Berechnung der Druckverluste in Rohrleitungen und Formstücken

Dr.-Ing. B. Glück,
VEB Kombinat Technische Gebäudeausrüstung – Institut –

Die Berechnung von Druckverlusten durch Rohrreibung oder Einzelwiderstände sollte sowohl bei manueller als auch bei automatisierter Berechnung stets die gleichen Ergebnisse aufweisen. Dies ist z. Z. nicht immer der Fall. Deshalb wird der Versuch unternommen, eine Vereinheitlichung herbeizuführen.

1. Druckverlust durch Rohrreibung

Der Druckverlust infolge Rohrreibung ergibt sich nach dem bekannten Zusammenhang

$$\Delta p_R = \frac{\varrho}{2} \cdot w^2 \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} = R \cdot l \,, \tag{1}$$

wobei

ϱ Dichte
w Geschwindigkeit
λ Rohrreibungsbeiwert
l Rohrlänge
d Rohrinnendurchmesser
R Druckverlust je Meter Rohr

darstellen. Für die Berechnung des Reibungsbeiwertes λ technisch rauher Rohre gelten im laminaren Strömungsbereich $Re_{krit.} < 2320$ die *Hagen-Poiseuille*sche Gleichung

$$\lambda = \frac{64}{Re} \tag{2}$$

und im turbulenten Strömungsbereich $Re_{krit.} > 2320$ die *Prandtl-Colebrook*sche Gleichung

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left[\frac{2{,}51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{d \cdot 3{,}71} \right] . \tag{3}$$

Dabei bedeuten

Re Reynoldzahl
ε Rauhigkeit der Rohre.

Zu bemerken sei noch, daß $Re_{krit.} = 2320$ lediglich die untere Grenze der turbulenten Strömung charakterisiert, während bei ungestörten Einlaufbedingungen die laminare Strömung bis $Re \approx 10\,000$ auftreten kann. Bezüglich der Druckverlustberechnung liegt man mit der Annahme $Re_{krit.} = 2320$ auf der „sicheren Seite".

In der Strömungslehre werden weiterhin für die turbulente Strömung im glatten Rohr

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \frac{1}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} - 0{,}8 \tag{4}$$

und für die ausgebildete Rauhigkeitsströmung

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{\varepsilon}{d} \right) + 1{,}14 \tag{5}$$

angegeben. Um kleine Rechenprogramme zu erhalten und Auswahltests zu vermeiden, genügt es, für den turbulenten Strömungsbereich nur mit Gl. (3) zu arbeiten. Denn aus dieser Gleichung folgt für

$\varepsilon = 0$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \frac{1}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} - 0{,}8$$

und

$Re \to \infty$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{\varepsilon}{d} \right) + 1{,}14$$

Für automatisierte Berechnungsverfahren wird zur Ermittlung des Rohrreibungsbeiwertes λ das in Bild 1 dargestellte Unterprogramm vorgeschlagen. Um Rechenzeit einzusparen, wird $\bar{\lambda} = 1/\sqrt{\lambda}$ iterativ errechnet. Daß Gl. (3) zur Iteration geeignet ist, beweist die 1. Ableitung der rechten Gleichungsseite für $\bar{\lambda}$

$$\left| -2 \cdot \frac{1}{\bar{\lambda} + \dfrac{\varepsilon \cdot Re}{3{,}71 \cdot 2{,}51 \cdot d}} \cdot \lg e \right| < 1 \,,$$

die stets Werte kleiner als Eins liefert. Damit ist garantiert, daß für ein beliebig vorgegebenes $\bar{\lambda}_0$ ein $\bar{\lambda}$ errechnet wird, welches näher am endgültigen Ergebnis liegt. Der relative prozentuale Fehler für λ infolge der Schranke $\Delta\bar{\lambda}$ beträgt nach den Gesetzen der Fehlerrechnung

$$\delta_\lambda = \frac{2 \cdot \Delta\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}} \cdot 100\,\% \,. \tag{6}$$

Davon ausgehend, daß der praktisch vorkommende Rohrreibungsbeiwert im Bereich $\lambda = 0{,}01 \cdots 0{,}04$ liegt, was einem $\bar{\lambda} = 10 \cdots 5$ entspricht, so ergeben sich für $\Delta\bar{\lambda} = 0{,}01$ relative Fehler von $\delta_\lambda = 0{,}2\,\% \cdots 0{,}4\,\%$. Diese Genauigkeit ist für die Rohrnetzberechnungen völlig ausreichend. Als Ausgangswert für die Iterationen wird ein mittlerer Wert $\bar{\lambda} = 6{,}5$ — entspricht $\lambda = 0{,}0237$ — gewählt.

Ein weiteres diffiziles Problem ist die Wahl der Rohrrauhigkeit ε. Nach [1] gilt für

Stahlrohre, nahtlos, neu	$\varepsilon = 0{,}02 \cdots 0{,}1$ mm
Stahlrohre, geschweißt, neu	$\varepsilon = 0{,}04 \cdots 0{,}1$ mm

In [2] wurden Messungen an Rohren, die mehrjährig in Heizungsanlagen eingesetzt waren, durchgeführt. Dabei ergaben sich Werte von $\varepsilon = 0{,}03$ mm, maximal $\varepsilon = 0{,}045$ mm. Aus diesen Ergebnissen schlußfolgernd, werden für in Wasserheizungsanlagen eingesetzte

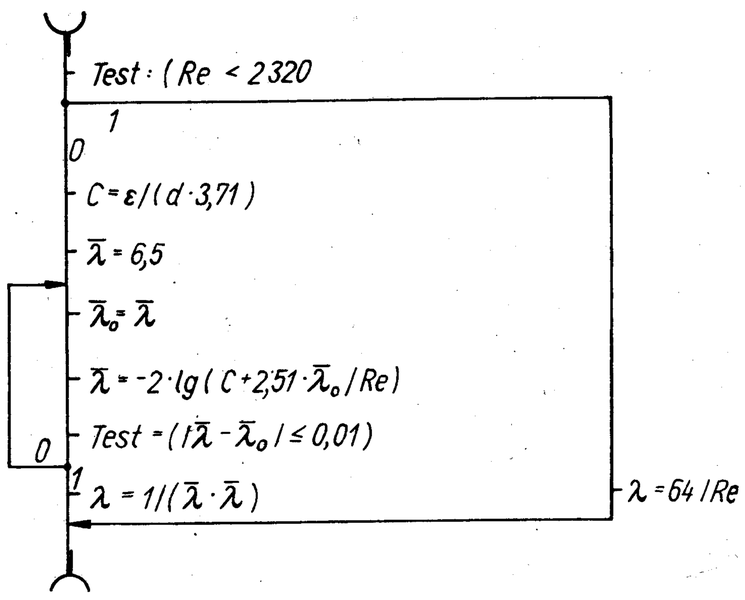
Stahlrohre, nahtlos und längsgeschweißt	$\varepsilon = 0{,}05$ mm
Stahlrohre, spiralgeschweißt	$\varepsilon = 0{,}07$ mm

aufgenommen.

Für die manuelle Projektierung hat sich in der Heizungstechnik eingeführt, den Druckverlust je Meter Rohr — R in kp/m²·m — entsprechend Gl. (1) zu tabellieren. Die ermittelten Werte umfassen einen Massenstrombereich

$$\dot{m} = 10 \cdots 10\,000\,000 \text{ kg/h} \,,$$

wobei die Stufung zwischen 3,5 bis 6,5 Prozent liegt. Tabelle 1 zeigt einen Auszug.



