Rationelle Bemessung von Strahlungsheizungen

Dr. sc. techn. B. GLUCK
VEB Kombinat Technische Gebäudeausrüstung – Institut –

Um die Jahrhundertwende wurden die ersten Strahlungsheizungen gebaut. Die Verbreitung erfolgte über Jahrzehnte hinweg schleppend. Seit Mitte der sechziger Jahre ist international ein Aufwärtsstreben bezüglich der Anzahl ausgeführter Nieder- und Hochtemperatur-Strahlungsheizungen zu verzeichnen. Die große Verbreitung ist hauptsächlich aus energiewirtschaftlicher Sicht mit zwei Aspekten zu begründen:

1. Mit dem Einsatz von Wärmeenergie niedrigen Temperaturpotentials, wie dies bei Ausnutzung von Abwärme, bei Einsatz von Wärmepumpen oder bei Nutzung der Sonnenenergie nach dem derzeitigen technischen Stand erfolgt, müssen Niedertemperatur-Heizungssyteme — beispielsweise in Form von Flächenheizung — Anwendung finden.
2. Zwecks direkter Einsparung von Wärmeenergie in Großräumen werden mit Erfolg Hochtemperatur-Strahlungsheizungen gebaut. Die Einsparungen entstehen durch Umwandlung der elektromagnetischen Wellen in Wärme unmittelbar im Aufenthaltsbereich des Menschen. Dadurch bildet sich gegenüber der traditionellen Konvektionsheizung ein geringerer Lufttemperaturgradient über der Hallenhöhe aus, wodurch der Wärmestrom nach außen sinkt.

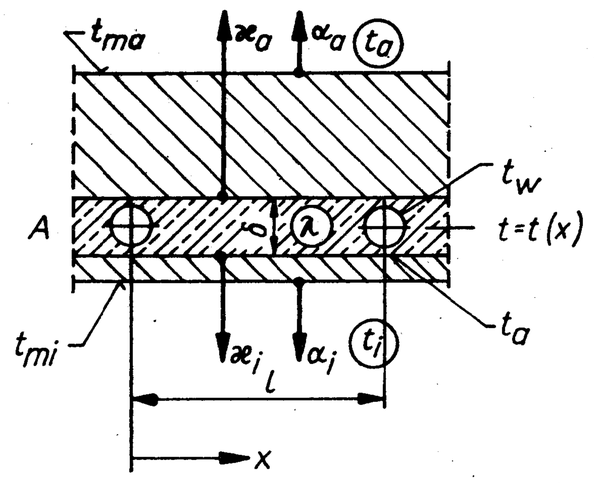
Die Flächenheizungen haben als Fußbodenheizungen unter Verwendung von vernetztem Polyäthylen oder Polypropylen vor allem in individuellen Wohnbauten sowie in speziellen Gesellschaftsbauten in West- und Nordeuropa große Verbreitung erfahren. In der DDR sind jetzt mehrere Experimentalbauten in der Ausführungsphase.

Die Strahlplattenheizungen in Hallenbauten erfreuen sich in der DDR bereits eines relativ großen Anwendungsgebietes. Ab 1980 wird dieser Umfang etwa verzehnfacht.

Die künftig zu lösenden Probleme liegen auf material-technischem, technologischem und theoretischem Gebiet. Unter letzterem werden sowohl die Untersuchungen bezüglich wirtschaftlicher Einsatzbereiche als auch die Bemessungsfragen verstanden.

Da in der Praxis der Strahlungsheizung immer noch das Attribut „aufwendiger und komplizierter Berechnung" anhaftet, wurde begonnen, Unterlagen zur rationellen Bemessung zu erarbeiten. Generell ist es jedoch nicht möglich, die notwendigen Berechnungen zu simplifizieren, weil sonst die Genauigkeit zu stark darunter leidet. Die genannten Unterlagen müssen deshalb spezielle Rechenprogramme oder mit deren Hilfe ermittelte Tabellen für die direkte Anwendung sein. Als relevante Probleme sind anzusehen:

- Berechnung der Wärmeabgabe der Heizelemente (Massiv- und Lamellenelemente einschließlich der Strahlplatten) als Funktion der Heizmedientemperatur
- Nachweis über Einhaltung der Behaglichkeitskriterien



$\Delta = t_a - t_i$

$\vartheta = t - t_i$

$\vartheta_0 = t_0 - t_i$

$\vartheta_w = t_w - t_i$

$$m = \sqrt{\frac{\varkappa_i + \varkappa_a}{\lambda \cdot \delta}}$$

Verteilung der Übertemperatur in der Schicht A

$$\vartheta = \left(\vartheta_0 - \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i + \varkappa_a}\Delta\right)\frac{\cosh\left(m\left(\frac{l}{2} - x\right)\right)}{\cosh\left(m\frac{l}{2}\right)} + \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i + \varkappa_a}\Delta$$

Mittlere Übertemperatur in der Schicht A

$$\vartheta_m = t_m - t_i = \left(\vartheta_0 - \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i + \varkappa_a}\Delta\right)\frac{\tanh\left(m\frac{l}{2}\right)}{m\frac{l}{2}} + \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i + \varkappa_a}\Delta$$

Wärmestromdichte an die Umgebung

$$\dot{q}_a = \varkappa_a(t_m - t_a)$$

$$= \varkappa_i(t_m - t_i)$$

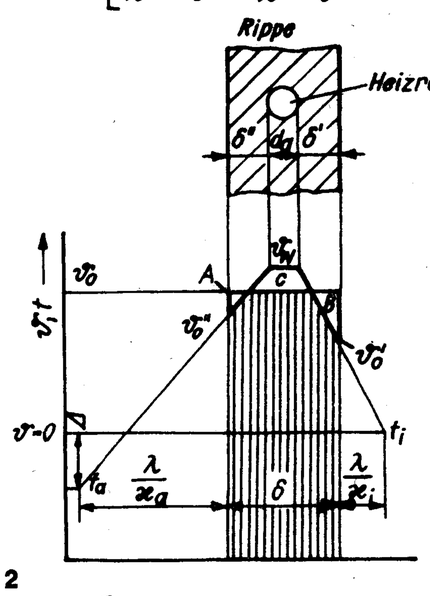
Oberflächentemperaturen

$$t_{ma} = \frac{\varkappa_a}{\alpha_a}(t_m - t_a) + t_a$$

$$t_{mi} = \frac{\varkappa_i}{\alpha_i}(t_m - t_i) + t_i$$

1

$$\vartheta_0 = \frac{\vartheta_w}{2\delta}\left[\frac{1}{\frac{\varkappa_i}{\lambda} + \frac{1}{\delta'}} + \frac{1}{\frac{\varkappa_a}{\lambda} + \frac{1}{\delta''}} + \delta + d_a\right] + \frac{\Delta\delta''^2}{2\delta}\,\frac{\varkappa_a}{\varkappa_a\delta'' + \lambda}$$



2

– Wärmebedarf der Räume als Funktion der speziellen Heizungsart und der Anordnung der Heizfläche.

Zu den ersten beiden Punkten können bereits Ausarbeitungen vorgestellt werden.

