Mathematisches Modell für eine Netzstruktur

Dr. sc. techn. B. GLUCK
VEB Kombinat Technische Gebäudeausrüstung – Institut –

Rechenprogramme wurden bisher nur von einem relativ kleinen Bearbeiterkreis erarbeitet. Die dabei auftretenden Probleme waren somit nicht von allgemeingültigem Interesse. Mit der stürmischen Entwicklung der Kleinrechner — einschließlich der programmierbaren Tisch- und Taschenrechner — wird künftig eine große Zahl von Fachingenieuren mit der Erarbeitung von datenverarbeitungsgerechten Algorithmen konfrontiert. Es erscheint deshalb angebracht, exemplarische Modelle in einem größeren Rahmen zu publizieren.

Die Wärmenetze als Verbindungsglied zwischen Wärmeerzeuger und Abnehmer sind vielfältigen Berechnungen zu unterziehen, wie beispielsweise Druckverlustberechnungen, Ermittlung des Temperaturabfalls und der Transportzeiten, Optimierung der Rohrdurchmesser u. a. m. Diese Berechnungen werden zweckmäßigerweise mit Hilfe der elektronischen Datenverarbeitung vorgenommen. Grundlage für das Aufstellen und das Anwenden spezieller Rechenprogramme ist ein mathematisches Modell der Netzstruktur.

Für die Erarbeitung eines derartigen Strukturmodells gelten folgende Prämissen:

- Eingabedaten im Umfang so gering und einfach wie möglich
- Numerierung der Teilstrecken und der Abnehmer sollte bei eventuellen Änderungen der Netzkonfiguration weitgehend beibehalten werden können
- selbsttätige Erarbeitung des Strukturmodells durch den Rechner.

Weiterhin werden lediglich Wärmenetze im reinen Verästelungssystem mit einer Einspeisung und paralleler Rohrführung von Vor- und Rücklauf, wie sie bei der wärmetechnischen Erschließung komplexer Wohngebiete üblich sind, betrachtet.

Um den formulierten Prämissen zu entsprechen, wird festgelegt, daß die Numerierung der Teilstrecken sowie der Abnehmer in völlig willkürlicher Reihenfolge vorgenommen werden kann. Die Numerierung muß auch nicht kontinuierlich erfolgen, d. h. Zahlen der natürlichen Zahlreihe dürfen fehlen. Damit sind nachträgliche Änderungen des Netzaufbaus in beliebiger Vielzahl möglich.

Kernstück der Eingabe ist die Zuordnung der an einem Knoten zusammengeschlossenen Teilstrecken und die Kennzeichnung der Teilstrecken, an die die Einspeisestelle bzw. die Abnehmer angeschlossen sind. An einem praktischen Beispiel soll das Gesagte spezifiziert werden.

Im Bild 1 ist ein kleines Netz mit der willkürlichen Teilstrecken- und Abnehmer-Numerierung gegeben (die Numerierung der Knotenpunkte bleibt vorerst unberücksichtigt). Für jeden Knoten, darunter sind alle Abzweige und auch festgelegte Unterteilungen durchgehender Rohrleitungen zu verstehen, sind die zuführende Rohrstrecke i und die abgehenden Leitungsabschnitte x, y und z — d. h. maximal drei Strecken — anzugeben. Die Reihenfolge der Knotenbetrachtungen ist beliebig. Die Teilstrecken i, die zu keinen Knoten, sondern zu den Abnehmern führen, zeichnen sich durch $x = y = z = 0$ und der Nummer Ab des angeschlossenen Abnehmers aus. Die Teilstrecke i, die von der Einspeisestelle kommt, erhält die Kennzeichnung Ab = 1000. Die Definition „zuführende" und „abgehende" Teilstrecke gilt für die Vorlaufleitung.

Die strukturbedingten Eingaben zum vorgegebenen Netz sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Für allgemeine Netzberechnungen werden weitere teilstreckenbezogene Eingabedaten benötigt. Dies sind beispielsweise:

Ax, Ay, Az	— Kennzeichnung der Abgangsform der Strecken x, y, z von i z. B. 0 — Gerade; 1 — rechtwinklig; 2 — schräg (45°)
l	— Länge der Teilstrecke
t_u	— Umgebungstemperatur
VA	— Verlegeart
$h1$, $h2$, $h3$	— Höhenkoordinaten der Teilstrecke $h1$ — Anfang; $h2$ — Mitte; $h3$ — Ende
ζ	— Summe der Einzelwiderstandsbeiwerte von Einbauteilen.

