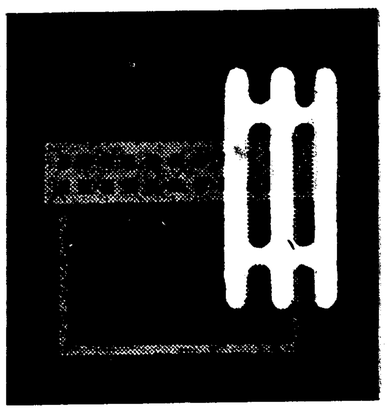
Berechnung der Heißwassermengen im Teillastbereich primärseitig geregelter Gegenstromwärmeübertrager

Dr.-Ing. B. Glück, Jößnitz (Vogtl.)



1. Einleitung

Viele der zur Zeit betriebenen und neu projektierten Fernheizungsnetze arbeiten auf der Grundlage mit indirektem Gebäudeheizungsanschluß, d. h., ein geschlossenes Fernheiznetz versorgt die einzelnen Gebäude oder Gebäudekomplexe über Umformerstationen mit Wärme. Diese Wärmeübergabestationen (Heißwasser/Warmwasser) sind durchweg mit Gegenstromwärmeübertragern ausgerüstet. Die Regelung der Vorlauftemperatur des konstanten Warmwasserstromes erfolgt primärseitig durch ein Regelventil im Heißwasserstromkreis. Das Heißwasser steht während der Heizperiode im allgemeinen mit konstanter Temperatur an.

Die Projektierung dieser Anlagen wird bezüglich der wärmetechnischen Bemessung der Bauteile exakt für den Vollastzustand vorgenommen, wobei dieser meist noch eine Reserve enthält. Um im Teillastbereich aber noch einigermaßen wirtschaftlich zu sein, werden zwar sogenannte Halblastpumpen vorgesehen, ohne jedoch eine genaue Berechnung der tatsächlich notwendigen Massenströme im Teillastbereich durchzuführen. Die Ergebnisse sind:

— Unwirtschaftliche Betriebsweise des Fernheiznetzes,
— Überbeanspruchung der regelungstechnischen Einrichtungen (Stellglieder) bei Minimallast.

Es ergeben sich deshalb folgende Aufgaben:

1. Optimale Auswahl der Teillastpumpen in bezug auf die Pumpenkosten (feste und variable Kosten) für ein vorhandenes oder konventionell bemessenes Fernheiznetz.
2. Optimale Bemessung des Fernheiznetzes bezüglich der Summe aus Netz- und Pumpenkosten (feste und variable Kosten) mit der Massenstromverteilung in geordneter Häufigkeitsdarstellung als Nebenbedingung.

Zur Lösung dieser Aufgaben ist die Funktion $\dot{m}_{HW} = f(\lambda)$ zu ermitteln, wobei $\dot{m}_{HW}$ die stündliche Heißwassermenge, die der Wärmeübertrager benötigt, und λ den Belastungsgrad darstellen.

Diese Angaben müßte eigentlich der Hersteller der Wärmeübertrager in Form von Kennlinienfeldern dem Projektanten zur Verfügung stellen. Statt dessen erstrecken sich die Angebote nur auf den Vollastzustand. Sichere Approximationen zur Umrechnung der Lastzustände, z. B. in der Form

$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}^+} = \left(\frac{\Delta t_m}{\Delta t_m^+}\right)^a \cdot \left(\frac{\dot{m}_{HW}}{\dot{m}_{HW}^+}\right)^b \cdot \left(\frac{\dot{m}_{WW}}{\dot{m}_{WW}^+}\right)^c \qquad (1)$$

gibt es nicht und lassen sich aus den Prospekten auch nicht ermitteln. Es werden deshalb folgende Vorschläge zur Lösung des Problems unterbreitet.

2. Ermittlung von $\dot{m}_{HW} = f(\lambda)$ in 1. Näherung

Bei dieser Näherung wird davon ausgegangen, daß die Wärmedurchgangszahl der Heizfläche unabhängig von den primär- und sekundärseitigen Wasserdurchsätzen und -temperaturen ist.

Um die Verhältnisse (Temperaturen und Massenströme) im Wärmeübertrager zu berechnen, wird der bewährte Vorschlag von *Bośnjakovič* — die Betriebscharakteristik

$$\Phi = \frac{t''_{WW} - t'_{WW}}{t'_{HW} - t'_{WW}} = \frac{\Delta t_{WW}}{\Delta t_{WW} + \Delta t_o} \qquad (2)$$

einzuführen — aufgegriffen. Die bekannte Ableitung sei kurz skizziert, da anschließend darauf aufgebaut wird.

Ausgehend von einem ideal isolierten Wärmeübertrager mit konstanter Wärmedurchgangszahl k lassen sich aus Bild 1 die Elementarbilanzen für die beiden Stoffströme ziehen.

$$-\dot{W}_{HW} \cdot dt_{HW} = k \cdot (t_{HW} - t_{WW}) \cdot da \qquad (3)$$

$$-\dot{W}_{WW} \cdot dt_{WW} = k \cdot (t_{HW} - t_{WW}) \cdot da \qquad (4)$$

Subtrahiert man Gl. (3) von Gl. (4), so ergibt sich

$$d\,(t_{HW} - t_{WW}) = -\left(\frac{1}{\dot{W}_{HW}} - \frac{1}{\dot{W}_{WW}}\right) \cdot k \cdot (t_{HW} - t_{WW}) \cdot da$$

bzw. durch Einführung der Abkürzungen $\Delta t = t_{HW} - t_{WW}$

und $\varepsilon = \dfrac{1}{\dot{W}_{HW}} - \dfrac{1}{\dot{W}_{WW}}$

$$d\,(\Delta t) = -\varepsilon \cdot k \cdot \Delta t \cdot da\,. \qquad (5)$$

Die Trennung der Variablen und Integration über die Heizfläche a liefert

$$\int_{\Delta t_o}^{\Delta t_a} \frac{d\,(\Delta t)}{\Delta t} = -\varepsilon \cdot k \cdot \int_o^a da$$

$$\Delta t_a = \Delta t_o \cdot e^{-\varepsilon \cdot k \cdot a} \qquad (6)$$

bzw. über die Gesamtheizfläche A

$$\Delta t_A = \Delta t_o \cdot e^{-\varepsilon \cdot k \cdot A}\,. \qquad (7)$$

Weiterhin gilt (vgl. Bild 1)

$$\Delta t_{WW} = \Delta t_{HW} + \Delta t_A - \Delta t_o$$

$$= \frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}} \cdot \Delta t_{WW} + \Delta t_o \cdot e^{-\varepsilon \cdot k \cdot A} - \Delta t_o$$