1

Tabelle 1

Nennweite	3/8″	1/2″	3/4″	1″	1 1/4″	1 1/2″	50	60	65	80	100	125
Innendurchmesser [mm]	12,6	15,7	21,2	27,1	36	41,3	51,2	64,2	70,2	81,8	100	125
Massenstrom $\dot{m}$ [kg/h]					Druckverlust R in kp/m²·m **Geschwindigkeit** w in m/s Staudruck S in kp/m²							
	68,0	22,3	4,99	1,49	0,376	0,194	0,069	0,024	0,015	0,007	0,003	0,001
320	**0,73**	**0,47**	**0,26**	**0,16**	**0,090**	**0,068**	**0,044**	**0,028**	**0,024**	**0,017**	**0,012**	**0,007**
	26,7	11,1	3,33	1,25	0,400	0,231	0,098	0,040	0,028	0,015	0,007	0,003
	76,3	25,0	5,58	1,67	0,419	0,216	0,077	0,026	0,017	0,008	0,003	0,001
340	**0,78**	**0,50**	**0,28**	**0,17**	**0,096**	**0,073**	**0,047**	**0,030**	**0,025**	**0,019**	**0,012**	**0,008**
	30,1	12,5	3,76	1,41	0,452	0,261	0,110	0,045	0,031	0,017	0,008	0,003
	85,1	27,9	6,20	1,85	0,464	0,239	0,085	0,029	0,019	0,009	0,004	0,001
360	**0,83**	**0,53**	**0,29**	**0,18**	**0,10**	**0,077**	**0,050**	**0,032**	**0,027**	**0,020**	**0,013**	**0,008**
	33,8	14,0	4,21	1,58	0,507	0,293	0,124	0,050	0,035	0,019	0,009	0,003
	94,4	30,8	6,85	2,04	0,511	0,263	0,094	0,032	0,021	0,010	0,004	0,001
380	**0,87**	**0,56**	**0,31**	**0,19**	**0,11**	**0,081**	**0,053**	**0,034**	**0,028**	**0,021**	**0,014**	**0,009**
	37,6	15,6	4,69	1,76	0,565	0,326	0,138	0,056	0,039	0,021	0,009	0,004
	104	34,0	7,53	2,24	0,560	0,288	0,103	0,035	0,023	0,011	0,004	0,001
400	**0,92**	**0,59**	**0,32**	**0,20**	**0,11**	**0,085**	**0,056**	**0,035**	**0,030**	**0,022**	**0,015**	**0,009**
	41,7	17,3	5,20	1,95	0,626	0,361	0,153	0,062	0,043	[illegible]	0,011	0,004
	114	37,2	8,24	2,44	0,611	0,314	0,112	0,038	[illegible]	[illegible]	0,005	0,002
420	**0,96**	**0,62**	**0,34**	**0,21**	**0,12**	**0,090**	**0,058**	**0,[illegible]**	[illegible]	[illegible]	**0,015**	**0,010**
	46,0	19,1	5,74	2,15	0,690	0,398	0,169	0,068	0,048	0,026	0,012	0,005
	125	40,7	8,98	2,66	0,664	0,341	0,121	0,041	0,027	0,013	0,005	0,002
440	**1,0**	**0,65**	**0,36**	**0,22**	**0,12**	**0,094**	**0,061**	**0,039**	**0,033**	**0,024**	**0,016**	**0,010**
	50,4	20,9	6,29	2,36	0,757	0,437	0,185	0,075	0,052	0,028	0,013	0,005
	136	44,2	9,75	2,88	0,719	0,369	0,131	0,044	0,029	0,014	0,005	0,002
460	**1,1**	**0,68**	**0,37**	**0,23**	**0,13**	**0,098**	**0,064**	**0,041**	**0,034**	**0,025**	**0,017**	**0,011**
	55,1	22,9	6,88	2,58	0,827	0,478	0,202	0,082	0,057	0,031	0,014	0,006
	148	48,0	10,6	3,12	0,776	0,398	0,141	0,048	0,031	0,015	0,006	0,002
480	**1,1**	**0,71**	**0,39**	**0,24**	**0,13**	**0,10**	**0,067**	**0,042**	**0,035**	**0,026**	**0,017**	**0,011**
	60,0	24,9	7,49	2,81	0,901	0,520	0,220	0,089	0,062	0,034	0,015	0,006
	160	51,8	11,4	3,36	0,835	0,428	0,152	0,051	0,034	0,016	0,006	0,002
500	**1,1**	**0,74**	**0,41**	**0,25**	**0,14**	**0,11**	**0,069**	**0,044**	**0,037**	**0,027**	**0,018**	**0,012**
	65,1	27,0	8,13	3,04	0,977	0,564	0,239	0,097	0,068	0,037	0,016	0,007
	172	55,8	12,2	3,61	0,896	0,459	0,163	0,055	0,036	0,017	0,007	0,002
520	**1,2**	**0,77**	**0,42**	**0,26**	**0,15**	**0,11**	**0,072**	**0,046**	**0,038**	**0,028**	**0,019**	**0,012**
	70,5	29,2	8,79	3,29	1,06	0,610	0,258	0,105	0,073	0,040	0,018	0,007
	185	60,0	13,1	3,87	0,959	0,492	0,174	0,059	0,038	0,018	0,007	0,002
540	**1,2**	**0,80**	**0,44**	**0,27**	**0,15**	**0,12**	**0,075**	**0,048**	**0,040**	**0,029**	**0,020**	**0,013**
	76,0	31,5	9,48	3,55	1,14	0,658	0,279	0,113	0,079	0,043	0,019	0,008
	199	64,3	14,1	4,14	1,02	0,525	0,186	0,063	0,041	0,020	0,008	0,003
560	**1,3**	**0,83**	**0,45**	**0,28**	**0,16**	**0,12**	**0,078**	**0,049**	**0,041**	**0,030**	**0,020**	**0,013**
	81,7	33,9	10,2	3,82	1,23	0,708	0,300	0,121	0,085	0,046	0,021	0,008
	213	68,8	15,0	4,41	1,09	0,559	0,197	0,067	0,043	0,021	0,008	0,003
580	**1,33**	**0,86**	**0,47**	**0,29**	**0,16**	**0,12**	**0,081**	**0,051**	**0,043**	**0,032**	**0,021**	**0,014**
	87,7	36,4	10,9	4,10	1,32	0,759	0,321	0,130	0,091	0,049	0,022	0,009
	227	73,4	16,0	4,70	1,16	0,594	0,210	0,071	0,046	0,022	0,009	0,003
600	**1,4**	**0,89**	**0,49**	**0,30**	**0,17**	**0,13**	**0,083**	**0,053**	**0,044**	**0,033**	**0,022**	**0,014**
	93,8	38,9	11,7	4,38	1,41	0,813	0,344	0,139	0,097	0,053	0,024	0,010
	250	80,5	17,5	5,14	1,27	0,648	0,229	0,077	0,050	0,024	0,009	0,003
630	**1,4**	**0,93**	**0,51**	**0,31**	**0,18**	**0,13**	**0,088**	**0,056**	**0,047**	**0,034**	**0,023**	**0,015**
	103	42,9	12,9	4,83	1,55	0,896	0,379	0,153	0,107	0,058	0,026	0,011
	273	88,0	19,1	5,60	1,38	0,705	0,248	0,084	0,054	0,026	0,010	0,003
660	**1,5**	**0,97**	**0,53**	**0,33**	**0,19**	**0,14**	**0,092**	**0,058**	**0,049**	**0,036**	**0,024**	**0,015**
	113	47,1	14,2	5,30	1,70	0,983	0,416	0,168	0,118	0,064	0,029	0,012
	298	95,9	20,8	6,08	1,49	0,764	0,269	0,090	0,059	0,028	0,011	0,004
690	**1,6**	**1,0**	**0,56**	**0,34**	**0,19**	**0,15**	**0,096**	**0,061**	**0,051**	**0,038**	**0,025**	**0,016**
	124	51,5	15,5	5,80	1,86	1,07	0,455	0,184	0,129	0,070	0,031	0,013
	323	104	22,6	6,58	1,62	0,825	0,290	0,097	0,063	0,031	0,012	0,004
720	**1,7**	**1,1**	**0,58**	**0,36**	**0,20**	**0,15**	**0,10**	**0,064**	**0,053**	**0,039**	**0,026**	**0,017**
	135	56,0	16,9	6,31	2,03	1,17	0,495	0,200	0,140	0,076	0,034	0,014
	350	113	24,4	7,10	1,74	0,888	0,312	0,105	0,068	0,033	0,013	0,004
750	**1,7**	**1,1**	**0,61**	**0,37**	**0,21**	**0,16**	**0,10**	**0,066**	**0,055**	**0,041**	**0,027**	**0,017**
	147	60,8	18,3	6,85	2,20	1,27	0,538	0,217	0,152	0,083	0,037	0,015
	397	127	27,5	8,01	1,96	0,998	0,350	0,117	0,076	0,037	0,014	0,005
800	**1,8**	**1,2**	**0,65**	**0,40**	**0,22**	**0,17**	**0,11**	**0,071**	**0,059**	**0,044**	**0,029**	**0,019**
	167	69,2	20,8	7,79	2,50	1,44	0,612	0,247	0,173	0,094	0,042	0,017
	447	143	30,9	8,96	2,19	1,11	0,391	0,131	0,085	0,041	0,016	0,005
850	**1,9**	**1,3**	**0,69**	**0,42**	**0,24**	**0,18**	**0,12**	**0,075**	**0,063**	**0,046**	**0,031**	**0,020**
	188	78,1	23,5	8,80	2,82	1,63	0,690	0,279	0,195	0,106	0,047	0,019
	500	160	34,4	9,98	2,43	1,24	0,433	0,145	0,094	0,045	0,017	0,006
900	**2,1**	**1,3**	**0,73**	**0,45**	**0,25**	**0,19**	**0,13**	**0,080**	**0,066**	**0,049**	**0,033**	**0,021**
	211	87,6	26,3	9,86	3,17	1,83	0,774	0,313	0,219	0,119	0,053	0,022
	555	178	38,2	11,0	2,68	1,36	0,477	0,159	0,104	0,050	0,019	0,007
950	**2,2**	**1,4**	**0,77**	**0,47**	**0,27**	**0,20**	**0,13**	**0,084**	**0,070**	**0,052**	**0,035**	**0,022**
	235	97,6	29,3	11,0	3,53	2,04	0,862	0,349	0,244	0,132	0,059	0,024
	614	196	42,1	12,2	2,95	1,50	0,523	0,175	0,113	0,054	0,021	0,007
1000	**2,3**	**1,5**	**0,81**	**0,50**	**0,28**	**0,21**	**0,14**	**0,088**	**0,074**	**0,054**	**0,036**	**0,023**
	261	108	32,5	12,2	3,91	2,26	0,956	0,387	0,270	0,147	0,066	0,027

