

# Wärmeströme von Rohrleitungen in Fußboden- und Wandkonstruktionen - Teil 2

Bernd Hanel, Fellbach/Stuttgart

Die wärmetechnischen Grundlagen des Wärme- und Kälteschutzes für betriebs- und haustechnische Anlagen sind in der VDI 2055 [1] ausführlich dargestellt. Diese Grundlagen und Berechnungsvorschriften schließen den Wärme- und Kälteschutz von (z.B.) frei oder in Installations-schächten verlegten Rohrleitungen ein. Es fehlen jedoch Berechnungshinweise für die Wärmeabgabe von Sanitär- und Heizungsrohrleitungen, die in Fußbodenaufbauten oder Wandkonstruktionen von Gebäuden verlegt werden.

## Autor



Dr. Bernd Hanel ist Leiter Forschung und Entwicklung der E. Missel GmbH & Co., Fellbach/Stuttgart.

**Z**ur Berechnung der Wärmeströme von in plattenförmigen Baukonstruktionen eingebetteten, gedämmten Rohrleitungen wird in die VDI-Richtlinie 2055 ein Algorithmus aufgenommen. Details und Hinweise zum Rechenverfahren gibt dieser Beitrag, in dessen ersten Teil<sup>1)</sup> Grundüberlegungen zum Algorithmus angestellt und Ausführungen zum speziellen Algorithmus für Rohrregister und einzelne Rohre in Platten gemacht wurden. Zwei Verifikationsbeispiele ergänzten die Ausführungen. Der folgende zweite Teil des Beitrages schließt hier mit Variationsrechnungen an und stellt einen vereinfachten Algorithmus für einzelne Rohre sowie einen Berechnungsvorschlag und Beispiele zur Ergänzung der VDI 2055 vor.

### Variationsrechnungen für ein einzeln verlegtes Rohr zur Fixierung der Modellierung

Einen typischen Fußbodenaufbau mit geometrischen und wärmetechnischen Daten zeigt **Bild 4**. Um ein einzelnes Rohr mit dem vorgestellten Algorithmus berechnen zu können, wird zunächst ein Rohrabstand  $a = 10$  m angenommen. Damit ist eine gegenseitige Beeinflussung

<sup>1)</sup> Teil 1 des Beitrages ist erschienen in HLH Bd. 54 (2003) Nr. 6, S. 45-49.

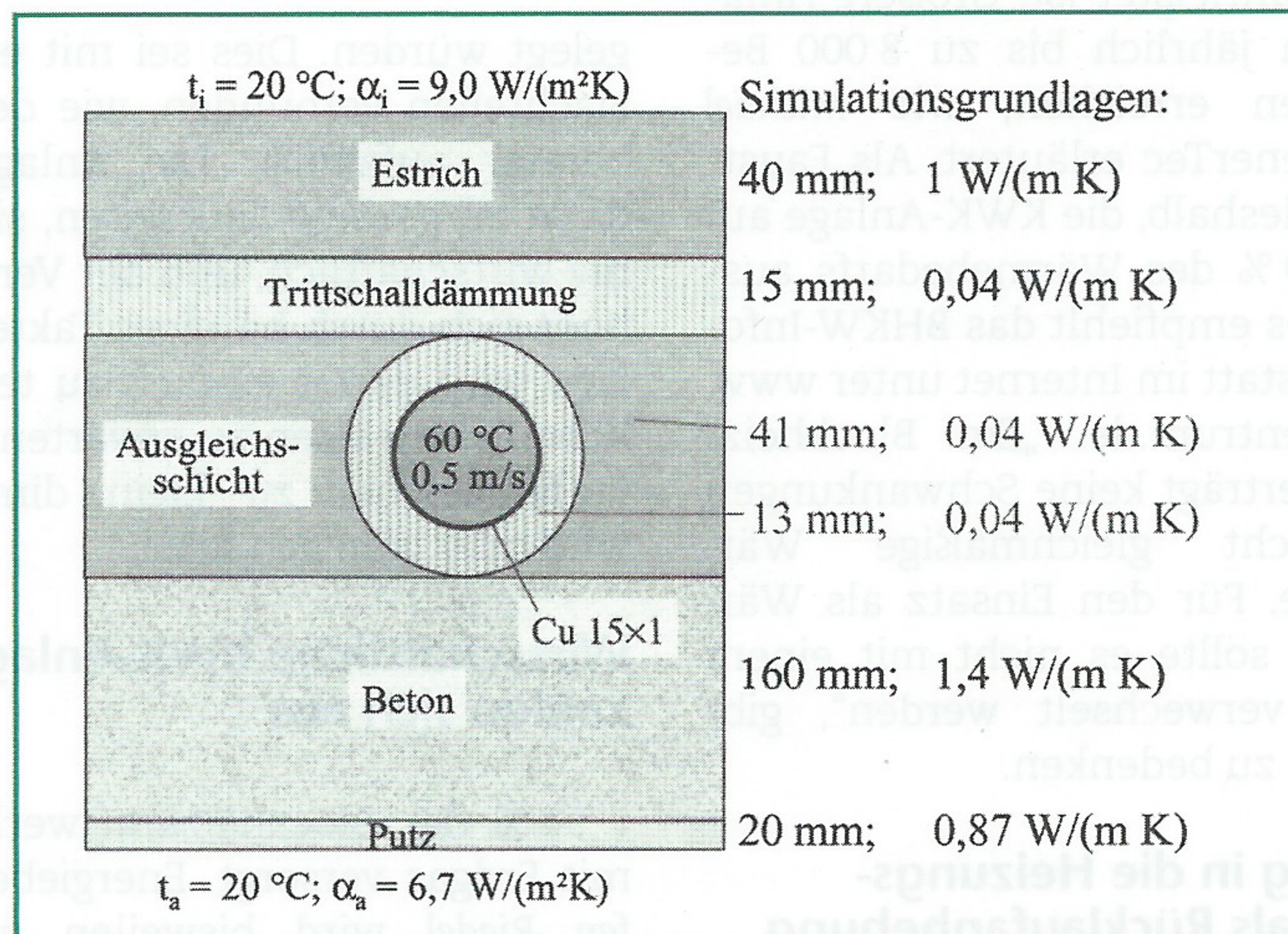


Bild 4

Fußboden-/Deckenkonstruktion mit einer wärmedämmten einzelnen Rohrleitung in der Ausgleichsschicht als Grundlage der in Tabelle 1 aufgeführten Variationsrechnungen (Varianten A bis D)

sung der Rohrwärmeströme mit Sicherheit ausgeschlossen.

Bezüglich der Modellierung der Wärmeleitung in den Schichten der Fußbodenkonstruktion gibt es mehrere Möglichkeiten. Um den Einfluss zu demonstrieren, werden in allen Varianten die Wärmeleitfähigkeiten für die Rohrdämmung, die Ausgleichsschicht und die Trittschalldämmung jeweils mit 0,04 W/(m K) gemäß Bild 4 angenommen. Die berechneten Varianten sind in **Tabelle 1** zusammengestellt. Weitere Annahmen und die Ergebnisse für die einzelnen Varianten sind gleichfalls dieser Tabelle zu entnehmen.

### Fazit der Variationsrechnungen

□ Während die Trittschalldämmung eindimensional wärmeleitend betrachtet werden darf, ist die Betondecke unbedingt in das zweidimensionale Wärmeleitmodell einzubeziehen.

