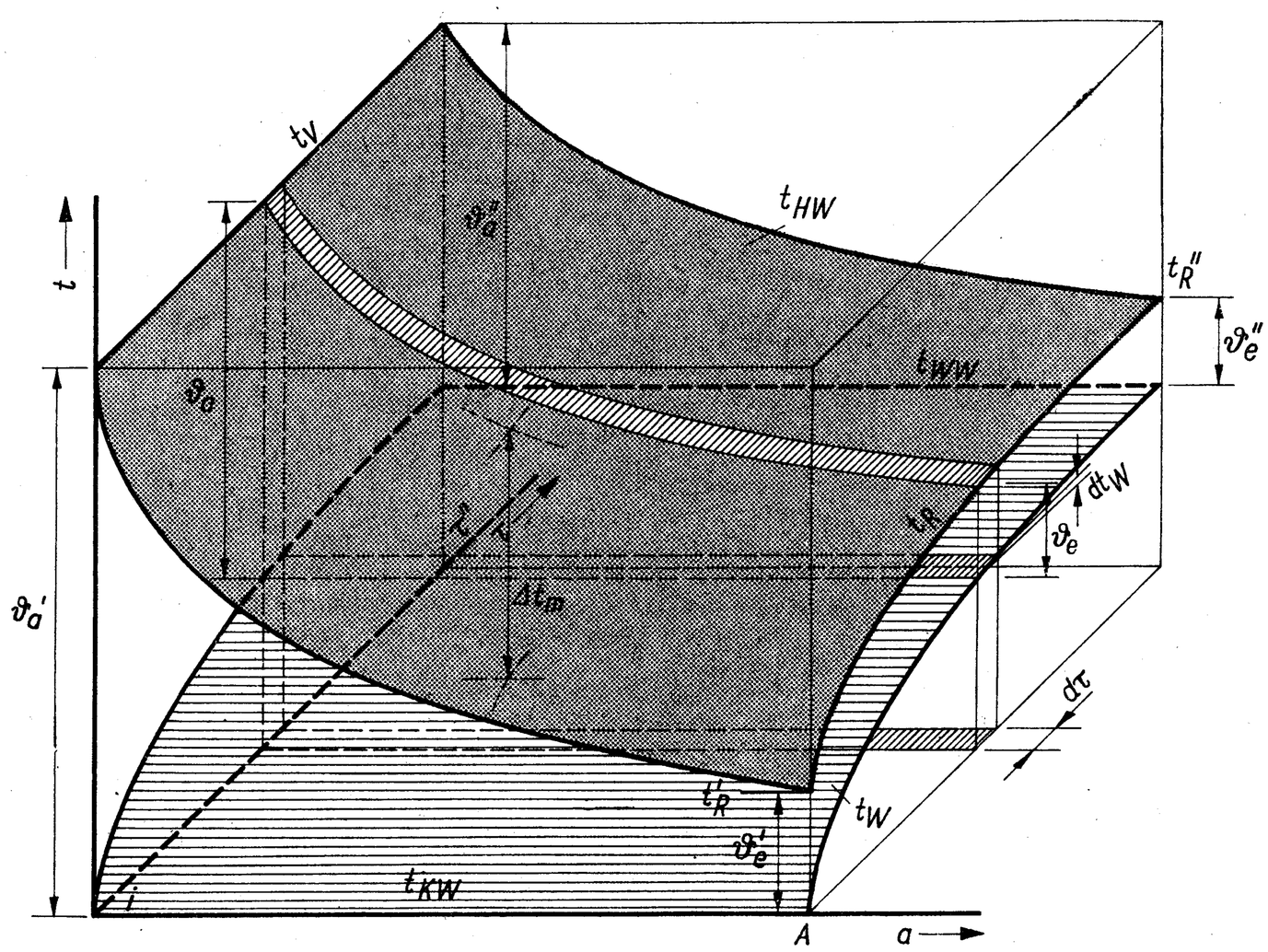
ZUR ANWENDUNG EMPFOHLEN

Die Auslegung von Warmwasserbereitern

Dr.-Ing. B. GLUCK, Jößnitz/Vogtl.

Im folgenden sollen die Zusammenhänge zwischen der Größe der Speicherheizfläche, dem Speichervolumen, der Aufheizzeit, der Heizmedienmenge und die daraus resultierenden Temperaturverhältnisse untersucht werden.