Als Rohrmaterial wurde zugrunde gelegt:

	Nennweite [Zoll]	Nennweite [mm]	Innendurchmesser [mm]
Gewinderohr TGL 14 514 (geschweißt)	3/8	10	12,6
	1/2	15	15,7
	3/4	20	21,2
	1	25	27,1
	1 1/4	32	36,0
	1 1/2	40	41,3
Stahlrohr TGL 9012 (nahtlos)		50	51,2
		60	64,2
		65	70,2
		80	81,8
		100	100
		125	125
		150	150
Stahlrohr TGL 163-60 100 (geschweißt)		200	207
		250	261
		300	313
		350	365
		400	410
		500	510
		600	600
		700	700
		800	800

Die Abweichungen zu den allgemein benutzten „*Rietschel*-Tabellen" sind mitunter beträchtlich, da die zugrunde gelegten Rohrinnendurchmesser differieren.

So erhält man z. B. die Wertepaare:

d [Zoll]	$\dot{m}$ [kg/h]	R (nach Tab. 1) [kp/m²·m]	R (nach [2]) [kp/m²·m]
3/8	500	160	180
1/2	1000	196	190

2. Druckverlust durch Einzelwiderstände

Der Druckverlust durch Einzelwiderstände ergibt sich zu

$$\Delta p_E = \frac{\varrho}{2} w^2 \cdot \left(\sum \zeta\right) . \tag{7}$$

Dieser Druckverlustanteil wird auch oft als Z bezeichnet. Bisher war es allgemein üblich, in den Druckverlusttafeln die Geschwindigkeiten in diskreten Schritten anzugeben. Mit der gleichen Stufung wurden Tabellen $\Delta p = f(w, \sum \zeta)$ bereitgestellt. Der dabei entstehende Fehler ist eine Funktion der Schrittweite Δw_0, wobei die maximale Abweichung $\Delta w = 0{,}5 \cdot \Delta w_0$ betragen kann. Der relative prozentuale Fehler bezüglich des Druckverlustes ergibt sich zu

$$\delta_{\Delta p} = \frac{2 \cdot \Delta w}{w} \cdot 100\,\% . \tag{8}$$

Die übliche Abstufung führt zu Fehlern von 10 bis 20 Prozent. Um dies zu vermeiden, eine durchgängig einfache Rechnung aber dennoch zu garantieren, wurde in den Druckverlusttabellen der jeweilige exakte Staudruck

$$S = \frac{\varrho}{2} \cdot w^2 \tag{9}$$

mit aufgenommen. Dieser ist dann mit der Summe der Einzelwiderstände der betreffenden Teilstrecke $\sum \zeta$ zu multiplizieren, so daß

$$\Delta p_E = S \cdot \sum \zeta \tag{10}$$

gilt. Der Rechengang ist damit analog der tabellarischen Druckverlustermittlung durch Rohrreibung (vergl. Gl. (1)). Die ζ-Werte für Armaturen sind vom Hersteller zu erfragen, da diese bauartabhängig sind. Besonderes Augenmerk soll in dieser Veröffentlichung jedoch auf die Einzelwiderstandsbeiwerte von Stromverzweigungen, die in [1] und [2] angegeben sind, gelegt werden. Die angegebenen Werte bzw. Gleichungen bedürfen jedoch sowohl für die automatisierte als auch für manuelle Berechnung einer umfangreichen Aufbereitung. Der Hauptanteil der Messungen wurde von deutschen Wissenschaftlern in den Jahren 1926 bis 1931 und von sowjetischen Wissenschaftlern in den Jahren 1948 bis 1964 durchgeführt und publiziert.

In der Strömungstechnik ist es üblich, die Einzelwiderstandsbeiwerte (ζ'-Werte) stets auf die Geschwindigkeit im Hauptrohr (w) (Gesamtmengenstrom) zu beziehen. Diese Form ist in der Heizungstechnik nicht gebräuchlich, denn man ordnet die Druckverluste den Nebenrohren (Teilmengenströmen) zu und bezieht die ζ-Werte auf die dort auftretenden Geschwindigkeiten (w_a, w_d). Die in [1] angegebenen Berechnungsgleichungen bedürfen deshalb einer Umrechnung. Es muß z. B. für den Abzweig

$$\Delta p_E = \zeta'_a \cdot \frac{\varrho}{2} \cdot w^2 = \zeta_a \cdot \frac{\varrho}{2} \cdot w_a^2 \tag{11}$$

gelten, woraus

$$\zeta_a = \zeta'_a \cdot \left(\frac{w}{w_a}\right)^2 = \zeta'_a \cdot \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right)^2 \cdot \left(\frac{d_a}{d}\right)^4 \tag{12}$$

folgt. Für den ζ-Wert des durchgehenden Rohrteiles gilt analog

$$\zeta_d = \zeta'_d \cdot \left(\frac{w}{w_d}\right)^2 = \zeta'_d \cdot \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_d}\right)^2 \cdot \left(\frac{d_d}{d}\right)^4 . \tag{13}$$

Des weiteren wurde versucht, die komplizierten, halbempirischen Ansätze so darzustellen, daß stets nur die Quotienten — gebildet aus den Geschwindigkeiten, den Durchmessern oder den Volumenströmen an der jeweiligen Verzweigung — als charakteristische Variable auftreten. Eine Priorität hat dabei der Quotient w/w_a bzw. w/w_d, da dieser das hauptsächliche Kennzeichen der Strömungsverhältnisse darstellt und vielfach sogar vollkommen ausreichend ist.

