluss im Weiteren überprüft werden muss. Im Gegensatz zu den Annahmen gelten beispielsweise die Tatsachen:

- In der Massivrippe erfolgt in der Realität eine zweidimensionale Wärmeleitung.
- Die Wärmetransportwiderstände von der Rippe bis zum Fluid (Wasser in den Rohren) und die zugehörigen Temperaturdifferenzen sind an den beiden Rippenenden (Vor- und Rücklauf) unterschiedlich.
- Der Temperaturabfall oder -anstieg des Fluids längs der Rohre ist nicht gleichmäßig.

Zweidimensionale Wärmeleitung in Massivbauteilen

In dicken Massivbauteilen mit eingegossenen Rohrregistern liegt eine zweidimensionale Wärmeleitung vor. Eine analytische Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung, die eine Reihenentwicklung enthält, stammt von Faxén. Die Ableitung ist in [1] detailliert wiedergegeben. Die Bezugsgrößen finden sich im **Bild 5**.

Die Teilwärmegangskoeffizienten κ_i und κ_a gelten weiterhin nach Gl. (2) zusammenfassend für die Deckschichten und den raumseitigen Wärmeübergang. Bezogen auf die Ebene der Rohrachsen werden definiert:

$$\bar{\kappa}_a = \left[\frac{1}{\kappa_a} + \frac{\Delta_a}{\lambda} \right]^{-1}; \quad \bar{\kappa}_i = \left[\frac{1}{\kappa_i} + \frac{\Delta_i}{\lambda} \right]^{-1} \quad (8)$$

Für die mittleren Übertemperaturen an den Oberflächen des Massivbauteils bezogen auf t_i bzw. t_a gelten mit der Differenz der Umgebungstemperaturen $\Delta = t_a - t_i$ die Beziehungen:

$$\vartheta_{mi} = \frac{A \pi \lambda}{l \kappa_i} (1 - G_a) + \Delta \frac{\frac{1}{\kappa_i}}{\frac{1}{\bar{\kappa}_a} + \frac{1}{\bar{\kappa}_i}} \quad (9)$$

$$\vartheta_{ma} = \frac{A \pi \lambda}{l \kappa_a} (G_a + 1) + \Delta \frac{\frac{1}{\kappa_a}}{\frac{1}{\bar{\kappa}_a} + \frac{1}{\bar{\kappa}_i}} \quad (10)$$

Aufwendig gestaltet sich die Ermittlung der Konstanten A. Sie beinhaltet eine Summenbildung:

$$A = \frac{t_R - t_i - \Delta \frac{\bar{\kappa}_a}{\bar{\kappa}_a + \bar{\kappa}_i}}{\ln\left(\frac{l}{\pi d_{\text{aus}}}\right) - \frac{\pi}{l} G_i + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{g_a(s) + g_i(s)}{s}} \quad (11)$$

Weiterhin gelten mit den Abkürzungen $h_i = \kappa_i / \lambda$ und $h_a = \kappa_a / \lambda$:

$$G_a = \frac{\bar{\kappa}_a - \bar{\kappa}_i}{\bar{\kappa}_a + \bar{\kappa}_i} \quad (12)$$

$$G_i = \frac{-2 \lambda}{\bar{\kappa}_a + \bar{\kappa}_i} \quad (13)$$

$$g_a(s) = \frac{\frac{h_a l + 2 \pi s}{h_a l - 2 \pi s} e^{-\frac{4 \pi s}{l} \Delta_i} - e^{-\frac{4 \pi s}{l} (\Delta_i + \Delta_a)}}{e^{-\frac{4 \pi s}{l} (\Delta_i + \Delta_a)} - \frac{h_a l + 2 \pi s}{h_a l - 2 \pi s} \frac{h_i l + 2 \pi s}{h_i l - 2 \pi s}} \quad (14)$$

$$g_i(s) = \frac{\frac{h_i l + 2 \pi s}{h_i l - 2 \pi s} e^{-\frac{4 \pi s}{l} \Delta_a} - e^{-\frac{4 \pi s}{l} (\Delta_i + \Delta_a)}}{e^{-\frac{4 \pi s}{l} (\Delta_i + \Delta_a)} - \frac{h_a l + 2 \pi s}{h_a l - 2 \pi s} \frac{h_i l + 2 \pi s}{h_i l - 2 \pi s}} \quad (15)$$

Bei den üblichen Deckenkonstruktionen ist eine Summation bis $s = 25$ ausreichend.

Damit berechnen sich die Wärmestromdichten zu:

$$\dot{q}_i = \kappa_i \vartheta_{mi} \quad \text{und} \quad \dot{q}_a = \kappa_a \vartheta_{ma} \quad (16)$$

Diese Wärmestromdichten beziehen sich auf die äußere Rohrwandtemperatur t_R . Gegeben ist aber die Fluidtemperatur im Rohr $\bar{t}_F$. Für diesen Zusammenhang gilt:

$$\bar{t}_F = t_R + \frac{(\dot{q}_i + \dot{q}_a) l}{\pi d_{\text{innen}}} \left[\frac{1}{\alpha_F} + \frac{d_{\text{innen}}}{2 \lambda_R} \ln \frac{d_{\text{aus}}}{d_{\text{innen}}} \right] \quad (17)$$

Der wasserseitige Wärmeübergang im Rohr wird nach den üblichen Zusammenhängen [4] für die Rohrströmung ohne Beachten der Ortsabhängigkeit bestimmt:

laminarer Bereich ($Re < 2300$)

$$Nu = (49,028 + 4,173 Re Pr d_{\text{innen}} / L_R)^{0,333} \quad (18)$$

turbulenter Bereich ($Re \geq 2300$)

$$Nu = \frac{B (Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 B^{0,5} (Pr^{0,667} - 1)} \left(1 + \left(\frac{d_{\text{innen}}}{L_R} \right)^{0,667} \right) \quad (19)$$