1. Wärmeabgabe von Massivelementen

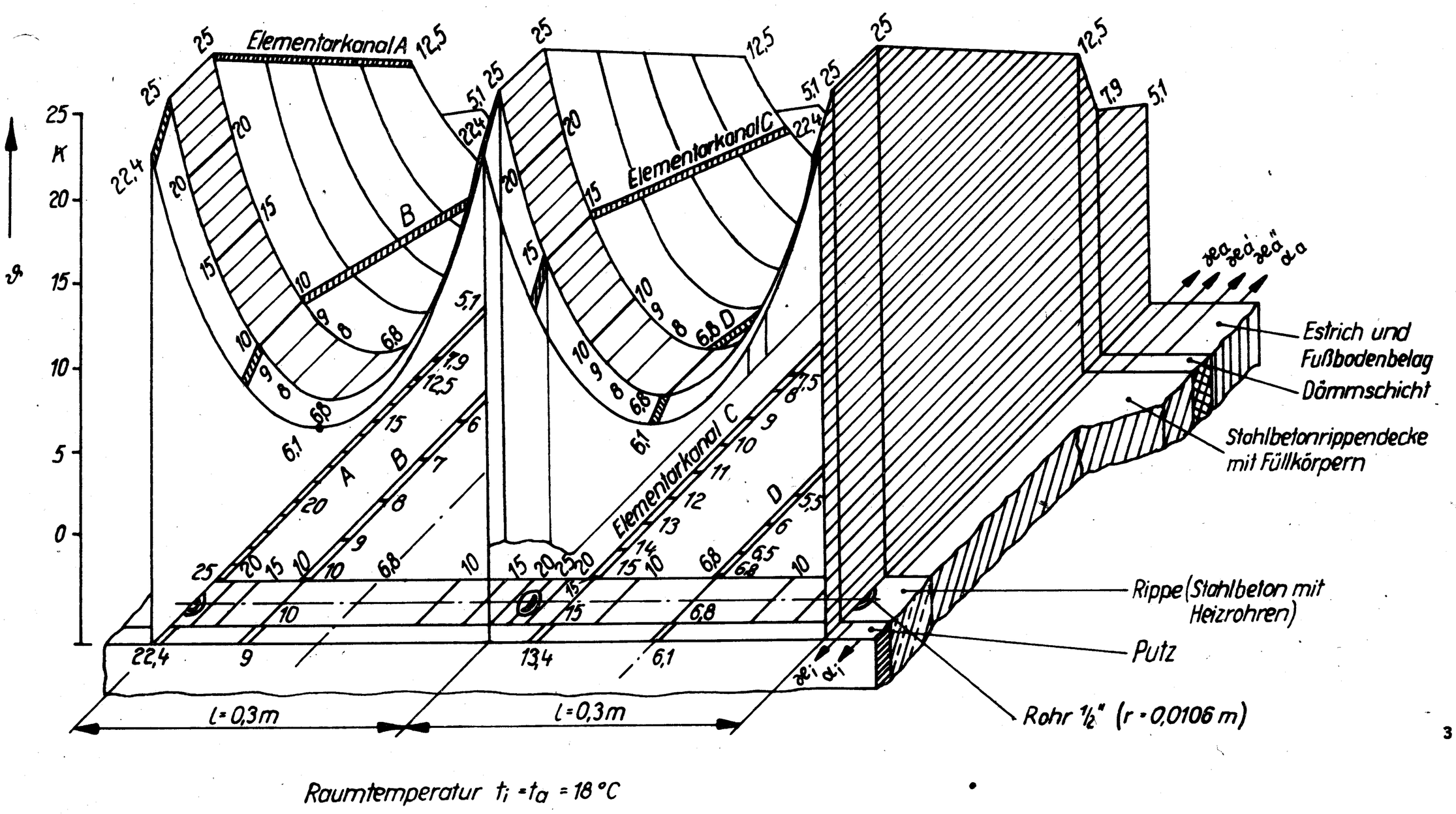
1.1. Dünne Massivelemente ($\delta \leqq 3d_a$)

Die Berechnung kann bei dünnen Massivelementen unter Annahme der eindimensionalen Wärmeleitung in der rohrführenden Rippe A (Bild 1) erfolgen. Die angrenzenden Schichten werden für die Wärmeverteilung zwischen den Rohren nicht mit angesetzt. Die Verteilung der Übertemperatur in der Schicht A, der mittleren Übertemperatur, der Wärmestromdichten an die Umgebung sowie die sich einstellenden Oberflächentemperaturen sind im Bild 1 angegeben. Die Ermittlung der Übertemperatur ϑ_0 am Rippenfuß erfolgt nach der im Bild 2 gezeigten neuen Approximation als integraler Mittelwert über dem Rippenquerschnitt im Bereich der Rohrachse. Die Ergebnisse eines berechneten Beispiels werden im Bild 3 anschaulich dargestellt. Über dem Querschnitt einer senkrecht durchgeschnittenen Konstruktion, die als Deckenheizung ausgebildet ist, wurde der Temperaturverlauf räumlich aufgetragen und die Isothermen zusätzlich auf die Grundfläche projeziert. Der Temperaturverlauf in der Rippe ergibt sich nach der sogenannten Kettenlinie, wobei entsprechend der Annahme die Isothermen senkrecht zur Rippenlängsachse verlaufen. Orthogonal dazu liegen die Isothermen in den Deckschichten, wenn man sogenannte Elementarkanäle betrachtet, die nach der Annahme nur rechtwinklig zur Massivrippe die Wärme leiten.

Zur Breitenanwendung der vorhandenen Kenntnisse wurden noch weitere Sonderfälle untersucht und praktische Approximationen getroffen.

– Entgegen der bisherigen Annahme gleicher Temperaturen nebeneinander liegender Rohre, sind die Rippenfußtemperaturen infolge der Auskühlung des Heizmediums unterschiedlich. Die realen Temperaturverläufe sind dann nach Bild 4 zu berechnen; durch Kurve A am Beispiel wiedergegeben. Mathematisch konnte bewiesen werden, daß die für die Wärmeabgabe entscheidende mittlere Temperatur ϑ_m den gleichen Wert annimmt wie bei Berechnung nach Bild 1 unter Ansatz des arithmetischen Mittels beider Fußtemperaturen. Dies würde dann im vorliegenden Beispiel der Kurve B entsprechen.

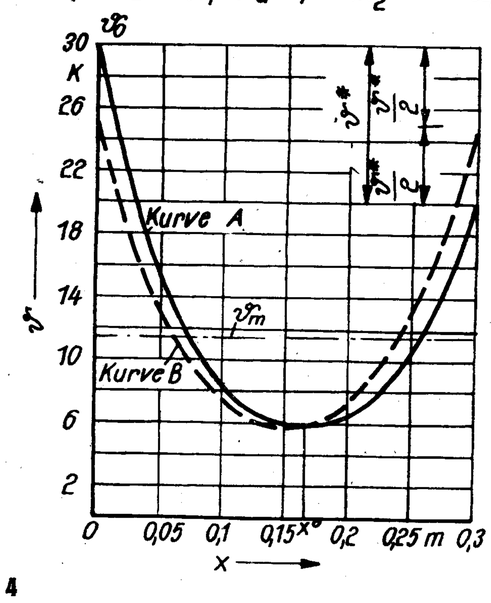
– Mit dem Einsatz von Plastrohren haben sich aus technologischen Gründen Registerformen mit spiralförmiger Verlegung durchgesetzt (Bild 5). Zur rechnerischen Erfassung sind diese in konzentrische Kreise überführt worden. Die Berechnungsgleichungen sind relativ kompliziert, da sie getrennt für die speziellen Kreis- und Kreisringflächen aufgestellt und unter Verwendung von



3

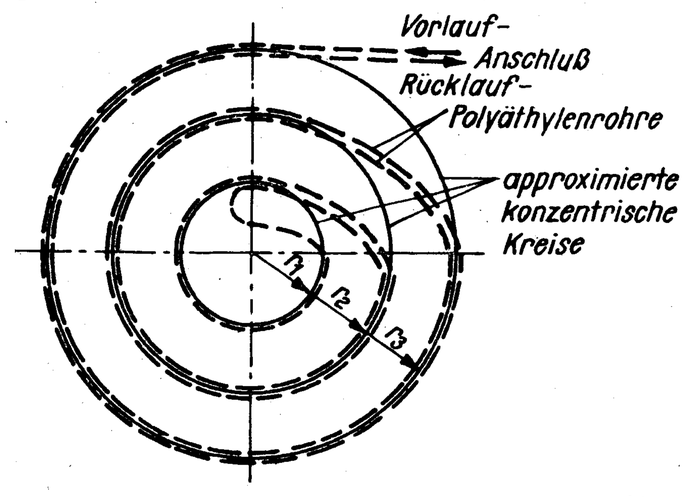
$$\vartheta = \left(\vartheta_0 - \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta\right)\frac{\cosh\left[m\left(\frac{l}{2}-x\right)\right]}{\cosh\left(m\frac{l}{2}\right)} + \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta - \vartheta^*\frac{\sinh(mx)}{\sinh(ml)}$$

$$\vartheta_m = \left(\vartheta_0 - \frac{\vartheta^*}{2} - \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta\right)\frac{\tanh\left(m\frac{l}{2}\right)}{m\frac{l}{2}} + \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta$$