Die Grundlage für derartige Betrachtungen ist die Berechnung der mittleren Temperaturdifferenz zwischen dem Heizmedium, das fühlbare Wärme abgibt, und dem aufzuheizenden Speicherinhalt (Warmwasser). Ausgehend von einem dreidimensionalen Temperatur-Heizflächen-Zeit-Schaubild (Bild 1) und den thermodynamischen Zusammenhängen,



kann der integrale Mittelwert (mittlere Temperaturdifferenz) zwischen den Flächen $t_{HW} = t_{HW}(a, \tau)$ und $t_W = t_W(a, \tau)$ mathematisch exakt ermittelt werden. Dabei bedeuten t_{HW} — Temperatur des Heizwassers, t_W — Temperatur des Warmwassers. Beide Größen sind als Funktion der Heizfläche und der Zeit dargestellt. Wie aus Bild 1 ersichtlich ist, wurde die Warmwassertemperatur zu jeder Betrachtungszeit an allen Punkten des Speichers konstant angenommen, d. h., für die Warmwassertemperatur gilt nur die Funktion $t_W = t_W(\tau)$ mit $t_W = t_{KW}$ $(\tau = \tau')$ zu Beginn und $t_W = t_{WW}$ $(\tau = \tau'')$ am Ende der Aufheizung. Diese Voraussetzung ist zwar nicht ganz realistisch, jedoch hinreichend genau. Praktische Meßergebnisse könnten durch Korrekturfaktoren berücksichtigt werden, wobei derartige Faktoren jedoch nur auf geometrisch ähnliche Behälter und Heizflächenanordnungen übertragbar sind.

Des weiteren gelten die Abkürzungen

$$\vartheta_a = t_V - t_W,\ \vartheta_a' = t_V - t_{KW},\ \vartheta_a'' = t_V - t_{WW};$$
$$\vartheta_e = t_R - t_W,\ \vartheta_e' = t_R' - t_{KW},\ \vartheta_e'' = t_R'' - t_{WW};$$

wobei t_V die Vorlauf- und t_R die Rücklauftemperatur des Heizmediums bedeuten. Betrachtet man das in Bild 1 dargestellte infinitesimal kleine Element mit den Grundseiten A und $d\tau$, so lassen sich hierfür die Wärmebilanzen

$$dQ = W_W \cdot dt_W = \dot{W}_{HW} \cdot (\vartheta_a - \vartheta_e) \cdot d\tau \qquad (1)$$

und

$$dQ = \dot{W}_{HW}(\vartheta_a - \vartheta_e) \cdot d\tau = k \cdot A \cdot \frac{\vartheta_a - \vartheta_e}{ln \frac{\vartheta_a}{\vartheta_e}} \cdot d\tau \qquad (2)$$

anschreiben.

Aus Gl. (2) folgt sofort die Beziehung

$$\vartheta_e = \vartheta_a \cdot e^{-\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{HW}}}, \qquad (3)$$

die während des gesamten Aufheizvorganges gültig ist. Durch Substitution der Gl. (3) in Gl. (1) ergeben sich

$$W_W \cdot dt_W = \dot{W}_{HW} \cdot \vartheta_a \cdot \left(1 - e^{-\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{HW}}}\right) \cdot d\tau \qquad (4)$$

bzw. durch Trennung der Variablen und Substitution von ϑ_a

$$\int_{\tau'}^{\tau''} d\tau = \frac{W_W}{\dot{W}_{HW}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{HW}}}\right)^{-1} \cdot \int_{t_{KW}}^{t_{WW}} \frac{dt_W}{t_V - t_W} \qquad (5)$$

und damit unter Beachtung der Abkürzungen

$$\tau'' - \tau' = -\frac{W_W}{\dot{W}_{HW}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{HW}}}\right)^{-1} \cdot ln \frac{\vartheta_a''}{\vartheta_a'} \qquad (6)$$

Für den gesamten Aufheizvorgang muß bei Einführung der mittleren Temperaturdifferenz

$$Q = k \cdot A \cdot \Delta t_m \cdot (\tau'' - \tau') = W_W \cdot (t_{WW} - t_{KW})$$
$$= W_W \cdot (\vartheta_a' - \vartheta_a'') \qquad (7)$$

gelten. Diese Gleichung, nach der Aufheizdauer $\Delta\tau = \tau'' - \tau'$ eliminiert und in Gl. (6) eingesetzt, liefert

$$\frac{\dot{W}_{HW} \cdot (\vartheta_a' - \vartheta_a'')}{k \cdot A \cdot \Delta t_m} = -\frac{ln \frac{\vartheta_a''}{\vartheta_a'}}{\left(1 - e^{-\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{HW}}}\right)}. \qquad (8)$$

Ersetzt man $k \cdot A/\dot{W}_{HW}$ und $e^{-\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{HW}}}$ jeweils durch Gl. (3) unter Beachtung, daß diese auch für das Ende des Aufheizvorganges mit den Übertemperaturen ϑ_a'' und ϑ_e'' gilt, so ergibt sich für die mittlere Temperaturdifferenz die von MACSKÁSY angegebene Form:

$$\Delta t_m = \frac{1}{\vartheta_a''} \cdot \frac{\vartheta_a' - \vartheta_a''}{ln \frac{\vartheta_a'}{\vartheta_a''}} \cdot \frac{\vartheta_a'' - \vartheta_e''}{ln \frac{\vartheta_a''}{\vartheta_e''}} . \tag{9}$$