mit $B = (5,15 \lg Re - 4,64)^{-2}$ und gerader Rohrlänge L_R

$$\alpha_F = Nu \lambda_{\text{fluid}} / d_{\text{innen}} \quad (20)$$

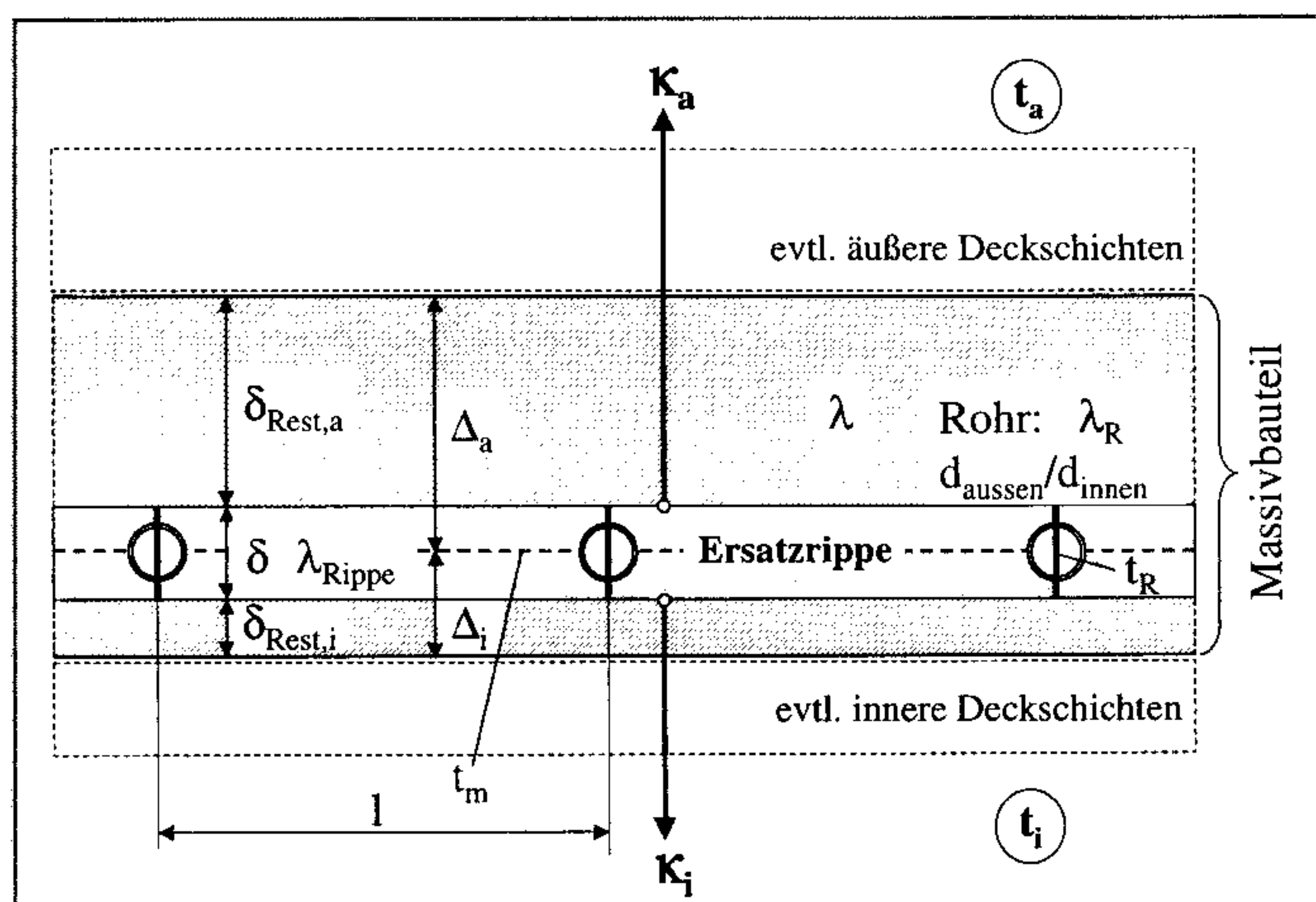


Bild 6

Massivbauteil mit den realen Abmessungen Δ_i und Δ_a sowie der Wärmeleitfähigkeit λ mit einem integrierten Rohrregister und Modellierung einer Ersatzrippe der Dicke $\delta = \pi d_{\text{aus}} / 2$ und der Wärmeleitfähigkeit λ_{Rippe}

Die Stoffwerte für Wasser sind als temperaturabhängige Approximationsgleichungen in [5] enthalten.

Der dargestellte Algorithmus ist zu einem Rechenprogramm verknüpft worden, wobei zur rationellen Lösung des endgültigen Zusammenhanges zwischen Wassertemperatur und Wärmestromdichten an die Räume eine Iteration mit der Zwischengröße Rohrtemperatur sinnvoll war.

Aussage 2:

Die Berechnung der Wärmestromdichte auf der Grundlage der zwei-dimensionalen Wärmeleitung ist bei dicken Bauteilen mit eingeformten Rohrregistern unerlässlich. Die zusätzliche Beachtung des wasserseitigen Wärmeübergangs liefert sehr genaue Simulationsergebnisse, wie die Verifikationen mit Ergebnissen für Fußbodenheizungen erbracht [2].

Nachteilig bei dem vorgestellten Algorithmus sind erstens der sehr große Berechnungsaufwand und zweitens die Tatsache, dass die Faxén'sche Lösung von gleichen Fluidtemperaturen in allen Rohren des Rohrregisters ausgeht.

Im Weiteren wird versucht, aus den exakten Ergebnissen der vorgestellten Berechnung eine Ersatzrippe zu modellieren, die mit nur einer eindimensionalen Wärmeleitbetrachtung zu gleichen Wärmestromdichten führt. Falls dies gelingt, können mit relativ einfacher Berechnung auch unterschiedliche Fluidtemperaturen in den Rohren Berücksichtigung finden.

Modellierung einer Ersatzrippe

Die Ersatzrippe geht von einer Rippendicke δ aus, die dem halben äußeren Rohrumfang entspricht

