Pauschale Ermittlung der Temperaturänderungen in Wärmenetzen

Dr. sc. techn. B. GLÜCK
VEB Kombinat Technische Gebäudeausrüstung – Institut –

Die Wärmezufuhr an der Einspeisestelle eines Netzes und die Wärmeentnahme der Verbraucher sind dem Betrag nach nicht zu jedem Zeitpunkt gleich. Zusätzliche Ungleichförmigkeiten ergeben sich infolge der unterschiedlichen Transportzeiten des Wärmeträgers zu den einzelnen Abnehmern. Diese Vorgänge werden noch überlagert durch die Wärmeverlustströme der Rohrleitungen an die Umgebung, die von den jeweiligen Medientemperaturen abhängig sind. Aus diesen Gründen laufen in jedem Wärmenetz ununterbrochen Speicher- und Entspeichervorgänge ab, die unter dem Gesamtbegriff energetische Dynamik zusammengefaßt werden. Selbstverständlich ist es unmöglich, alle denkbaren, netzspezifischen Einflüsse zu betrachten. Es werden deshalb zunächst nur einige allgemeingültige Effekte pauschal untersucht.

Ein Rechenprogramm zur speziellen Ermittlung der Temperaturänderungen in Wärmenetzen befindet sich in Vorbereitung.

1. Transportzeiten

1.1. Mengenstrom-Transportzeit-Diagramm

Die Zeit, die ein Wasserteilchen beim Durchströmen des Rohrsystems vom Wassererwärmer bis zum Abnehmer j benötigt, wird Transportzeit $\Delta\tau_j$ genannt. Sie ergibt sich durch Summation der Teilstrecken-Durchflußzeiten $\overline{\Delta\tau_k}$ nach

$$\Delta\tau_j = \sum_{k \in j} \overline{\Delta\tau_k}\,, \tag{1}$$

wobei nur die Teilstrecken k, die Elemente des Weges zum Abnehmer j darstellen, zu berücksichtigen sind. Da aus der manuellen Rohrnetzbemessung die Längen l und die Strömungsgeschwindigkeiten w aller Teilstrecken bekannt sind, ergeben sich die Teilstrecken-Durchflußzeiten zu

$$\overline{\Delta\tau_k} = \frac{l_k}{w_k}\,. \tag{2}$$

Erfolgt die Bemessung der Rohrleitungen mit Hilfe eines Rechenprogramms, so werden die Geschwindigkeiten in der Regel nicht abgespeichert. Es ist dann die Berechnung nach

$$\overline{\Delta\tau_k} = \frac{l_k\, \varrho_k\, \pi\, d_k^2}{4\, \dot{m}_k} \tag{3}$$

vorzunehmen. Dabei bedeuten ϱ_k Dichte des Wärmeträgers, d_k Rohrinnendurchmesser und $\dot{m}_k$ der die Teilstrecke k beaufschlagende Massenstrom. Sind die Transportzeiten zu allen Abnehmern j ermittelt worden, kann man entsprechend einem Vorschlag von [1] eine geordnete Darstellung von $\dot{m} = \dot{m}\,(\Delta\tau)$, $\dot{Q} = \dot{Q}\,(\Delta\tau)$ oder $\dot{V} = \dot{V}\,(\Delta\tau)$ vornehmen. Sie wird Massenstrom-, Wärmestrom- oder Volumenstromfunktion bzw. allgemein *Mengenstromfunktion* genannt.

Die grafische Auswertung des Zusammenhangs wird als Mengenstrom-Transportzeit-Diagramm bezeichnet. Als Ordnungsprinzip gelten wachsende Transportzeiten $\Delta\tau_j$ unabhängig von der Abnehmernumerierung j. Die Massen- bzw. Wärmeströme werden fortlaufend addiert, so daß nach einer bestimmten Zeit $\tau_0 + \Delta\tau$ der zugehörige Massenstrom $\dot{m}$ den Umfang angibt, der die Abnehmer nach Verlassen des Wassererwärmers zum Zeitpunkt τ_0 bereits erreicht hat. Der Einfachheit halber wird $\tau_0 = 0$ gesetzt.