4

5



Innerer Kreis

$$\vartheta_{iK} = \left(\vartheta_0 - \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta\right)\frac{I_0(mr)}{I_0(mr_1)} + \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta$$

Mittlere Kreisringe

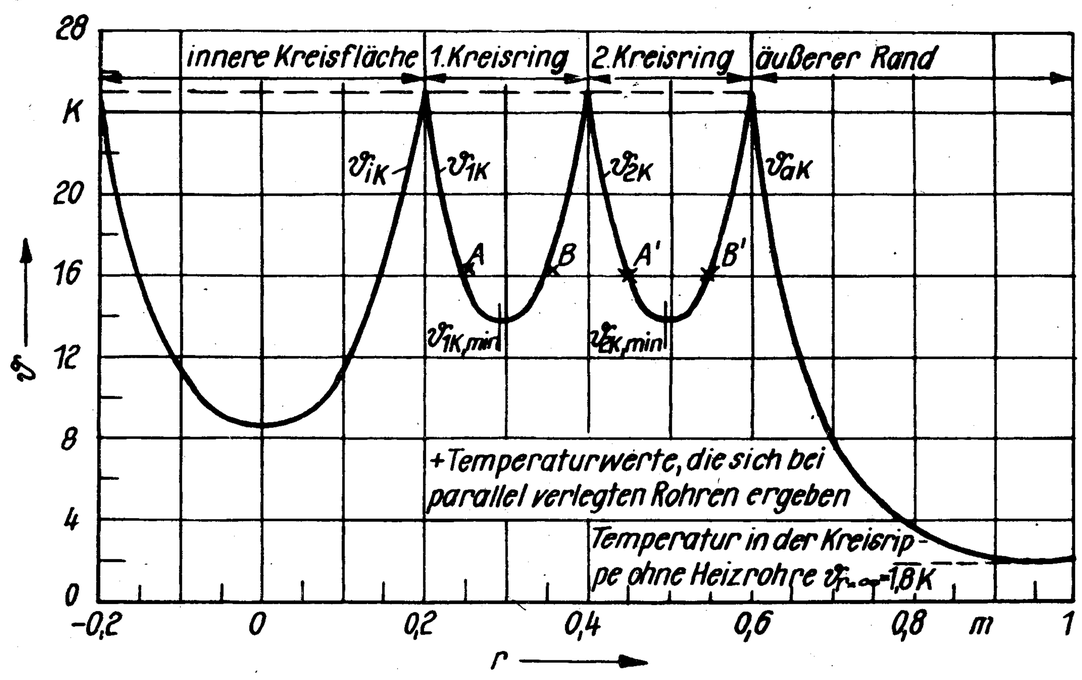
$$\vartheta_{nK} = \left(\vartheta_0 - \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta\right)\frac{[-K_0(mr_{n+1})+K_0(mr_n)]I_0(mr)+[I_0(mr_{n+1})-I_0(mr_n)]K_0(mr)}{I_0(mr_{n+1})K_0(mr_n)-I_0(mr_n)K_0(mr_{n+1})} + \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta$$

$n = 1, 2, \ldots$

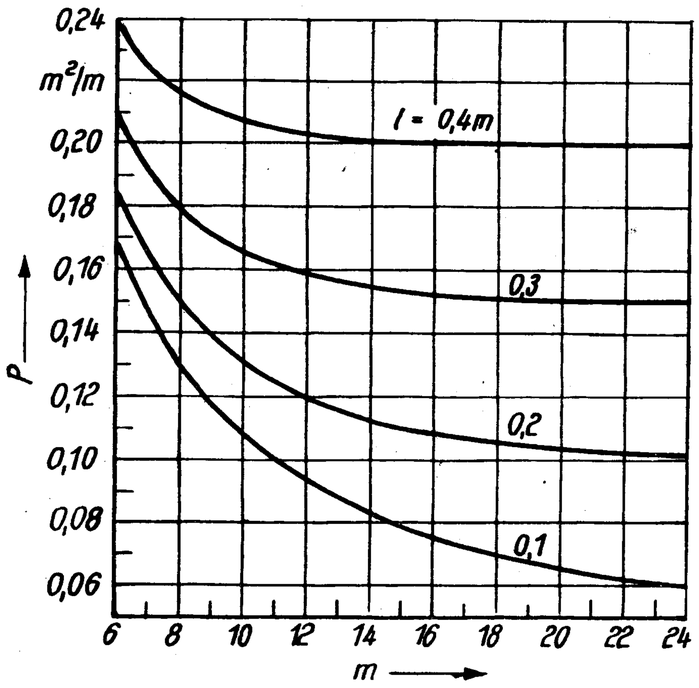
Äußerer Kreis

$$\vartheta_{aK} = \left(\vartheta_0 - \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta\right)\frac{K_0(mr)}{K_0(mr_a)} + \frac{\varkappa_a}{\varkappa_i+\varkappa_a}\Delta$$

6

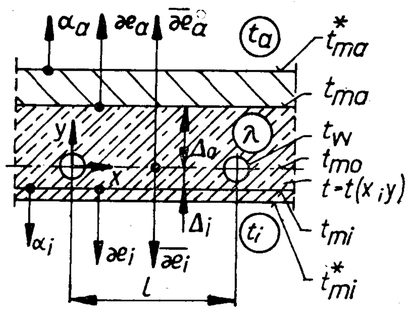


7



Zylinderfunktionen zu berechnen sind. Ein typisches Beispiel zeigt Bild 6. Gleichzeitig sind dort die Ergebnisse eingetragen, die sich bei paralleler Rohrverlegung ergeben würden. Es wird deutlich, daß sich mit steigenden Radien die Werte annähern. So liegen die Punkte A′ und B′ bereits näher am wirklichen Kurvenverlauf als die Punkte A und B. Das bedeutet, daß praktisch ohne Fehler mit den Gleichungen für parallele Rohranordnung die den Heizungsingenieur interessierende Wärmeabgabe berechnet werden kann.

8



$\Delta = t_a - t_i$

$\vartheta = t - t_i$

$\vartheta_0 = t_0 - t_i$

$\vartheta_w = t_w - t_i$

$\vartheta_{mi} = t_{mi} - t_i$

$\vartheta_{ma} = t_{ma} - t_a$

$h_a = \frac{\varkappa_a}{\lambda}$

$h_i = \frac{\varkappa_i}{\lambda}$

$G_a = \frac{\overline{\varkappa}_a - \overline{\varkappa}_i}{\varkappa_a + \varkappa_i}$

$G_i = \frac{-2\lambda}{\overline{\varkappa}_a + \overline{\varkappa}_i}$

Verteilung der Übertemperatur in der Schicht A bei $t_i = t_a$

$$\vartheta = -A\left\{\frac{\pi}{l}\left[G_a y + G_i + |y|\right] - \sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{s}\left[e^{-\frac{2\pi s}{l}|y|} + g_a(s)e^{-\frac{2\pi s}{l}y} + g_i(s)e^{\frac{2\pi s}{l}y}\right]\cos\left(\frac{2\pi s}{l}x\right)\right.$$

Mittlere Übertemperatur in der Rohrebene bei $t_i \neq t_a$

$$\vartheta_{mo,i} = t_{mo} - t_i = -\frac{A\pi}{l}G_i + \Delta\frac{\overline{\varkappa}_a}{\overline{\varkappa}_i\ \overline{\varkappa}_a}\ ;\quad \vartheta_{mo,a} = t_{mo} - t_a = -\frac{A\pi}{l}G_i - \Delta\frac{\overline{\varkappa}_i}{\overline{\varkappa}_i + \overline{\varkappa}_a}$$

Mittlere Übertemperatur an den Rändern des Massivelementes bei $t_i \neq t_a$

$$\vartheta_{mi} = \frac{A\pi}{l h_i}(1-G_a) + \Delta\frac{\frac{1}{\varkappa_i}}{\frac{1}{\overline{\varkappa}_a}+\frac{1}{\overline{\varkappa}_i}}\ ;\quad \vartheta_{ma} = \frac{A\pi}{l h_a}(G_a+1) - \Delta\frac{\frac{1}{\varkappa_a}}{\frac{1}{\overline{\varkappa}_a}+\frac{1}{\overline{\varkappa}_i}}$$