$$\delta = \pi d_{\text{aus}} / 2 \quad (21)$$

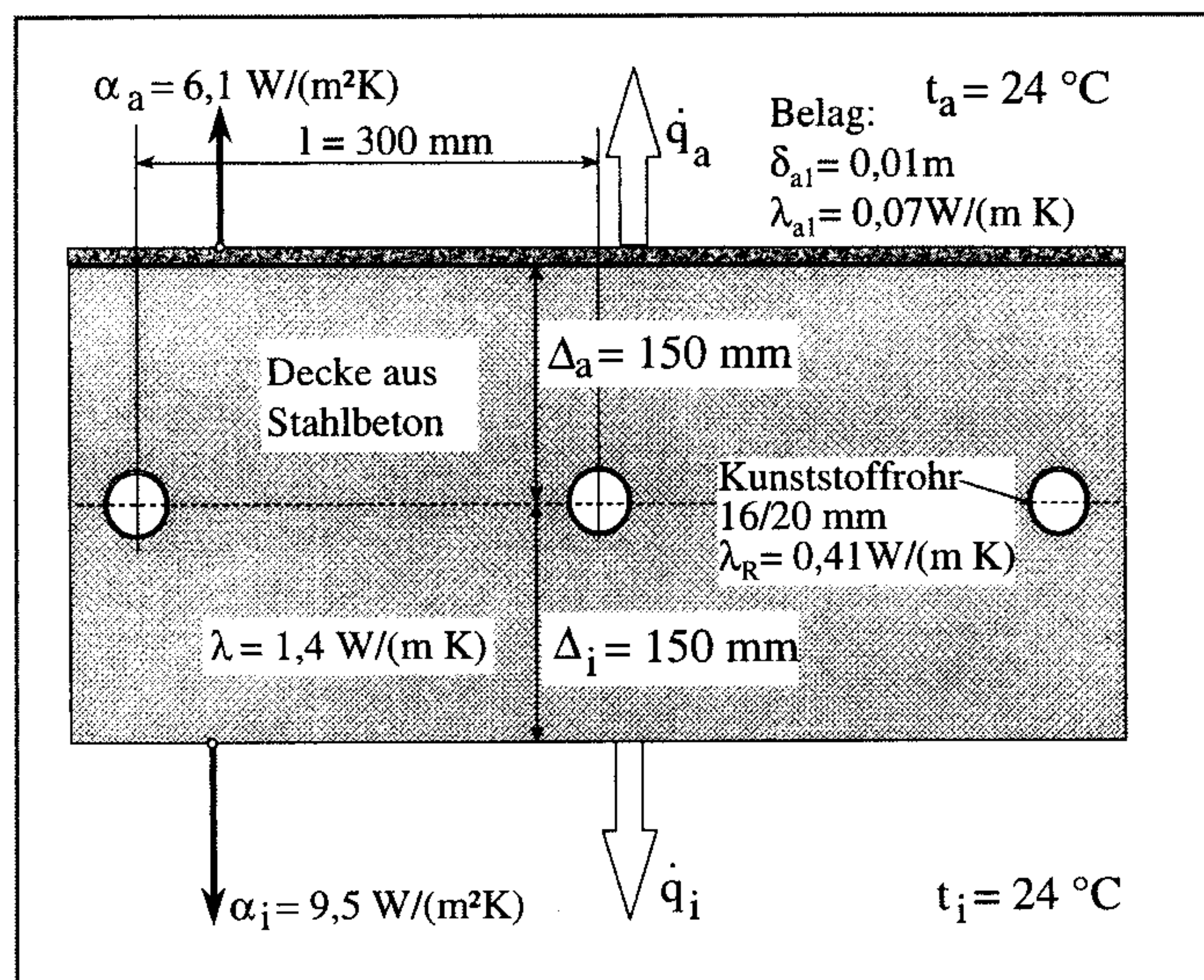
Die Restdicke des Massivbauteils (z. B. der Decke) wird aufgeteilt und quasi den Deckschichten gemäß Bild 3 zugeordnet.

Es gelten mit den im Bild 5 verwendeten Größen Δ_i und Δ_a :

$$\delta_{\text{Rest},i} = \Delta_i - \delta/2 \quad \text{und} \quad \delta_{\text{Rest},a} = \Delta_a - \delta/2 \quad (22)$$

Bild 7

Massivdecke mit einbetonierten Kunststoffrohren die im Beispiel 2 untersucht wird



Die Ersatzrippe ist im Bild 6 skizziert.

Die Wärmeleitwiderstände der Restdicken des Massivbauteils werden den Teilwärmedurchgangskoeffizienten analog Gl. (2) zugerechnet, wodurch folgende Neudefinitionen gelten:

$$\kappa_i = \left[\frac{1}{\alpha_i} + \sum \left(\frac{\delta}{\lambda} \right) + \frac{\delta_{\text{Rest},i}}{\lambda} \right]^{-1}; \kappa_a = \left[\frac{1}{\alpha_a} + \sum \left(\frac{\delta}{\lambda} \right) + \frac{\delta_{\text{Rest},a}}{\lambda} \right]^{-1} \quad (23)$$

Ausgehend von der Summe der Wärmestromdichten $\dot{q} = \dot{q}_i + \dot{q}_a$ nach der exakten Berechnung gemäß Gl. (16) wird mit dem Rippenmodell (s. weiter oben) für die Ersatzrippe mit der Dicke δ eine neue, fiktive Wärmeleitfähigkeit λ_{Rippe} bestimmt, die ebenfalls $\dot{q}$ ergibt. Hierzu sind Iterationen erforderlich, da nach Gl. (3) die Wärmeleitfähigkeit in der Größe m enthalten ist, und m aus Gl. (6) nicht explizit ermittelt werden kann.

Als Rippenendtemperatur bei $x = 0$ und $x = l$ wird die äußere Rohrwandtemperatur t_R verwendet. Eine Kontrollrechnung mit dem Algorithmus der normalen Rippentheorie schließt sich an. Der Zusammenhang zwischen Fluidtemperatur und äußerer Rohrwandtemperatur entspricht auch in diesem Fall der Gl. (17).

Beispiel 2

Bild 7 zeigt eine Massivdecke von 300 mm Dicke mit symmetrisch eingebrachtem Rohrregister. Die Wassertemperaturen betragen abwechselnd von Rohr zu Rohr: $t_{F1} = 16^\circ\text{C}$, $t_{F2} = 20^\circ\text{C}$. Man stelle sich dabei eine Verlegung nach Bild 2 vor, wobei der Bereich unmittelbar an

den Anschlussleitungen betrachtet werden soll. Die genannten Fluidtemperaturen entsprechen somit der Vor- bzw. der Rücklauftemperatur. Die Wassergeschwindigkeit betrage $w = 0,3 \text{ m/s}$, und die gerade Rohrlänge sei $L_R = 60 \text{ m}$. Alle

weiteren geometrischen und wärmetechnisch relevanten Größen sind aus Bild 7 er-

sichtlich.

Es sind die Wärmestromdichten bei Annahme einer zweidimensionalen Wärmeleitung zu berechnen, wobei die Wassertemperatur in den Rohren dem Mittelwert aus der Vor- und Rücklauftemperatur $t_F = 18^\circ\text{C}$ entspricht. Anschließend ist eine Ersatzrippe zu modellieren, die zu den gleichen Wärmeleistungs- und Temperaturverhältnissen führt.

Es folgen die Ergebnisse:

- Wärmeübergangskoeffizienten im Rohr: $\alpha_{F1} = 1335,5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$; $\alpha_{F2} = 1447,8 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
Mittelwert: $\alpha_F = 1391,7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
- äußere Rohrwandtemperatur: $t_R = 18,8^\circ\text{C}$
- Wärmestromdichten: $\dot{q}_i = -17,7 \text{ W/m}^2$; $\dot{q}_a = -9,1 \text{ W/m}^2$; $\dot{q} = -26,78 \text{ W/m}^2$.