Für die manuelle Berechnung wurden Diagramme erarbeitet die als Abszisse den genannten Geschwindigkeitsquotienten aufweisen. Die Diagrammform erhielt gegenüber Tabellen den Vorrang, da Interpolationen weitgehend entfallen können. In [2] wird z. B. für Stromvereinigung Gegenlauf tabellarisch für das Durchmesserverhältnis 1 bei einem $\dot{V}_a/\dot{V} = 0{,}3$ $\zeta_a = 15$ und bei $\dot{V}_a/\dot{V} = 0{,}5$ $\zeta_a = 5$ angegeben. Bei einem praktisch durchaus üblichen Volumenstromverhältnis von 0,4 wird eine Interpolation auf jeden Fall Schwierigkeiten bereiten, da der funktionelle Zusammenhang nicht linear ist. Für die maschinelle Berechnung der ζ-Werte sollen zur Einsparung von Rechenzeit die Gleichungen so einfach wie möglich aufgebaut sein. So wurden z. B. Ausdrücke wie

$$\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^{-1} \text{ durch } \left(\frac{d}{d_d}\right)^2 \text{ ersetzt oder}$$

$$\left(\frac{w_a}{w}\right)^{-1} = \frac{w}{w_a}$$

geschrieben.

Diese Umrechnungen stehen mitunter im Gegensatz zu einem einheitlichen Diagrammaufbau. Letzterer ist für die manuelle Berechnung jedoch notwendig, um Projektierungszeit einzusparen und Arbeitserleichterungen zu schaffen. Aus diesen Gründen weichen die charakteristischen Parameter in den Berechnungsgleichungen mitunter von den Diagrammparametern ab.

2.1. T-Stück mit Gegenlauf

Vereinigung

Nach [1] gilt

$$\zeta'_a = 1 + \left(\frac{A}{A_a}\right)^2 \cdot \left\{1 + 3\left[\left(\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}}\right)^2 - \left(\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}}\right)\right]\right\} , \tag{14}$$

woraus nach Umrechnung

$$\zeta_a = \left(\frac{w}{w_a}\right)^2 + \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right)^2 + 3\cdot\left(1 - \frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}\right) \tag{15}$$

folgt (Auswertung im Bild 3).

Trennung

Nach [2] gilt

$$\zeta'_a = 1 + 0{,}3\cdot\left(\frac{w_a}{w}\right)^2 \tag{16}$$

woraus

$$\zeta_a = \left(\frac{w}{w_a}\right)^2 + 0{,}3 \tag{17}$$

folgt (Auswertung im Bild 8).

2.2. T-Stück, Abzweig

Vereinigung

Nach [1] gilt für den rechtwinkligen Abzweig

$$\zeta'_a = \left[1 + \left(\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}}\cdot\frac{A}{A_a}\right)^2 - 2\cdot\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2\right]\cdot C \tag{18}$$

mit dem Korrekturfaktor C in Abhängigkeit des Querschnittsverhältnisses

A_a/A	0···0,2	0,3···0,4	0,6	0,8	1,0
C	1,0	0,75	0,70	0,65	0,60

Die Auswertung vorstehender Tabelle ergab für den Korrekturfaktor den analytischen Zusammenhang

$$C = 0{,}6\cdot\left(\frac{d}{d_a}\right)^{0,5} \quad \text{für} \quad \left(\frac{d_a}{d}\right)^2 \geq 0{,}1 \tag{19}$$

$$C = 1 \quad \text{für} \quad \left(\frac{d_a}{d}\right)^2 < 0{,}1\,.$$

Damit kann

$$\zeta = C\cdot\left\{1 + \left(\frac{w}{w_a}\right)^2\cdot\left[1 - 2\cdot\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2\right]\right\} \tag{20}$$

geschrieben werden. Diese Gleichungen sind für die maschinelle Berechnung anzuwenden. Für die Erarbeitung eines Diagramms (Bild 4) gilt die Umformung des Korrekturfaktors

$$C = 0{,}6\cdot\left(1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^{-0,25}\cdot\left(\frac{w}{w_a}\right)^{-0,25}$$

$$\text{für} \quad \frac{w}{w_a}\cdot\left[1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right] \geq 0{,}1 \tag{19a}$$

$$C = 1 \quad \text{für} \quad \frac{w}{w_a}\cdot\left[1 - \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right] < 0{,}1\,.$$

Trennung

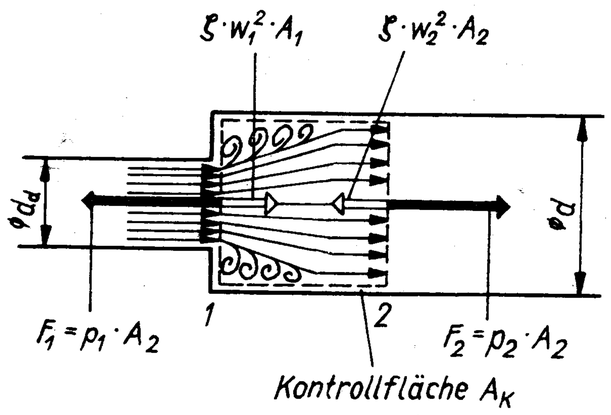
Nach [2] kann aus der diskreten Punktverteilung

$\frac{w_a}{w}$	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0
ζ_a	12	7	3,5	2,5	2,0	1,0

die Regressionskurve

$$\zeta_a = 0{,}9 + \left(\frac{w}{w_a}\right)^2 \tag{21}$$

— dargestellt im Bild 8 — gewonnen werden.



2

2.3. T-Stück, Durchgang

Vereinigung

Für das rechtwinklige T-Stück kann nach [1] der Durchgangswiderstandsbeiwert

$$\zeta'_d = 1 - \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2 \tag{22}$$

gesetzt werden. Vorausgesetzt wird dabei gleichbleibender Querschnitt des durchgehenden Rohres. Da dieser häufig abgestuft ist, muß noch der Stoßverlust bei Geschwindigkeitsänderung hinzu addiert werden. Der Stoßverlust kann nach dem Impulssatz hergeleitet werden.

Es gilt für den stationären Fall

$$\mathfrak{R} = \int\limits_{\text{Eintritt}} \varrho\cdot\mathfrak{w}\cdot w_n\cdot dA_K - \int\limits_{\text{Austritt}} \varrho\cdot\mathfrak{w}\cdot w_n\cdot dA_K\,, \tag{23}$$

wobei $\mathfrak{R}$ die Resultierende der Kräfte ist, die im Kontrollgebiet wirken.

Im einzelnen sind dies: F_W (Druckkraft auf die Wand), F_K (Druckkraft auf die Kontrollfläche) und $F\tau$ (Reibungskraft an der Wand). Bei der einfachen Rohrerweiterung heben sich F_W gegenseitig auf, und $F\tau$ ist infolge der Strömungsablösung gleich Null. Die Behandlung der Gl. (23) vereinfacht sich noch weiter, da die Geschwindigkeitsvektoren stets senkrecht auf den Kontrollflächen stehen. Damit folgt nach Bild 2 das Kräftegleichgewicht

$$R = \varrho\cdot w_1^2\cdot A_1 - \varrho\cdot w_2^2\cdot A_2 = -p_1\cdot A_2 + p_2\cdot A_2\,, \tag{24}$$

woraus

$$p_2 - p_1 = \varrho\, w_1^2\,.\,\frac{A_1}{A_2} - \varrho\cdot w_2^2 \tag{25}$$

folgt. Vergleicht man dies mit der *Bernoulli*gleichung für reibungsbehaftete Strömungen durch einen Einzelwiderstand

$$p_2 - p_1 = -\frac{\varrho}{2}\, w_2^2 + \frac{\varrho}{2}\, w_1^2 - \zeta\cdot\frac{\varrho}{2}\cdot w_1^2\,, \tag{26}$$

so erhält man

$$\zeta = \left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right)^2 \tag{27}$$

bzw. mit der bisherigen Bezeichnungsweise

$$\zeta = \left[\left(\frac{d_d}{d}\right)^2 - 1\right]^2. \tag{28}$$

Damit ergibt sich nach Umrechnung der Gl. (22) auf den Abzweigstrom

$$\zeta_d = \left(\frac{w}{w_d}\right)^2\cdot\left[1 - \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2\right] + \left[\left(\frac{d_d}{d}\right)^2 - 1\right]^2 \tag{29}$$

bzw. für die diagrammatische Auswertung (Bild 5)

$$\zeta_d = \left(\frac{w}{w_d}\right)^2\cdot\left[1 - \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2\right] + \left[\left(\frac{w}{w_d}\right)\cdot\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right) - 1\right]^2 \tag{29a}$$