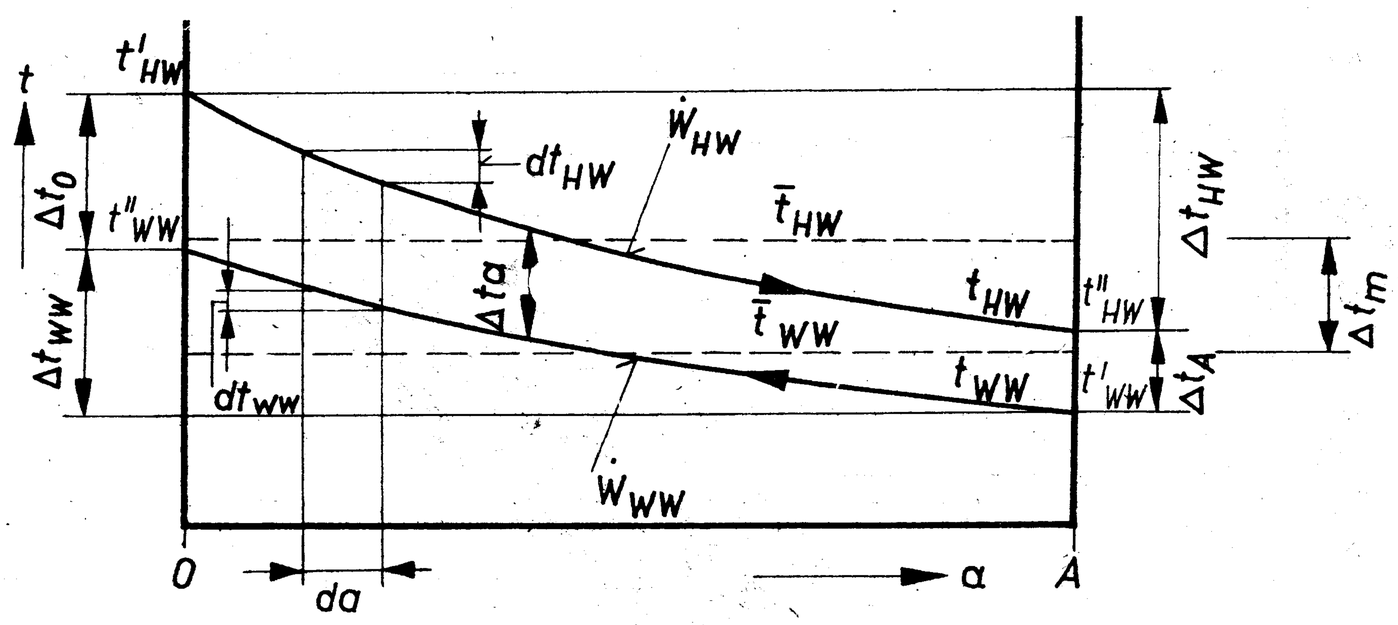
$$\Delta t_{WW} = \frac{\Delta t_o \cdot (e^{-\varepsilon \cdot k \cdot A} - 1)}{1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}}\,. \qquad (8)$$

Setzt man Gl. (8) in die Definitionsgleichung (2) ein und formt geringfügig um, so erhält man:

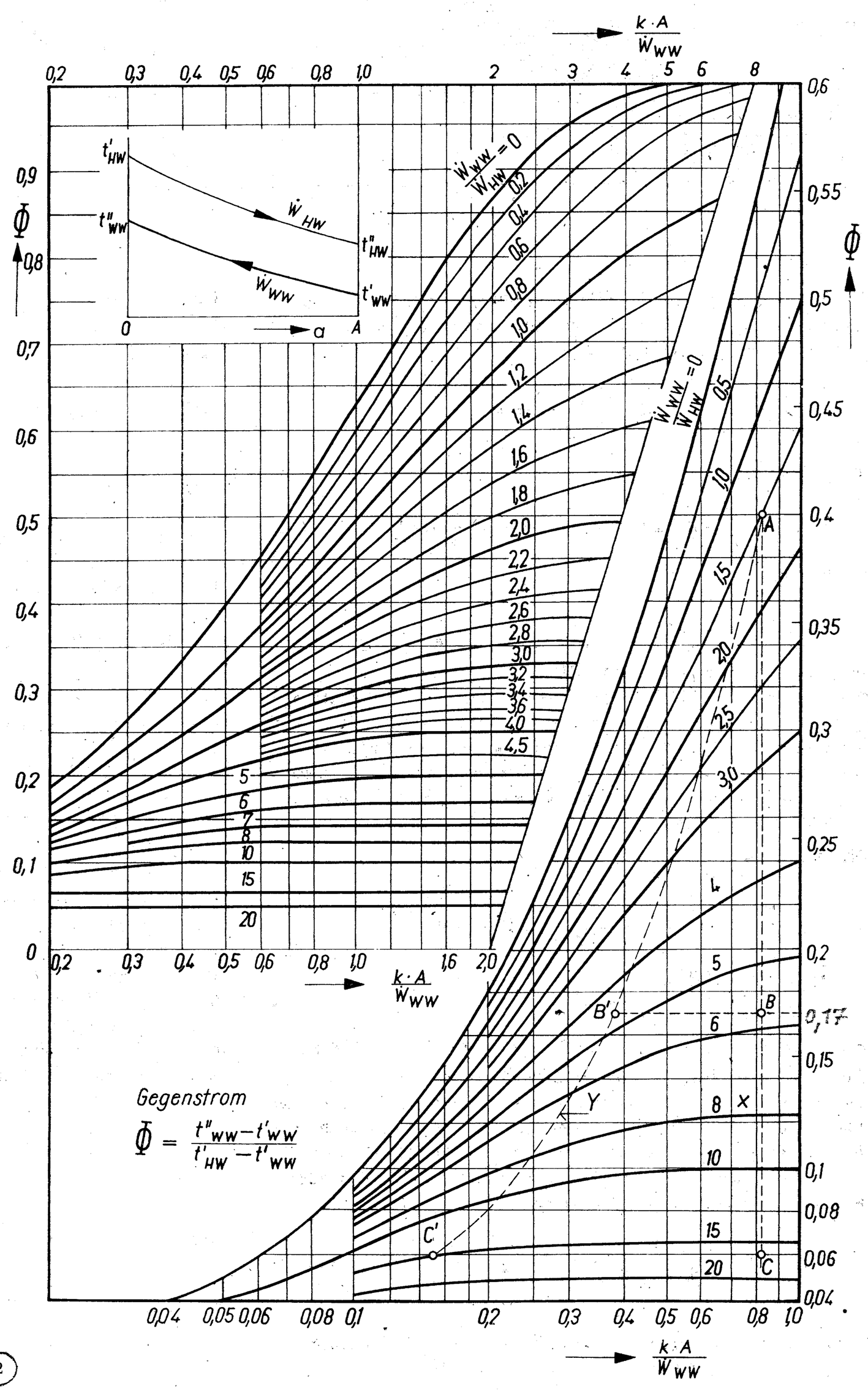
$$\Phi = \frac{1 - e^{\varepsilon \cdot k \cdot A}}{1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}} \cdot e^{\varepsilon \cdot k \cdot A}} = \frac{1 - e^{-\left(1 - \frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}}}{1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}} \cdot e^{-\left(1 - \frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}}} \qquad (9)$$