Bei Nachrechnungen müßten noch die Rohrdurchmesser und die Dämmstoffdicken bzw. die Wärmedurchgangskoeffizienten angegeben werden. Der automatische Aufbau einer Netzstruktur erfolgt nach dem Flußbild (Bild 2). Einige Erklärungen seien ergänzt.
Nach dem Einlesen der Tabelle 1, die eventuell um die obigen speziellen Daten ergänzt ist, wird ein Feld, bestehend aus imax Zeilen, aufgebaut, und nach aufsteigender Nummer (i = 1 bis i = imax) werden die zugehörigen Daten eingespeichert. Die höchste Teilstreckennummer stellt imax dar; hier ist imax = 22. Fehlende Teilstrecken — im Beispiel i = 3 — werden durchnumeriert und ihre Daten durchweg Null gesetzt. Es entsteht ein Feld gemäß Schema 1 (Bild 2). Im ersten Berechnungszyklus wird getestet, wieviele echte Teilstrecken es gibt — hier iemax = 21 — und welche Teilstecke an die Einspeisestelle — hier HZ = 20 — anschließt. Als Indizien dienten dabei die Teilstreckenlänge $l > 0$ und Ab = 1000. Ist nach dem Abfragen aller Teilstrecken die Einspeisung nicht gefunden HZ = 0, so liegt ein Eingabefehler vor. Die Programmabarbeitung wird angehalten und eine Fehlerausschrift vorgenommen.
Die eigentliche Aufgabe besteht darin, eine strukturbestimmende Knotennumerierung Kno zu finden und die Teilstrecken ikno bzw. iab, die zu den Knotenpunkten bzw. den Abnehmern führen, diesen fest zuzuordnen. Im Ergebnis erhält man dann die Felder bzw. Vektoren, die die Schemata 2 und 3 (Bild 2) zeigen.
Im Flußbild wird so vorgegangen, daß die von der Einspeisestelle kommende Teilstrecke zum Knoten Kno = 1 führt. Nach Schema 1 ergibt sich, welche Teilstrecken sich an i = HZ und damit an Kno = 1 anschließen. Dies können maximal drei Teilstrecken