Trennung

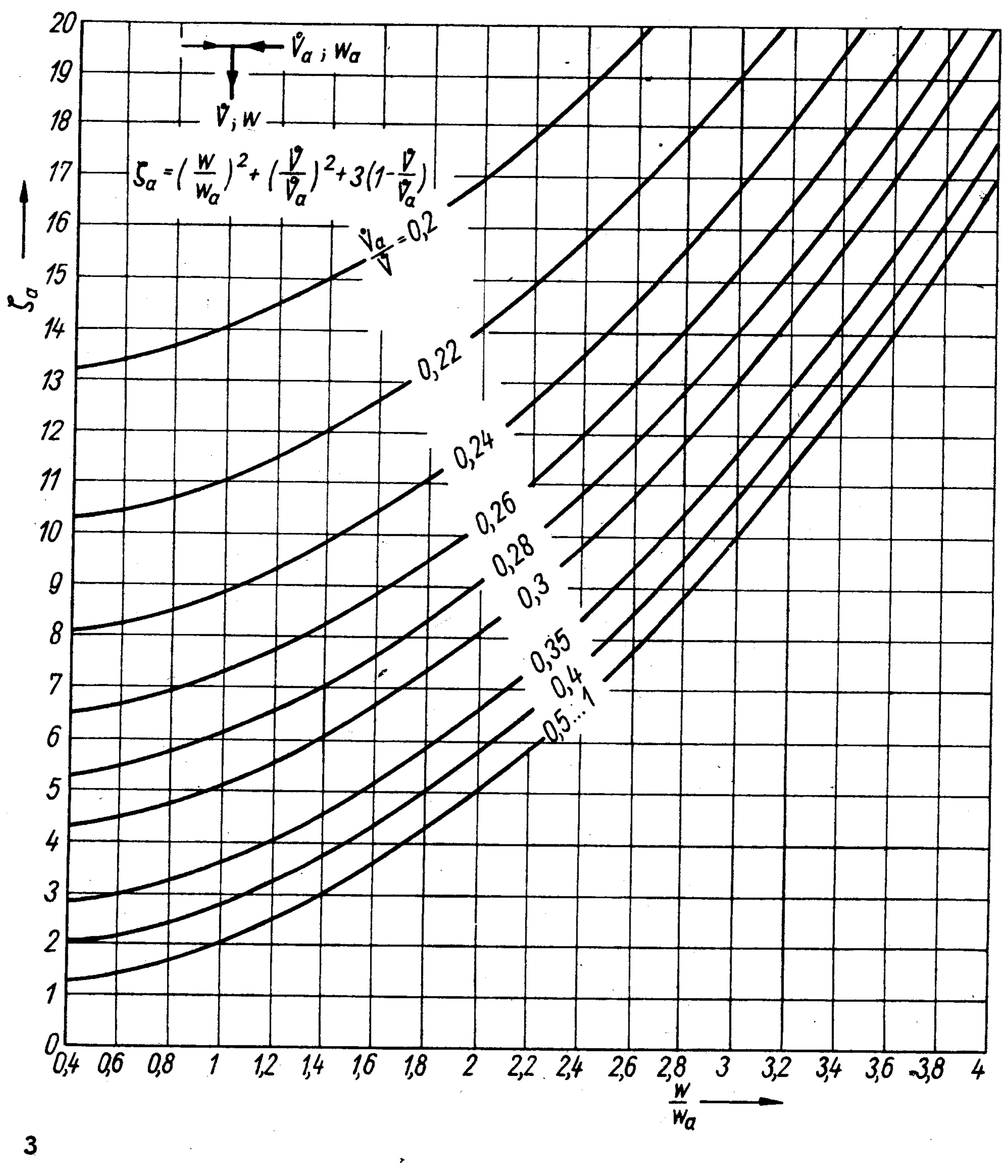
In [2] findet man eine Tabelle für ζ_d in Abhängigkeit des Geschwindigkeits- und des Durchmesserverhältnisses folgender Form:

		d_d/d		
		1,0	0,8	0,6
$\frac{w_d}{w}$	0,5	0,5	1,0	1,2
	1,0	0,0	0,1	0,2
	1,5	—	0,35	0,5

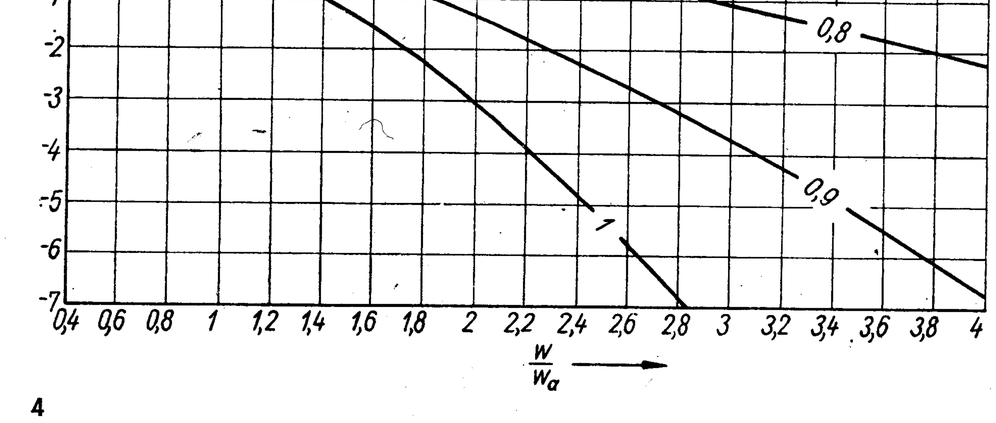
Aus diesen Werten wurde die Gleichung

$$\zeta_d = \left[2{,}3\cdot\left(\frac{w_d}{w}\right)^2 - 5{,}25\left(\frac{w_d}{w}\right) + 3{,}05\right]$$