Der funktionelle Zusammenhang $\Phi = \Phi\left(\dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}, \dfrac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}\right)$ ist in Bild 2 wiedergegeben. Die Darstellungsart wurde [1] entnommen. Die Wahl des Parameters $k \cdot A/\dot{W}_{WW}$ wurde deshalb getroffen, um nur die Veränderliche k in diesem Term zu haben. Der modifizierte Massenstrom $\dot{W}_{WW}$ bleibt bei vorlauftemperaturgeregelten Sekundärnetzen — im Gegensatz zum Heizmittelstrom $\dot{W}_{HW}$ — konstant.

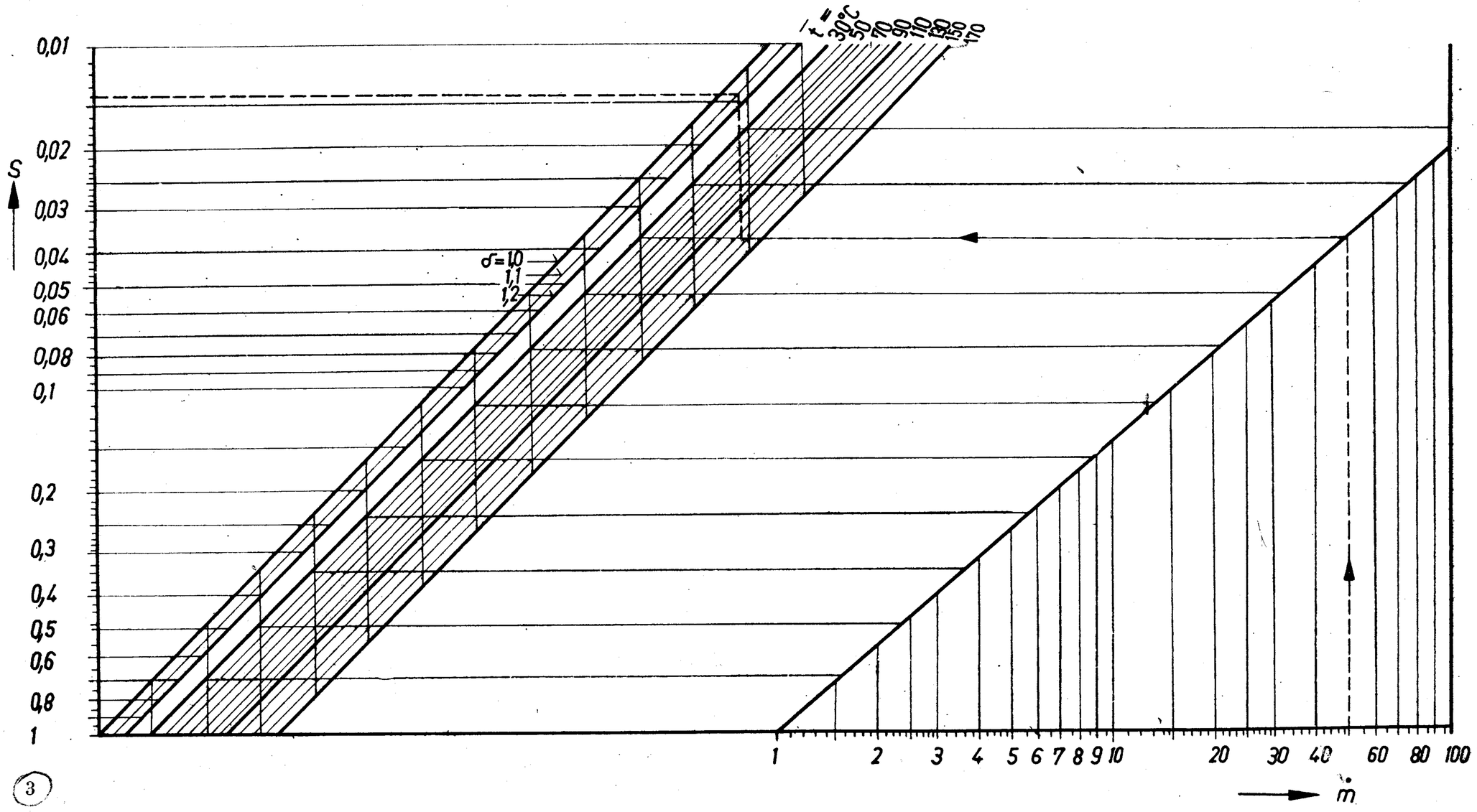
Würde es sich um einen Wärmeübertrager mit konstanter Wärmedurchgangszahl k handeln, wäre das gestellte Problem exakt gelöst. Ansonsten stellt es nur eine erste Näherung dar


t
t'HW
t''WW
Δt0
ΔtWW
dtHW
dtWW
Ẇ HW
Ẇ WW
t̄HW
t̄WW
tHW
tWW
Δta
t''HW
t'WW
ΔtHW
ΔtA
Δtm
0
da
a
A

1


k·A / Ẇ WW
Φ
t'HW
t''WW
Ẇ HW
Ẇ WW
t''HW
t'WW
0
a
A
Ẇ WW / Ẇ HW = 0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
1,4
1,6
1,8
2,0
2,2
2,4
2,6
2,8
3,0
3,2
3,4
3,6
4,0
4,5
5
6
7
8
10
15
20
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
4
5
6
8
10
15
20
A
B
B'
C
C'
X
Y
Gegenstrom
Φ = (t''WW − t'WW) / (t'HW − t'WW)

2



3

Die Reduzierung der Heißwassermenge ergibt sich durch einen Vergleich mit dem Vollastzustand, der durch „+" gekennzeichnet wird. Setzt man

$$\frac{\dot{W}^{+}_{WW}}{\dot{W}^{+}_{HW}} = v^{+} \quad \text{und} \quad \frac{\dot{W}^{+}_{WW}}{\dot{W}_{HW}} = v\,,$$

so folgt sofort

$$\dot{W}_{HW} = \frac{v^{+}}{v}\cdot \dot{W}^{+}_{HW} \quad \text{und} \quad \dot{m}_{HW} = \frac{v^{+}}{v}\cdot \dot{m}^{+}_{HW}\,, \qquad (10)$$

da $\dot{W} = \dot{m}\cdot c$ gilt.