Die Modellierung der Ersatzrippe geht von der Dicke $\delta = 0,0314 \text{ m}$ aus. Die weitere iterative Berechnung ergab eine fiktive Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{\text{Rippe}} = 3,662 \text{ W/(m K)}$.

Eine weiterführende Kontrollrechnung mit dem Algorithmus für eine normale Rippe (s. weiter oben) lieferte:

- Wärmestromdichten: $\dot{q}_i = -17,9 \text{ W/m}^2$; $\dot{q}_a = -8,9 \text{ W/m}^2$; $\dot{q} = -26,78 \text{ W/m}^2$.

Aussage 3:

Die Modellierung einer Ersatzrippe unter der Randbedingung der gleichen Gesamtwärmestromdichte wie bei der exakten Berechnung mittels zweidimensionaler Wärmeleitung ist ohne weiteres möglich. Dies ist auch folgerichtig, da es sich um eine stationäre Betrachtung handelt. Die Wahl der Wassergeschwindigkeit in den Rohren beeinflusst das Ergebnis für die fiktive Wärmeleitfähigkeit der Ersatzrippe nicht, da der Wärmetransport von der Rohraußenwand bis zum Fluid im exakten Modell und im Ersatzmodell gleichermaßen simuliert wird.

Die Einzelwerte $\dot{q}_i$ und $\dot{q}_a$ zeigen geringe Abweichungen gegenüber der Originalrechnung, die Summe stimmt jedoch genau überein. Die geringen Unterschiede der Einzelwerte resultieren aus den willkürlichen Annahmen für $\delta_{\text{Rest},i}$ und $\delta_{\text{Rest},a}$ nach Gl. (22) sowie deren Weiterverarbeitung in Gl. (23).

Im Weiteren ist zu überprüfen, wie sich das Ersatzmodell bei ungleichen Wassertemperaturen in den Rohren gemäß dem Realfall verhält.

Untersuchung der Ersatzrippe bei ungleichen Wassertemperaturen

Nachdem eine gute Übereinstimmung zwischen exakter Modellierung und der Verwendung einer definierten Ersatzrippe für gleiche Wassertemperaturen in den Rohren nachgewiesen wurde, wird das Ersatzmodell zur Berechnung der Wärmeströme bei ungleichen Fluidtemperaturen verwendet.

Zur Ermittlung der Wärmestromdichten von der Rippe an die Räume $\dot{q}_i$ und $\dot{q}_a$ könnten die Gln. (6) und (7) Anwendung finden. Dabei bliebe aber unbekannt, welche Wärmeströme aus den Wasserströmen im Rohr 1 bzw. 2 entnommen würden. Aber gerade diese Größen werden benötigt, um den Temperaturabfall längs der Rohrschleife (Bild 2) zu ermitteln. Es ist deshalb von Gl. (4) auszugehen, und die Temperaturgradienten dt/dx sind an den Stellen $x = 0$ und $x = l$ zu bestimmen. Nach dem Fourierschen Erfahrungsgesetz errechnen sich dann die Wärmeströme, die direkt an den Rippenenden (Rohren) gemäß der Vorzeichendefinition des Bildes 3 auftreten. Es gelten für die Rohrlänge L

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{Rohr1}} &= -\lambda \delta_{\text{Rippe}} L \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0} \quad \text{bzw.} \\ \dot{Q}_{\text{Rohr2}} &= -\lambda \delta_{\text{Rippe}} L \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=l} \end{aligned} \quad (24)$$

mit den Gradienten aus Gl. (4) gebildet

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0} = -m(t_{R1} - t_i - HG) \tanh\left(m \frac{l}{2}\right) - m(t_{R1} - t_{R2}) \frac{1}{\sinh(ml)} \quad (25)$$

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=l} = -m(t_{R1} - t_i - HG) \tanh\left(m \frac{l}{2}\right) - m(t_{R1} - t_{R2}) \frac{1}{\tanh(ml)} \quad (26)$$

wobei die Abkürzungen m und HG weiterhin nach Gl. (3) bzw. nach Gl. (5) Gültigkeit haben.

Die Gesamtwärmestromdichte $\dot{q}$ ergibt sich weiter zu:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}_{\text{Rohr1}} - \dot{Q}_{\text{Rohr2}}}{lL} \quad (27)$$

Die vorgestellten Zusammenhänge sind wiederum in einem Programmmodul zusammengefasst worden.

Beispiel 3

Die im Beispiel 2 betrachtete Deckenkühlung, die für die mittlere Wassertemperatur $t_F = 18^\circ\text{C}$ in beiden Rohren untersucht wurde, werde nunmehr mit dem Rippen-Ersatzmodell für die realen Wassertemperaturen $t_{F1} = 16^\circ\text{C}$, $t_{F2} = 20^\circ\text{C}$ betrachtet.

Die Auswertung der Gln. (24) bis (27) ergab in Kombination mit der Betrachtung der wasserseitigen Wärmeübergangskoeffizienten gemäß der Gln. (18) bis (20) und des Wärmetransports durch die Rohrwände nach Gl. (17) folgende Ergebnisse:

- Wärmeübergangskoeffizienten im Rohr: $\alpha_{F1} = 1335,5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$; $\alpha_{F2} = 1447,8 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
- äußere Rohrwandtemperaturen: $t_{R1} = 17,2^\circ\text{C}$; $t_{R2} = 20,4^\circ\text{C}$
- Wärmeströme an den Rippenenden: $\dot{Q}_{\text{Rohr1}} = -5,82 \text{ W}$; $\dot{Q}_{\text{Rohr2}} = +2,21 \text{ W}$
- Gesamtwärmestromdichte in die Räume: $\dot{q} = -26,77 \text{ W/m}^2$.

Aussage 4:

Die vorgenommene Modellierung einer Ersatzrippe bewährt sich selbstverständlich auch bei ungleichen Wassertemperaturen.

Die Gesamtwärmestromdichte gemäß Gl. (27) liefert nach Substitution der Gln. (24) bis (26) das gleiche Ergebnis wie aus der Summe der Einzelwerte nach Gl. (7) unter Verwendung von Gl. (6) folgt. Dies kann nach aufwendiger Umformung exakt gezeigt werden.