Dem Vorschlag einer dimensionslosen Darstellung wird zunächst nicht nachgegangen, da die Division durch den Gesamtmassenstrom $\dot{m}_{ges} = \sum \dot{m}_j$ bzw. durch die größte Transportzeit $\Delta\tau_{j,max}$ nur einen höheren Rechenaufwand, nicht aber einen tieferen Einblick in den physikalischen Zusammenhang bringt.

Grundsätzlich sei festgestellt, daß der Aufwand für die Ermittlung des Mengenstrom-Transportzeit-Diagramms beträchtlich ist. Andererseits bietet dieser Zusammenhang aber eine sehr gute Möglichkeit, die netzspezifischen, energiedynamischen Eigenschaften unabhängig von der häufig sehr verwirrenden geometrischen Netzstruktur nur in Funktion einer Variablen — der Transportzeit-Koordinate — zu beschreiben.

Ist das Mengenstrom-Transportzeit-Diagramm in Form einer

Treppenkurve gefunden, so besteht oft für anschließende analytische Betrachtungen die Forderung, eine analytische Approximation zu formulieren. Dazu können beliebige Funktionen Verwendung finden. Vorzugsweise werden dies Parabel- und Geradengleichungen sein. Die Bestimmung der Koeffizienten ist exakt nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate vorzunehmen. In der Regel genügt jedoch ein Flächenvergleich bzw. eine visuelle Mittelung. Für bestimmte Zwecke ist der Ersatz der Treppenkurve durch einen Polygonzug, am einfachsten durch eine einzige Gerade, erforderlich. Die Gerade kann durch Flächenvergleich in erster Näherung angepaßt werden. Nach Bild 1 gilt für die grob schraffierte Fläche

$$A = \sum_{j=1}^{j_{max}} \dot{m}_j \, \Delta\tau_j \, . \tag{4}$$

Die Fläche, die eine Ersatzgerade mit den Koordinatenachsen und $\dot{m} = \dot{m}_{ges}$ einschließt, berechnet sich zu

$$A = \left(\tau_t + \frac{\Delta\tau_N}{2}\right) \dot{m}_{ges} = \left(\tau_t + \frac{\Delta\tau_N}{2}\right) \sum_{j=1}^{j_{max}} \dot{m}_j \, , \tag{5}$$

wobei die Totzeit τ_t den Beginn der nunmehr kontinuierlichen Massenstromentnahme durch die Abnehmer und $\Delta\tau_N$ die Zeitverschiebung im Wärmenetz darstellen. Die Werte sind im Bild 1 an der gestrichelten Geraden nochmals erklärt. Das Gleichsetzen der beiden letzten Gleichungen liefert

$$\tau_t + \frac{\Delta\tau_N}{2} = \frac{\sum_{j=1}^{j_{max}} \dot{m}_j \, \Delta\tau_j}{\sum_{j=1}^{j_{max}} \dot{m}_j} \, , \tag{6}$$

wobei τ_t oder $\Delta\tau_N$ frei wählbar bleibt. Sinnvollerweise wird zunächst $\Delta\tau_N = 0$ und $\tau_t = \tau_t'$ gesetzt, d. h., es wird eine fiktive Ersatzgerade $\Delta\tau = \tau_t'$ eingeführt. Es gilt

$$\tau_t' = \frac{\sum_{j=1}^{j_{max}} \dot{m}_j \, \Delta\tau_j}{\sum_{j=1}^{j_{max}} \dot{m}_j} \, . \tag{7}$$

Damit ist mit den Koordinaten τ_t' und $0{,}5\,\dot{m}_{ges}$ ein „Drehpunkt" für die endgültige Ersatzgerade $\dot{m} = \dot{m}\,(\Delta\tau)$ gefunden. Die Drehung kann nach Bild 1 beispielsweise die gestrichelte, die strichpunktierte oder unendlich viele andere Geraden als Ergebnis liefern. Die Festlegung der Ausgleichsgeraden sollte visuell erfolgen. Wie eingangs bereits bemerkt, stellt diese Verfahrensweise nur eine Näherung dar. Sie kann durch abschnittsweises Vorgehen (Polygonzug) beliebig verfeinert werden und genügt — wie die praktischen Beispiele (Abschnitt 1.3.) zeigen — durchaus den Gegebenheiten.