Beispiel 1

Ein Gegenstromwärmeübertrager wird im Vollastfall primärseitig mit Heißwasser 170/110 °C und sekundärseitig mit Warmwasser 70/110 °C beaufschlagt. Das Sekundärnetz soll gleitend gefahren werden und der Raumheizung dienen. Die Wärmedurchgangszahl der Wärmeübertragungsfläche ist als konstant anzunehmen. Wieviel Prozent der Heißwassermenge bei Vollast fließen bei Halblast ($\lambda = 0{,}5$) bzw. bei Heizgrenzlast ($\lambda = 0{,}2$)?

Es lassen sich

$$\Phi^{+} = \frac{t''^{+}_{WW} - t'^{+}_{WW}}{t'^{+}_{HW} - t'^{+}_{WW}} = \frac{110 - 70}{170 - 70} = 0{,}4$$

$$\frac{\dot{W}^{+}_{WW}}{\dot{W}^{+}_{HW}} = \frac{\Delta t^{+}_{HW}}{\Delta t^{+}_{WW}} = \frac{60}{40} = 1{,}5$$

ermitteln und der Punkt A im Diagramm (Bild 2) aufsuchen. Der Wert $k\cdot A/\dot{W}_{WW}$ ist damit gefunden; alle weiteren Betriebszustände sind durch diesen konstanten Parameter gekennzeichnet, d. h., die Betriebspunkte müssen auf der durch Punkt A gehenden Parallelen zur Ordinate (Gerade X) liegen. Für die weiteren Betriebspunkte B und C ergeben sich die Betriebscharakteristika zu:

$$\text{Halblast:}\quad \Phi = \frac{72 - 52}{170 - 52} = 0{,}17 \;\rightarrow\; \frac{\dot{W}^{+}_{WW}}{\dot{W}_{HW}} = 5{,}8$$

$$\text{Grenzlast:}\quad \Phi = \frac{45 - 37}{170 - 37} = 0{,}06 \;\rightarrow\; \frac{\dot{W}^{+}_{WW}}{\dot{W}_{HW}} = 16{,}6$$

(Die im Teillastbereich benötigten Warmwassertemperaturen sind Bild 7 der Veröffentlichung [2] zu entnehmen.)

Aus Gl. (10) folgt dann weiter:

$$\text{Halblast:}\quad \dot{m}_{HW} = \frac{1{,}5}{5{,}8}\cdot \dot{m}^{+}_{HW} = 0{,}258\cdot \dot{m}^{+}_{HW}$$

$$\text{Grenzlast:}\quad \dot{m}_{HW} = \frac{1{,}5}{16{,}6}\cdot \dot{m}^{+}_{HW} = 0{,}090\cdot \dot{m}^{+}_{HW}$$

Dies bedeutet, daß bei Halblast nur 25,8 Prozent und bei Grenzlast nur 9,0 Prozent der Vollastwassermenge primärseitig durch den Wärmeübertrager strömen.

3. Ermittlung von $\dot{m}_{HW} = f(\lambda)$ in 2. Näherung

Bei dieser Näherung soll die Wärmedurchgangszahl der Heizfläche iterativ den jeweiligen Wasserdurchsätzen und -temperaturen angepaßt werden.

Für die entlang einem Rohr übertragene Wärmemenge gilt

$$\dot{Q} = \frac{\pi\cdot \Delta t_m\cdot l}{\dfrac{1}{\alpha_i\cdot d_i} + \dfrac{1}{2\cdot\lambda_R}\cdot \ln\dfrac{d_a}{d_i} + \dfrac{1}{\alpha_a\cdot d_a}}\,, \qquad (11)$$

wobei Δt_m die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz, l die Rohrlänge, d_a und d_i den äußeren und inneren Rohrdurchmesser, α_a und α_i die äußere und innere Wärmeübergangszahl und λ_R die Wärmeleitzahl der Rohrwandung darstellen. Der Wärmeleitwiderstand ist gegenüber den Wärmeübergangswiderständen in erster Näherung vernachlässigbar. Diese Näherung trifft bei Kupferberohrung besonders gut zu. Das Verhältnis Teillast zu Vollast ergibt sich aus Gl. (11)

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}^{+}} = \frac{\Delta t_m}{\Delta t^{+}_m}\cdot \frac{\dfrac{1}{\alpha^{+}_i\cdot d_i} + \dfrac{1}{\alpha^{+}_a\cdot d_a}}{\dfrac{1}{\alpha_i\cdot d_i} + \dfrac{1}{\alpha_a\cdot d_a}} = \frac{\Delta t_m}{\Delta t^{+}_m}\cdot \frac{k}{k^{+}}\,, \qquad (12)$$

wobei

$$\frac{k}{k^{+}} = \frac{\dfrac{\delta}{\alpha^{+}_i} + \dfrac{1}{\alpha^{+}_a}}{\dfrac{\delta}{\alpha_i} + \dfrac{1}{\alpha_a}} \quad \text{und} \quad \delta = \frac{d_a}{d_i} \qquad (13)$$

darstellen. Für die Wärmeübergangszahl soll der Ansatz

$$\alpha = 2900 \cdot w^{0,85} \cdot (1 + 0{,}014 \cdot \bar{t}) \,, \tag{14}$$

mit w der Wassergeschwindigkeit in m/s und $\bar{t}$ der mittleren Wassertemperatur in °C Verwendung finden. Die genaueren *Nußelt*gleichungen zur Berechnung der Wärmeübergangszahl werden nicht angewendet, da diese auch detaillierte Konstruktionsangaben voraussetzen.

Durch Substitution der Gl. (14) in Gl. (13) ergibt sich

$$\frac{k}{k^+} = \frac{\dfrac{\delta}{\dot{m}_{HW}^{+\,0,85} \cdot (1 + 0{,}014 \cdot \bar{t}_{HW}^{+})} + \dfrac{1}{\dot{m}_{WW}^{+\,0,85} \cdot (1 + 0{,}014 \cdot \bar{t}_{WW}^{+})}}{\dfrac{\delta}{\dot{m}_{HW}^{0,85} \cdot (1 + 0{,}014 \cdot \bar{t}_{HW})} + \dfrac{1}{\dot{m}_{WW}^{0,85} \cdot (1 + 0{,}014 \cdot \bar{t}_{WW})}}$$

$$= \frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4} \,, \tag{15}$$

wenn man annimmt, daß das Heißwasser in den Rohren und das Warmwasser außerhalb der Rohre strömen.