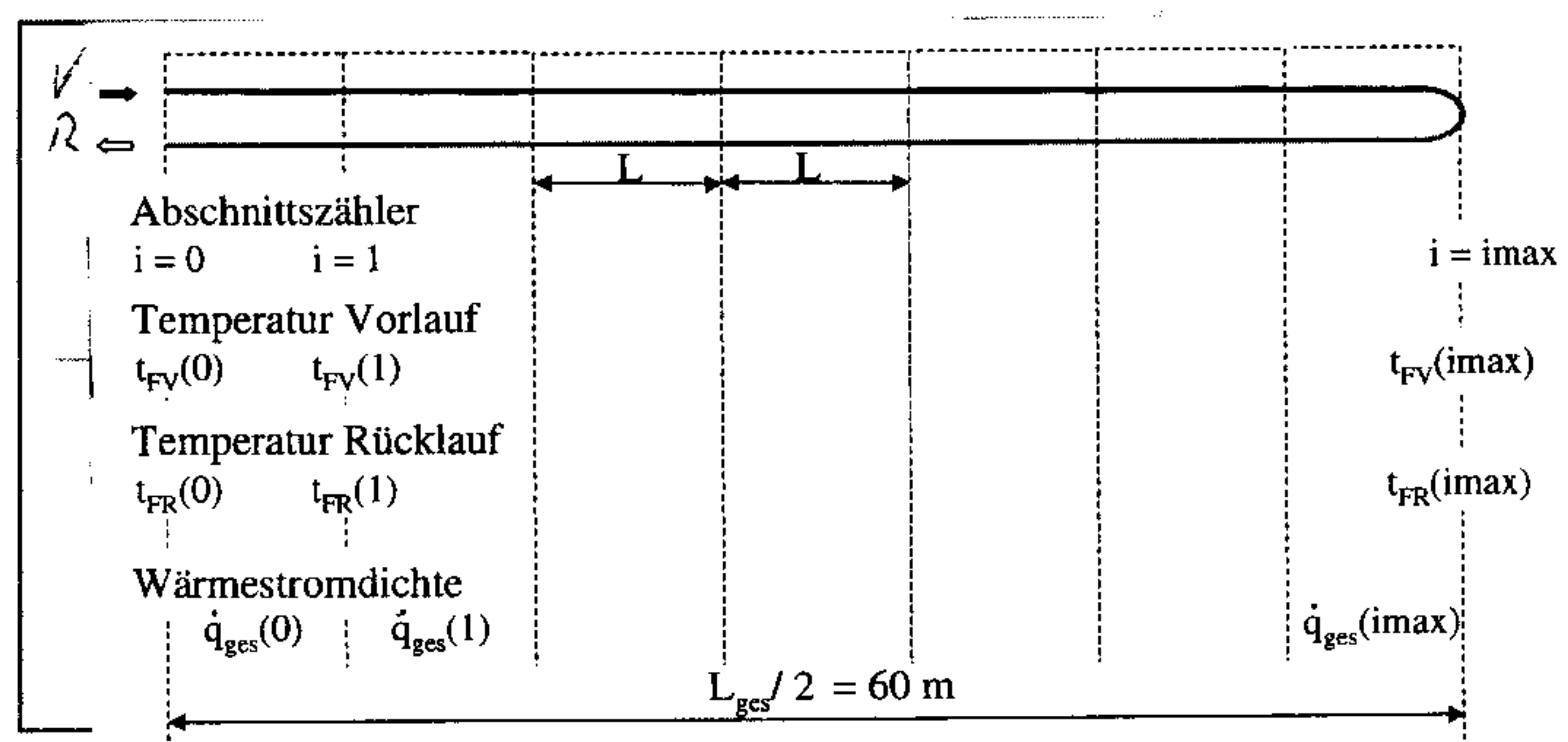


Bild 8

Rohrschleife entsprechend einer Verlegung nach Bild 2 mit Kennzeichnung der Abarbeitungsschritte, der Temperaturstufen im Vor- und Rücklauf sowie der ermittelten Gesamtwärmestromdichten

Wärmestromdichten längs einer Rohrschleife

Die wärmetechnischen Zusammenhänge zur Berechnung der Wärmestromdichten an jedem Ort der Rohrschleife sind vorgestellt, es verbleibt den programmtechnischen Ablauf zu organisieren.

Anhand des **Bildes 8** wird nachfolgend der Berechnungsablauf kurz vorgestellt:

1. Ermittlung einer ganzzahligen Maximalunterteilung $imax = \text{INT}[L_{\text{ges}} / (2 \cdot L)]$
2. Abschätzen der Gesamtwärmeleistung der Rohrschleife $\dot{Q}_{\text{ges}} = 2 l L imax \dot{q}$
3. Ermittlung des Massestromes unter Vorgabe der Temperaturspreizung $(t_{FV}(0) - t_{FR}(0))$
4. Berechnung der Geschwindigkeit w für eine mittlere Dichte
5. Beginn der Abarbeitung $i = 1$ bis $i = imax$
6. Berechnen der Wärmeübergangskoeffizienten im Rohr für $t_{FV}(i-1)$ und $t_{FR}(i-1)$
7. Schätzen der Rohraußentemperaturen t_{R1} und t_{R2}
8. Berechnung von $\dot{Q}_{\text{Rohr1}}$ und $\dot{Q}_{\text{Rohr2}}$
9. Bestimmung der zu den angenommenen Rohraußentemperaturen t_{R1} und t_{R2} gehörigen Fluidtemperaturen; weichen diese von $t_{FV}(i-1)$ bzw. $t_{FR}(i-1)$ um mehr als $0,001 \text{ K}$ ab, erfolgt eine verbesserte Schätzung und ein Rücksprung zum Schritt 8
10. Berechnung der Gesamtwärmestromdichte $\dot{q}_{\text{ges}}$ im Abschnitt i
11. Ermittlung des Temperaturanstieges bzw. des Temperaturabfalls des Fluids im Abschnitt i infolge der Rohrwärmeströme $2 \cdot \dot{Q}_{\text{Rohr1}}$ und $2 \cdot \dot{Q}_{\text{Rohr2}}$
12. Bestimmung der Wassertemperaturen $t_{FV}(i)$ bzw. $t_{FR}(i)$ am Ende des Abschnittes i (in Vorlaufrichtung betrachtet)

13. Falls bei Kühlung $t_{FV}(i) > t_{FR}(i)$ gilt, wird der Massestrom erhöht und ein Rücksprung zum Berechnungsschritt 4 vorgenommen (Im Heizfall wird der Test umgekehrt!)

14. Wenn bei Erreichen von $i = imax$ sich die Temperaturen $t_{FV}(imax)$ und $t_{FR}(imax)$ um mehr als $0,01 \text{ K}$ unterscheiden, erfolgt eine Neuberechnung des Massestromes und eine Rechnungswiederholung ab Schritt 4

15. Ausgabe der Teilergebnisse für jeden Abschnitt i : Wassertemperaturen im Vor- und Rücklauf, Temperaturänderungen im Abschnitt, Gesamtwärmestromdichte

16. Gegenüberstellung der ermittelten Wärmeabgabe für die gesamte Rohrschleife und des im Schritt 2 bestimmten Schätzwertes.