Wärmestromdichte an die Umgebung

$\dot{q}_a^* = \varkappa_a\,\vartheta_{ma} = \overline{\varkappa}_a\,\vartheta_{mo,a}$

$\dot{q}_i^* = \varkappa_i\,\vartheta_{mi} = \overline{\varkappa}_i\,\vartheta_{mo,i}$

Oberflächentemperaturen

$t_{ma}^* = \frac{\varkappa_a}{\alpha_a}\vartheta_{ma} + t_a$

$t_{mi}^* = \frac{\varkappa_i}{\alpha_i}\vartheta_{mi} + t_i$

Berechnung der Konstanten A:

$$A = \frac{\vartheta_w}{\ln\frac{l}{2\pi r} - \frac{\pi}{l}G_i + \sum_{s=1}^{\infty}\frac{g_a(s)+g_i(s)}{s}}$$

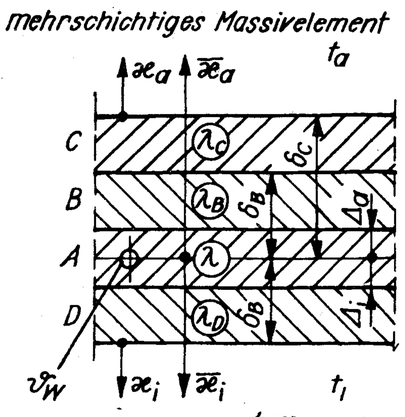
Berechnung der Konstanten $g_a(s)$ und $g_i(s)$

einschichtiges Massivelement

$$g_a(s) = \frac{\frac{h_a l + 2\pi s}{h_a l - 2\pi s}e^{\frac{-4\pi s}{l}\Delta_i} - e^{\frac{-4\pi s}{l}(\Delta_i+\Delta_a)}}{e^{\frac{-4\pi s}{l}(\Delta_i+\Delta_a)} - \frac{h_a l + 2\pi s}{h_a l - 2\pi s}\,\frac{h_i l + 2\pi s}{h_i l + 2\pi s}}$$

$$g_i(s) = \frac{\frac{h_i l + 2\pi s}{h_i l - 2\pi s}e^{\frac{-4\pi s}{l}\Delta_a} - e^{\frac{-4\pi s}{l}(\Delta_i+\Delta_a)}}{e^{\frac{-4\pi s}{l}(\Delta_i+\Delta_a)} - \frac{h_a l + 2\pi s}{h_a l - 2\pi s}\,\frac{h_i l + 2\pi s}{h_i l - 2\pi s}}$$

mehrschichtiges Massivelement



$$\left(h_C - \frac{2\pi s}{l}\right)g_{Ca}(s)e^{-\frac{4\pi s}{l}\delta_C} + \left(h_C + \frac{2\pi s}{l}\right)g_{Ci}(s) = 0$$

$$\lambda_C g_{Ci}(s) - \lambda_B g_{Bi}(s) - (\lambda_C g_{Ca}(s) - \lambda_B g_{Ba}(s))e^{-\frac{4\pi s}{l}\delta_B} = 0$$

$$g_{Ci}(s) - g_{Bi}(s) + (g_{Ca}(s) - g_{Ba}(s))e^{-\frac{4\pi s}{l}\delta_B} = 0$$

$$\lambda_B g_{Bi}(s) - \lambda g_i(s) - (\lambda_B g_{Ba}(s) - \lambda g_a(s) - \lambda)e^{-\frac{4\pi s}{l}\Delta_a} = 0$$

$$g_{Bi}(s) - g_i(s) + (g_{Ba}(s) - g_a(s) - 1)e^{-\frac{4\pi s}{l}\Delta_i} = 0$$

$$\lambda g_a(s) - \lambda_D g_{Da}(s) + (\lambda_D g_{Di}(s) - \lambda g_i(s) - \lambda)e^{-\frac{4\pi s}{l}\Delta_i} = 0$$

$$g_{Da}(s) - g_a(s) + (g_{Di} - g_i - 1)e^{-\frac{4\pi s}{l}} = 0$$

9

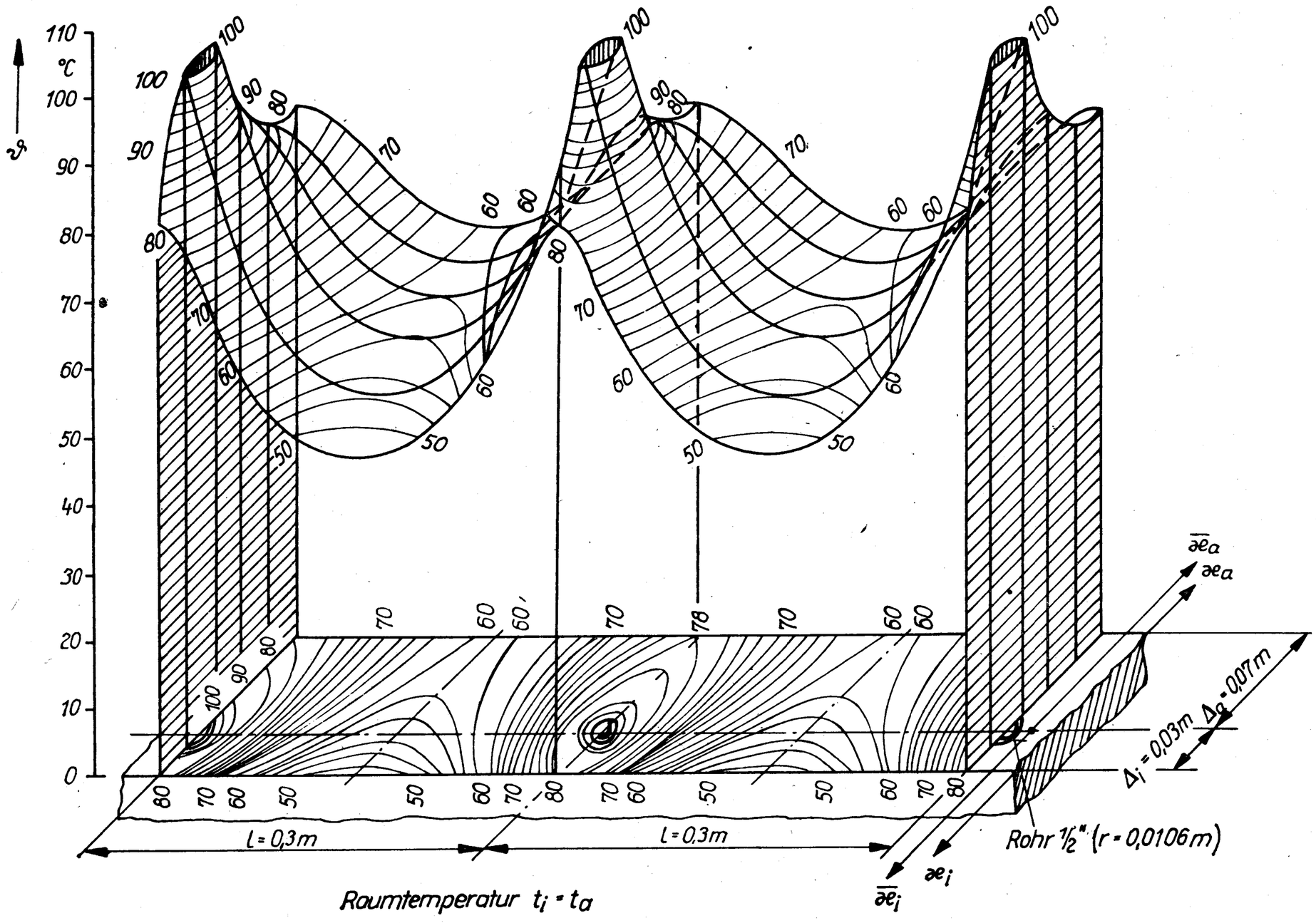
$$\left(h_D - \frac{2\pi s}{l}\right)g_{Di}(s)e^{-\frac{4\pi s}{l}\delta_D} + \left(h_D + \frac{2\pi s}{l}\right)g_{Da}(s) = 0$$