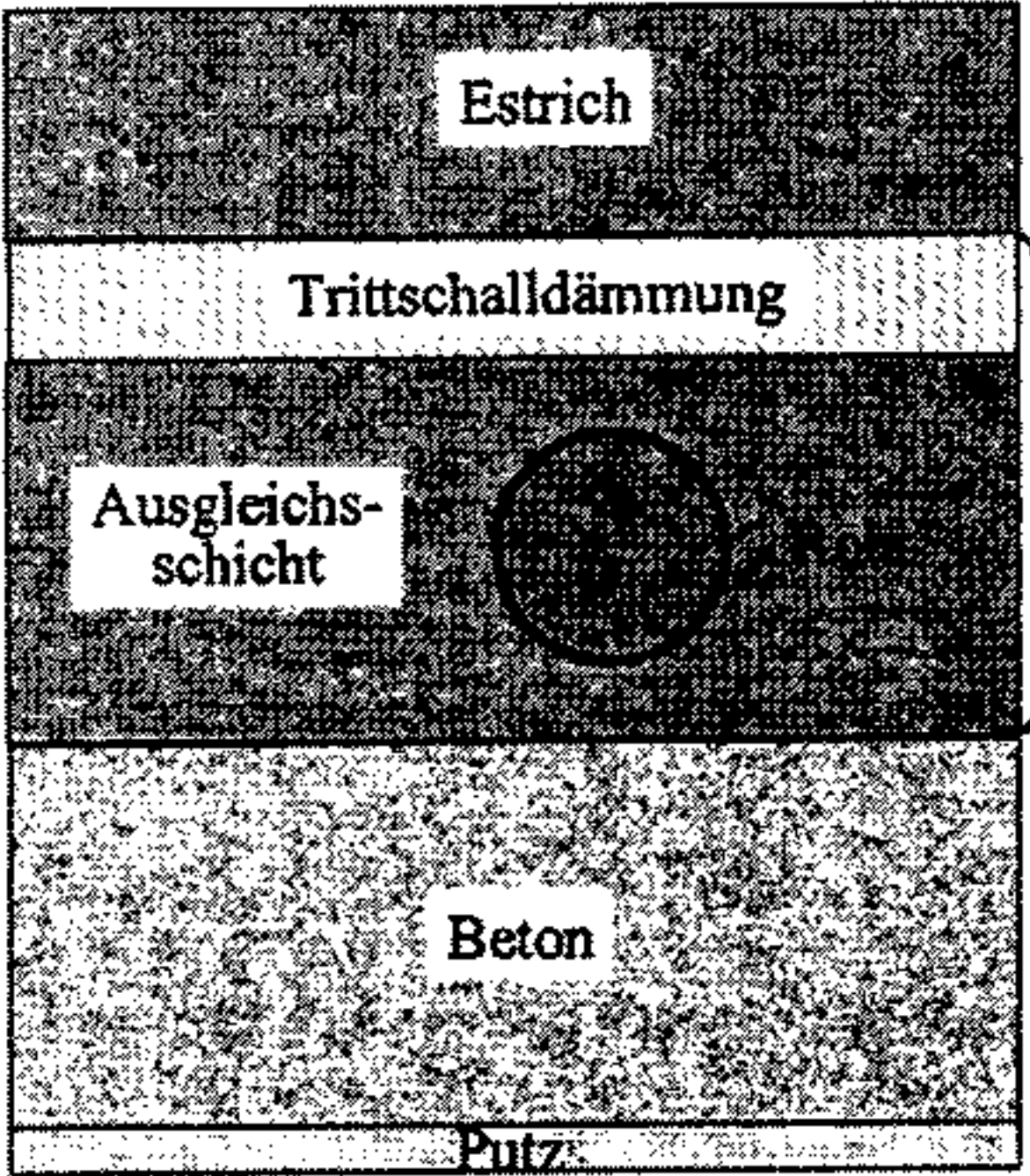
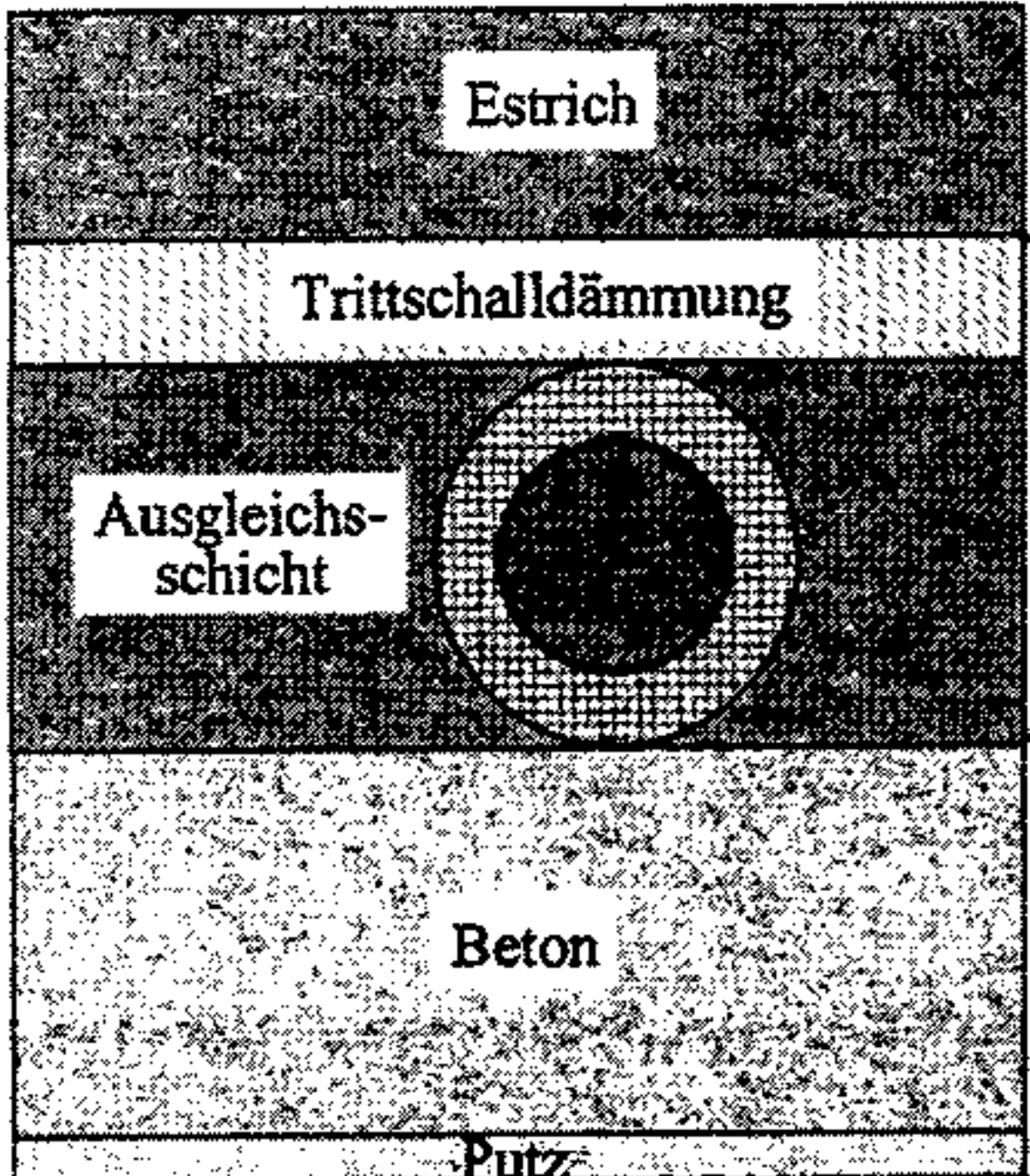
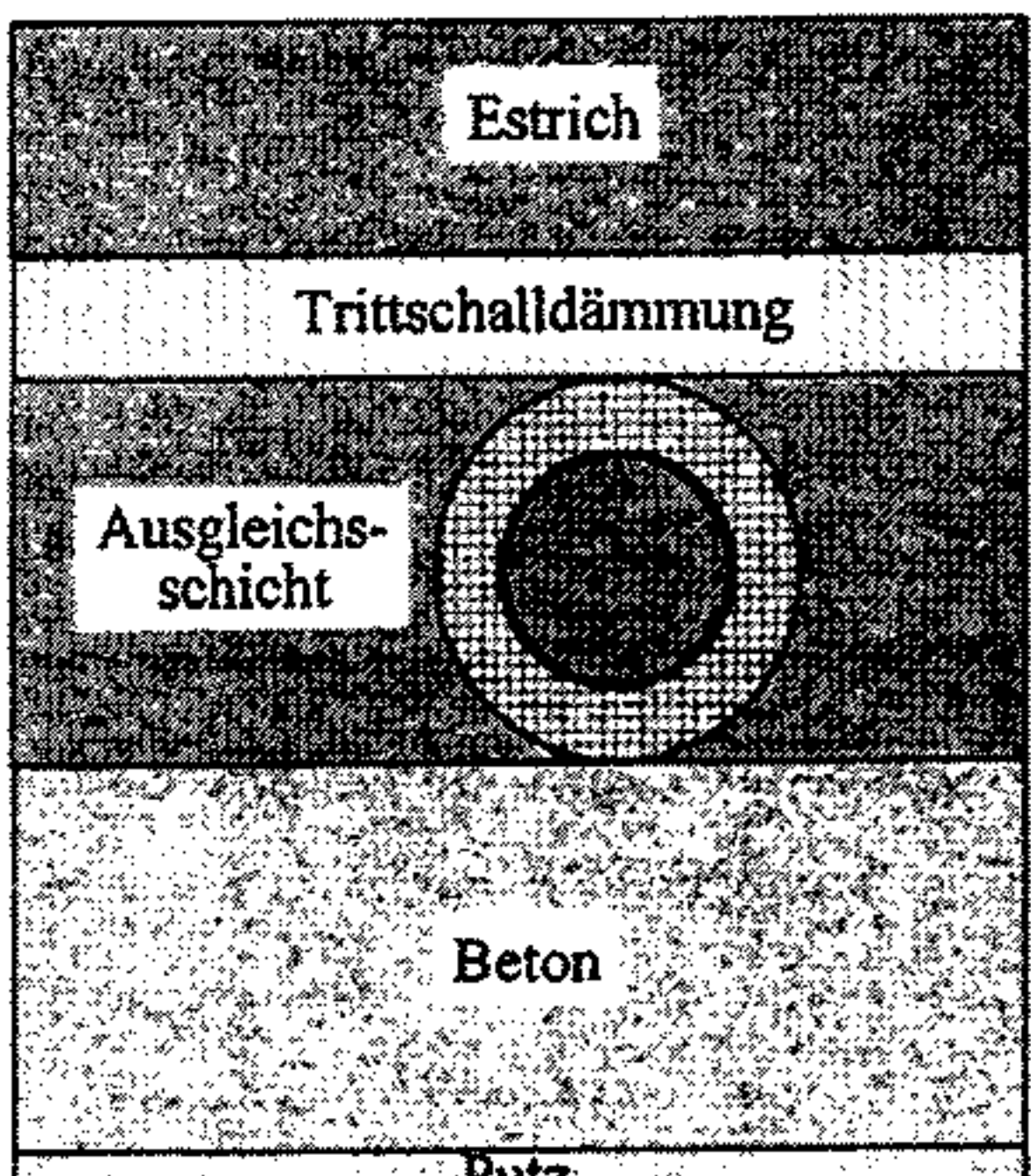
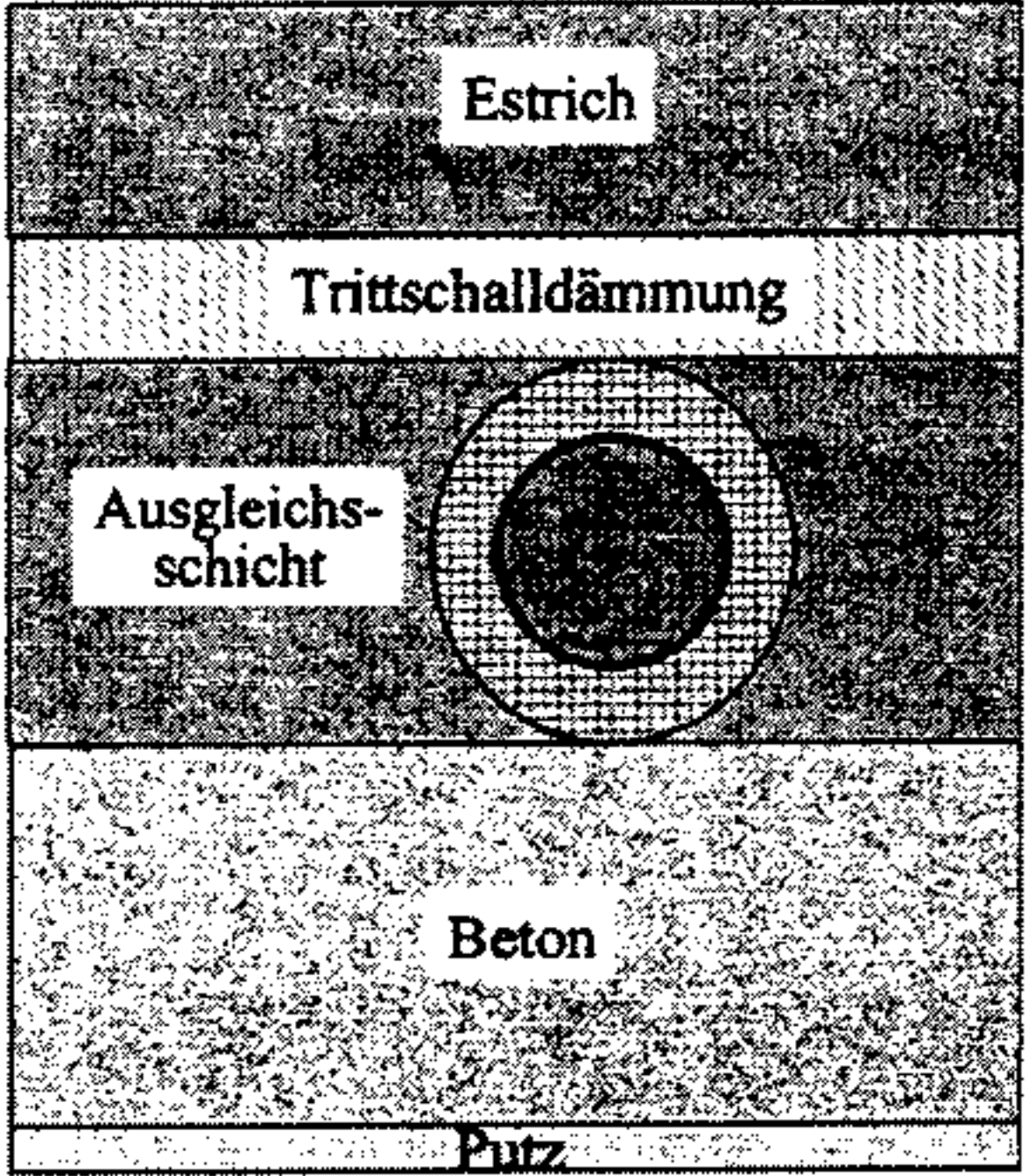
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Variante A |    | Wärmeleitung:<br>eindimensional<br>zweidimensional<br>zweidimensional<br>eindimensional                   | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 6,3 \text{ W/m}$ | Die Trittschalldämmung und die Ausgleichsschicht sind als homogene Schicht mit einem (scheinbar) ungedämmten Rohr, das mittig in der eigentlichen Ausgleichsschicht angeordnet ist, der Berechnung zugrunde gelegt. Der Beton stellt im Sinne des Algorithmus eine Wärmeleitlamelle dar.                    |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Variante B |   | Wärmeleitung:<br>eindimensional<br>zweidimensional<br>zweidimensional<br>eindimensional                   | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 6,3 \text{ W/m}$ | Annahmen wie bei Variante A, jedoch Rohr mit Dämmung der Dicke 13 mm, so dass die Oberflächen der Ausgleichsschicht tangiert werden. Die Wärmeleitfähigkeit der Rohrdämmung entspricht der der Ausgleichsschicht. Das Ergebnis ist mit Variante A identisch und zeigt die Richtigkeit des Algorithmus.      |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Variante C |  | Wärmeleitung:<br>eindimensional<br>eindimensional<br>zweidimensional<br>zweidimensional<br>eindimensional | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 6,2 \text{ W/m}$ | Annahmen wie bei Variante B, jedoch nur eindimensionale vertikale Wärmeleitung in der Trittschalldämmung berücksichtigt. Damit ist der horizontale Temperaturausgleich in der Plattenkonstruktion schlechter als bei den Varianten A und B. Der Einfluss ist aber gering, wie das Ergebnis zeigt.           |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Variante D |  | Wärmeleitung:<br>eindimensional<br>eindimensional<br>zweidimensional<br>eindimensional<br>eindimensional  | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 5,5 \text{ W/m}$ | Annahmen wie bei Variante C, jedoch nur eindimensionale vertikale Wärmeleitung im Beton berücksichtigt. Damit ist der horizontale Temperaturausgleich in der Konstruktion stark eingeschränkt. Die Reduzierung auf eine eindimensionale Wärmeleitung im Beton ist nicht akzeptabel, der Fehler ist zu groß. |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|            |                                                                                     |                                                                                                           |                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