Erfahrungsgemäß scheut man sich oft vor der numerischen Auswertung derartiger Berechnungsgleichungen. Es erschien deshalb vorteilhaft, den gegebenen Zusammenhang graphisch darzulegen. Ausgehend von der Wärmebilanz nach Gl. (7), kann

$$\frac{\Delta t_m}{t_{WW} - t_{KW}} = \frac{W_W}{k \cdot A} \cdot \frac{1}{\Delta \tau} \tag{10}$$

eliminiert werden. Es wird der erste Term der rechten Gleichungsseite als Behälterkonstante 1

$$B1 = \frac{W_W}{k \cdot A} = \frac{m_W \cdot c_W}{k \cdot A} \tag{11}$$

eingeführt und für die in TGL 116-0714 angegebenen Heizregister und Behältergrößen in Tabelle 1 ausgewertet. Im einzelnen bedeuten m_W — die Speichermenge in kg, c_W — die spezifische Wärme des Wassers in kcal/kg·grd, A — die Heizfläche in m² und k — die Wärmedurchgangszahl in kcal/m² h grd. Während die ersten Größen exakt festgelegt sind, stellt die Berechnung des k-Wertes infolge unterschiedlichen Steinansatzes und dessen Wärmeleitfähigkeit ein diffiziles Problem dar. Den Tabellenwerten wurde $k = 300$ kcal/m² h grd zugrunde gelegt. Eine Korrektur auf andere Bedingungen ist mit Gl. (11) jederzeit möglich. Mit dem Wert B 1 kann vom oberen Rand in eines der Diagramme (Bild 2: $t_{WW} = 40$ °C, Bild 3: $t_{WW} = 50$ °C, Bild 4: $t_{WW} = 60$ °C) gegangen und nach dem Schnitt mit den Kurven gewünschter Aufheizzeit am linken Diagrammrand das Verhältnis $\Delta t_m/(t_{KW} - t_{WW})$ abgelesen werden. Da die Kenntnis dieses Verhältnisses für den durchgängigen Berechnungsgang bedeutungslos ist, kann man die horizontale Hilfslinie direkt zum Schnitt mit den Parameterlinien der Vorlauftemperatur t_V bringen und am unteren Diagrammrand die Rücklauftemperatur ablesen. Es handelt sich dabei um die höchste Rücklauftemperatur am Ende der Aufheizzeit t_R'', womit auch ϑ_e'' festliegt. Zwischen den Übertemperaturen am Heizflächenanfang und -ende besteht der Zusammenhang nach Gl. (3)

$$\vartheta_e = \vartheta_a \cdot e^{-\frac{k \cdot A}{\dot{W}_{HW}}} = \vartheta_a \cdot e^{-C} \tag{3a}$$

mit $\dot{W}_{HW}$ — dem Wasserwert des Heizwassers $\dot{m}_{HW} \cdot c_{HW}$. Da im Berechnungszyklus die beiden Übertemperaturen am Ende der Aufheizzeit festliegen, kann vom unteren Diagrammrand ausgehend über den Schnitt mit den gestrichelt dargestellten Parameterlinien t_V am rechten Rand die Hilfskonstante C abgelesen werden. Mit diesem Wert C ist in das gemeinsam benutzbare Diagramm (Bild 5) zu gehen und die notwendige Heizwassermenge $\dot{m}_{HW}$ auf der Abszisse zu ermitteln.

Die eingezeichneten Parameter werden als Behälterkonstante 2

$$B2 = k \cdot A \tag{12}$$

bezeichnet und sind ebenfalls in Tabelle 1 aufgeführt.

Mitunter kann es von besonderem Interesse sein, Kenntnis über den größten Wärmestrom (Beginn des Aufheizvorganges) und über den kleinsten Wärmestrom (Ende des Aufheizvorganges) zu haben. Es gilt

$$\dot{Q} = \dot{W}_{HW} \cdot (\vartheta_a - \vartheta_e) = \dot{W}_{HW} \cdot \vartheta_a \cdot (1 - e^{-C}) , \tag{13}$$

wobei ϑ_a wahlweise den Wert ϑ_a' und ϑ_a'' annehmen kann. Ausgehend vom Schnittpunkt C mit $k \cdot A$ (Bild 5), ist, den gestrichelten Linien folgend, durch geradlinige Verbindung mit ϑ_a, der Wert $\dot{Q}$ auf einer Skale ablesbar.

Da die Auslegung des Warmwasserbereiters ohne jegliche numerische Zwischenrechnung möglich ist, dürfte eine Zeitersparnis eintreten.

Alle bisherigen Betrachtungen galten Warmwasserbereitern, deren Heizflächen mit Warmwasser beaufschlagt werden. Ohne die bisherigen Ableitungen zu wiederholen, kann man diese Ergebnisse auch auf den theoretisch einfacheren Fall — der mit Sattdampf beaufschlagten Heizflächen — anwenden. Das in Bild 1 dargestellte Schaubild bekommt dann als Temperaturfunktion des Heizmediums eine zur Grundfläche $A \cdot \tau$ parallele Ebene, deren Abstand die Sattdampftemperatur kennzeichnet. Durch die latente Wärmeabgabe des Dampfes gilt zu jeder Zeit $\vartheta_a = \vartheta_e$.