Zur Rechenerleichterung sind die einzelnen Summanden S aus Bild 3 ablesbar. Bei der Anwendung dieses Diagramms ist zu beachten, daß die Massenströme für einen Berechnungsfall stets in der gleichen Einheit zu messen sind, z. B. in t/h.

Damit ist die näherungsweise Umrechnung des Parameters

$$\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}} = \frac{k}{k^+} \cdot \left(\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}\right)^+ \tag{16}$$

vom Vollastfall auf einen beliebigen Teillastfall durchführbar. Voraussetzend müssen jedoch die mittleren Medientemperaturen bekannt sein. Zu ihrer Ermittlung dient die nachfolgende Ableitung. Gl. (6) kann auch (vgl. Bild 1)

$$(t'_{HW} - t''_{WW}) - (t'_{HW} - t_{HW}) + (t'_{HW} - t_{HW}) \cdot \frac{\dot{W}_{HW}}{\dot{W}_{WW}}$$

$$= (t'_{HW} - t''_{WW}) \cdot e^{-\epsilon \,\cdot\, k \,\cdot\, a}$$

und nach einigen Umformungen

$$t_{HW} = t'_{HW} - \frac{t'_{HW} - t''_{WW}}{1 - \dfrac{\dot{W}_{HW}}{\dot{W}_{WW}}} \cdot (1 - e^{-\epsilon \,\cdot\, k \,\cdot\, a}) \tag{17}$$

geschrieben werden. Der integrale Mittelwert dieser Temperatur, über die Heizfläche gebildet, stellt dann die mittlere Heißwassertemperatur $\bar{t}_{HW}$ dar. Es gilt:

$$\bar{t}_{HW} = \frac{1}{A} \cdot \int_0^A t_{HW} \cdot da$$

$$= t'_{HW} - \frac{t'_{HW} - t''_{WW}}{1 - \dfrac{\dot{W}_{HW}}{\dot{W}_{WW}}} \left(1 + \frac{1 - e^{\left(1 - \frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}}}{\left(1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \dfrac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}} \right) \tag{18}$$

Die analoge Ableitung kann zur Ermittlung der mittleren Warmwassertemperatur $\bar{t}_{WW}$ durchgeführt werden. So folgt aus

$$(t'_{HW} - t''_{WW}) + (t''_{WW} - t_{WW}) - (t''_{WW} - t_{WW}) \cdot \frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}$$

$$= (t'_{HW} - t''_{WW}) \cdot e^{-\epsilon \,\cdot\, k \,\cdot\, a}$$

bzw.

$$t_{WW} = t''_{WW} + \frac{t'_{HW} - t''_{WW}}{1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}} \cdot (1 - e^{-\epsilon \,\cdot\, k \,\cdot\, a}) \tag{19}$$

$$\bar{t}_{WW} = \frac{1}{A} \cdot \int_0^A t_{WW} \cdot da$$

$$= t''_{WW} + \frac{t'_{HW} - t''_{WW}}{1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}} \cdot \left(1 + \frac{1 - e^{\left(1 - \frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}}}{\left(1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \dfrac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}} \right) \tag{20}$$

Die Differenz $(\bar{t}_{HW} - \bar{t}_{WW})$ stellt die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz Δt_m zwischen Heiß- und Warmwasserstrom dar. Diese Behauptung soll in kurzen Zügen nachgewiesen werden. Aus Gl. (18) und (20) läßt sich

$$\bar{t}_{HW} - \bar{t}_{WW} = (t'_{HW} - t''_{WW})$$

$$\times \left\{ \left(1 - \frac{1}{1 - \dfrac{\dot{W}_{HW}}{\dot{W}_{WW}}} - \frac{1}{1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}} \right) - \left(\frac{1}{1 - \dfrac{\dot{W}_{HW}}{\dot{W}_{WW}}} + \frac{1}{1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}} \right) \cdot \frac{1 - e^{\left(1 - \frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}}}{\left(1 - \dfrac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right) \cdot \dfrac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}}} \right\}$$

Tabelle 1

Physikalische Größe	Einheit	Vollast $\lambda = 1$ Auslegungsdaten	Halblast $\lambda = 0{,}5$ 1. Näherung	2. Näherung Iterationsschritt 1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Grenzlast $\lambda = 0{,}2$ 1. Näherung	2. Näherung Iterationsschritt 1.	2.	3.	Berechnungsgrundlage
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
t'_{HW}	°C	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	170	Auslegung
$t'_{WW}; t''_{WW}$	°C; °C	70;110	52;72	52;72	52;72	52;72	52;72	52;72	52;72	52;72	45;37	45;37	45;37	45;37	Auslegung, [2]
Φ	—	0,40	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,06	0,06	0,06	0,06	Gl. (2) [2]
$\dot{W}_{WW}/\dot{W}_{HW}$	—	1,5	5,8	3,2	5,3	4,0	5,0	4,3	4,7	4,6	16,6	16,0	15,0		Auslegung, Bild 2
$\dot{m}_{HW}$	t/h	50,0	12,9	23,4	14,2	18,7	15,0	17,4	16,0	16,3	4,5	4,7	5,0		Gl. (10)
$\dot{m}_{WW}$	t/h	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0	75,0		Auslegung
k/k^+	—	1,0	1,0	0,34	0,63	0,40	0,53	0,43	0,50	0,46	1,0	0,30	0,18	0,18	Gl. (15)
$k \cdot A/\dot{W}_{WW}$	—	0,81	0,81	0,28	0,51	0,32	0,43	0,35	0,40	0,37	0,81	0,24	0,15	0,15	Gl. (16)
Ψ	—	0,360	0,155	0,115	0,140	0,120	0,131	0,124	0,130	0,127	0,059	0,049	0,041		Bild 4
$\bar{t}_{WW}$	°C	88,4	56,8	60,7	58,3	60,2	59,2	59,8	59,3	59,6	37,6	38,9	39,9		Gl. (23)
$\bar{t}_{HW}$	°C	137,6	82,0	134,0	97,4	122,8	106,0	117,6	110,1	112,7	48,0	72,0	93,2		Gl. (24)
Δt_m	grd	49,2	25,2	73,3	39,1	62,6	46,8	57,8	50,8	53,1	10,4	33,1	53,3		Gl. (26)
		49,4	24,7	72,6	39,2	61,8	46,6	57,5	49,4	53,7	9,9	33,0	55,0		

bilden. Woraus

$$\bar{t}_{HW}-\bar{t}_{WW}=(t'_{HW}-t''_{WW})\cdot\left\{-\frac{1-e^{\left(-1\frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right)\cdot\frac{k\cdot A}{\dot{W}_{WW}}}}{\left(1-\frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right)\cdot\frac{k\cdot A}{\dot{W}_{WW}}}\right\}$$

folgt. Durch Substitution des Exponentialausdruckes und des Nenners mit Hilfe von Gl. (7) ergibt sich endgültig

$$\bar{t}_{HW}-\bar{t}_{WW}=\Delta t_o\cdot\frac{-1+\frac{\Delta t_A}{\Delta t_o}}{\ln\frac{\Delta t_A}{\Delta t_o}}=\frac{\Delta t_A-\Delta t_o}{\ln\frac{\Delta t_A}{\Delta t_o}}=\Delta t_m \tag{21}$$