Tabelle 1

**Einflüsse der Modellierung einer Fußboden-Deckenkonstruktion mit gedämmter Rohrleitung auf das Simulationsergebnis (geometrische und wärmetechnische Daten nach Bild 4)**

reliert mit dem Rohrabstand  $a$ . Ist  $a$  groß, so sind auch viele Summanden zu berücksichtigen. Für die in Tabelle 1 angegebene Variante C erfolgte eine umfangreiche Untersuchung, deren Ergebnisse in **Tabelle 2** zusammengestellt sind. Fazit:

□ Für die Berechnung des Wärmestromes einer in einem üblichen Fußbodenaufbau verlegten Rohrleitung ist es ausreichend, den Abstand zu anderen Rohrleitungen mit  $a = 0,5 \text{ m}$  zu wählen. Bei kleineren Rohrabständen (z.B.  $a = 0,25 \text{ m}$ ) beeinflussen sich Rohrleitungen gegenseitig.

## Vereinfachter Algorithmus für einzelne Rohre in Fußboden- und Wandkonstruktionen unter Verwendung von Diagrammen

Für die Aufnahme in die VDI 2055 ist der oben stehende Algorithmus zu umfangreich und zu kompliziert. Deshalb werden Vereinfachungen vorgenommen, die auch „Handrechnungen“ ermöglichen. Die Gl. (36) impliziert einen größeren Aufwand bei der Bestimmung der Reihensumme nach Gl. (17). Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass bei den üblichen Konstruktionen und einem Rohrabstand von  $a = 0,5 \text{ m}$  etwa zehn Summanden genügende Genauigkeit liefern. Um auch diesen Aufwand zu reduzieren, wurden für zwei typische Bauausführungen – ein Fußbodenaufbau und eine Wandkonstruktion – einfach handhabbare Diagramme zur Ermittlung von  $\Sigma$  auf der Grundlage des oben angegebenen, speziellen Algorithmus erstellt.

Ein einfach handhabbares Diagramm A für eine Fußbodenkonstruktion (Rohrschicht plus zusätzliche Wärmeleitlamelle/Betondecke) zu erstellen, ist infolge der großen Parameteranzahl nur mit weiteren Vereinfachungen bzw. Festlegungen möglich. Basis für die weiteren Überlegungen bilden die Gln. (17) bis (21). Die Überlegungen und Ergebnisse werden im Folgenden kurzgefasst wiedergegeben.

□ In weiteren, hier nicht angegebenen Untersuchungen wurde festgestellt, dass bei allen (auch in Tabelle 1 nicht erwähnten) Varianten der Wärmeleitwiderstand vom Fluid an die Rohrwand  $1/\alpha_F$  vernachlässigbar ist. Damit reduziert sich Gl. (34) im Nenner um das erste Glied:

$$\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 2 \pi \lambda \frac{t_F - \frac{t_i \bar{\kappa}_i + t_a \bar{\kappa}_a}{\bar{\kappa}_i + \bar{\kappa}_a}}{\frac{\lambda}{\lambda_R} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{\lambda}{\lambda_D} \ln\left(\frac{d_D}{d_2}\right) + \ln\left(\frac{a}{\pi d_D}\right) - \frac{\pi}{a} G_1 + \Sigma} \quad (36).$$

Weitere Untersuchungen wurden zum „Mindestrohrabstand“  $a$  durchgeführt, um herauszufinden, wann eine gegenseitige Beeinflussung der Temperaturfelder der einzelnen Rohrleitungen unter praktischen Gesichtspunkten auszuschließen ist. Die Anzahl der in Gl. (17) zu berücksichtigenden Glieder kor-

|                      |                                                                                                                                                                                                                       |                                           |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| $a = 10 \text{ m}$   | $s = 1 \quad \Sigma = -0,97738$<br>$s = 2 \quad \Sigma = -1,45498$<br>$s = 20 \quad \Sigma = -3,20283$<br>$s = 334 \quad \Sigma = -3,75530$<br>$s = 335 \quad \Sigma = -3,75531$<br>$s = 336 \quad \Sigma = -3,75531$ | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 6,2 \text{ W/m}$ |
| $a = 1 \text{ m}$    | $s = 1 \quad \Sigma = -0,80485$<br>$s = 2 \quad \Sigma = -1,12780$<br>$s = 20 \quad \Sigma = -1,55367$<br>$s = 32 \quad \Sigma = -1,55401$<br>$s = 33 \quad \Sigma = -1,55402$<br>$s = 34 \quad \Sigma = -1,55402$    | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 6,2 \text{ W/m}$ |
| $a = 0,5 \text{ m}$  | $s = 1 \quad \Sigma = -0,64589$<br>$s = 2 \quad \Sigma = -0,83949$<br>$s = 10 \quad \Sigma = -0,96400$<br>$s = 15 \quad \Sigma = -0,96429$<br>$s = 16 \quad \Sigma = -0,96430$<br>$s = 17 \quad \Sigma = -0,96430$    | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 6,2 \text{ W/m}$ |
| $a = 0,25 \text{ m}$ | $s = 1 \quad \Sigma = -0,38720$<br>$s = 2 \quad \Sigma = -0,44595$<br>$s = 7 \quad \Sigma = -0,46030$<br>$s = 8 \quad \Sigma = -0,46031$<br>$s = 9 \quad \Sigma = -0,46031$                                           | $\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 6,0 \text{ W/m}$ |

Tabelle 2

Einflüsse des Rohrabstandes  $a$  auf das Ergebnis der Gl. (17) unter Verwendung der Konstruktion Variante C in Tabelle 1 bei unterschiedlicher Auswertung

Tabelle 3

Gegenüberstellung ausgewählter Diagrammwerte (berechnet mit Gl. (41)) und der exakten Ergebnisse nach Gln. (17) bis (21) für  $h_a = 5,806 \text{ 0,5 / 1,4} = 2,074$

| $h_i$ | $\lambda$<br>W/(m K) | $\lambda_L$<br>W/(m K) | $\lambda^*$ | $\Delta_i + \Delta_a$<br>m | Diagrammwert        | exakter Wert        | Fehler<br>% |
|-------|----------------------|------------------------|-------------|----------------------------|---------------------|---------------------|-------------|
| 0,5   | 0,04                 | 1,4                    | 35          | 0,025                      | $\Sigma = -0,98864$ | $\Sigma = -0,98771$ | 0,1         |
| 50    | 0,04                 | 1,4                    | 35          | 0,075                      | $\Sigma = -0,64640$ | $\Sigma = -0,64616$ | 0,0         |
| 0,5   | 0,7                  | 1,4                    | 2           | 0,025                      | $\Sigma = 0,26836$  | $\Sigma = 0,28011$  | -4,2        |
| 50    | 0,7                  | 1,4                    | 2           | 0,075                      | $\Sigma = -0,45518$ | $\Sigma = -0,45352$ | 0,4         |