Die Gl. (9) nimmt dann nach Bildung des Grenzwertes für $\vartheta_e'' \to \vartheta_a''$ (Regel von l'Hospital) die Form

$$\Delta t_m = \frac{\vartheta_a' - \vartheta_a''}{ln \frac{\vartheta_a'}{\vartheta_a''}} \cdot \lim_{\vartheta_e'' \to \vartheta_a''} \frac{1 - \frac{\vartheta_e''}{\vartheta_a''}}{ln \frac{\vartheta_a''}{\vartheta_e''}} = \frac{\vartheta_a' - \vartheta_a''}{ln \frac{\vartheta_a'}{\vartheta_a''}} \tag{14}$$

an. Damit können die Diagramme (Bild 2, 3, 4) zur Bemessung der dampfbeaufschlagten Warmwasserbereiter verwendet werden. Es sind lediglich bei den Parameterlinien t_V die Endpunkte — für die $t_V = t_R''$ gilt — zu benutzen. Des weiteren ist der Eingangswert B 1 durch drei zu dividieren, da die Wärmedurchgangszahl bei Dampfbeheizung ungefähr $k = 900$ kcal/m² h grd gegenüber Beheizung mit Warmwasser $k = 300$ kcal/m² h grd (Tabellenwerte) beträgt. Die benötigten Wärmemengen zu Beginn und am Ende der Aufheizzeit betragen

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \vartheta_a' = 3 \cdot (B2) \cdot \vartheta_a' \tag{15}$$

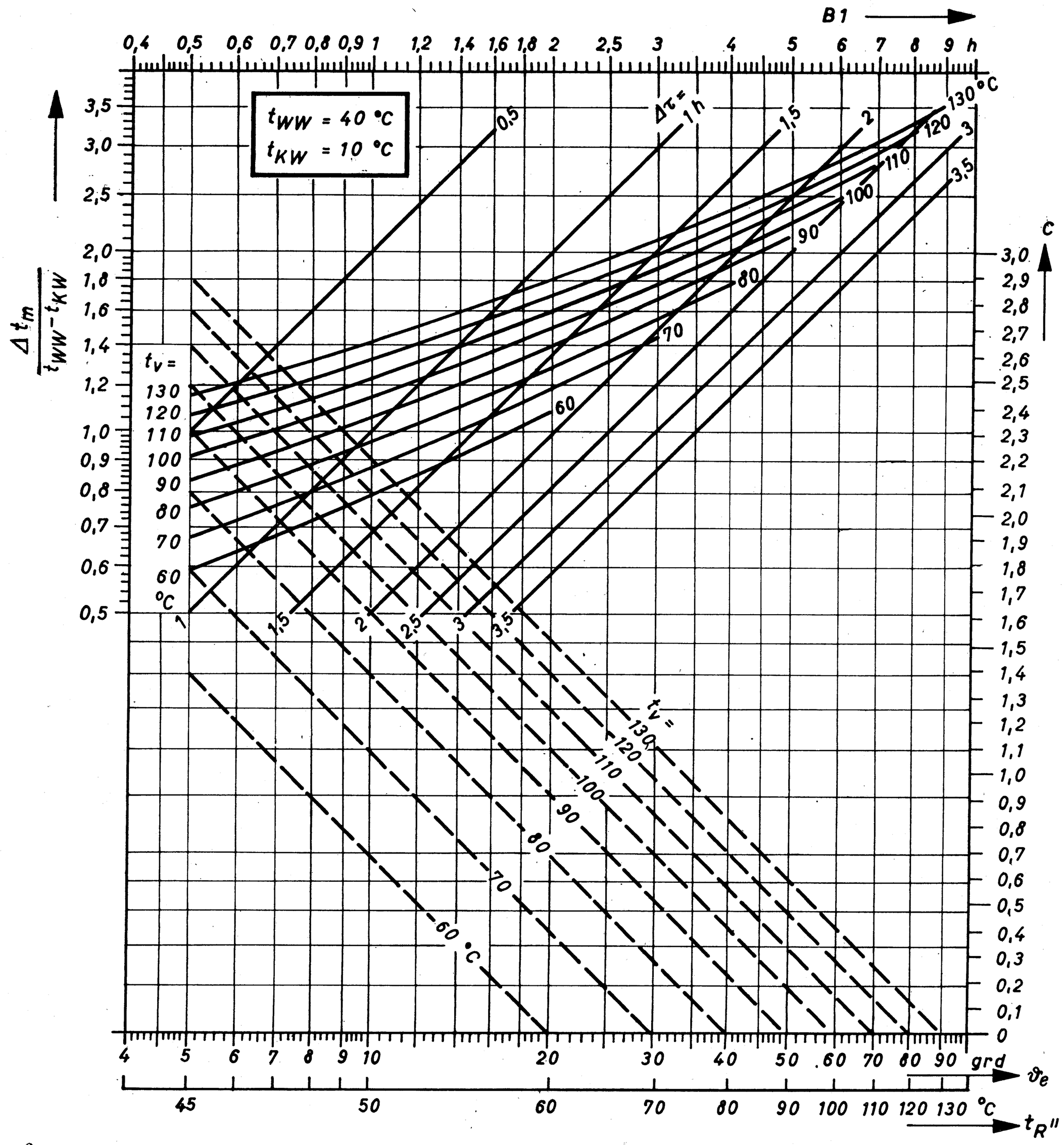
und

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \vartheta_a'' = 3 \cdot (B2) \cdot \vartheta_a'' . \tag{16}$$