1

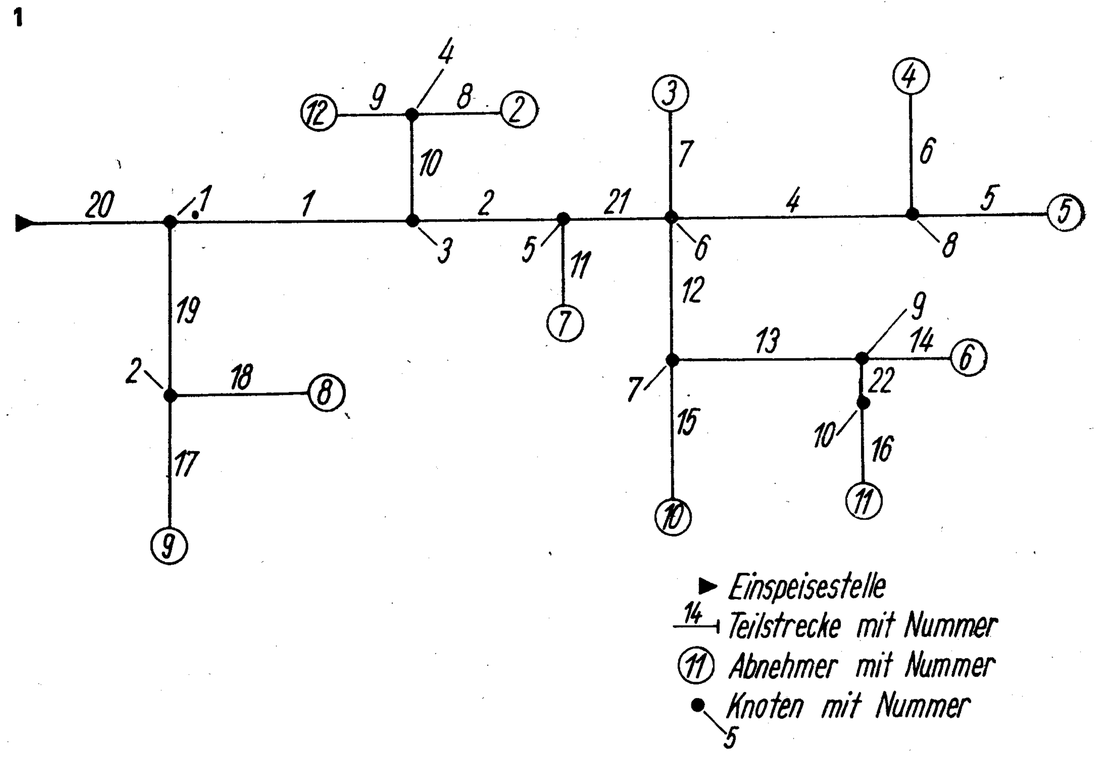
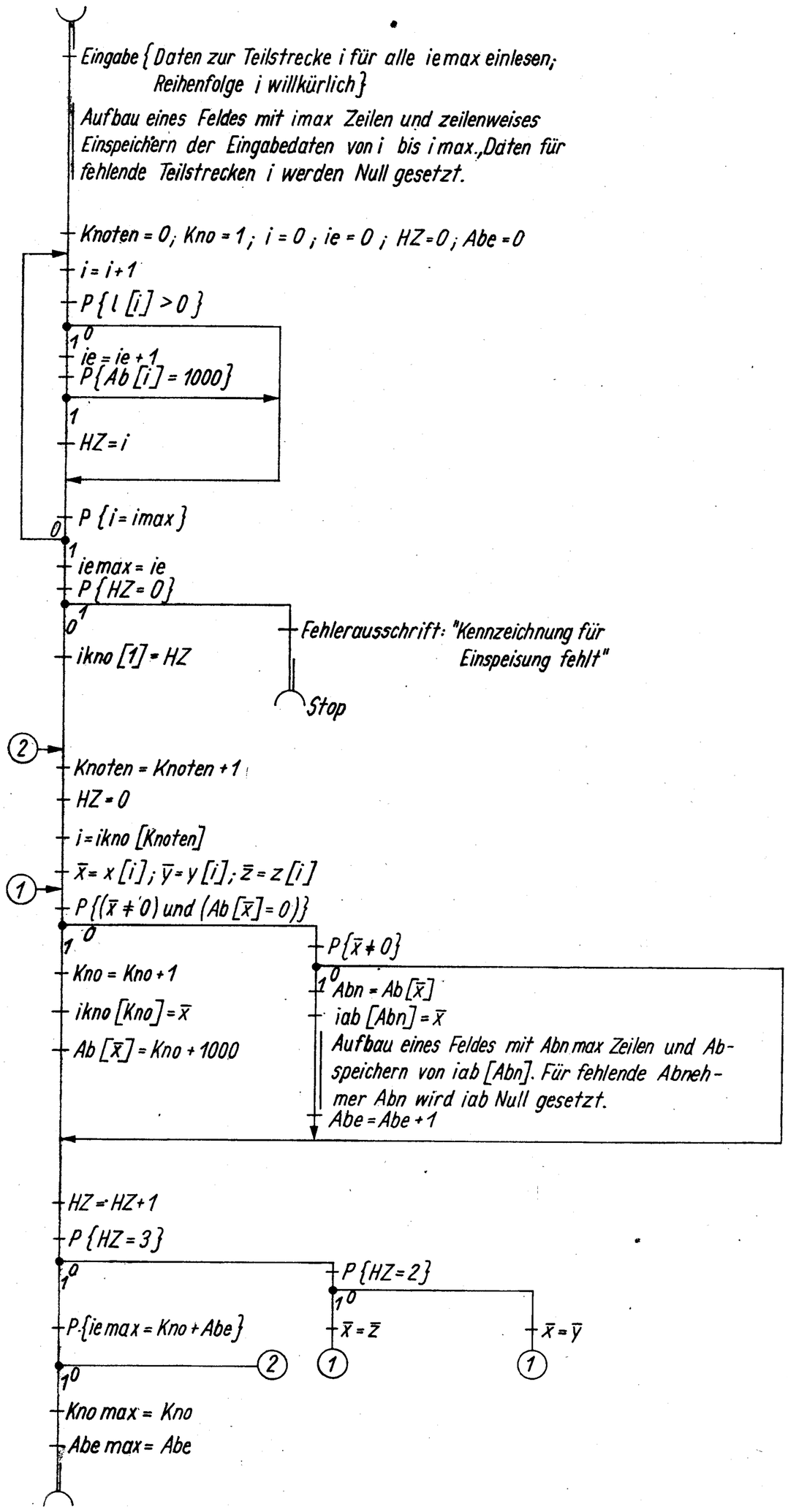