Mit den Abkürzungen:

$$\xi_i = \frac{(h_i - 2 \pi s)}{(h_i + 2 \pi s)}; \quad \xi_a = \frac{(h_a - 2 \pi s)}{(h_a + 2 \pi s)} \quad (37)$$

$$e_i = e^{-\frac{4 \pi s}{a} \Delta_i}; e_a = e^{-\frac{4 \pi s}{a} \Delta_a}; e_{ai} = e^{-\frac{4 \pi s}{a} (\Delta_a + \Delta_i)}; e_L = e^{-\frac{4 \pi s}{a} (\Delta_a + \delta_L)}; e_{Li} = e^{-\frac{4 \pi s}{a} (\Delta_a + \delta_L + \Delta_i)} \quad (38);$$

$$\lambda^* = \lambda_L / \lambda \quad (39)$$

folgt nach einigen aufwändigen Ableitungen eine Beziehung für die Summanden in Gl. (17):

$$g_i(s) + g_a(s) = \frac{(1 + \lambda^*) (-\xi_i e_i + 2 \xi_i \xi_a e_{Li} - \xi_a e_L) + (1 - \lambda^*) (\xi_i e_{Li} \frac{\xi_a}{e_a} - 2 \xi_i e_{ai} + e_a)}{(1 + \lambda^*) (1 - \xi_i \xi_a e_{Li}) + (1 - \lambda^*) (\xi_i e_{ai} - \xi_a \frac{e_L}{e_a})} \quad (40).$$

Für  $s = 1$ ,  $a = 0,5 \text{ m}$ ,  $\Delta_i = \Delta_a = 0,016 \text{ m}$  und  $\delta_L = 0,160 \text{ m}$  ergeben die Exponentialterme:

$$e_i = e^{-\frac{4 \pi s}{a} \Delta_i} = 0,669; e_a = e^{-\frac{4 \pi s}{a} \Delta_a} = 0,669; e_{ai} = e^{-\frac{4 \pi s}{a} (\Delta_a + \Delta_i)} = 0,447;$$

$$e_L = e^{-\frac{4 \pi s}{a} (\Delta_a + \delta_L)} = 0,012; e_{Li} = e^{-\frac{4 \pi s}{a} (\Delta_a + \delta_L + \Delta_i)} = 0,008.$$

Die Dicke der Betondecken („Wärmeleitlamelle“) von  $\delta_L = 160 \text{ mm}$  stellt eine untere Grenze dar. Unter Beibehalten dieses Wertes und einer relativ dicken Ausgleichsschicht von  $\Delta_i = \Delta_a = 0,036 \text{ m}$  folgen:

$$e_i = e^{-\frac{4 \pi s}{a} \Delta_i} = 0,405; e_L = e^{-\frac{4 \pi s}{a} (\Delta_a + \delta_L)} = 0,007.$$

Im Vergleich zu den übrigen Größen können demnach alle Glieder mit  $e_L$  und  $e_{Li}$  vernachlässigt werden. Damit reduziert sich die Gl. (40) auf:

$$g_i(s) + g_a(s) = \frac{(1 + \lambda^*) (-\xi_i e_i) + (1 - \lambda^*) (-2 \xi_i e_{ai} + e_a)}{(1 + \lambda^*) + (1 - \lambda^*) (\xi_i e_{ai})} \quad (41)$$

Als Grenzen bzw. Parameter für das Diagramm A können gemäß realer und darstellungsbedingter Gegebenheiten nachfolgende Schätzungen vorgenommen werden. Mit Gl. (39) erhält man  $\lambda^* = 35$  bzw. 2 mit z.B. einer Wärmeleitfähigkeit der Aus-

gleichsschicht von  $\lambda = 0,04$  bzw.  $0,7 \text{ W/(m K)}$  und der Wärmeleitlamelle (Beton) von  $\lambda_L = 1,4 \text{ W/(m K)}$ . Außerdem ist

$$h_i = \kappa_i a / \lambda = (0,7 \dots 12,5) \quad \kappa_i \approx 0,5 \dots 50$$

und

$$s_A = \Delta_i + \Delta_a = 0,025 \dots 0,075$$

unter der Voraussetzung einer mittigen Rohr-anordnung in der Ausgleichsschicht.

Zur Erstellung des Diagramms A nach Gl. (41) wurde ein spezielles Rechenprogramm verwendet, auf das hier nicht eingegangen wird. Vergleichsrechnungen mit realen Parametern ergaben sehr gute Ergebnisse. Die dabei auftretenden, geringen Fehler für die Grenzwerte des Diagramms zeigt **Tabelle 3**.

Beschränkt man die zweidimensionale Wärmeleitung nur auf die Rohrschicht (z.B. eine Wand, in der eine Rohrleitung verlegt ist), sind die Gln. (17), (22) und (23) auszuwerten, um das Diagramm B zu erstellen. Eine Darstellung mit höchstens drei Variablen ist praktikabel, wenn das Verhältnis  $\Delta_a / \Delta_i$  als zusammengefasster Parameter eingeführt wird. (Der VDI 2055 angepassten Schreibweise wegen wird  $\Delta_a / \Delta_i = x_a / x_i$  gesetzt.) Es handelt sich in diesem Falle dann um eine exakte Berechnung und nicht um eine Näherung der Reihensumme  $\Sigma$ . Als sinnvolle Grenzen bzw. Parameter des Diagramms B ergeben sich mit einem Wärmeleitkoeffizienten  $\lambda$  für Wände/Mauerwerk von 0,2 bis  $1 \text{ W/(m K)}$ :

$$h_i = \kappa_i a / \lambda \approx h_a \approx 5 \dots 50;$$

$$s_A = \Delta_i + \Delta_a = (0,080 \dots 0,360) \text{ m};$$

$$x_a / x_i = \Delta_a / \Delta_i = 1 \text{ bzw. } 5.$$

## Berechnungsvorschlag und Beispiele zur Ergänzung der VDI 2055

Bezeichnungen und Symbole des vereinfachten Algorithmus müssen der VDI 2055 angepasst werden. Aus diesem Grund und der geschlossenen Darstellung halber wird nachfolgend der Berechnungsgang „VDI-2055-gerecht“ zusammengestellt, der an zwei typischen und einfachen Beispielen demonstriert wird.

### Algorithmus

Den Wärmestrom pro Meter Rohr an eine Fußboden- bzw. Wandkonstruktion berechnet man mit den Bezeichnungen der Bilder 5 und 7 aus

$$\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 2 \pi \lambda_A \frac{\vartheta_i - \frac{\vartheta_{R,i} \bar{\kappa}_i + \vartheta_{R,a} \bar{\kappa}_a}{\bar{\kappa}_i + \bar{\kappa}_a}}{\frac{\lambda_A}{\lambda_R} \ln\left(\frac{d_a}{d_i}\right) + \frac{\lambda_A}{\lambda_D} \ln\left(\frac{d_D}{d_a}\right) + \ln\left(\frac{a}{\pi d_D}\right) + \frac{2 \pi \lambda_A}{a(\bar{\kappa}_i + \bar{\kappa}_a)} + \Sigma} \quad (A)$$

mit:

□ Teilwärmehdurgangskoeffizienten der inneren und äußeren (Deck-)Schichten i und a sowie des Wärmeübergangs zu den Räumen oben bzw. rechts (i) und unten bzw. links (a)

$$\kappa_i = \left[ \frac{1}{\alpha_{R,i}} + \left( \frac{s_{i,1}}{\lambda_{i,1}} + \frac{s_{i,2}}{\lambda_{i,2}} + \dots \right) \right]^{-1}; \quad \kappa_a = \left[ \frac{1}{\alpha_{R,a}} + \left( \frac{s_{a,1}}{\lambda_{a,1}} + \frac{s_{a,2}}{\lambda_{a,2}} + \dots \right) \right]^{-1} \quad (B);$$

□ Teilwärmehdurgangskoeffizienten aller Schichten jeweils von der Rohrachse einschließlich des Wärmeübergangs zum oberen bzw. unteren Raum für Fußbodenaufbauten

$$\bar{\kappa}_i = \left[ \frac{1}{\kappa_i} + \frac{s_A/2}{\lambda_A} \right]^{-1}; \quad \bar{\kappa}_a = \left[ \frac{1}{\kappa_a} + \frac{s_A/2}{\lambda_A} + \frac{s_B}{\lambda_B} \right]^{-1} \quad (C)$$

und für Wandkonstruktionen

$$\bar{\kappa}_i = \left[ \frac{1}{\kappa_i} + \frac{x_i}{\lambda_A} \right]^{-1}; \quad \bar{\kappa}_a = \left[ \frac{1}{\kappa_a} + \frac{x_a}{\lambda_A} \right]^{-1} \quad (D).$$

Der Algorithmus kann für Rohrregister mit beliebigem Rohr- abstand  $a$  verwendet werden. Zur Berechnung des Wärmestromes eines einzelnen gedämmten oder ungedämmten Rohres einer haustechnischen Installation ergeben sich bedeutende Vereinfachungen, wenn  $a = 0,5$  m gesetzt wird, so dass eine gegenseitige Beeinflussung eventuell weiterer Rohre praktisch ausgeschlossen ist. Die Bestimmung von der Reihensumme  $\Sigma$  erfolgt konstruktionsabhängig. Für

□ Fußbodenaufbauten nach Bild 5:

$\Sigma = f(h_i = \kappa_i a / \lambda_A, s_A, \lambda_B / \lambda_A)$  gemäß Diagramm A (Bild 6)

□ Wandkonstruktionen nach Bild 7:

$\Sigma = f(h_i = h_a = \kappa_i a / \lambda_A, s_A, x_a / x_i)$  gemäß Diagramm B (Bild 8).