Beispiel 4

Es wird wiederum die im Bild 7 dargestellte Massivdecke im Kühlfall betrachtet. Die Vorrechnungen sowie die Berechnung der Ersatzrippe entsprechen den Beispielen 2 und 3. In **Tabelle 1** werden die detaillierten Ergebnisse für $imax = 60$ Abschnitte mitgeteilt. Die gestreckte Rohrlänge betrage 120 m . Die Vorlauftemperatur sei 16°C und die Rücklauftemperatur 20°C .

Die Geschwindigkeit ist neu ermittelt worden und korrespondiert mit dem iterativ bestimmten Massestrom. Der Ausgangswert der Geschwindigkeit betrug – wie im Beispiel 2 vorgegeben $w = 0,3 \text{ m/s}$. Die Näherung des Gesamtwärmestromes ergab sich aus einer Hochrechnung mit dem Ergebnis aus Beispiel 3, wo $\dot{q} = -26,77 \text{ W/m}^2$ ermittelt wurde. Als Bezugsfläche galt dabei $2 \cdot l \cdot L \cdot imax = 2 \cdot 0,3 \cdot 1 \cdot 60 \text{ m}^2 = 36 \text{ m}^2$.

Tabelle 1

Ergebnisse des Beispiels 4

i	$t_{F,V}(i)$ °C	$t_{F,R}(i)$ °C	$\Delta t_{V}(i)$ K	$\Delta t_{R}(i)$ K	$\dot{q}_{ges}(i)$ W/m²
0	16,00	20,00	0,000	0,000	0,0
1	16,05	19,98	-0,051	0,019	-26,7
2	16,10	19,96	-0,050	0,020	-26,6
3	16,15	19,94	-0,050	0,020	-26,6
4	16,20	19,92	-0,050	0,020	-26,5
5	16,25	19,90	-0,049	0,020	-26,4
6	16,30	19,88	-0,049	0,020	-26,4
7	16,35	19,86	-0,049	0,020	-26,3
8	16,40	19,84	-0,048	0,021	-26,2
9	16,44	19,82	-0,048	0,021	-26,2
10	16,49	19,80	-0,048	0,021	-26,1
11	16,54	19,78	-0,047	0,021	-26,1
12	16,59	19,76	-0,047	0,021	-26,0
13	16,63	19,73	-0,047	0,022	-26,0
14	16,68	19,71	-0,046	0,022	-25,9
15	16,72	19,69	-0,046	0,022	-25,8
16	16,77	19,67	-0,046	0,022	-25,8
17	16,82	19,65	-0,045	0,022	-25,7
18	16,86	19,62	-0,045	0,023	-25,7
19	16,91	19,60	-0,045	0,023	-25,6
20	16,95	19,58	-0,044	0,023	-25,6
21	16,99	19,55	-0,044	0,023	-25,5
22	17,04	19,53	-0,044	0,023	-25,5
23	17,08	19,51	-0,043	0,024	-25,5
24	17,12	19,48	-0,043	0,024	-25,4
25	17,17	19,46	-0,043	0,024	-25,4
26	17,21	19,44	-0,042	0,024	-25,3
27	17,25	19,41	-0,042	0,024	-25,3
28	17,29	19,39	-0,042	0,025	-25,2
29	17,33	19,36	-0,041	0,025	-25,2
30	17,37	19,34	-0,041	0,025	-25,2
31	17,41	19,31	-0,041	0,025	-25,1
32	17,46	19,29	-0,040	0,025	-25,1
33	17,50	19,26	-0,040	0,026	-25,1
34	17,54	19,23	-0,040	0,026	-25,0
35	17,57	19,21	-0,040	0,026	-25,0
36	17,61	19,18	-0,039	0,026	-25,0
37	17,65	19,15	-0,039	0,027	-25,0
38	17,69	19,13	-0,039	0,027	-24,9
39	17,73	19,10	-0,038	0,027	-24,9
40	17,77	19,07	-0,038	0,027	-24,9
41	17,81	19,05	-0,038	0,027	-24,9
42	17,84	19,02	-0,037	0,028	-24,8
43	17,88	18,99	-0,037	0,028	-24,8
44	17,92	18,96	-0,037	0,028	-24,8
45	17,95	18,93	-0,037	0,028	-24,8
46	17,99	18,91	-0,036	0,029	-24,7
47	18,03	18,88	-0,036	0,029	-24,7
48	18,06	18,85	-0,036	0,029	-24,7
49	18,10	18,82	-0,036	0,029	-24,7
50	18,13	18,79	-0,035	0,030	-24,7
51	18,17	18,76	-0,035	0,030	-24,7
52	18,20	18,73	-0,035	0,030	-24,7
53	18,24	18,70	-0,034	0,030	-24,7
54	18,27	18,67	-0,034	0,031	-24,6
55	18,31	18,64	-0,034	0,031	-24,6
56	18,34	18,61	-0,034	0,031	-24,6
57	18,37	18,57	-0,033	0,031	-24,6
58	18,41	18,54	-0,033	0,032	-24,6
59	18,44	18,51	-0,033	0,032	-24,6
60	18,47	18,48	-0,033	0,032	-24,6

Massestrom und mittlere Geschwindigkeit:
 $\dot{m} = 196,8 \text{ kg/h}$ $w = 0,27 \text{ m/s}$

Gesamtwärmestrom:
 $\Sigma \dot{Q}_{Rohr} = -911,9 \text{ W}$ $\dot{Q}_{ges} \text{ (Näherung)} = -963,6 \text{ W}$

Aussage 5:

Die genaue ortsabhängige Berechnung gegenüber einer überschlägigen Ermittlung unter der Annahme, dass die Mitteltemperaturen der Rippenabschnitte längs der Rohrschleife konstant sind, ergibt – wie das Beispiel 4 zeigt – für die Gesamtkühlleistung eine Minderung von 5 %.

Die Wärmestromdichte in den einzelnen Abschnitten schwankt zwischen $26,7 \text{ W/m}^2$ und $24,6 \text{ W/m}^2$. Dies ist eine Ungleichförmigkeit von 1,09.

Die Wassertemperatur am Scheitel der Rohrschleife beträgt ca. $18,5 \text{ }^\circ\text{C}$, dies bedeutet, dass der Vorlauf um $2,5 \text{ K}$, der Rücklauf nur um $1,5 \text{ K}$ erwärmt werden.

Die genannten Angaben gelten bekanntlich für eine Temperaturspreizung von 4 K ($16 \text{ }^\circ\text{C} / 20 \text{ }^\circ\text{C}$). Setzt man diese auf 2 K ($17 \text{ }^\circ\text{C} / 19 \text{ }^\circ\text{C}$) herab, folgen eine Minderleistung von ca. 1 % und eine Ungleichförmigkeit von nur 1,02. Die Wassererwärmungen betragen dabei im Vorlauf $1,1 \text{ K}$ und im Rücklauf $0,9 \text{ K}$.