Es würde also genügen, nur die mittlere Heißwasser- oder Warmwassertemperatur auszurechnen und durch Subtraktion oder Addition der mittleren Temperaturdifferenz auf die fehlende Medientemperatur zu schließen. Zur Rechenerleichterung ist

$$\Psi=-\frac{1+\frac{1-e^{\left(1-\frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right)\cdot\frac{k\cdot A}{\dot{W}_{WW}}}}{\left(1-\frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}\right)\cdot\frac{k\cdot A}{\dot{W}_{WW}}}}{1-\frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}}} \tag{22}$$

im Bild 4 aufgezeichnet, so daß die Gl. (20) und (18) die Formen

$$\bar{t}_{WW}=t''_{WW}-(t'_{HW}-t''_{WW})\cdot\Psi \tag{23}$$

$$\bar{t}_{HW}=t'_{HW}-(t'_{HW}-t''_{WW})\cdot\Psi\cdot\frac{\dot{W}_{WW}}{\dot{W}_{HW}} \tag{24}$$

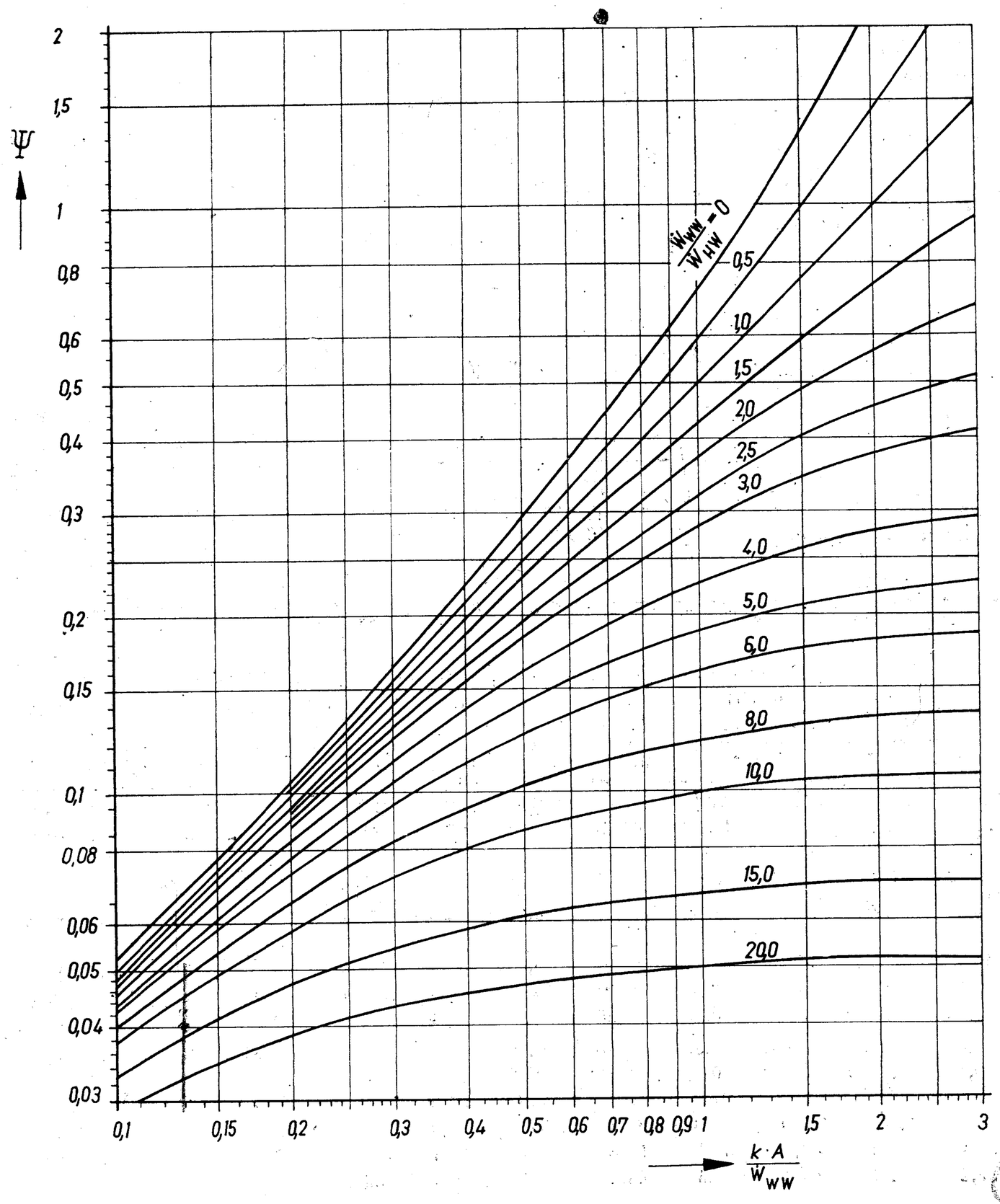
annehmen. Damit können die Temperaturverhältnisse, die sich bei Teillast im Wärmeübertrager einstellen, iterativ berechnet werden.