Die raumseitigen Gesamtwärmeübergangskoeffizienten sollten vorgegeben werden, um die Rechnung iterationsfrei zu gestalten. An ihre Genauigkeit werden bei Vorhandensein von weiteren inneren und äußeren (Deck-)Schichten nur geringe Anforderungen gestellt. Es gelten folgende Empfehlungen:

□ Wärmestrom vertikal nach oben:

$$\alpha_R = 9 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

□ Wärmestrom vertikal nach unten:

$$\alpha_R = 6,7 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

□ Wärmestrom horizontal (Wände):

$$\alpha_R = 7,5 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}.$$

### Beispielrechnung 1

Für eine gedämmte Rohrleitung, die in die Ausgleichsschicht eines Fußbodenaufbaus eingebettet ist, gelten die geometrischen und wärmetechnischen Daten nach Bild 5. Der Wärmestrom von der Rohrleitung an den Fußbodenaufbau wird in folgenden Schritten berechnet.

Aus den Gln. (B) und (C) erhält man:

$$\kappa_i = \left[ \frac{1}{9} + \frac{0,015}{0,04} + \frac{0,040}{1,00} \right]^{-1} \text{ W/(m}^2 \text{ K)} = 1,901 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

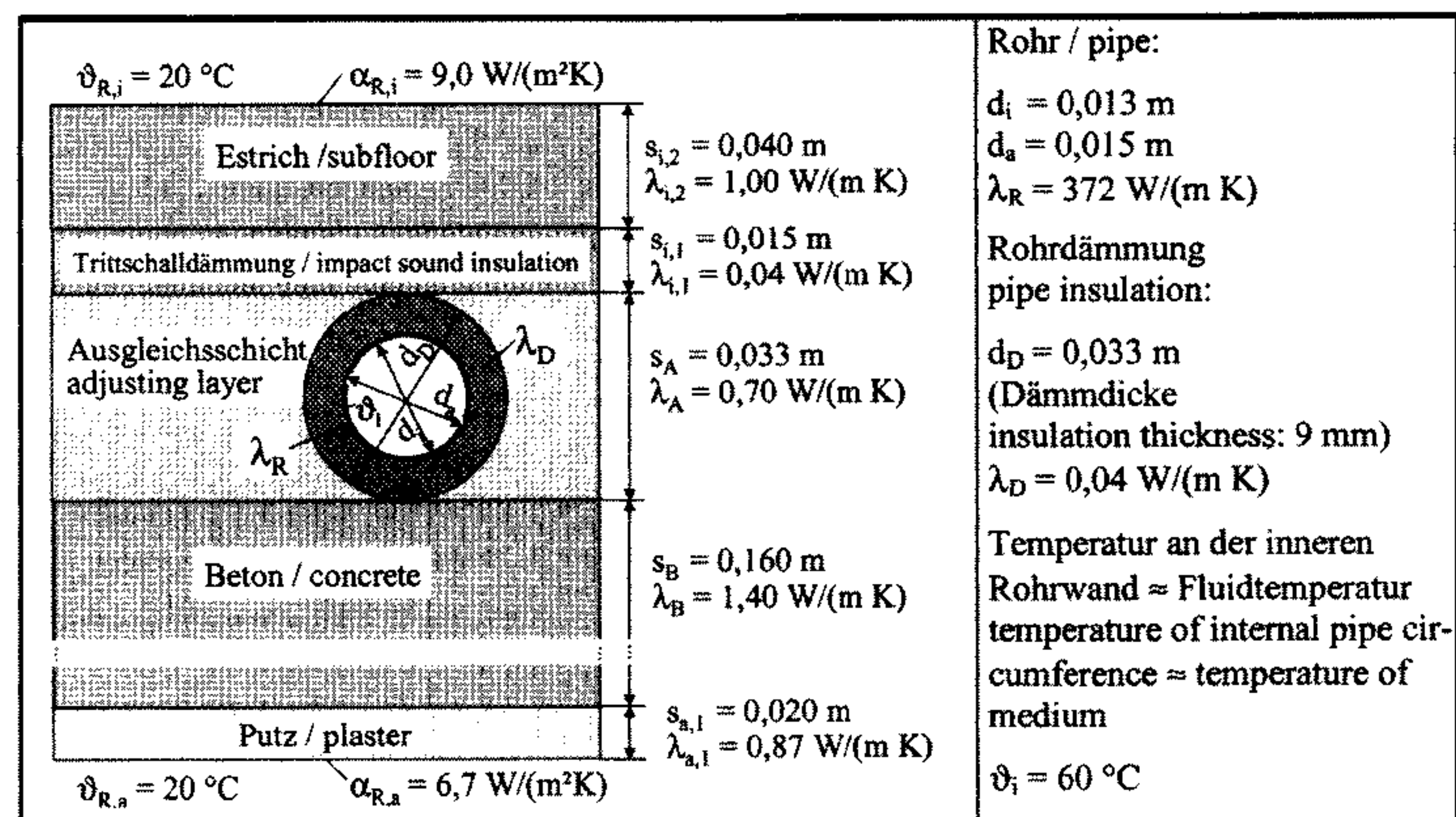


Bild 5

Konstruktion einer in einem Fußbodenaufbau verlegten Rohrleitung mit Angabe der geometrischen und wärmetechnischen Größenbezeichnungen (Darstellung für die VDI 2055), wobei in der Ausgleichsschicht und in der Betondecke eine zweidimensionale Wärmeleitung angenommen wird. Die Zahlenwerte gelten für die Beispielrechnung 1 und die Nutzung des Diagramms A (Bild 6).