Zusammenfassend ergibt sich für die Massenstromfunktion die Beziehung

$$\dot{m} = \frac{\dot{m}_{ges}}{\Delta\tau_N} (\tau - \tau_t) \qquad \text{für} \quad \tau_t \leqq \tau \leqq \tau_t + \Delta\tau_N$$

$$\dot{m} = 0 \qquad \text{für} \quad \tau \leqq \tau_t \, . \tag{8}$$

Damit kann der Mengenstrom, der nach einer zentralen qualitativen Parameteränderung (z. B. der Temperatur) zum Zeitpunkt $\tau = 0$ an den Abnehmern angekommen ist, als Zeitfunktion angegeben werden. Gleichfalls kann der Mengenstrom, der nach einer gleichzeitigen Parameteränderung am Austritt der Abnehmer (z. B. der Rücklauftemperatur) zum Zeitpunkt $\tau = 0$ den zentralen Rückspeisepunkt erreicht hat, als Zeitfunktion berechnet werden.

Ist die Reaktion einer Parameteränderung erst nach Durchlaufen des Netzvorlauf- und des Netzrücklaufsystems gefragt, z. B. wann und wie macht sich die Änderung der Vorlauftemperatur am Wassererwärmeraustritt wieder an dessen Eintrittsstutzen bemerkbar, so verdoppeln sich die Zeitverschiebungen. Es gilt dann

$$\dot{m} = \frac{\dot{m}_{ges}}{2\,\Delta\tau_N} (\tau - 2\,\tau_t) \qquad \text{für} \quad 2\,\tau_t \leqq \tau \leqq 2\,(\tau_t + \Delta\tau_N)$$

$$\dot{m} = 0 \qquad \text{für} \quad \tau < 2\,\tau_t \, . \tag{9}$$

Praktische Anwendungen sind im Abschnitt 2.1. gegeben.

1.2. Beispiel

Ein Wärmenetz hat eine Einspeisung (Wassererwärmer 0) und 10 Abnehmer unterschiedlicher Leistung. Die Netzgeometrie ist im Bild 2 und die Zusammenstellung der charakteristischen Parameter $\dot{m}_j$, l_k und w_k in Tabelle 1 gegeben. Es ist das Mengenstrom-Transportzeit-Diagramm zu ermitteln und der wirkliche Verlauf durch eine Gerade zu approximieren.

Lösung

Auf der Grundlage der obigen Werte können nach Gl. (2) die Teilstrecken-Durchflußzeiten $\overline{\Delta\tau_k}$ sowie nach Gl. (1) die zu den Abnehmern auftretenden Transportzeiten $\Delta\tau_j$ in der Tabelle 1 ergänzt werden. So ergibt sich beispielsweise für den Abnehmer 5

$$\Delta\tau_5 = \overline{\Delta\tau_{1'}} + \overline{\Delta\tau_{2'}} + \overline{\Delta\tau_{3'}} + \overline{\Delta\tau_{13'}} + \overline{\Delta\tau_{14'}} = 645 \text{ s} \, .$$

In weiteren Spalten ist die Reihenfolge vermerkt, in der die einzelnen Abnehmer erreicht werden, und die Massenstromfunktion angegeben. Damit läßt sich dann das gesuchte Massenstrom-Transportzeit-Diagramm (Bild 3) ermitteln.

Zur Einordnung der Ersatzgeraden sei zunächst der „Drehpunkt" nach Gl. (7) bestimmt. Es gelten:

$$\tau_t' = \frac{14\,360}{27{,}4} \text{ s} = 524 \text{ s}$$

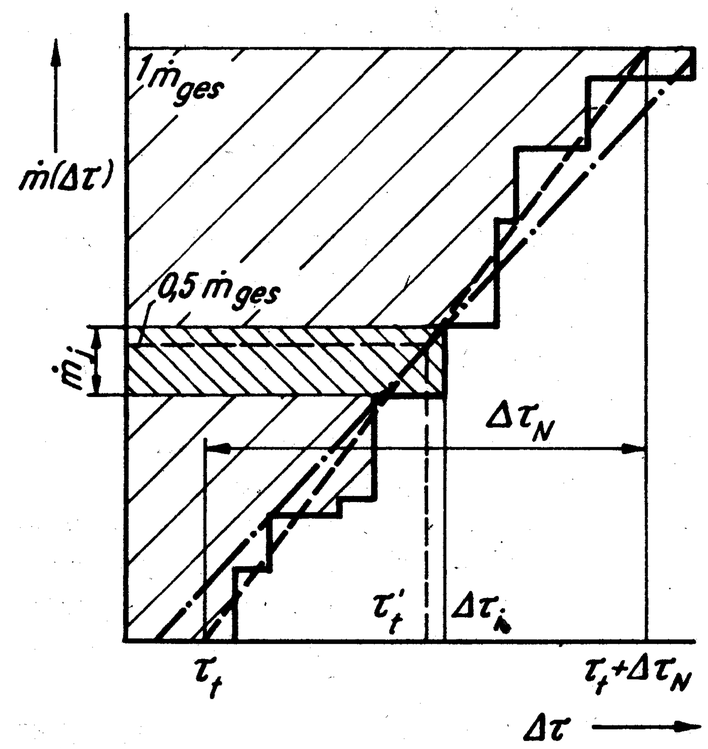
$$0{,}5\,\dot{m}_{ges} = 0{,}5 \cdot 27{,}4 \text{ kg/s} = 13{,}7 \text{ kg/s} \, .$$

Die Einordnung der Geraden erfolgt nach visuellen Gesichtspunkten. Entsprechend der getroffenen Festlegung ergibt sich nach Bild 3 die Zeitverschiebung im Wärmenetz zu $\Delta\tau_N = 922$ s. Die lineare Massenstromfunktion lautet dann für $\tau_t \leqq \tau \leqq \tau_t + \Delta\tau_N$

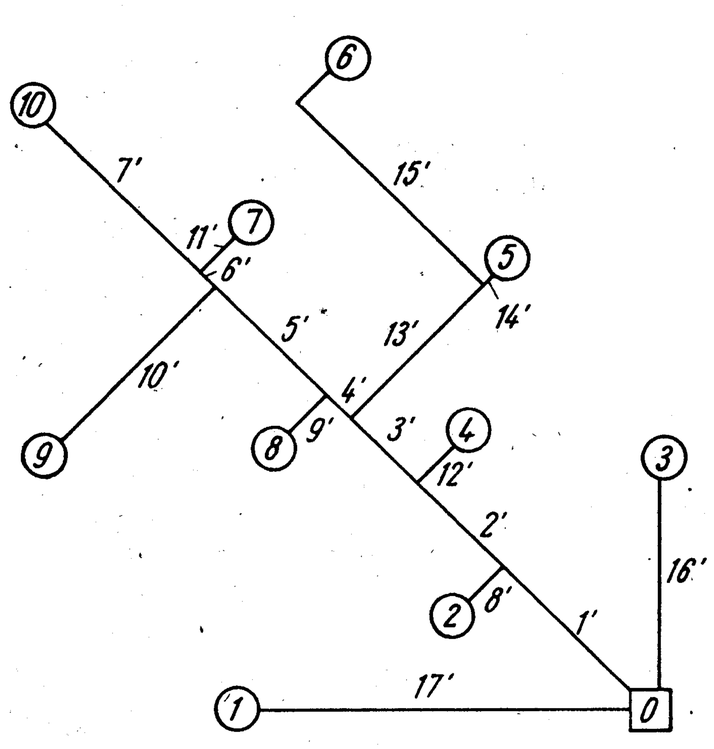
$$\dot{m} = \frac{\dot{m}_{ges}}{\Delta\tau_N} (\tau - \tau_t) = \frac{27{,}4 \text{ kg}}{922 \text{ s}} (\tau - 60 \text{ s}) = (0{,}0297\,\tau - 1{,}78) \text{ kg/s}$$

mit τ in s.