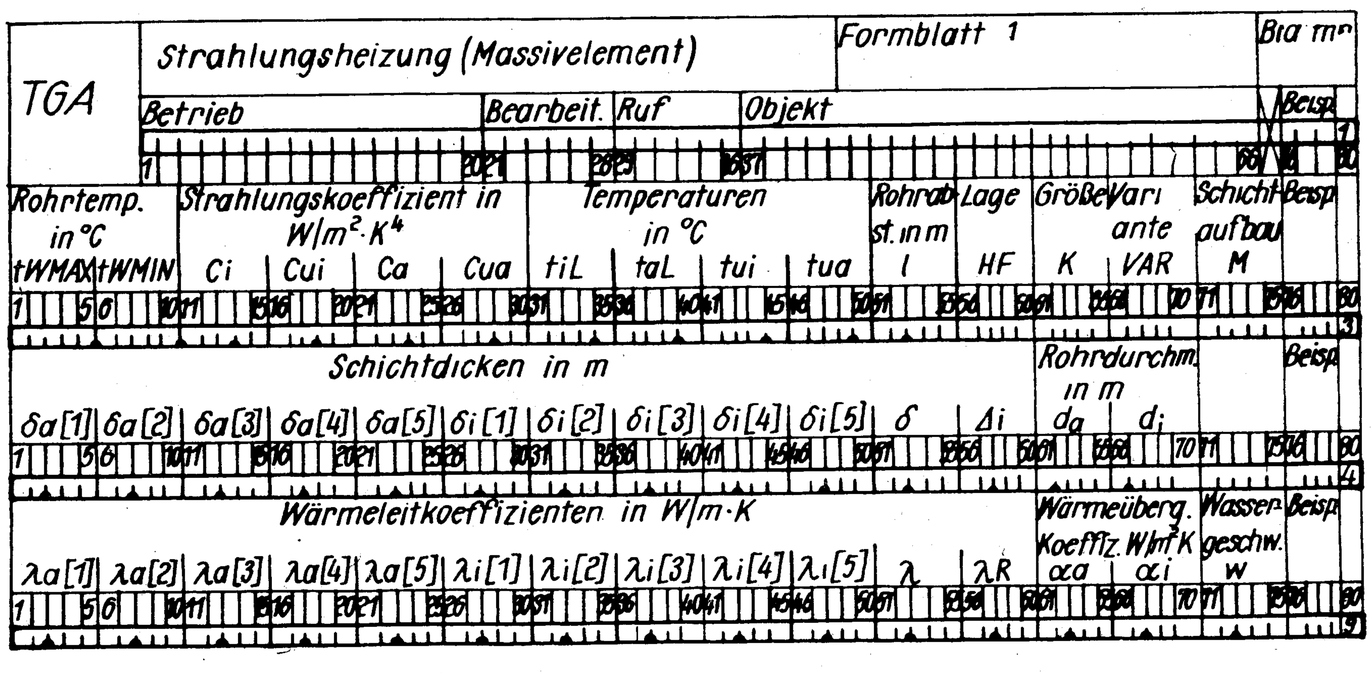
– Zur Ermittlung der Randwärmeabgabe sind die theoretischen Zusammenhänge ebenfalls für gerade und gebogene Rohre abgeleitet worden. Auf diesen Grundlagen ist für die praktische Nutzung das im Bild 7 gezeigte Diagramm abgeleitet worden. Es gibt den Flächenzuschlag je Meter Randrohr in Abhängigkeit vom Rohrabstand und dem charakteristischen Wert m (vgl. Bild 1) an.

1.2. Dicke Massivelemente ($\delta > 3\,d_a$)

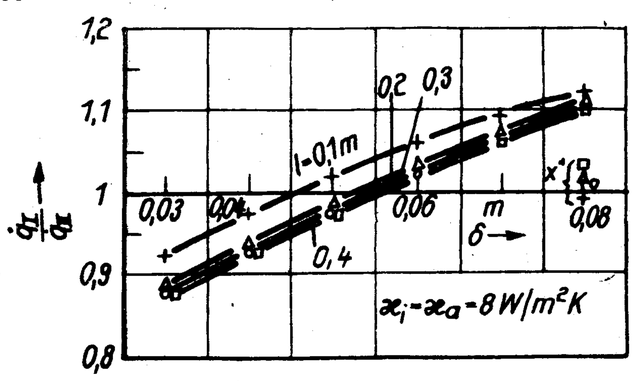
Die Berechnung erfolgt auf der Grundlage der zweidimensionalen Wärmeleitung in der Schicht A (Bild 8) nach *Faxén, Rydberg* und *Huber*. Weitere Schichten werden nur im Sonderfall für die Wärmeleitung zwischen den Heizrohren betrachtet. Den Verlauf der Übertemperatur in Funktion der x- und y-Koordinate, die mittleren