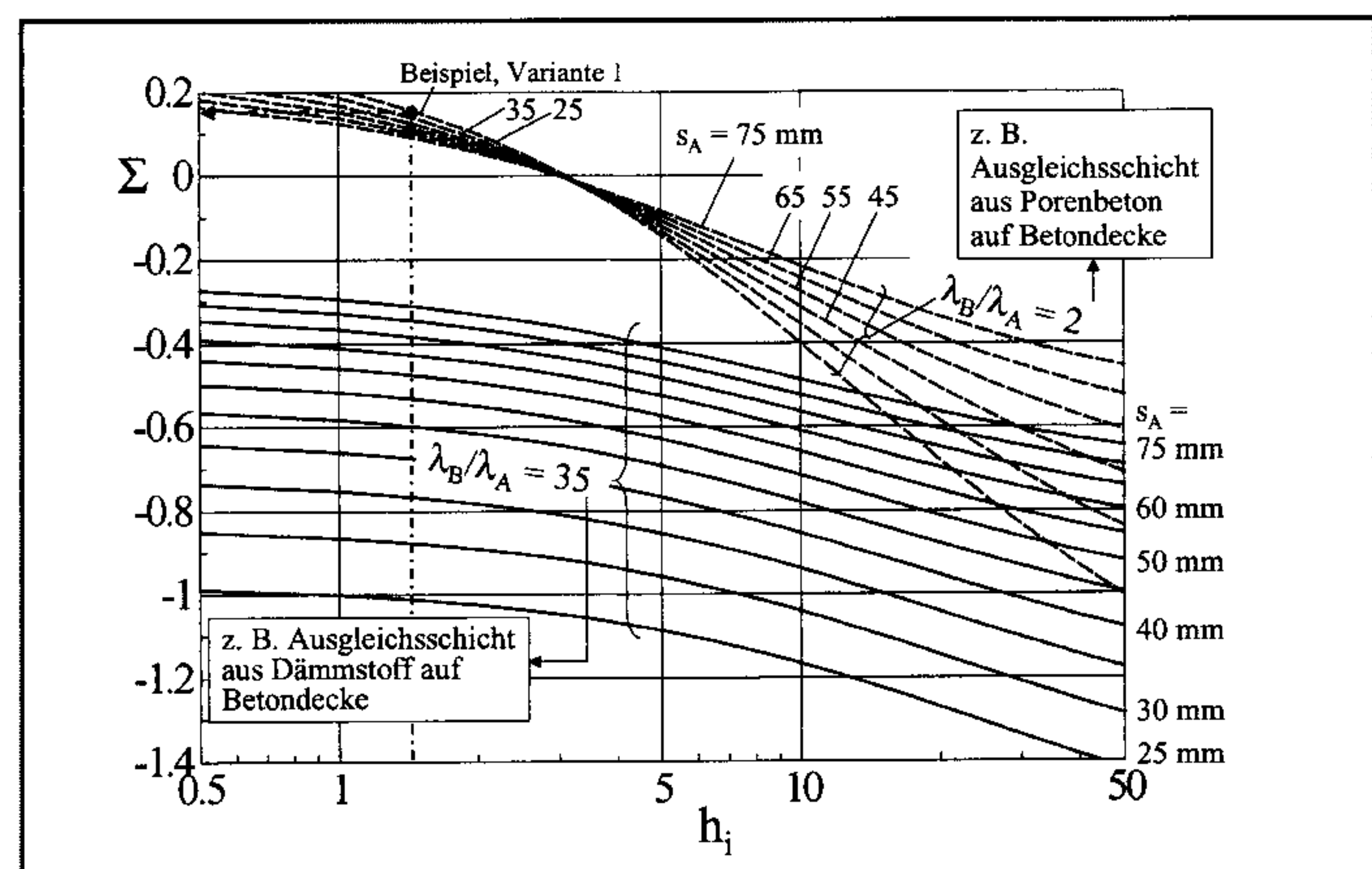


Bild 6

Diagramm A zur Bestimmung der Größe  $\Sigma$  für die Ermittlung des Wärmestromes einer Rohrleitung in Fußbodenaufbauten gemäß Gl. (A) mit zweidimensionaler Wärmeleitung in der rohrführenden Schicht und in einer darunter liegenden Betondecke (Konstruktion siehe Bild 5)

$$\kappa_a = \left[ \frac{1}{6,7} + \frac{0,020}{0,87} \right]^{-1} \text{ W/(m}^2 \text{ K)} = 5,806 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$\bar{\kappa}_i = \left[ \frac{1}{1,901} + \frac{0,033/2}{0,70} \right]^{-1} \text{ W/(m}^2 \text{ K)} = 1,819 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$\bar{\kappa}_a = \left[ \frac{1}{5,806} + \frac{0,033/2}{0,70} + \frac{0,160}{1,4} \right]^{-1} \text{ W/(m}^2 \text{ K)} = 3,225 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}.$$

Aus Diagramm A (Bild 6) ergibt sich für  $h_i = \kappa_i a / \lambda_A = 1,901 \cdot 0,5 / 0,70 = 1,36$ ,  $s_A = 33 \text{ mm}$  und  $\lambda_B / \lambda_A = 1,40 / 0,70 = 2$ :  $\Sigma \approx 0,16$ .

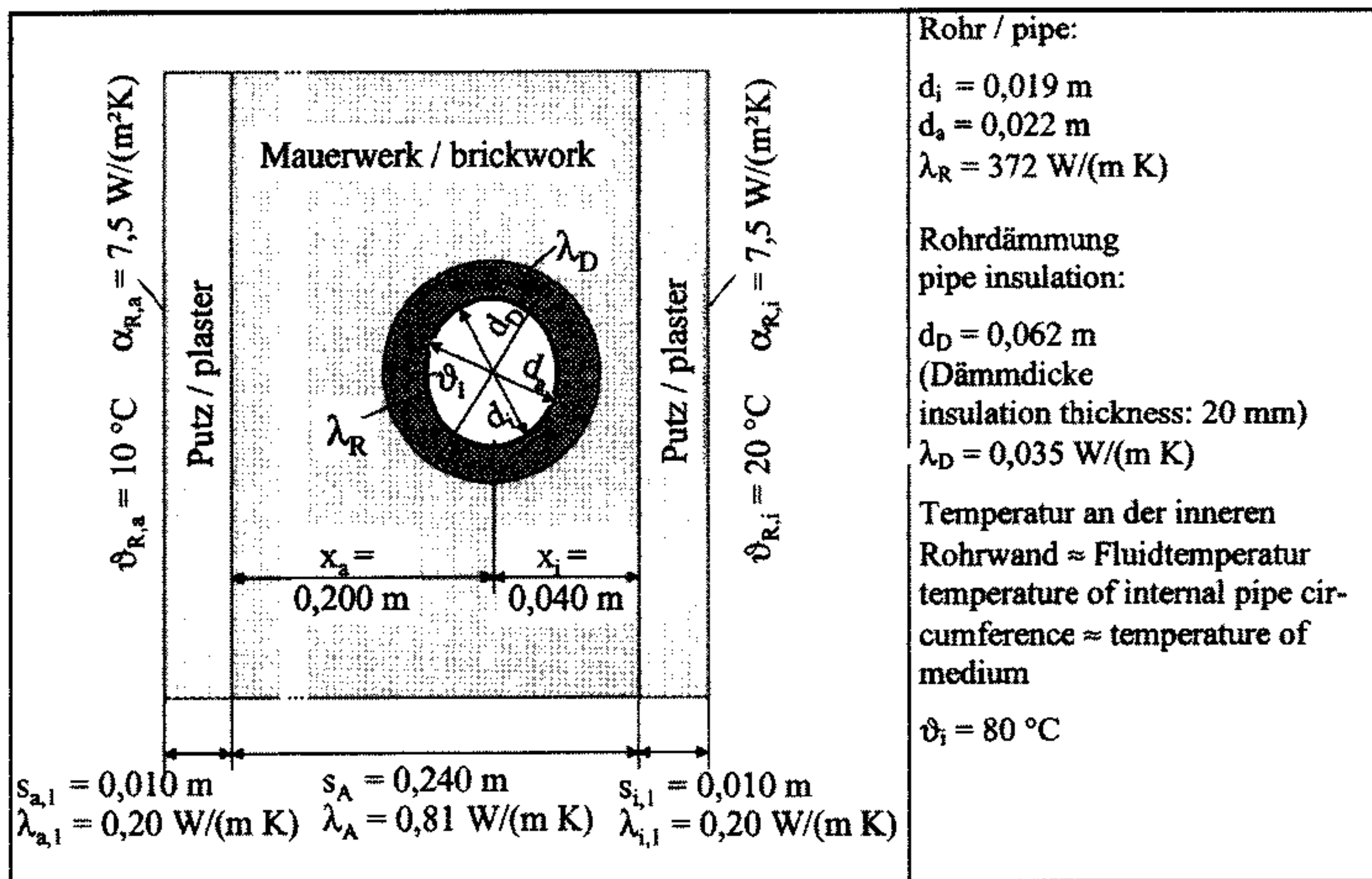


Bild 7

Konstruktion einer in einer Wand verlegten Rohrleitung mit Angabe der geometrischen und wärmetechnischen Größenbezeichnungen (Darstellung für die VDI 2055), wobei nur in der rohrführenden Schicht (z. B. im Mauerwerk ohne Putzschichten) eine zweidimensionale Wärmeleitung angenommen wird. Die Zahlenwerte gelten für die Beispielrechnung 2 und die Nutzung des Diagramms B (Bild 8).