Beispiel 2

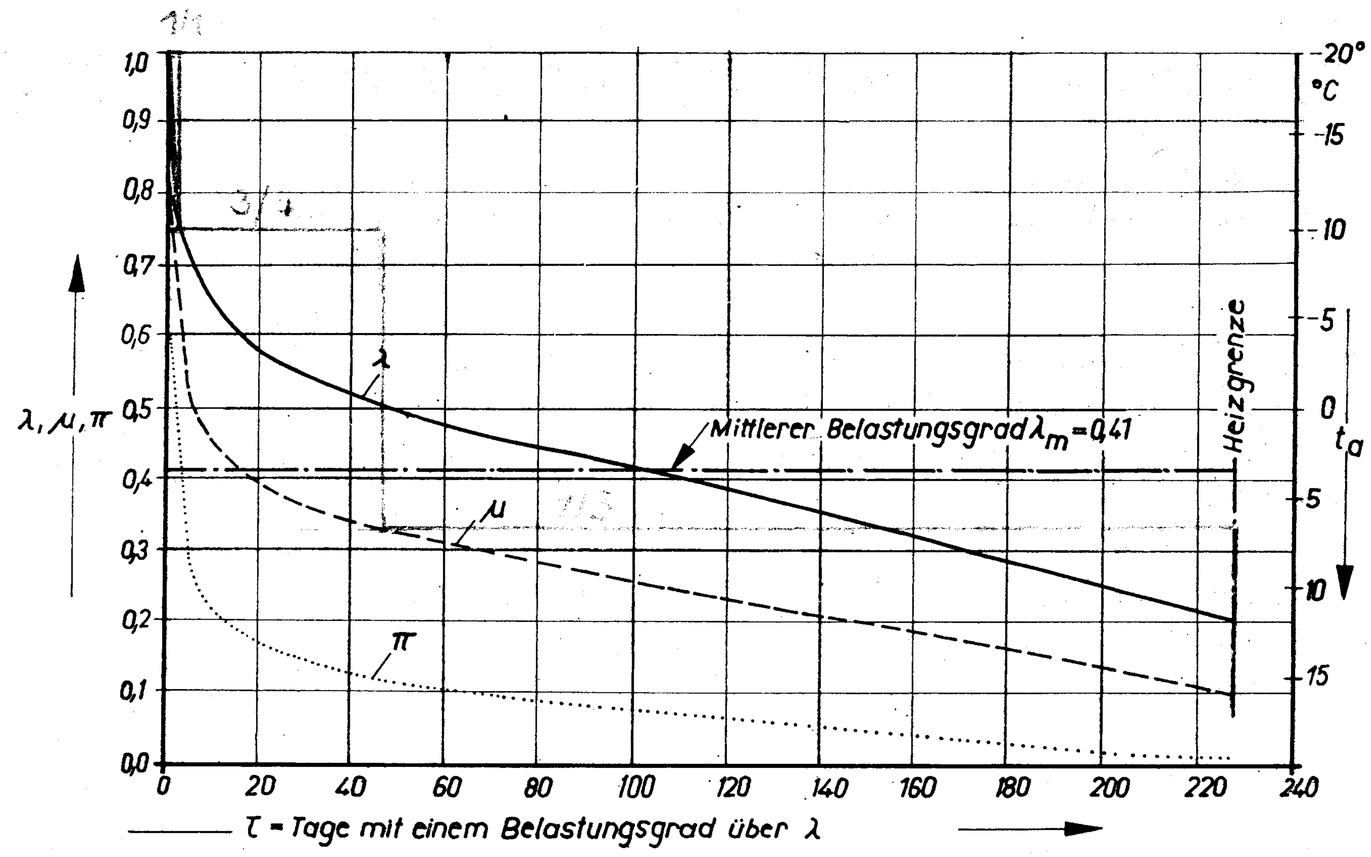
Ein Gegenstromwärmeübertrager wird im Vollastfall primärseitig mit Heißwasser 170/110 °C und sekundärseitig mit Warmwasser 70/110 °C beaufschlagt. Das Sekundärnetz soll gleitend gefahren werden und der Raumheizung dienen. Das Durchmesserverhältnis der Heizrohre beträgt $\delta = 1{,}1$. Welche Heißwassermengen fließen bei Halblast ($\lambda = 0{,}5$) bzw. bei Heizgrenzlast ($\lambda = 0{,}2$), wenn im Vollastzustand durch den Wärmeübertrager 50 t/h Heißwasser strömen? Wie ändern sich näherungsweise die Verhältnisse $\mu = \dot{m}_{HW}/\dot{m}_{HW}^{+}$ und $\pi = \Delta p_{HW}/\Delta p^{+}_{HW}$ während der Heizperiode?

Die Lösung dieser Aufgabe erfolgt schrittweise. Alle notwendigen Ausgangswerte, Zwischen- und Endergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Zum besseren Verständnis sei der erste Iterationsschritt der zweiten Näherung für den Halblastfall (Spalte 5) eingehend durchgerechnet.

Die teilweise Parallelität der Beispiele 1 und 2 gestattete es, die Ergebnisse Vollastfall — Auslegungsdaten (Spalte 3) und Halblastfall — 1. Näherung (Spalte 4) vom Beispiel 1 zu übernehmen. Zusätzlich wurden lediglich die Werte $\dot{m}_{HW}$, $\dot{m}_{WW}$, Ψ, $\bar{t}_{WW}$, $\bar{t}_{HW}$ und Δt_m ergänzt. Wie diese Berechnungen durchzuführen sind, ergibt sich aus der Analogie zum nachfolgenden Rechengang, so daß die Spalten 3 und 4



4



als Grundlage für den ersten Iterationsschritt angenommen werden können. Die Größen t'_{HW}, t'_{WW}, t''_{WW} und $\dot{m}_{WW}$ sind durch die Auslegung und den betrachteten Teillastfall vorgegeben. Damit ist auch die Betriebscharakteristik Φ gemäß Gl. (2) festgelegt. Der für die Iteration entscheidende Ausdruck ist das Verhältnis k/k^+, das sich aus den Angaben des Vollastzustandes (Spalte 3) und des jeweils vorangegangenen Iterationsschrittes — beim ersten Iterationsschritt ist dies die erste Näherung (Spalte 4) — nach Gl. (15) errechnet. Zur Rechenerleichterung wird das Diagramm (Bild 3) benutzt. Für die einzelnen Summanden $S = S(\dot{m}; \bar{t}; \delta)$ ergeben sich:

$$S_1 = S_1\,(50\ \text{t/h};\ 137{,}6\ °\text{C};\ 1{,}1) = 0{,}0140$$
$$S_2 = S_2\,(75\ \text{t/h};\ 88{,}4\ °\text{C};\ 1\ ) = 0{,}0115$$
$$S_3 = S_3\,(12{,}9\ \text{t/h};\ 82{,}0\ °\text{C};\ 1{,}1) = 0{,}0600$$
$$S_4 = S_4\,(75\ \text{t/h};\ 56{,}8\ °\text{C};\ 1\ ) = 0{,}0150$$

Daraus folgt schließlich

$$\frac{k}{k^+} = \frac{0{,}0255}{0{,}0750} = 0{,}34$$

und nach Gl. (16)

$$\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{WW}} = 0{,}34 \cdot 0{,}81 = 0{,}28$$

Mit den Parametern $\Phi = 0{,}17$ und $k \cdot A/\dot{W}_{WW} = 0{,}28$ läßt sich aus Bild 2 der Wert $\dot{W}_{WW}/\dot{W}_{HW} = 3{,}2$ entnehmen. Entsprechend Gl. (10) ergibt sich der Heißwasserstrom zu

$$\dot{m}_{HW} = \frac{1{,}5}{3{,}2} \cdot 50\ \text{t/h} = 23{,}4\ \text{t/h}\,.$$