1



2



3

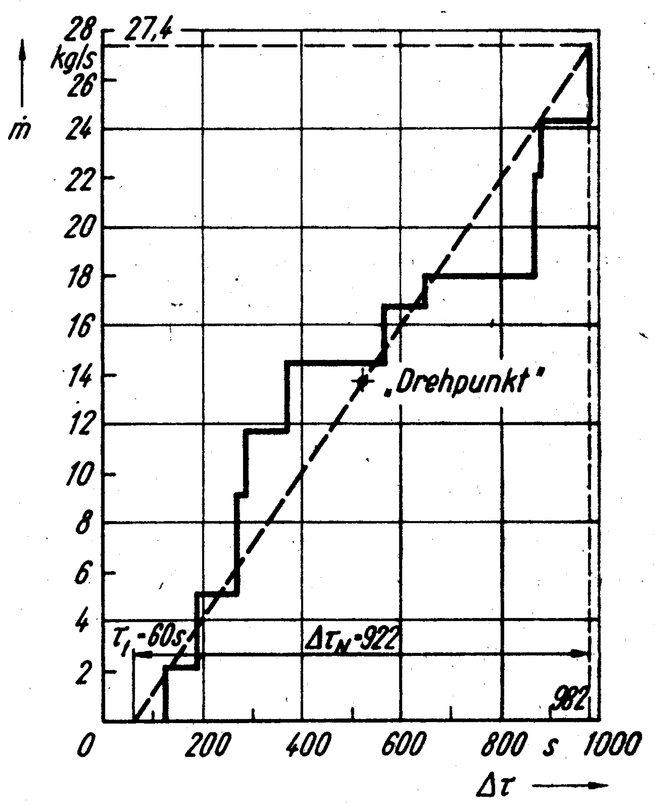


Tabelle 1

Teilstrecke k	Länge l_k m	Geschwindigkeit w_k m/s	Teilstrecken-Durchflußzeit $\overline{\Delta\tau_k}$ s
1′	200	1,90	105,3
2′	120	1,70	70,6
3′	80	1,30	61,5
4′	35	1,10	31,8
5′	150	0,80	187,5
6′	20	0,83	24,1
7′	210	0,54	388,9
8′	50	0,59	84,7
9′	55	0,55	100,0
10′	210	0,40	525,0
11′	50	0,61	82,0
12′	50	0,53	94,3
13′	180	0,46	391,3
14′	10	0,60	16,7
15′	300	1,20	250,0
16′	200	1,60	125,0
17′	370	1,30	284,6

Abnehmer j	Massenstrom m_j kg/s	Transportzeit $\Delta\tau_j$ s	Reihenfolge	Massenstromfunktion $\dot{m}\ (\Delta\tau)$ kg/s
1	2,5	285	4	11,6
2	3,0	190	2	5,1
3	2,1	125	1	2,1
4	4,0	270	3	9,1
5	1,2	645	7	17,9
6	2,3	879	9	24,3
7	2,3	563	6	16,7
8	2,8	369	5	14,4
9	3,1	982	10	27,4
10	4,1	870	8	22,0

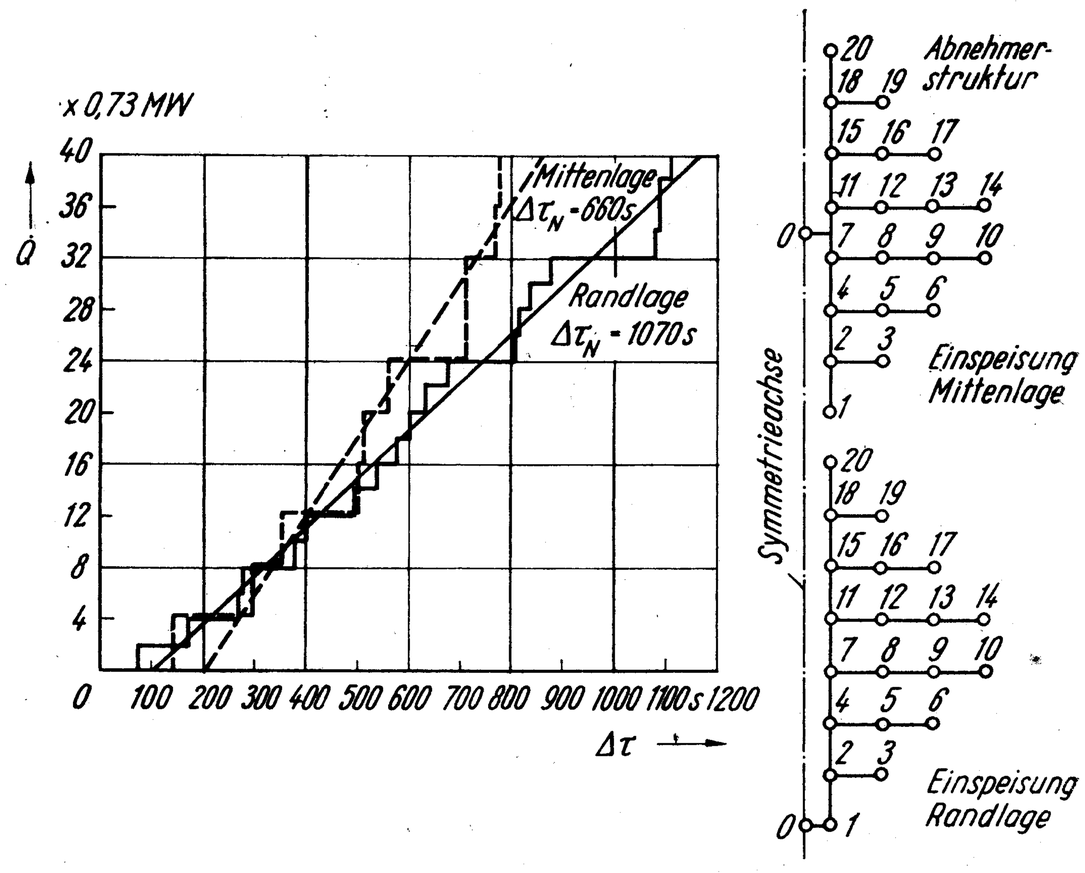
$\dot{m}_{ges,} = \Sigma\, \dot{m}_j = 27{,}4$