Eine Spreizung von 6 K sollte nicht realisiert werden, da dann teilweise bereits laminare Strömungsverhältnisse auftreten!

Analytisches Vergleichsmodell zur Ermittlung der Wassertemperatur längs der Rohrschleife

Die Veränderung der Fluidtemperatur längs einer Heizfläche kann natürlich auch sehr gut analytisch berechnet werden. In [2] sind Beispiele für veränderlichen und konstanten Wärmedurchgangskoeffizienten detailliert wiedergegeben. Für den einfachen Fall $k = \text{const}$ gilt für die Fluidtemperatur t_F längs einer Heizfläche mit der Variablen A' bei einer Vorlauftemperatur (Eintrittstemperatur) $t_{F,V}$, einer konstanten Umgebungstemperatur t_U und für einen vorgegebenen Wärmekapazitätsstrom $\dot{C}_F$

$$t_F = (t_{F,V} - t_U) e^{-\frac{k A'}{\dot{C}_F}} + t_U \quad (28)$$

Am Ende der Heizfläche $A' = A$ ergibt sich die Rücklauftemperatur

$$t_{F,R} = (t_{F,V} - t_U) e^{-\frac{k A}{\dot{C}_F}} + t_U \quad (29)$$

Üblicherweise sind die Vor- und Rücklauftemperaturen vorgegeben, so dass aus Gl. (29) der Term $k / \dot{C}_F$ bestimmt und in Gl. (28) substituiert werden kann. Es folgt damit:

$$t_F = (t_{F,V} - t_U) e^{\frac{A'}{A} \ln \frac{t_{F,R} - t_U}{t_{F,V} - t_U}} + t_U \quad (30)$$

Dieser Temperaturverlauf stellt den Idealfall längs eines Heiz- oder Kühlrohres dar und kann deshalb zu Vergleichen genutzt werden.

Beispiel 5

Würde ein 120 m langes Rohr ohne gegenseitige Beeinflussung im Beton verlegt sein und die vorgegebene Spreizung realisiert, so ergibt sich in der Mitte der Rohrleitung ($A' / A = 0,5$) bei den in den bisherigen Beispielen betrachteten Bedingungen

$$t_{F,V} = 16 \text{ }^\circ\text{C}, t_{F,R} = 20 \text{ }^\circ\text{C} \text{ und } t_U = 24 \text{ }^\circ\text{C}$$

eine Fluidtemperatur von $t_F = 18,34 \text{ }^\circ\text{C}$.

Die numerische Simulation, die die gegenseitige thermische Beeinflussung zwischen Vor- und Rücklauf berücksichtigt, lie-

Tabelle 2

Zusammenstellung berechneter Deckenkonstruktionen (Nicht angegebene Größen entsprechen den im Bild 7 vermerkten Werten.)

L_{ges} m	l mm	d_{innen} mm	d_{ausen} mm	$t_{F,V}$ °C	$t_{F,R}$ °C	$\dot{q}_{\text{max}}$ W/m ²	$\dot{q}_{\text{min}}$ W/m ²	$\frac{\dot{q}_{\text{max}}}{\dot{q}_{\text{min}}}$ –	Strömung –	$t_{F,\text{Scheitel}}$ °C	$\frac{\dot{Q}_{\text{Rohr1,max}}}{\dot{Q}_{\text{Rohr2,min}}}$ –
120	300	16	20	16	20	– 26,7	– 24,6	1,085	turbulent	18,47	2,68
				17	19	– 27,0	– 26,5	1,019	turbulent	18,11	1,62
				15	21	– 23,7	– 21,4	1,107	laminar	19,10	3,95
120	150	16	20	16	20	– 34,7	– 29,9	1,161	turbulent	18,85	8,13
				17	19	– 35,3	– 34,1	1,035	turbulent	18,20	2,40
120	150	13	17	16	20	– 33,9	– 29,4	1,153	turbulent	18,80	6,30
				17	19	– 34,3	– 33,2	1,033	turbulent	18,19	2,09
60	150	13	17	16	20	– 30,9	– 27,1	1,140	laminar	18,73	5,00
				17	19	– 34,0	– 32,9	1,033	turbulent	18,19	2,19

ferte gemäß Beispiel 4 am Scheitel der Rohrschleife die Wassertemperatur $t_{F,\text{exakt}} = 18,47 \text{ °C}$.

Setzt man die mittleren Untertemperaturen am Beginn und in der Mitte der Rohrschleife ins Verhältnis, so kann die Ungleichförmigkeit der Wärmestromdichten abgeschätzt werden. Der analytisch ermittelte Idealwert ergibt

$$\frac{18 - 24}{18,34 - 24} = 1,06.$$

Dagegen folgt aus der Simulation gemäß den Temperaturverhältnissen

$$\frac{18 - 24}{18,47 - 24} = 1,085.$$

was auch das direkte Verhältnis der Wärmestromdichten $26,7 / 24,6 = 1,085$ aussagt.

Bei verringerter Spreizung unter Beibehaltung der Mitteltemperatur

$$t_{F,V} = 17 \text{ °C}, t_{F,R} = 19 \text{ °C} \text{ und } t_U = 24 \text{ °C}$$

folgt gemäß Gl. (30) nach halber Rohrlänge die Fluidtemperatur $t_F = 18,08 \text{ °C}$. Die Simulation ergab $t_{F,\text{exakt}} = 18,11 \text{ °C}$. Die Abweichung ist hierbei sehr gering. Dies wirkt sich natürlich auf die Abschätzung der Ungleichförmigkeit der Wärmestromdichten positiv aus. Es gelten für die Simulation 1,019 und für die ungestörte Rohrverlegung gemäß dem Vergleichsmodell 1,014.

Aussage 6:

Die gegenseitige Beeinflussung zwischen der Vor- und Rücklaufleitung bewirkt eine Vergrößerung der Ungleichförmigkeit der Wärmestromdichten zwischen Anschluss

und Kehre der Rohrschleife gegenüber einer gestreckten Rohrverlegung ohne Beeinflussung. Dieser Idealfall kann nach einem einfachen analytischen Modell bestimmt werden.

Untersuchung unterschiedlicher Konstruktionen

Mit dem Simulationsmodell sind zahlreiche Decken- und Rohrkonstruktionen sowie Temperaturspreizungen untersucht worden. Parametervariationen erfolgten hinsichtlich:

- Stromkreislänge L_{ges} (120 m, 60 m)
- Rohrabstand l (300 mm, 150 mm)
- Rohrdurchmesser $d_{\text{innen}}/d_{\text{ausen}}$ (16 / 20 mm, 13 / 17 mm)
- Temperaturspreizung (4 K, 2 K, 6 K) bei der arithmetischen Mitteltemperatur von 18 °C.