Des weiteren folgt aus Bild 4 für $k \cdot A/\dot{W}_{WW} = 0{,}28$ und $\dot{W}_{WW}/\dot{W}_{HW} = 3{,}2$ der Faktor $\Psi = 0{,}115$. Damit lassen sich nach Gl. (23)

$$\bar{t}_{WW} = 72\ °\text{C} - (170\ °\text{C} - 72\ °\text{C}) \cdot 0{,}115 = 60{,}7\ °\text{C}$$

und nach Gl. (24)

$$\bar{t}_{HW} = 170\ °\text{C} - (170\ °\text{C} - 72\ °\text{C}) \cdot 0{,}115 \cdot 3{,}2 = 134{,}0\ °\text{C}$$

ermitteln. Zur Kontrolle sei abschließend die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz

$$\Delta t_m = \bar{t}_{HW} - \bar{t}_{WW} = 73{,}3\ \text{grd}$$

gebildet und dem exakten Wert

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t^+_m \cdot \lambda}{\frac{k}{k^+}} = \frac{49{,}4\ \text{grd} \cdot 0{,}5}{0{,}34} = 72{,}6\ \text{grd}$$

gegenübergestellt. Die vorhandene Abweichung ist für die weitere Rechnung unbedeutend, sie resultiert aus den mehrfach durchgeführten Rundungen. Damit kann der zweite Iterationsschritt, der sich auf die Werte der Spalten 3 und 5 stützt, erfolgen. Wie aus Tabelle 1 ersichtlich ist, springt man bei jedem Iterationsschritt wechselseitig über den Endwert hinaus. Um diesen Endwert $k \cdot A/\dot{W}_{WW} = 0{,}38$ abschätzen zu können, waren somit sieben Iterationen nötig.

Das Konvergenzverhalten kann man verbessern, wenn nicht der jeweils errechnete k/k^+-Wert weiter verwendet wird, sondern nur beispielsweise 80 Prozent der Änderung dieses Wertes gegenüber der vorhergehenden Iteration. So wurde für die Ermittlung des Grenzlastfalles

$$\left(\frac{k}{k^+}\right) = \left(\frac{k}{k^+}\right)_{alt} - 0{,}8 \cdot \left[\left(\frac{k}{k^+}\right)_{alt} - \left(\frac{k}{k^+}\right)_{neu}\right] \qquad (25)$$

gesetzt. Für den ersten Iterationsschritt ergab sich aus der ersten Näherung $k/k^+ = 0{,}13$. Dieser Wert wurde dann gemäß Gl. (25) zu $\frac{k}{k^+} = 1{,}0 - 0{,}8 \cdot [1{,}0 - 0{,}13] = 0{,}30$ korrigiert.

Als Erfolg dieser Maßnahme kann man feststellen, daß nur drei Iterationen benötigt wurden, um den Endwert zu erreichen. Nachdem die Ergebnisse für $\lambda = 0{,}5$ (Punkt B′) und $\lambda = 0{,}2$ (Punkt C′) vorliegen, kann in Bild 2 näherungsweise die Kurve Y eingetragen werden. Für jeden Belastungsgrad läßt sich über die Wassertemperaturen t'_{WW}, t''_{WW} die Betriebscharakteristik Φ ermitteln und im Schnittpunkt mit der Kurve Y der Parameter $\dot{W}_{WW}/\dot{W}_{HW}$ ablesen. Damit sind nach Gl. (10) die Heißwasserverhältnisse

$$\mu = \frac{\dot{m}_{HW}}{\dot{m}^+_{HW}} = \frac{v^+}{v} \qquad (26)$$

berechenbar. Da für den Druckverlust

$$\Delta p \sim \dot{m}^{1{,}8 \ldots 2{,}0}$$

gilt, wobei der Exponent 1,8 für den Druckverlust infolge Rohrreibung und 2,0 für den infolge von Einzelwiderständen stehen sollte, wird unter den hier vorliegenden Verhältnissen der Mittelwert 1,9 angenommen. Somit folgen für die Druckverhältnisse

$$\pi = \frac{\Delta p_{HW}}{\Delta p^+_{HW}} = \left(\frac{\dot{m}_{HW}}{\dot{m}^+_{HW}}\right)^{1{,}9} = \mu^{1{,}9}\,. \qquad (27)$$

Die Ergebnisse aus Beispiel 2 sind in Bild 5 als geordnete Häufigkeitsverteilung aufgezeichnet. So ist beispielsweise erkennbar, daß sich nur an etwa 60 Tagen im Jahr eine größere Heißwassermenge als 30 Prozent und ein Druckverlust von mehr als 10 Prozent — bezogen auf den Vollastfall — ergeben. *Fortsetzung auf Seite 272*

(Fortsetzung von Seite 259)

4. Zusammenfassung

Mit den beiden Näherungsverfahren ist es möglich, die zu jedem Belastungsfall erforderliche Heißwassermenge, die einen Gegenstromwärmeübertrager durchströmt, zu ermitteln. Additiv ergibt sich dann die Verteilung der Heißwassermengen für das gesamte Primärnetz, woraus sich die Druckverhältnisse errechnen lassen.

Würde ein ganzes Netz mit parallelgeschalteten Abnehmern gleicher Charakteristik vorliegen, so können die Ergebnisse eines Wärmeübertragers auf das gesamte Primärnetz übertragen werden. In diesem Sonderfall könnten die obengenannten Teilberechnungen unterbleiben.

Mit Kenntnis der Heißwassermenge und Druckdifferenz in geordneten Häufigkeitsverteilungen, die an der Primäreinspeisung erforderlich sind, kann die optimale Auswahl der Teillastpumpen für ein konventionell bemessenes Fernheiznetz vorgenommen oder die Nebenbedingung für ein optimal zu bemessendes Fernheiznetz formuliert werden.

Mit den vorgeschlagenen Näherungsverfahren lassen sich außerdem noch weitere Teilprobleme lösen, wie z. B.:

— Bei welchem Belastungsgrad kann ein Wärmeübertrager einer Gruppe abgeschaltet werden?

— Welche maximale Leistung kann bei Havarie eines Wärmeübertragers mit den restlichen Übertragern der Gruppe gefahren werden?

— Welche Heißwassermengen $\dot{m}_{HW} = f(\lambda)$ werden bei gleitend betriebenen Primärnetzen benötigt?

Literatur

[1] *Elsner/Moebus,* Technische Wärmelehre I—III, 10. Lehrbrief, TU Dresden

[2] *Glück,* Wahl der Auslegungsparameter von Wasserheizungsanlagen zur Erzielung optimaler Regelungsverhältnisse (I), „Stadt- und Gebäudetechnik", Heft 1/1971, S. 6 bis 9