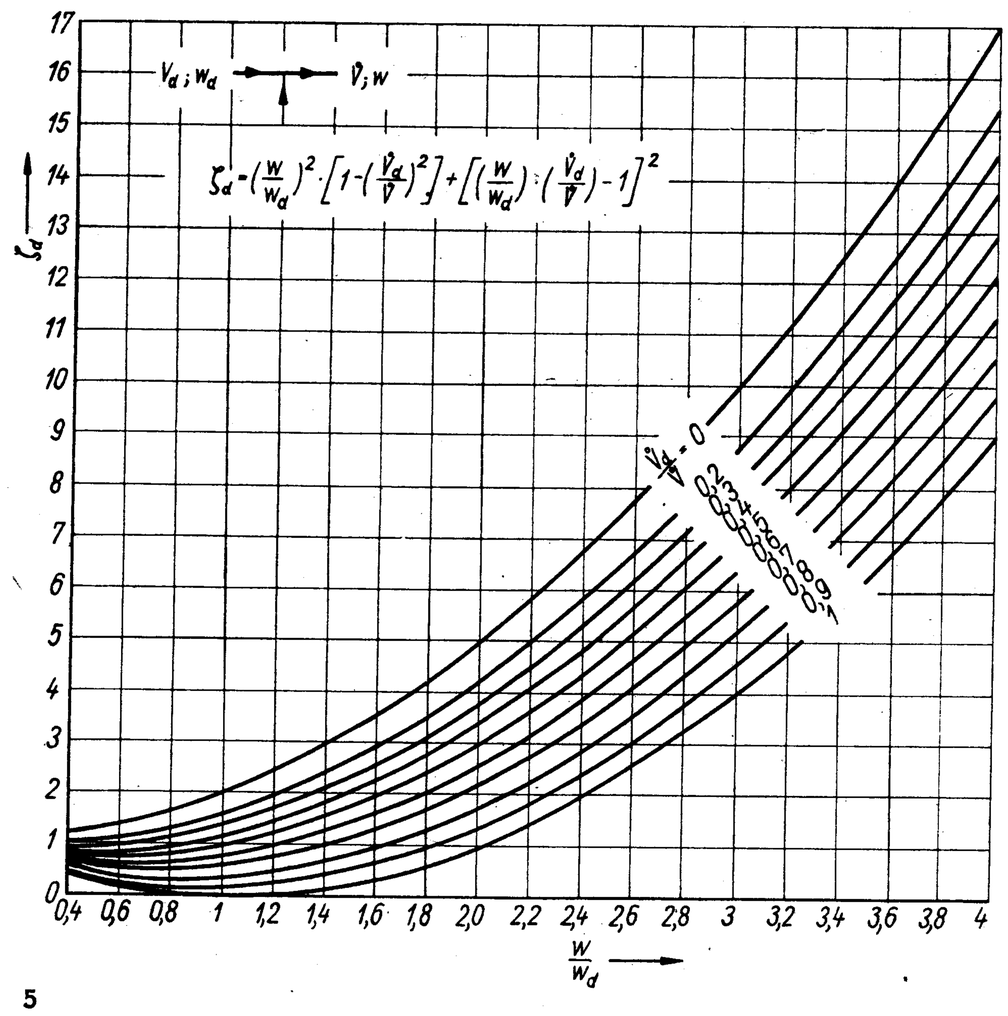
$$\times\left[-2{,}15\left(\frac{d}{d_d}\right)^2 + 6{,}81\cdot\left(\frac{d}{d_d}\right) - 4{,}16\right] \qquad (30)$$



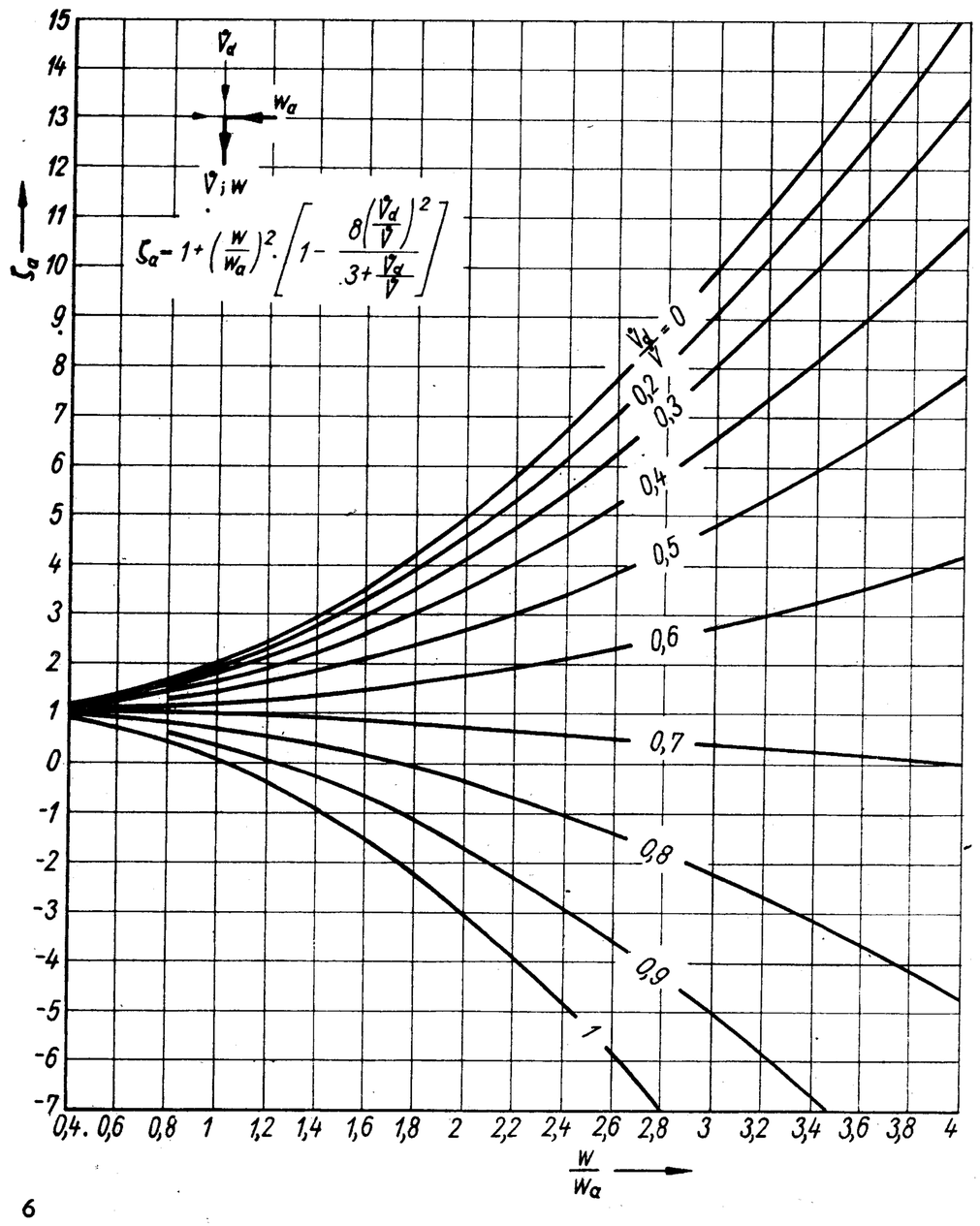
3



4



5



6

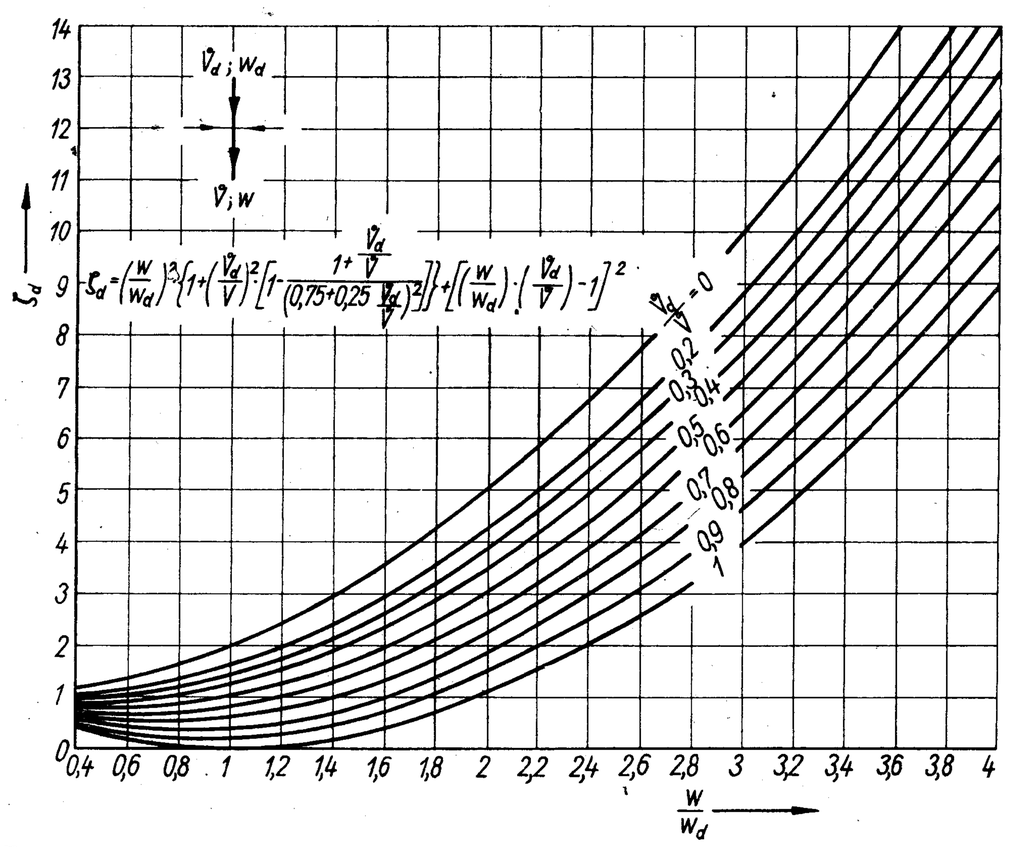
bzw. für die diagrammatische Auswertung (Bild 9)

$$\zeta_d = \left[2{,}3\cdot\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-2} - 5{,}25\cdot\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-1} + 3{,}05\right]$$