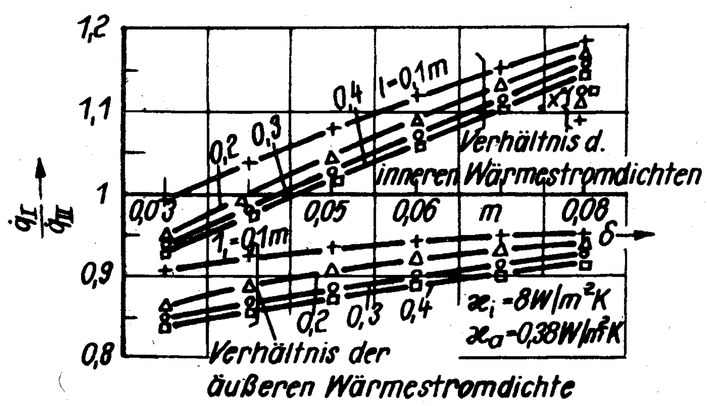
10

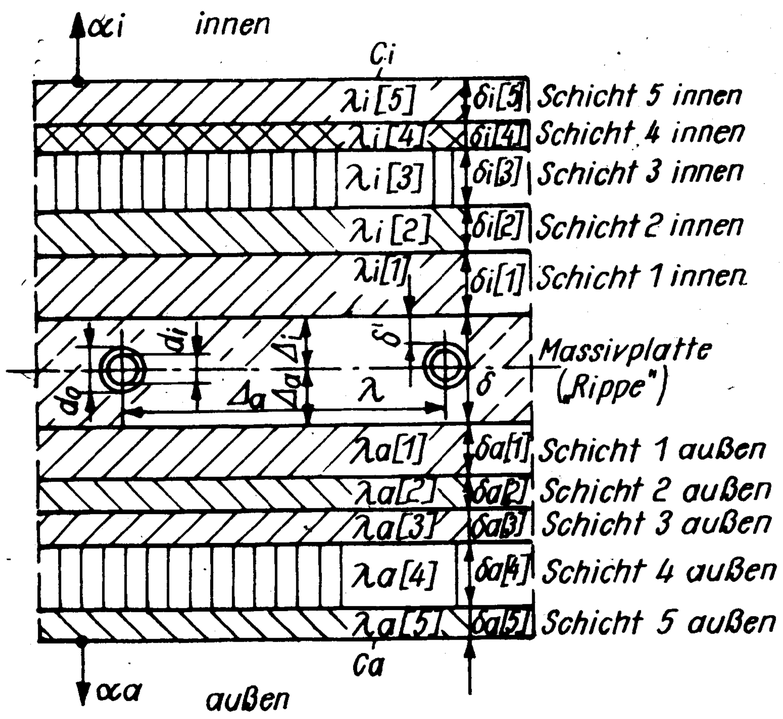




11



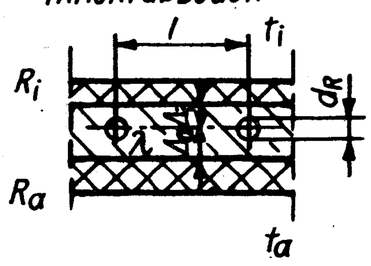




12

13

Innenfußboden



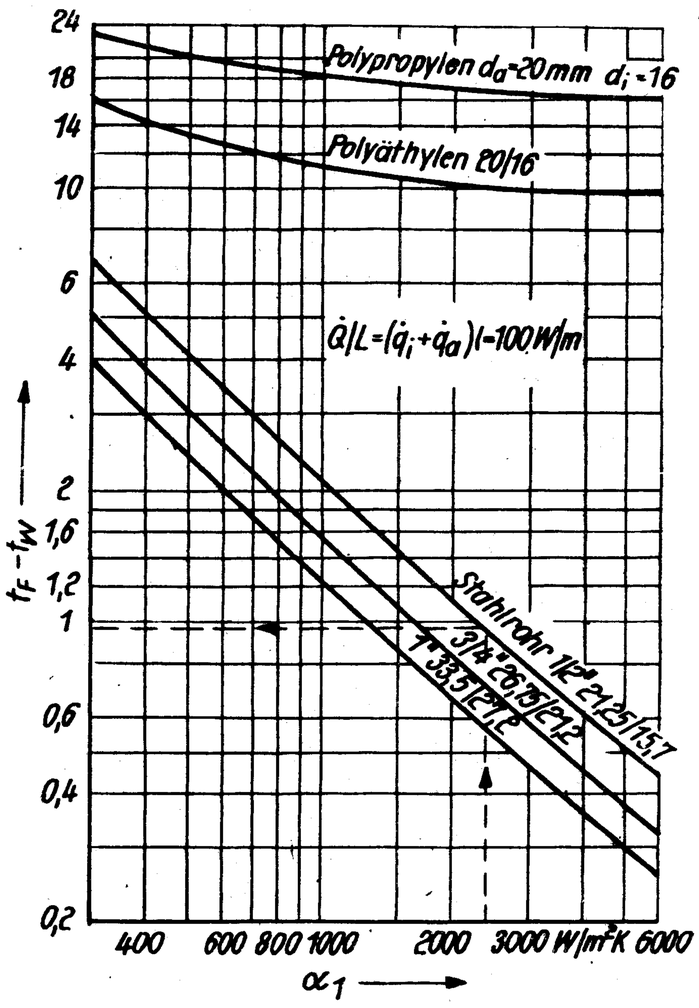
$$C_i = \frac{C_i \cdot C_{iu}}{C_s} = C_a = \frac{C_a \cdot C_{au}}{C_s} = 4{,}924\ W/m^2K^4$$

$$d_R = 1/2'' = 0{,}021\,m;\ \lambda = 1{,}4\ W/mK;\ t_i = 20\,°C$$

$$R_i = \sum\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_i = 0{,}1\,m^2K/W;\ R_a = \sum\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_a = 1{,}0\,m^2K/W$$

t_W °C	t_{mo} °C	t_{mi} °C	t_{ma} °C	$\dot q_i$ W/m²	$\dot q_a$ W/m²	t_{mo} °C	t_{mi} °C	t_{ma} °C	$\dot q_i$ W/m²	$\dot q_a$ W/m²
	$l = 0{,}10\,m;\ \Delta_i = 0{,}02\,m;\ \Delta_a = 0{,}02\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}10\,m;\ \Delta_i = 0{,}03\,m;\ \Delta_a = 0{,}03\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	48,9	33,2	23,9	137,4	24,7	49,2	32,9	23,9	133,8	24,7
40	39,3	29,1	22,7	89,4	16,4	39,5	28,9	22,7	87,1	16,4
30	29,7	24,8	21,4	42,9	8,2	29,7	24,7	21,4	41,9	8,2
	$l = 0{,}10\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}04\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}10\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}06\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	49,3	32,6	23,9	129,7	24,6	49,3	32,6	23,9	129,7	24,4
40	39,5	28,7	22,7	84,5	16,4	39,5	28,7	22,6	84,5	16,2
30	29,8	24,5	21,4	40,7	8,2	29,8	24,5	21,4	40,7	8,1
	$l = 0{,}10\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}11\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}10\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}16\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	49,3	32,6	23,8	129,8	23,6	49,3	32,6	23,7	129,8	23,0
40	39,5	28,7	22,6	84,5	15,7	39,5	28,7	22,5	84,6	15,3
30	29,8	24,5	21,3	40,7	7,8	29,8	24,5	21,3	40,7	7,6
	$l = 0{,}15\,m;\ \Delta_i = 0{,}02\,m;\ \Delta_a = 0{,}02\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}15\,m;\ \Delta_i = 0{,}03\,m;\ \Delta_a = 0{,}03\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	46,8	32,3	23,7	126,6	22,8	47,5	32,3	23,7	125,7	23,3
40	37,9	28,5	22,5	82,5	15,2	38,4	28,4	22,5	81,9	15,5
30	29,0	24,4	21,3	39,7	7,6	29,2	24,4	21,3	39,5	7,7
	$l = 0{,}15\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}04\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}15\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}06\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	47,8	32,0	23,7	122,9	23,4	47,9	32,0	23,7	123,2	23,2
40	38,6	28,3	22,5	80,1	15,6	38,6	28,3	22,5	80,4	15,4
30	29,3	24,3	21,3	38,7	7,8	29,3	24,3	21,3	38,8	7,7
	$l = 0{,}15\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}11\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}15\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}16\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	47,9	32,1	23,6	123,3	22,5	47,9	32,1	23,5	123,4	21,9
40	38,6	28,3	22,5	80,4	15,0	38,6	28,3	22,4	80,5	14,6
30	29,3	24,3	21,3	38,8	7,5	29,3	24,3	21,2	38,8	7,3
	$l = 0{,}2\,m;\ \Delta_i = 0{,}02\,m;\ \Delta_a = 0{,}02\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}2\,m;\ \Delta_i = 0{,}03\,m;\ \Delta_a = 0{,}03\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	44,3	31,3	23,3	114,0	20,7	45,5	31,4	23,5	116,0	21,6
40	36,3	27,7	22,3	74,4	13,8	37,1	27,8	22,4	75,8	14,4
30	28,2	24,1	21,2	36,0	6,9	28,6	24,1	21,2	36,6	7,2
	$l = 0{,}2\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}04\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}2\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}06\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	46,1	31,3	23,5	114,8	21,9	46,3	31,4	23,5	115,7	21,8
40	37,4	27,8	22,4	75,0	14,6	37,6	27,8	22,4	75,5	14,5
30	28,8	24,1	21,2	36,2	7,3	28,8	24,1	21,2	36,5	7,3
	$l = 0{,}2\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}11\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}2\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}16\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	46,4	31,4	23,4	116,0	21,3	46,4	31,4	23,3	116,1	20,7
40	37,6	27,9	22,3	75,8	14,2	37,6	27,9	22,3	75,8	13,8
30	28,8	24,1	21,2	36,6	7,1	28,8	24,1	21,2	36,6	6,9
	$l = 0{,}25\,m;\ \Delta_i = 0{,}02\,m;\ \Delta_a = 0{,}02\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}25\,m;\ \Delta_i = 0{,}03\,m;\ \Delta_a = 0{,}03\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	41,8	30,2	23,0	101,5	18,5	43,4	30,6	23,2	105,9	19,8
40	34,6	27,0	22,0	66,4	12,4	35,7	27,3	22,2	69,3	13,2
30	27,4	23,7	21,1	32,2	6,2	27,9	23,8	21,1	33,5	6,6
	$l = 0{,}25\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}04\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}25\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}06\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50						44,6	30,7	23,3	107,8	20,4
40						36,4	27,4	22,2	70,5	13,6
30						28,3	23,9	21,2	34,1	6,8
	$l = 0{,}25\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}11\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}25\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}16\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	44,8	30,8	23,2	108,6	20,0	44,8	30,8	23,1	108,7	19,4
40	36,6	27,4	22,2	71,0	13,3	36,6	27,4	22,1	71,1	13,0
30	28,3	23,9	21,1	34,4	6,7	28,3	23,9	21,1	34,4	6,5
	$l = 0{,}3\,m;\ \Delta_i = 0{,}02\,m;\ \Delta_a = 0{,}02\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}3\,m;\ \Delta_i = 0{,}03\,m;\ \Delta_a = 0{,}03\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	39,5	29,2	22,7	90,1	16,5	41,4	29,7	22,9	96,1	18,1
40	33,1	26,3	21,8	59,0	11,1	34,3	26,7	22,0	62,9	12,1
30	26,6	23,3	21,0	28,7	5,6	27,2	23,5	21,0	30,6	6,1
	$l = 0{,}3\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}04\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}3\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}06\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	42,4	29,8	23,0	97,8	18,8	42,9	30,0	23,1	99,9	19,0
40	35,0	26,8	22,1	64,0	12,6	35,3	26,9	22,1	65,4	12,7
30	27,6	23,6	21,1	31,1	6,3	27,7	23,6	21,1	31,7	6,4
	$l = 0{,}3\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}11\,m;\ t_a = 20\,°C$					$l = 0{,}3\,m;\ \Delta_i = 0{,}04\,m;\ \Delta_a = 0{,}16\,m;\ t_a = 20\,°C$				
50	43,2	30,2	23,0	101,3	18,7	43,2	30,2	23,0	101,6	18,2
40	35,5	27,0	22,1	66,3	12,5	35,6	27,0	22,0	66,5	12,2
30	27,8	23,7	21,1	32,2	6,3	27,8	23,7	21,0	32,2	6,1