Die Ergebnisse sind in **Tabelle 2** enthalten. Sie wurden durch charakteristische Verhältniswerte komplettiert. Im Einzelnen handelt es sich um die Größen:

- Gesamtwärmestromdichte zu Beginn der Rohrschleife $\dot{q}_{\text{max}}$
- Gesamtwärmestromdichte an der Kehre der Rohrschleife $\dot{q}_{\text{min}}$
- Ungleichförmigkeit der Gesamtwärmestromdichten $\dot{q}_{\text{max}}/\dot{q}_{\text{min}}$
- Temperatur im Scheitelpunkt der Rohrschleife (Kehre) $t_{F,\text{Scheitel}}$
- Verhältnis des maximalen Wärmestromes (Absolutwert für Vorlaufrohr) zum minimalen Wärmestrom (Absolutwert für Rücklaufrohr) $\dot{Q}_{\text{Rohr1,max}}/\dot{Q}_{\text{Rohr2,min}}$ im Abschnitt $i = 1$ (Beginn der Rohrschleife)
- Art der Strömungsform.

Die in der Tabelle 2 vermerkten Ergebnisse sind in vielerlei Hinsicht von Interesse. Außer der Hauptaussage über die

ortsabhängige Verteilung der Wärmestromdichte kann auch der Rohrein-satz bezüglich seiner Effizienz eingeschätzt werden.

Aussage 7:

Ein hoher Ungleichförmigkeitsgrad $\dot{q}_{\text{max}}/\dot{q}_{\text{min}}$ ist erwartungsgemäß mit einer Temperatur im Scheitelpunkt $t_{F,\text{Scheitel}}$ gepaart, die stark vom Idealwert (Rohrverlegung ohne gegenseitige Beeinflussung) abweicht, und an ein großes Verhältnis $\dot{Q}_{\text{Rohr1,max}}/\dot{Q}_{\text{Rohr2,min}}$ gekoppelt. Letzteres zeigt die ungleiche Effizienz der Wärmeleistung des Vor- und Rücklaufes besonders deutlich.

Generell ist eine kleine Temperaturspreizung anzustreben.

Diese Forderung ist umso notwendiger zu erfüllen, je besser die Wärmeleitung zwischen beiden Rohren ist, wie der Übergang von $l = 300 \text{ mm}$ zu 150 mm zeigt. Bei einer Spreizung von 4 K steigt die Ungleichförmigkeit beispielsweise von ca. 9 % auf 16 % und $\dot{Q}_{\text{Rohr1,max}}/\dot{Q}_{\text{Rohr2,min}}$ von etwa 3 auf 8 an.

Die Verwendung eines kleineren Rohrdurchmessers reduziert bei sonst gleichen Parametern die Leistung und die Ungleichförmigkeit gering.

Bei kleinen Wasserdurchsätzen infolge hoher Spreizungen und/oder kurzen Rohrlängen treten oftmals laminare Strömungsverhältnisse auf. Sie reduzieren die Wärmestromdichten deutlich, die Ungleichförmigkeiten dagegen kaum.

Kleinere Stromkreislängen gepaart mit kleinen Spreizungen stellen einen optimalen Kompromiss bezüglich Wärmestromdichten und Druckverlusten dar. Halbiert man beispielsweise die Stromkreislänge und die Spreizung, so bleiben der Massestrom und der spezifische Druckverlust im Rohrregister

gleich. Die Pumparbeit für die Registerdurchströmung ändert sich in erster Näherung nicht, die örtlichen Wärmestromunterschiede reduzieren sich jedoch beträchtlich. Die Ungleichförmigkeit sinkt z. B. von 15 % auf 3 %. Wegen der günstigeren Vorlauftemperatur kann in der Regel auch ein höherer Anteil Umweltenergie genutzt werden.

Fazit

Zur möglichst genauen Simulation des wärmetechnischen Verhaltens von einbetonierten Rohrschlangen unter stationären Bedingungen wurde ein Algorithmus mit Rechenprogramm erarbeitet, der bekannte Berechnungsverfahren verknüpft. Dadurch konnten sehr aufwendige Neuentwicklungen vermieden werden. Wichtig ist die Berechnung des relativ dicken Massivbauteils mit einem Algorithmus, der die zweidimensionale Wärmeleitung berücksichtigt. Aus den Ergebnissen kann nach praktika-

blen Vorgaben eine Ersatzrippe mit ungleichen Rippenendtemperaturen definiert werden. Unter Nachbilden des Wärmetransports von der Rippe an das Fluid wird ein relativ genaues Verfolgen der Wassertemperaturen in der Rohrleitung in wählbaren Schrittweiten möglich.

Die Temperaturspreizungen sollten möglichst klein gewählt werden, so dass die Unterschiede der Wärmestromdichten auch bei engen Rohrabständen relativ gering – beispielsweise unter 10 % – bleiben.

Das Ergebnis einer sehr einfachen analytischen Lösung kann als Vergleichsmaßstab dienen.

Aussagen bezüglich eines effizienten Rohreinsatzes können aus Tabelle 2 abgeleitet werden. Generell sind jedoch auch weitergehende Überlegungen zum Rohrsystem und deren Einbringung in die Betondecke, wie in [6; 7] vorgestellt, beachtenswert.

H 202

Literatur

- [1] Glück, B.: *Strahlungsheizung – Theorie und Praxis*. Berlin: Verlag für Bauwesen und Karlsruhe: C. F. Müller-Verlag 1981
- [2] Glück, B.: *Wärmeübertragung, Wärmeabgabe von Raumheizflächen und Rohren*, 2. Auflage. Berlin: Verlag für Bauwesen 1990
- [3] Glück, B.: *Thermische Bauteilaktivierung – Nutzen von Umweltenergie und Kapillarrohren*. Heidelberg: C. F. Müller Verlag 1999
- [4] VDI-Wärmeatlas, 8. Auflage. Düsseldorf: VDI-Verlag 1997
- [5] Glück, B.: *Zustands- und Stoffwerte (Wasser, Dampf, Luft)*, 2. Auflage. Berlin: Verlag für Bauwesen 1991
- [6] Glück, B.: *Wärmeübertragung durch raumbegrenzende Heiz- und Kühlflächen mit geringem Exergieverlust – Lehren aus der BIONIK. Gesundheits-Ingenieur*, 2000, H. 4
- [7] Glück, B.: *Filigrandecken mit integrierter thermischer Bauteilaktivierung. Technik am Bau TAB*, 2001, H. 1