Tabelle 1

i	x [i]	y [i]	z [i]	Ab [i]
20	19	1	0	1000
1	10	2	0	0
2	21	11	0	0
21	7	12	4	0
4	6	5	0	0
12	15	13	0	0
13	22	14	0	0
22	16	0	0	0
19	18	17	0	0
10	9	8	0	0
17	0	0	0	9
18	0	0	0	8
9	0	0	0	12
8	0	0	0	2
11	0	0	0	7
7	0	0	0	3
15	0	0	0	10
16	0	0	0	11
14	0	0	0	6
5	0	0	0	5
6	0	0	0	4



Schema 1:

Eingabedaten zur Teilstrecke i nach dem Abspeichern

i	x	Ax	y	Ay	z	Az	Ab	l	tu	VA	h_1	h_2	h_3	ξ
1	10	1	2	0	0	0	1003	22	10	2	0	0	0	0,9
2	21	0	11	1	0	0	1005	52	15	1	0	0	0	1,5
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	6	1	5	0	0	0	1008	8	10	2	0	0	0	4,5
5	0	0	0	0	0	0	5	16	10	2	0	0	0	2,1
⋮														

imax - größte Teilstreckennummer;
iemax - echte maximale Teilstreckenzahl;

Schema 2:

Kno	ikno [Kno]
1	20
2	19
3	1
4	10
5	2
⋮	

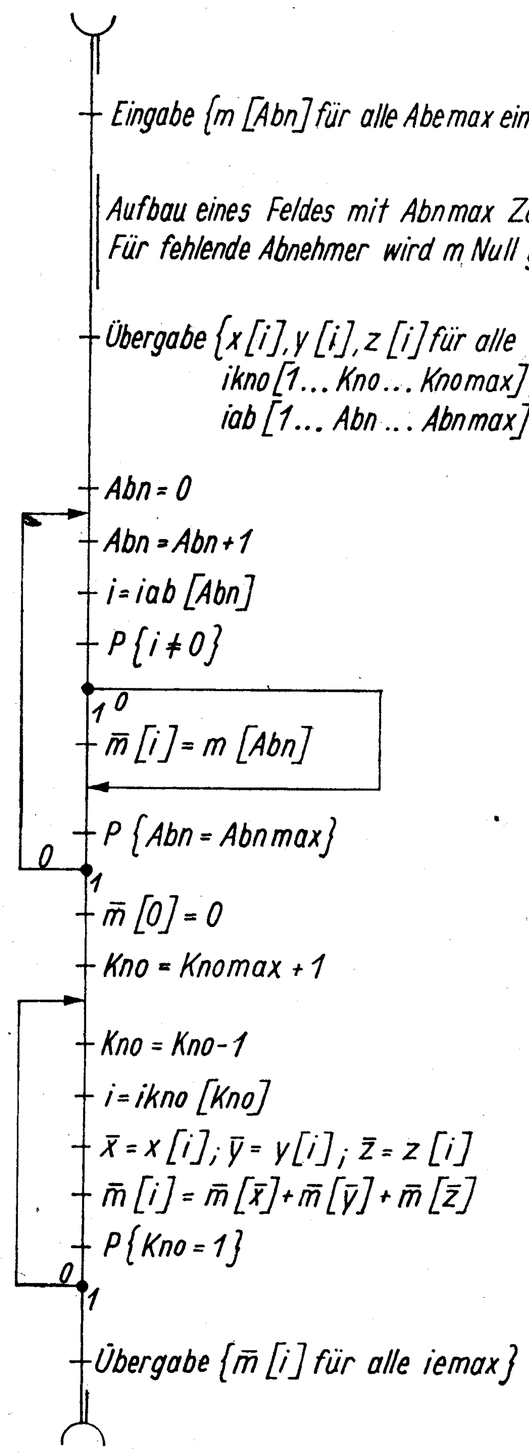
Kno max - Gesamtknotenzahl

Schema 3:

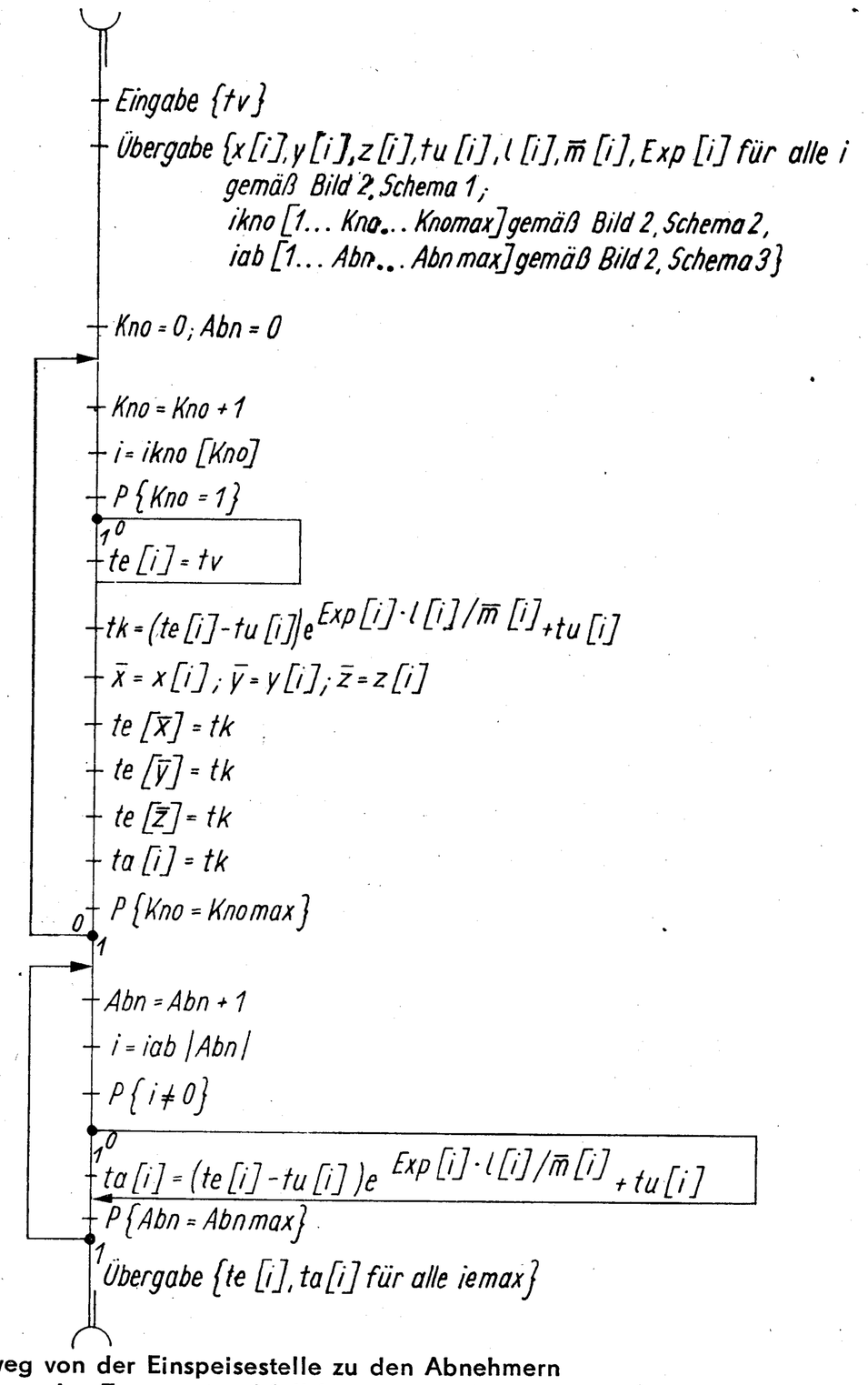
Abn	iab [Abn]
1	0
2	8
3	7
4	6
5	5
⋮	

Abnmax - größte Abnehmernummer
Abe max - echte maximale Abnehmerzahl

2 Aufbau einer Netzstruktur



3 Rechenweg von den Abnehmern zur Einspeisestelle (Addition der Massenströme)



4 Rechenweg von der Einspeisestelle zu den Abnehmern (Ermittlung des Temperaturabfalls)

($\bar{x} = x$ [i], $\bar{y} = y$ [i], $\bar{z} = z$ [i]) sein. Sie werden nacheinander betrachtet. Ist die Teilstrecke $\bar{x}$ existent, d. h. ungleich Null, so muß sie zu einem weiteren Knoten oder einem Abnehmer führen. Für Ab [$\bar{x}$] = 0 wird die Knotenzahl Kno um Eins erhöht und ikno [Kno] = $\bar{x}$ zugeordnet bzw. bei Nichterfüllung des Tests wird die echte Abnehmerzahl Abe um Eins vergrößert und iab [Abn] = $\bar{x}$ gesetzt. Gleichzeitig wird beim Auffinden eines neuen Knoten außer der Zuordnung der Teilstreckennummer zum Knoten noch umgekehrt die Knotennummer bei der zuführenden Teilstrecke vermerkt. Letzteres kann für spezielle Betrachtungen vorteilhaft sein. Um Speicherplatz zu sparen, wird die Knotennummer um 1000 erhöht und als Ab [i] abgespeichert. Damit können theoretisch 999 echte Abnehmer auftreten.