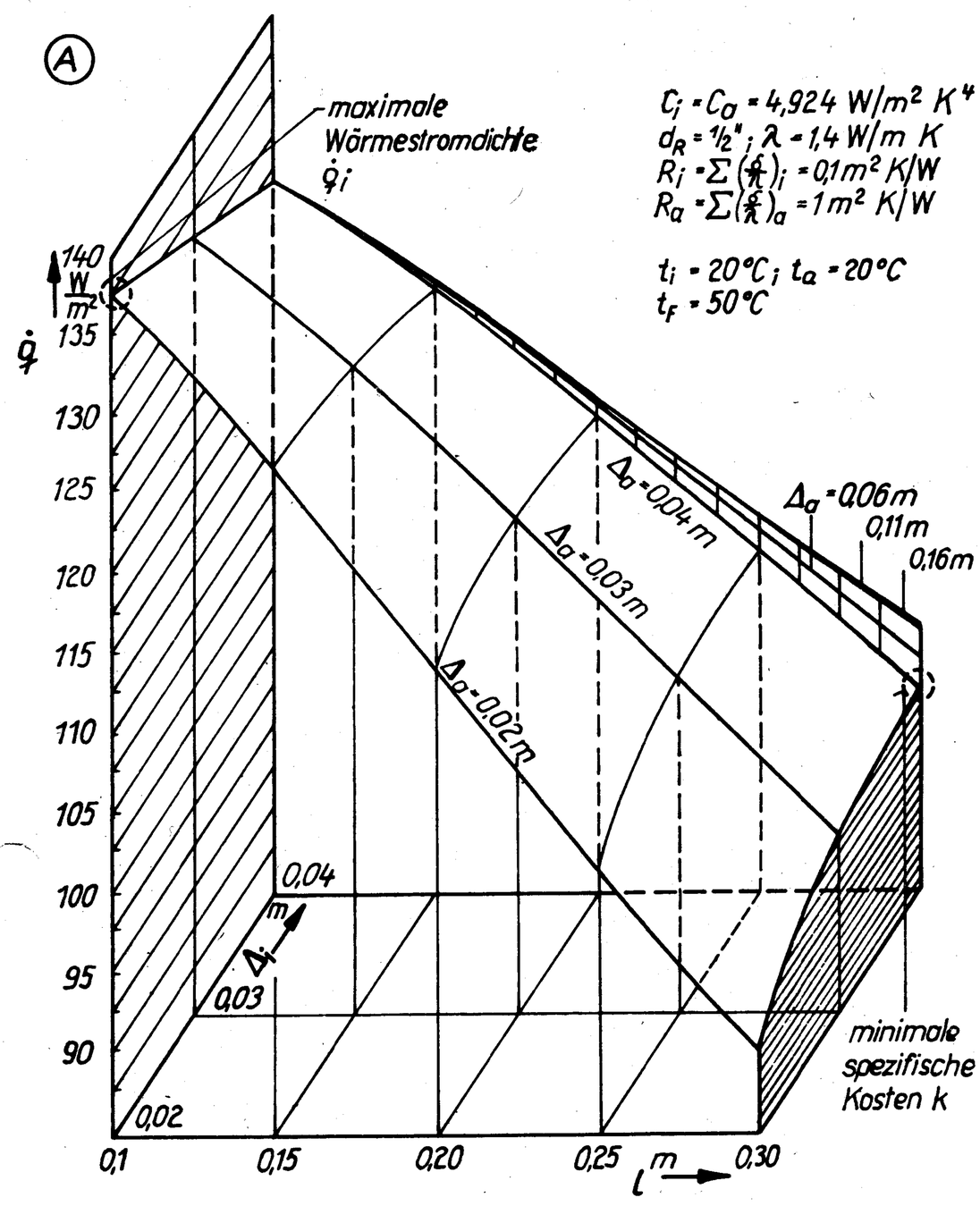
14



Übertemperaturen — nach Anwenden eines Kunstgriffes am günstigsten auf die Rohrebene $y = 0$ bezogen —, und die Wärmestromdichten sind nach Bild 8 zu berechnen. Die dazu erforderlichen Konstanten sind im Bild 9 zusammengestellt. Dabei wurde auch der Sonderfall eines vierschichtigen Aufbaus, der an der Wärmeleitung zwischen den Rohren teilhat, mit betrachtet. Die im Bild 8 abgeleiteten Grundgleichungen gelten weiterhin. Bild 10 zeigt ein berechnetes Beispiel. Über dem Querschnitt einer beheizten 10 cm dicken Betonplatte sind das „Temperaturgebirge" und die projizierten Isothermen aufgetragen.

1.3. Praktische Berechnung und Anwendungsgrenzen

Obwohl zur Rechenerleichterung auch ein Diagrammsystem aufgestellt wurde, zeigt sich, daß die dargestellten Bemessungsverfahren den Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung geradezu fordern. Wird die elektronische Datenverarbeitung eingesetzt, sollte stets das Verfahren der zweidimensionalen Wärmeleitung verwendet werden, da dieser Algorithmus die realen Verhältnisse besser wiedergibt als die eindimensionale Approximation und der höhere Rechenaufwand keine Rolle spielt. Erfolgt die Bemessung manuell, so ist man natürlich bestrebt, den Rechenaufwand zu minimieren, wofür sich das Verfahren der eindimensionalen Wärmeleitung am besten eignet. Der Anwendung sind wegen der groberen Näherung allerdings Grenzen gesetzt. Durch zahlreiche Vergleichsrechnungen



können die verschiedenen Ergebnisse in Abhängigkeit der Dicke des Wärmeleitkörpers („Rippe"), des Rohrabstandes und der beiderseitigen Teil-Wärmedurchgangskoeffizienten diskutiert werden. Es wurden Varianten mit den folgenden Kennwerten berechnet:

- Rippendicke $\delta = 0{,}03$; $0{,}04$; $0{,}05$; $0{,}06$; $0{,}07$; $0{,}08$ m;
- Rohre $1/2''$ liegen symmetrisch in der Rippe bzw. bei einem Beispiel „X" betragen $\Delta_i = 0{,}02$ m; $\Delta_a = 0{,}06$ m;
- Teil-Wärmedurchgangskoeffizienten $\varkappa_i = \varkappa_a = 8$ W/m² K bzw. $\varkappa_i = 8$ W/m² K und $\varkappa_a = 0{,}38$ W/m² K;
- Rohrabstände $l = 0{,}1$; $0{,}2$; $0{,}3$; $0{,}4$ m;
- äußere Rohrwandtemperaturen $t_W = 60$; 55; 50; 45 °C;
- Wärmeleitfähigkeit des Betons $\lambda = 1{,}2$ W/m² K;
- Umgebungstemperaturen $t_i = t_a = 20$ °C.