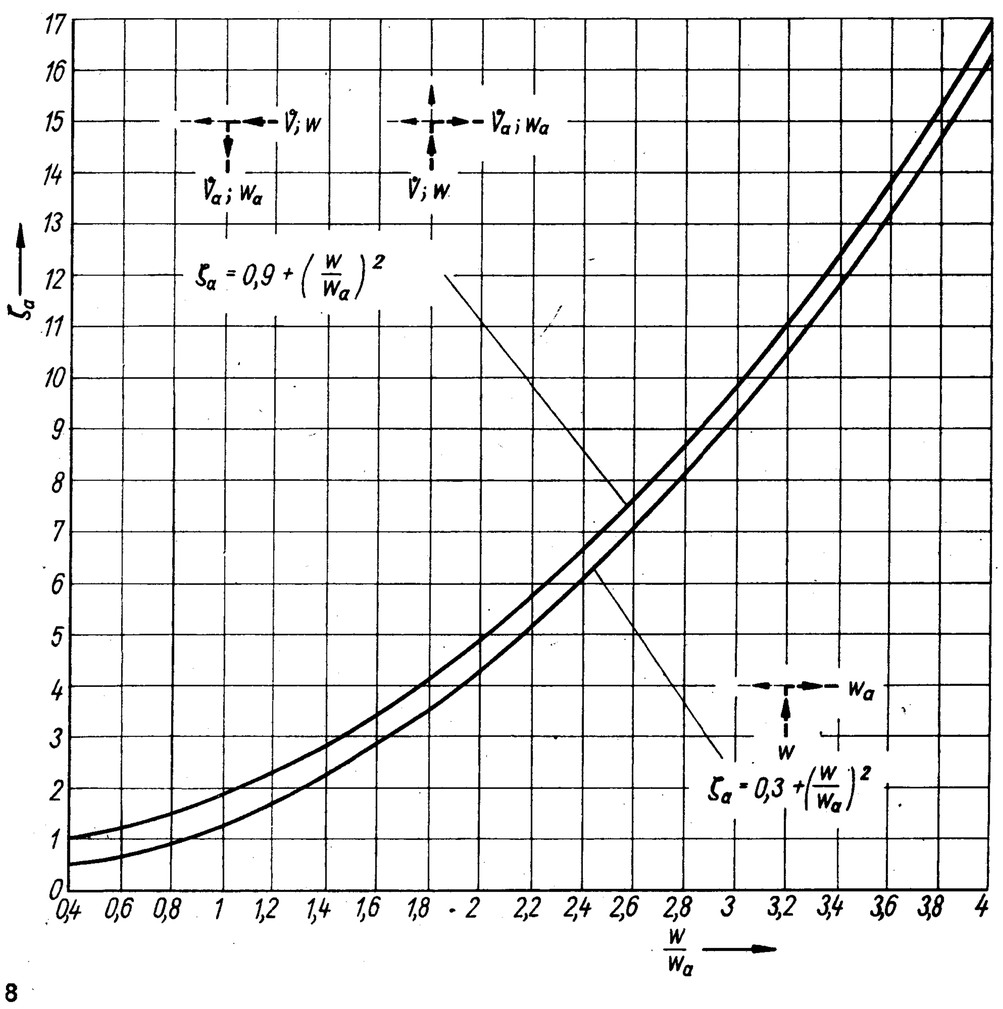
$$\times\left[-2{,}15\cdot\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^{-1}\right.$$

$$\left. + 6{,}81\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-0{,}5}\cdot\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^{-0{,}5} - 4{,}16\right] \qquad (30\,a)$$

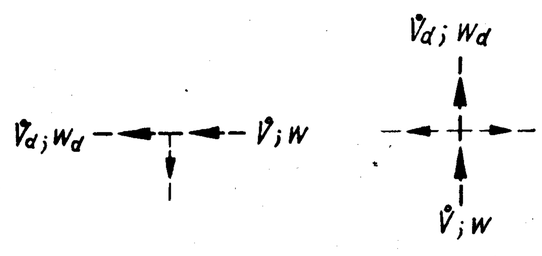
ermittelt.



7

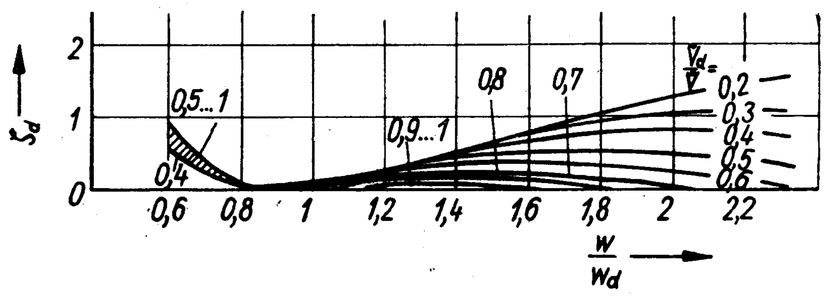


8



$$\zeta_d = \left[2{,}3\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-2} - 5{,}25\cdot\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-1} + 3{,}05\right]$$

$$\cdot\left[-2{,}15\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^{-1} + 6{,}81\left(\frac{w}{w_d}\right)^{-0{,}5}\cdot\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^{-0{,}5} - 4{,}16\right]$$



9

2.4. +-Stück, Abzweig

Vereinigung

Nach [1] kann für den Abzweig eines rechtwinkligen Kreuzstückes der Einzelwiderstandsbeiwert

$$\zeta'_a = 1 + \left(\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}}\right)^2 \cdot \left\{\left(\frac{A}{A_a}\right)^2 - 8\,\frac{(\dot{V}_d/\dot{V}_a)^2}{3+\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}}\right\} \tag{31}$$

errechnet werden.

Bezogen auf den Teilstrom gilt

$$\zeta_a = 1 + \left(\frac{w}{w_a}\right)^2 \cdot \left\{1 - 8\,\frac{\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2}{3+\left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)}\right\}. \tag{32}$$

Die Auswertung erfolgte in Bild 6.

Trennung

Nach den Angaben in [2] sind die Einzelwiderstandsbeiwerte gleich denen eines T-Stückes, womit Gl. (21) und Bild 8 uneingeschränkt gelten.