Nach analoger Abarbeitung von $\bar{y}$ und $\bar{z}$ wird der nächste Knoten betrachtet. Da dies im Nachgang zur Neubezeichnung der Knoten (Kno) erfolgt, wird dies durch die Laufvariable (Knoten) gesteuert. Der Durchgang ist beendet, wenn die Anzahl der echten Teilstrekken gleich der Summe der gefundenen Knoten und der echten Abnehmer ist. Diese Gleichheit muß gelten, da jede tatsächlich vorhandene Teilstrecke entweder zu einem Knoten oder zu einem Abnehmer führt.

Das Ergebnis der Knotennumerierung ist im Bild 1 ebenfalls eingetragen. Diese vom Rechner automatisch ermittelte Struktur ist somit jeder subjektiven Festlegung entzogen, wodurch sich die Fehlermöglichkeiten stark verringern. Die gefundene Struktur bietet ausgezeichnete Möglichkeiten, den Ablauf der Rechenoperationen zu organisieren, die bei der Netzbemessung oder -nachrechnung erforderlich sind.

Zwei Rechenabläufe, die sich oft wiederholen, sind der Rechengang von der Einspeisestelle bis zu den Abnehmern (z. B. Ermittlung des Temperaturabfalls) und dessen Umkehrung (z. B. Addition der Massenströme). Die aufgeführten Beispiele seien zur Demonstration näher erläutert.

Die Addition der Massenströme ist im Flußbild (Bild 3) dargestellt. Ausgehend von den Massenströmen m [Abn] der echten Abnehmer, werden diese den anschließenden Teilstrecken i = iab [Abn] als $\overline{m}$ [i] zugeordnet. Damit sind alle peripheren Teilstrecken mit den jeweils aktuellen Massenströmen belegt. Jetzt kann durch Addition der bekannten Massenströme, ausgehend von der größten Knotenpunktzahl, schrittweise der Massenstrom $\overline{m}$ [i] der jeweils zuführenden Teilstrecke i = ikno [Kno] für alle echten Teilstrecken bestimmt werden. Wie sich leicht am Bild 1 verfolgen läßt, ist die Numerierung der Knoten so geartet, daß bei rekursivem Durchschreiten der Knotenpunkte die Massenströme der abgehenden Rohrstrecken (x, y, z) stets bekannt vorliegen.

Das zweite Beispiel — die Ermittlung des Temperaturabfalls — ist im Flußbild (Bild 4) aufgezeichnet. Ausgehend von der Vorlauftemperatur an der Einspeisestelle *t*v, wird vom Knoten Kno = 1 beginnend, die Austrittstemperatur *t*a [i] der zum Knoten führenden Teilstrecke i = ikno [Kno] berechnet. Dieser Wert entspricht der Eintrittstemperatur *t*e [i] der anschließenden Teilstrecken ($\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$). Das schrittweise Abarbeiten aller ikno [Kno] in aufsteigender Reihenfolge der festgelegten Knotenzahlen gewährleistet, daß die aktuellen Teilstrecken-Eintrittstemperaturen immer bekannt sind. Schließlich müssen noch die Austrittstemperaturen der Abnehmerteilstrecken *t*a [iab] ermittelt werden. Dazu erfolgt ein weiterer Berechnungsgang für alle iab [Abn], soweit es sich um echte Abnehmer handelt.

Beide abgehandelten Beispiele zeigen deutlich, daß die selbsttätig festgelegte Knotennumerierung dem Wärmenetz eine für die Rechenorganisation sehr gute Struktur aufprägt. Würde sich die Netzkonfiguration verändern, so müßten beispielsweise einige Teilstrecken und Abnehmer entfernt oder ergänzt werden, der größte Teil würde mit den beliebig gewählten Bezeichnungen beibehalten. Die automatische Strukturierung wäre möglicherweise völlig verändert. Diese Überlegung zeigt, wie vorteilhaft es ist, die manuellen Arbeiten auf das äußerst notwendige Mindestmaß zu beschränken, da auch dann notwendige Änderungen einen minimalen Umfang annehmen.