Als Endergebnis wurden die Quotienten $\dot{q}_I / \dot{q}_{II}$ ausgewertet, wobei $\dot{q}_I$ die Wärmestromdichte nach dem eindimensionalen und $\dot{q}_{II}$ die Wärmestromdichte nach dem zweidimensionalen Verfahren symbolisieren. Die Quotienten sind im Bild 11 dargestellt. Es ergeben sich folgende Schlußfolgerungen:

- Die Quotienten sind von der Rohrtemperatur unabhängig und nur Funktionen geometrischer Größen und der wärmetechnischen Stoffwerte.
- Mit zunehmender Rippendicke wächst auch der Quotient, und es existiert ein Wert $\dot{q}_I / \dot{q}_{II} = 1$. Das heißt, nach dem eindimensionalen Verfahren erhält man für dünne Rippen kleinere und für dicke Rippen größere Wärmestromdichten als nach dem zweidimensionalen Verfahren. Dies wird durch die Definition der sogenannten Rippenfußtemperatur bewirkt.
- Je größer die Rohrabstände sind, umso größere Rippendicken können nach dem eindimensionalen Verfahren mit gutem Ergebnis berechnet werden. Dies ist logisch, da der Wärmetransport dann in der Rohrebene dominiert.
- Starken Einfluß auf die Unterschiede in den Berechnungsergebnissen nehmen die Teil-Wärmedurchgangskoeffizienten. Liegen $\varkappa_i$ und $\varkappa_a$ weit auseinander, dann wird die Rippentemperatur nach dem eindimensionalen Verfahren einen „Mittelwert" annehmen, der nach der Eigenart des Verfahrens über die gesamte Rippendicke gleich ist. Dies bewirkt in Richtung des kleineren $\varkappa$ zu kleine und in Richtung des größeren $\varkappa$ zu große Wärmestromdichten.
- Bedeutenden Einfluß auf die Ergebnisse hat auch die Einbettungstiefe der Rohre. Dieser Parameter muß unter praktischen Verhältnissen gesehen werden. So ergeben sich bei geringeren Einbettungstiefen an der Seite des großen $\varkappa$-Wertes — wie dies in der Praxis üblich ist — geringere Abweichungen zwischen eindimensionalen und zweidimensionalen Verfahren.

Als Schlußfolgerung dieser Feststellungen kann man für die praktische Handhabung empfehlen, daß die Rippendicke den dreifachen Rohrdurchmesser nicht übersteigen darf, wenn bei Anwendung des eindimensionalen Bemessungsverfahrens Abweichungen von ± 10 Prozent nicht überschritten werden sollen.

1.4. Katalogisierte Anwendung

Das Rechenprogramm bedarf nur des Ausfüllens eines einzigen Formblattes (Bild 12). Die im beigefügten Schemabild gezeigten Schichten können bezüglich Geometrie und wärmetechnischer Kenndaten beliebig variiert werden. Außer der rohrführenden Massivschicht können noch maximal drei weitere Schichten zur Wärmeverteilung einbezogen werden. Damit sind alle denkbaren Fälle berechenbar, so beispielsweise auch die Wärmeabgaben von auf dem Erdreich liegenden Platten.

Außerdem wurden etwa 2 800 Varianten möglicher Massivelemente bereits berechnet; mit der Katalogisierung wurde begonnen. Ein Beispiel zeigt Bild 13. Für die praktikablen Werte: Strahlungskoeffizienten, Rohrdurchmesser, Wärmeleitkoeffizient, Innentemperatur und Wärmeleitwiderstände der Deckschichten sind nach Variation des Rohrabstandes, der Dicke des Massivelementes und der Einordnung der Rohre in dieser Schicht, der Außentemperatur und der Rohrwandtemperatur die Ergebnisse: mittlere Rippentemperatur, mittlere Oberflächentemperaturen und Wärmestromdichten angegeben. Die Wärmeleitwiderstände der Deckschichten wurden tabellenweise verändert. Die Rohrwandtemperatur t_W ist bewußt als Übergabeparameter gewählt worden, da die Zwischenwerte der Ergebnisse dann mit genügender Genauigkeit linear interpolierbar

sind und der Einfluß von Rohrmaterial und Wärmeübergangsbedingungen im Heizmedium führenden Rohr weiterhin variabel bleiben. Die Umrechnung ist leicht nach Bild 14 möglich. Ausgehend vom Wärmeübergangskoeffizienten können in Abhängigkeit vom Material die Temperaturdifferenzen (Heizmedientemperatur zur Rohraußenwandtemperatur) abgelesen werden. Grundlage ist dabei eine Belastung von 100 W/m. Für einen realen Fall ist die abgelesene Temperaturdifferenz mit $[(\dot{q}_i + \dot{q}_a) \cdot l]_{real}/100$ W/m zu multiplizieren. Damit wird der Heizungsingenieur in die Lage versetzt, anhand eines großen Angebotes gemeinsam mit dem bautechnischen Projektanten unter Berücksichtigung der verschiedenen Interessen und Forderungen sofort einen geeigneten Aufbau einer Decken-, Wand- oder Fußbodenheizung auszuwählen.

Weiterhin kann der Heizungsprojektant auf der Grundlage der Tabellen schöpferisch optimieren. Verschiedene Aufgaben sind denkbar, so beispielsweise

- Wärmestromdichte $\dot{q}$; für bestimmte R_i und R_a in Funktion vom Rohrabstand l und der Abmessungen Δ_i und Δ_a
- größte spezifische Wärmestromdichte, bezogen auf den Strahleinsatz oder allgemein je Rohrlänge (q/l Rohr für bestimmte R_i und R_a und vorgegebener Gesamtdicke ($\Delta_i + \Delta_a$)
- größte spezifische Wärmeabgabe, bezogen auf die eingesetzte Betonmasse für bestimmte R_i und R_a und vorgegebenen Rohrabstand l
- größte spezifische Wärmeabgabe, bezogen auf die bautechnischen Kostenaufwendungen für ein bestimmtes R_a.

Einen Einblick für Fußbodenheizungen gibt Bild 15. Je dicker die Massivelemente ausgeführt sind, um so besser ist die Wärmeverteilung zwischen den Heizrohren. Andererseits wächst auch der Wärmeleitwiderstand in Richtung Umgebung. Diese gegenläufige Tendenz ist auch aus der räumlichen Darstellung (A) erkennbar. Da bei dem geringen Rohrabstand $l = 0{,}1$ m die Wärmeverteilung zwischen den parallelen Heizrohren auch bei dünnen Rippen gut ist, wirkt eine Vergrößerung der Dicke wärmedämmend. Deshalb liegt die maximale Wärmestromdichte bei $l = 0{,}1$ m; $\Delta_i + \Delta_a = 0{,}04$ m. Sie nimmt mit steigender Dicke ab.

Anders verhält es sich beispielsweise bei $l = 0{,}3$ m. Dort spielt die Wärmeverteilung zwischen den Rohren bereits eine dominierende Rolle. Die Wärmestromdichte wächst mit zunehmender Betonschichtdicke anfangs rasch, steigt aber bei sehr großen Schichtdicken (0,15 ... 0,20 m) kaum noch.

Ein generell verändertes Bild zeigen die spezifischen Kosten. Es wurden die Kosten des Betons und des Stahlrohres in Betracht gezogen. Problematisch ist dabei die Erfassung der Betonkosten, da die Festpreise sich auf verschiedene Estrichdicken (bis 5 cm) und Betondicken (ab 5 cm) beziehen. Es wurde aus den Einzelwerten eine Regressionskurve ermittelt. Die spezifischen Investitionskosten für die Heizfläche sind in der Grafik (B) des Bildes 15 dargestellt. Wegen des relativ hohen Stahlpreises liegt das Minimum bei einem Rohrabstand von $l = 0{,}3$ m und einer Betondicke von $\Delta_i + \Delta_a = 0{,}08$ m. Dabei handelt es sich um ein Randminimum, da nur Rohrabstände bis 0,3 m betrachtet wurden. Die Tendenz der Kostenkurven im Bereich von $\Delta_i + \Delta_a = 0{,}04 \ldots 0{,}08$ m zeigt deutlich, daß bei kleinen Rohrabständen geringe Betondicken und bei großen Rohrabständen größere Betondicken wirtschaftlich sind. (Wird im Heft 9/78 fortgesetzt.)