Tabelle 1

	Nenninhalt V in l	Aufteilung der Heizflächen in 2 Lagen A	2 Lagen B 1	2 Lagen B 2	3 Lagen A	3 Lagen B 1	3 Lagen B 2	4 Lagen A	4 Lagen B 1	4 Lagen B 2	5 Lagen A	5 Lagen B 1	5 Lagen B 2
Heizregister Form A Rohr 45 × 2,5	150	0,82	0,61	246	1,23	0,41	369	—	—	—	—	—	—
	300	1,00	1,00	300	1,50	0,67	450	2,00	0,50	600	—	—	—
	600	1,16	1,72	348	1,74	1,15	522	2,32	0,86	696	2,90	0,69	870
	1000	1,32	2,52	396	1,98	1,68	594	—	—	—	—	—	—
Heizregister Form B Rohr 57 × 3	1000	—	—	—	2,55	1,31	765	3,40	0,98	1020	—	—	—
	1500	1,82	2,75	546	2,73	1,83	819	3,64	1,37	1092	—	—	—
	2000	1,96	3,40	588	2,94	2,27	882	3,92	1,70	1176	4,90	1,36	1470
	3000	2,88	3,47	864	4,32	2,32	1296	5,76	1,73	1728	7,20	1,39	2160
	5000	3,32	5,02	996	4,98	3,35	1494	6,64	2,51	1992	8,30	2,01	2490

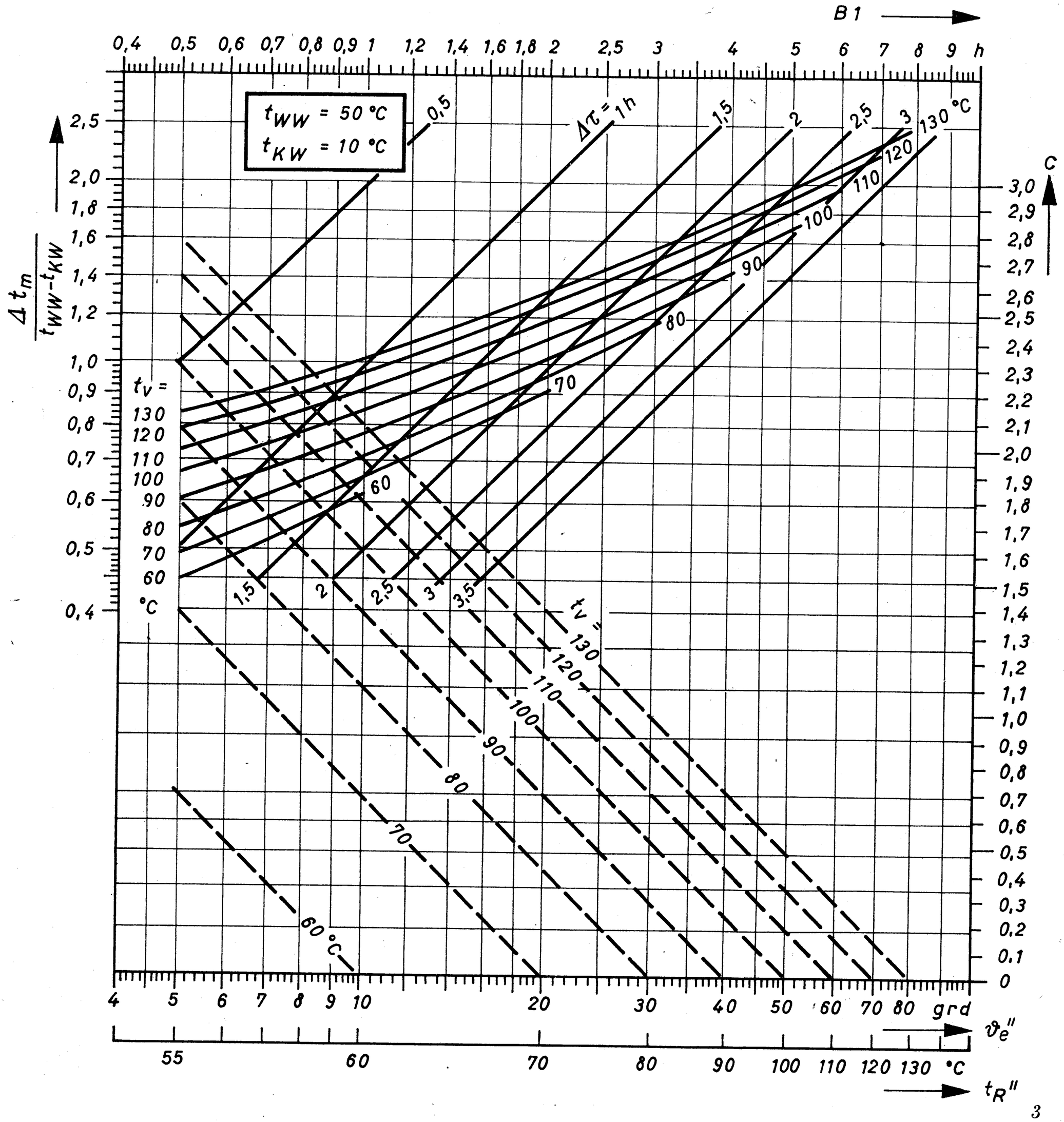
Heizfläche: A in m²; Behälterkonstante 1: B 1 in h; Behälterkonstante 2: B 2 in kcal/h·grd