2.5. +-Stück, Durchgang

Vereinigung

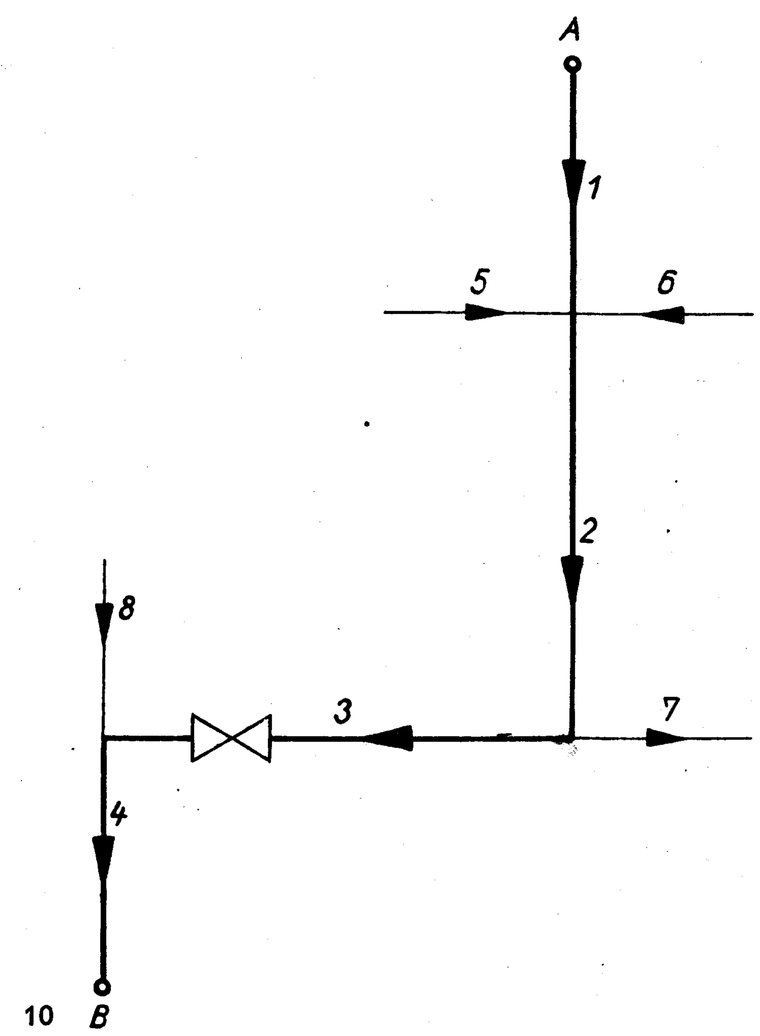
Nach [1] gilt

$$\zeta'_d = 1 + \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2 \cdot \left[1 - \frac{1+\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}}{\left(0{,}75+0{,}25\cdot\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2}\right], \tag{33}$$

bzw. nach Bezugnahme auf den Teilstrom unter Berücksichtigung eines Stoßverlustes durch Querschnittsänderung gemäß Gl. (28)

$$\zeta_d = \left(\frac{w}{w_d}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2 \cdot \left[1 - \frac{1+\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}}{\left(0{,}75+0{,}25\cdot\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2}\right]\right\}$$

$$+ \left[\left(\frac{d_d}{d}\right)^2 - 1\right]^2. \tag{34}$$



10

Tabelle 2

Teil-strecke	m kg/h	d mm	w m/s	R kp/m²m	l m	$R \cdot l$ kp/m²	S kp/m²	$\Sigma\zeta$	$S \cdot \Sigma\zeta$ kp/m²
1	320	15,7	0,47	22,3	3	67	11,1	3	33
2	1000	21,2	0,81	42,1	10	421	32,5	0	0
3	600	27,1	0,30	4,7	20	94	4,38	13,3	58
4	1000	27,1	0,50	12,2	5	61	12,2	0	0
5	320	12,6	0,73	68,0			26,7		
6	360	15,7	0,53	27,9			14,0		
7	400	21,2	0,32	7,53			5,2		
8	400	27,1	0,20	2,24			1,95		
				$\Sigma\Delta p_{1\ldots4}$:		643			91

Tabelle 3 Ermittlung der Einzelwiderstandsbeiwerte

Teilstrecke 1:	Durchgang, Vereinigung		
	$\frac{w}{w_d} = \frac{0{,}81}{0{,}47} = 1{,}73$		
	$\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} = \frac{320}{1000} = 0{,}32$		
	Aus Bild 7 folgt	$\zeta = 3$	$\Sigma\zeta_1 = 3$
Teilstrecke 2:		$\zeta = 0$	$\Sigma\zeta_2 = 0$
Teilstrecke 3:	Gegenlauf		
	$\frac{w}{w_a} = \frac{0{,}81}{0{,}30} = 2{,}7$		
	Aus Bild 8 folgt	$\zeta = 7{,}6$	
	Abzweigung, Vereinigung		
	$\frac{w}{w_a} = \frac{0{,}50}{0{,}30} = 1{,}67$		
	$\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}} = \frac{400}{1000} = 0{,}4$		
	Aus Bild 4 folgt	$\zeta = 1{,}7$	
	Aufsatzventil	$\zeta = 4{,}0$	$\Sigma\zeta_3 = 13{,}3$
Teilstrecke 4:		$\zeta = 0$	$\Sigma\zeta_4 = 0$

Der diagrammatischen Darstellung (Bild 7) wurde die modifizierte Form

$$\zeta_d = \left(\frac{w}{w_d}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2 \cdot \left[1 - \frac{1 + \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}}{\left(0{,}75 + 0{,}25 \cdot \frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right)^2}\right]\right\} + \left[\left(\frac{w}{w_d}\right) \cdot \left(\frac{\dot{V}_d}{\dot{V}}\right) - 1\right]^2 \qquad (34\,a)$$

zugrunde gelegt. Der Vergleich der Bilder 5 und 7 liefert fast deckungsgleiche Kurvenzüge. Das bedeutet, daß die Gl. (29) und (34) bezüglich der praktisch sinnvollen Ergebnisse gleich sind. Damit kann zur Verringerung des Rechenaufwandes Gl. (29) als Ersatz für Gl. (34) verwendet werden, d. h. der ζ-Wert Durchgang, Vereinigung eines T-Stückes wird gleich dem eines +-Stückes gesetzt.

Trennung

Nach den in [2] zusammengestellten Angaben sind die Einzelwiderstandsbeiwerte wiederum gleich denen eines T-Stückes. Damit gilt Gl. (30) bzw. (30a) und das Bild 9.

3. Anwendungsbeispiel

Für das in Bild 10 dick gezeichnete Rohrsystem (Teilstrecken 1 bis 4) soll der Druckverlust berechnet werden. Die Massenströme, Teilstreckenlängen und Durchmesser sind in Tabelle 2 angegeben. Da zur Berechnung der Einzelwiderstandsbeiwerte im aufgeführten Rohrsystem auch Kenntnis über die Volumenströme und Geschwindigkeiten in den einmündenden bzw. abzweigenden Teilstrecken vorliegen muß, sind die Volumenströme und Durchmesser in Tabelle 2 ebenfalls mit vermerkt. Mit Hilfe der Tabelle 1 können die fehlenden Größen: Geschwindigkeit (w), Druckverlust je Meter Rohr (R) und Staudruck (S) ergänzt werden.
Bei Kenntnis der Geschwindigkeitsverhältnisse und gegebenenfalls der Volumenstromverhältnisse können mit Hilfe der Diagramme (Bilder 3 bis 9) die Einzelwiderstände aufgesucht werden (Tabelle 3). Nachdem die $\sum\zeta$ in Tabelle 2 übertragen wurde, kann die Vervollständigung erfolgen.

4. Schlußbemerkungen

Im VEB Kombinat Technische Gebäudeausrüstung — Institut — Bereich Projektierung, liegen die Druckverlusttafeln für Wasser, Temperatur 90 °C, für die Rohrdurchmesser $^3/_8''$ bis NW 800 vor. Ergänzungen für andere Wassertemperaturen und für Niederdruckdampf sind geplant.

Bei rechtzeitiger Anmeldung der Interessenten sind wir gerne bereit, für jedes beliebige Medium, jede Temperatur und für beliebiges Rohrmaterial weitere Tafeln zu erarbeiten.

Literatur

[1] *Krüger:* Berechnung strömungstechnischer Kennwerte von Durchströmteilen für Flüssigkeiten und Gase. Institut für Leichtbau, Dresden 1970

[2] *Rietschel/Raiß:* „Heiz- und Klimatechnik", 15. Auflage 1970