Damit liefert Gl. (A):

$$\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 2 \pi \cdot 0,70 \cdot \frac{60 - \frac{1,819 \cdot 20 + 3,225 \cdot 20}{1,819 + 3,225}}{\frac{0,70}{372} \ln\left(\frac{0,015}{0,013}\right) + \frac{0,70}{0,04} \ln\left(\frac{0,033}{0,015}\right) + \ln\left(\frac{0,5}{\pi \cdot 0,033}\right) + \frac{2 \pi \cdot 0,70}{0,5(1,819 + 3,225)} + 0,16} \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

$$\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 10,2 \text{ W/m.}$$

## Berechnungsbeispiel 2

Eine gedämmte Rohrleitung befindet sich unter Beachtung der DIN 1053 [14] in einem verfüllten, senkrecht verlaufenden Mauerschlitze, geometrische und wärmetechnische Daten siehe Bild 7. Um den Wärmestrom vom Rohr an die Wand zu berechnen, ermittelt man zunächst die Werte aus den Gln. (B) und (D):

$$\kappa_i = \kappa_a = \left[ \frac{1}{7,5} + \frac{0,010}{0,20} \right]^{-1} \text{ W/(m}^2 \text{ K)} = 5,455 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$\bar{\kappa}_i = \left[ \frac{1}{5,455} + \frac{0,040}{0,81} \right]^{-1} \text{ W/(m}^2 \text{ K)} = 4,297 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$\bar{\kappa}_a = \left[ \frac{1}{5,455} + \frac{0,200}{0,81} \right]^{-1} \text{ W/(m}^2 \text{ K)} = 2,324 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

Aus Diagramm B (Bild 8) folgt für  $h_i = \kappa_i a / \lambda_A = 5,455 \cdot 0,5 / 0,81 = 3,4$ ,  $s_A = 240 \text{ mm}$  und  $x_a / x_i = 200 / 40 = 5$ :

$$\Sigma \approx 0,17.$$

Gl. (A) liefert:

$$\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 2 \pi \cdot 0,81 \cdot \frac{80 - \frac{20,4 \cdot 297 + 10,2 \cdot 324}{4,297 + 2,324}}{\frac{0,81}{372} \ln\left(\frac{0,022}{0,019}\right) + \frac{0,81}{0,035} \ln\left(\frac{0,062}{0,022}\right) + \ln\left(\frac{0,5}{\pi \cdot 0,062}\right) + \frac{2 \pi \cdot 0,81}{0,5(4,297 + 2,324)} + 0,17} \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

$$\dot{Q}_{\text{Rohr}} = 12,1 \text{ W/m.}$$

Ergänzend sei angemerkt, dass für beide Beispiele die Berechnung mit dem ausführlichen und programmierten Ausgangsalgorithmus die gleichen Ergebnisse erzielt wurden.

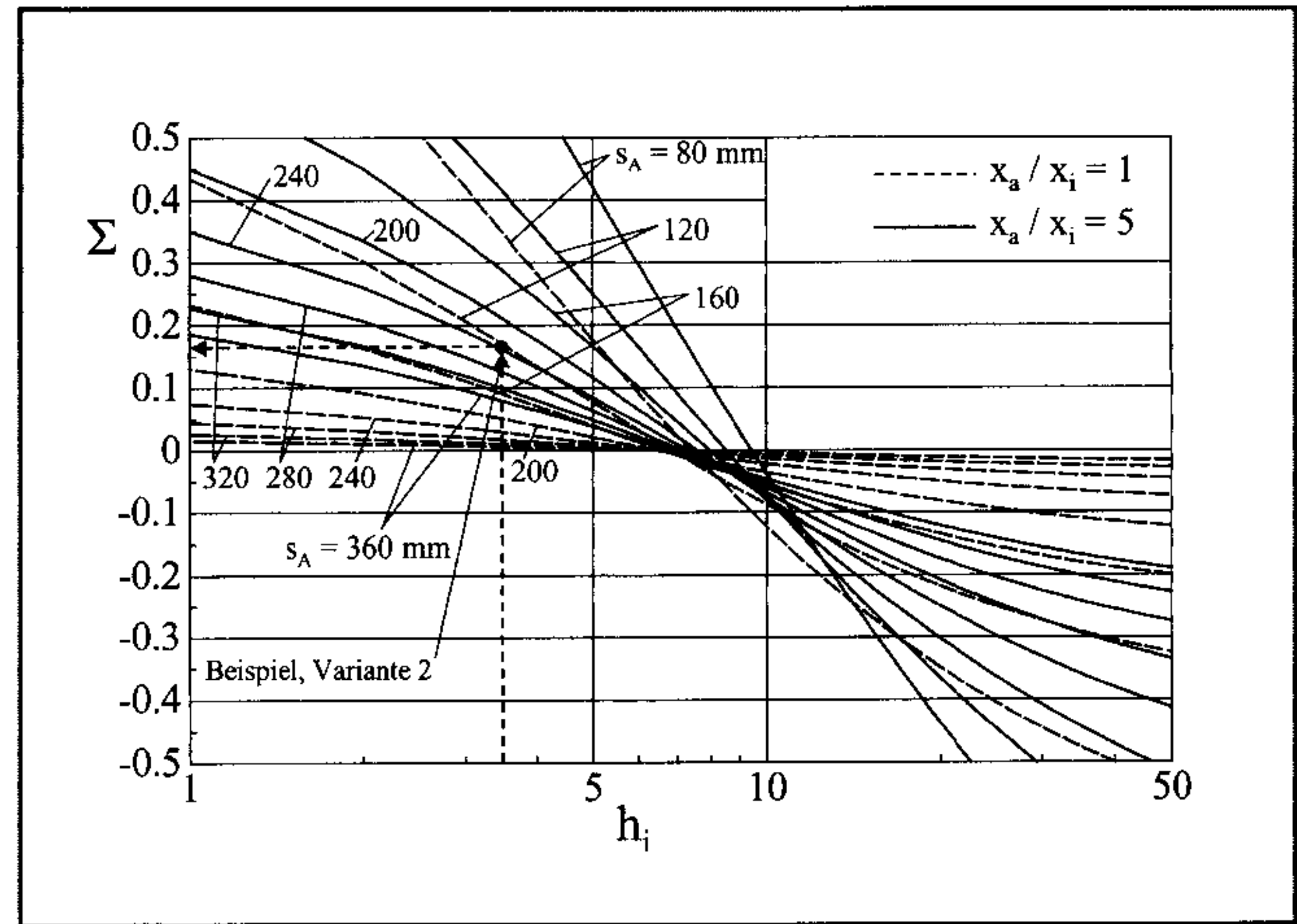


Bild 8

Diagramm B zur Bestimmung der Größe  $\Sigma$  für die Ermittlung des Wärmestromes einer Rohrleitung in Wandkonstruktionen gemäß Gl. (A) mit zweidimensionaler Wärmeleitung in der rohrführenden Schicht (Konstruktion siehe Bild 7)

## Zusammenfassung

Mit dem Faxénschen Algorithmus [3; 4] ist es möglich, für Rohrregister und einzelne Rohre, die in ein- oder mehrschichtigen Platten wie Fußbodenaufbauten und Wandkonstruktionen von Gebäuden verlegt sind, die Wärmeströme der Rohrleitungen an diese Bauteile mit hoher Genauigkeit zu berechnen. Die rohrführende Schicht und eine angrenzende Schicht mit einer im Vergleich zur Rohrschicht hohen Wärmeleitfähigkeit sind zweidimensional wärmeleitend zu betrachten. In der Regel sind dies bei Fußböden die Betondecke und (seltener) die Ausgleichsschicht, bei Wänden wird dies in der Regel nur eine Schicht sein.

Umfangreiche Ableitungen, diverse Vereinfachungen und Größenabschätzungen der Terme für praktische Gegebenheiten ermöglichten es, Diagramme für besonders rechenintensive Gleichungsglieder aufzustellen. Damit ist ein vereinfachter, für die VDI 2055 geeigneter Berechnungsgang durchführbar.

## Danksagung

Für die freundliche Unterstützung und die zahlreichen Diskussionen bei der Erarbeitung des Fachbeitrages möchte der Autor Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück (F+E TGA Jößnitz / Plauen und Westsächsische Hochschule Zwickau) herzlich Dank sagen.