Beispiel 1:

Welche Heizwassermenge mit einer Vorlauftemperatur von $t_V = 90$ °C muß stündlich durch den Warmwasserbereiter ($V = 5000$ l, $A = 8{,}30$ m²) fließen, um diesen innerhalb von drei Stunden von $t_{KW} = 10$ °C auf $t_{WW} = 60$ °C aufzuheizen? Welche Rücklauftemperatur stellt sich am Ende des Aufheizvorganges ein? In welchen Grenzen schwankt der erforderliche Wärmestrom?

Aus Tabelle 1 folgt $B\,1 = 2{,}01$ h. Mit diesem Wert ergeben sich aus Bild 4 die Übertemperatur des Heizmediums über der Temperatur des Warmwassers am Ende der Aufheizzeit zu $\vartheta_e'' = 12$ grd und damit die maximale Rücklauftemperatur $t_R'' = 72$ °C. Des weiteren folgt $C = 0{,}92$. Mit diesem Wert sowie einem $B\,2 = 2490$ kcal/h·grd aus Tabelle 1 liefert Bild 5 den notwendigen Heizwasserdurchsatz $\dot{m}_{HW} = 2700$ kg/h. Von dem entstandenen Schnittpunkt den gestrichelten Linien folgend, ergibt sich durch Verbinden mit $\vartheta_a' = 80$ grd, $\dot{Q}' = 130\,000$ kcal/h und mit $\vartheta_a'' = 30$ grd, $Q'' = 49\,000$ kcal/h.



3

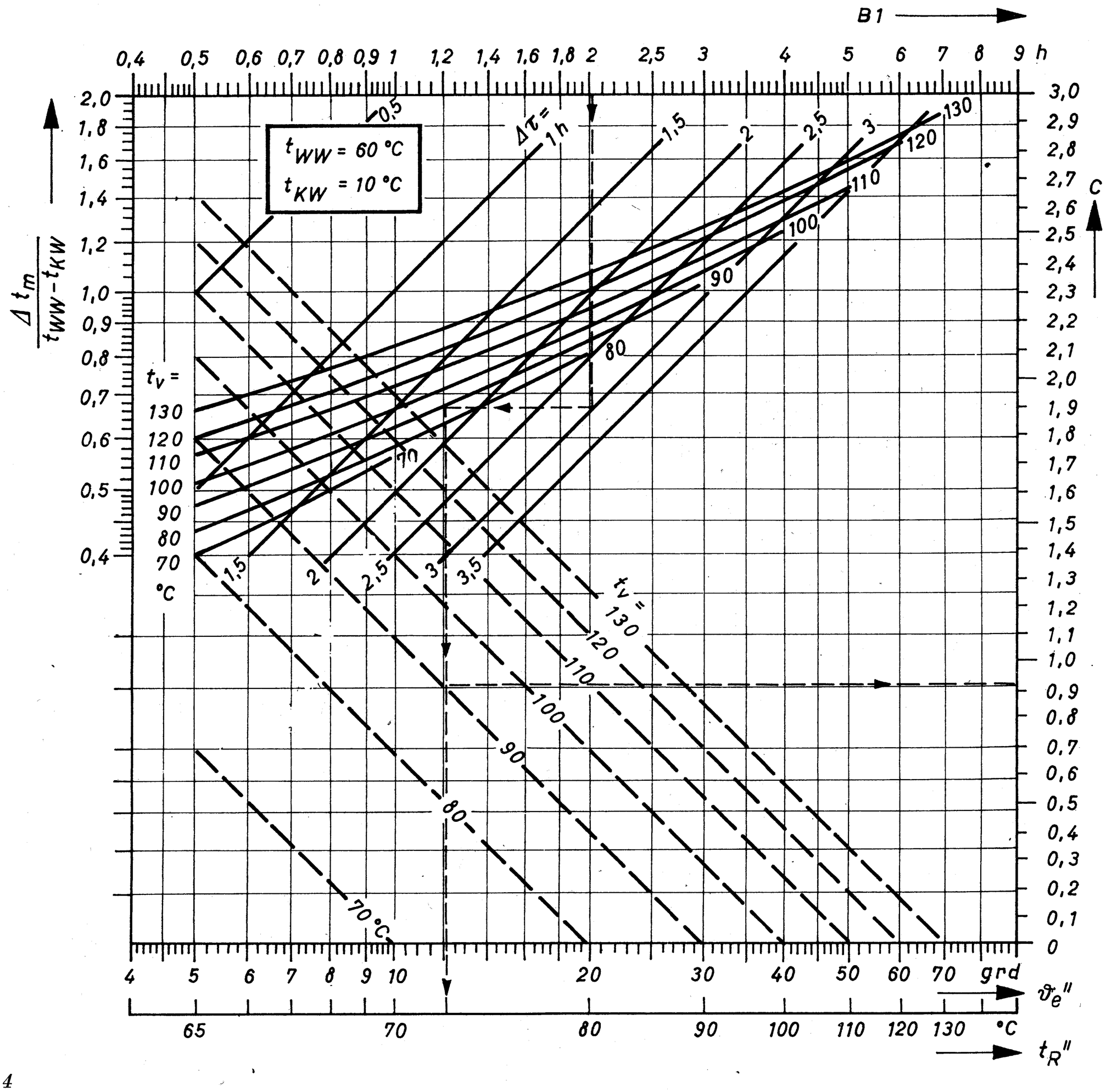
Beispiel 2:

Welche Aufheizzeit $\Delta\tau$ ist erforderlich, wenn ein Warmwasserbereiter mit 2000 l Inhalt und einer installierten Heizfläche $A = 2{,}94\ m^2$ von $t_{KW} = 10\ °C$ auf $t_{WW} = 50\ °C$ gebracht werden soll? Als Heizmedium steht Wasser mit einer Vorlauftemperatur $t_V = 110\ °C$ zur Verfügung, die Rücklauftemperatur im aufgeheizten Zustand soll $t_R'' = 70\ °C$ betragen.

Aus Tabelle 1 ist $B\ 1 = 2{,}27$ h zu entnehmen. Mit diesem Wert geht man in Bild 3 und zeichnet eine Parallele zur Ordinate. Des weiteren ist eine Parallele ebenfalls zur Ordinate, von der geforderten Rücklauftemperatur ausgehend $t_R'' = 70\ °C$ ($\vartheta_e'' = 20$ grd), bis zum Schnitt mit der Parameterlinie $t_V = 110\ °C$ zu ziehen. Durch diesen Schnittpunkt wird eine Parallele zur Abszisse gelegt. Der dadurch entstehende Schnittpunkt mit der zuerst eingetragenen Parallelen ($B\ 1 = 2{,}27$ h) ergibt die zu berechnende Aufheizzeit von $\Delta\tau = 1{,}9$ h.

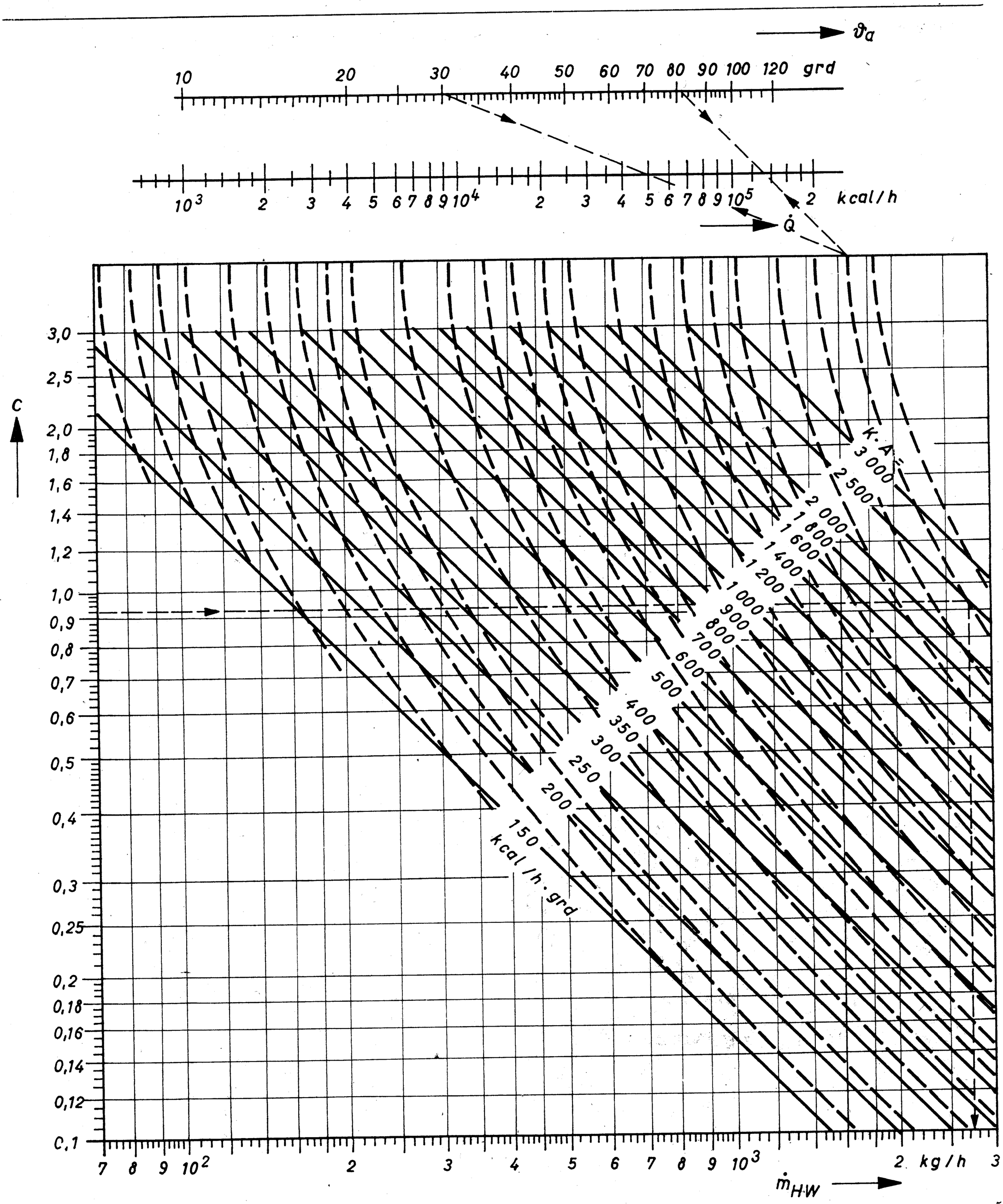
Als weitere Ergebnisse können analog dem vorangegangenen Beispiel ermittelt werden:

Aus Bild 3 folgt $C = 1{,}1$, woraus sich mit $B\ 2 = 882$ kcal/h · grd (Tabelle 1) nach Bild 5 die Wassermenge $\dot{m}_{HW} = 800$ kg/h ergibt. Die Grenzwärmemengen betragen für $\vartheta_a' = 100$ grd, $\dot{Q}' = 53\,000$ kcal/h und für $\vartheta_a'' = 60$ grd, $\dot{Q}'' = 32\,000$ kcal/h.



Beispiel 3:

Wie lange dauert das Aufheizen eines Warmwasserbereiters von $t_{KW} = 10$ °C auf $t_{WW} = 50$ °C mit einem Inhalt von 1500 l und einer Heizfläche $A = 2{,}73$ m², wenn als Heizmedium $\dot{m}_{HW} = 400$ kg/h mit einer Vorlauftemperatur $t_V = 90$ °C zur Verfügung stehen? Nach Tabelle 1 ergibt sich $B\,2 = 819$ kcal/h·grd. Mit diesem Wert und der vorgegebenen Heizwassermenge folgt aus Bild 5 ein zugehöriges $C = 2{,}05$. Damit läßt sich nach Schnitt mit $t_V = 90$ °C aus Bild 3 $\vartheta_e'' = 5{,}2$ grd ($t_R'' = 55{,}2$ °C) ablesen. Mit diesem Wert eine Parallele zur Ordinate gezeichnet und im Schnittpunkt mit $t_V = 90$ °C eine Parallele zur Abszisse angeschlossen, liefert im neuen Schnittpunkt mit $B\,1 = 1{,}83$ h die Aufheizzeit $\Delta\tau = 3{,}0$ h. Die erforderlichen Wärmemengen schwanken auch Bild 5 in den Grenzen $\dot{Q}' = 28\,000$ kcal/h ($\vartheta_a' = 80$ grd) und $\dot{Q}'' = 14\,000$ kcal/h ($\vartheta_a'' = 40$ grd).



5

Beispiel 4:

Wie groß ist die Aufheizzeit eines 3000-l-Warmwasserbereiters ($A = 2{,}88$ m²) von $t_{KW} = 10$ °C auf $t_{WW} = 60$ °C, wenn Sattdampf von 1,5 ata als Heizmedium zur Verfügung steht? Aus Tabelle 1 folgt $B\,1 = 3{,}47$ h, nach Umrechnung auf Dampfbeheizung ergibt sich $B\,1 = 1{,}16$ h. Mit diesem Wert wird eine Parallele zur Ordinate in Bild 4 eingetragen und mit der Parallelen zur Abszisse, die vom Endpunkt der Kurve $t_V = 110$ °C (entsprechend dem Dampfdruck von 1,5 ata) ausgeht, zum Schnitt gebracht. Im Schnittpunkt ist dann die erforderliche Aufheizzeit $\Delta\tau = 0{,}8$ h ablesbar. Die Grenzwärmemengen ergeben sich nach Gl. (15) zu $\dot{Q}' = 259\,200$ kcal/h ($\vartheta_a' = 100$ grd) und $\dot{Q}'' = 129\,600$ kcal/h ($\vartheta_a'' = 50$ grd).