1.3. *Auswertung von Wohngebietsnetzen*

Zunächst wurden Modell-Wohngebiete mit annähernd kreisförmiger Bebauung unterschiedlicher Radien nach [2] betrachtet. Die wärmetechnische Erschließung erfolgt mit einem Zweileiternetz und Hausanschlußstationen. Die Abnehmeranschlußpunkte liegen in der Mitte flächengleicher Quadrate, so daß das gesamte Bebauungsgebiet sich durch eine gleichmäßige Wärmestromdichte auszeichnet. Der Wassererwärmer befindet sich wahlweise auf der Peripherie des Versorgungsgebietes (Randlage) oder in dessen Mittelpunkt (Mittenlage). Die Auslegungsparameter betragen 150 °C/70 °C und 130 °C/70 °C. Die gesellschaftlichen Einrichtungen wurden anteilmäßig berücksichtigt. Die Bemessung des Netzes erfolgte mit Hilfe eines Rechenprogramms [3].

Eine Auswahl der betrachteten Modell-Wohngebiete mit den zugehörigen charakteristischen Daten ist in Tabelle 2 vorgestellt. Zur Verdeutlichung der Netzstruktur und der Ergebniskurven sind die Varianten 5 und 6 im Bild 4 aufgetragen.

Die Zeitverschiebungen $\Delta\tau_N$ sind in Funktion der Wärmeleistung $\dot{Q}_{ges}$ im Bild 5 dargestellt. Für den Zusammenhang zwischen beiden



4

Variablen ergibt sich im doppeltlogarithmischen Netz eine Regressionsgerade. Erwartungsgemäß ergeben sich bei Randlage der Einspeisung größere Zeitverschiebungen als bei Mittenlage. Demgegenüber beeinflussen die Auslegungstemperaturen die Zeitverschiebungen nur geringfügig. Dieser Sachverhalt sowie die Form der Regressionskurven sind die Folge der Modellähnlichkeit und der Eigenart des Bemessungsprogramms. Die Ergebnisse sind nicht auf beliebige Wohngebiete und Bemessungsverfahren übertragbar.

Weiterhin wurden zwei ausgeführte Wohngebiete untersucht, für die folgende Daten gelten:

I. $\dot{Q}_{ges} \doteq 66{,}3$ MW; $t_V/t_R = 130/70$ °C; Randlage; $\Delta\tau_N = 1180$ s
II. $\dot{Q}_{ges} = 54{,}4$ MW; $t_V/t_R = 110/70$ °C; Randlage; $\Delta\tau_N = 2400$ s

Die Massenstrom-Transportzeit-Diagramme für die beiden Wohngebiete sind in den Bildern 6 und 7 dargestellt und die Zeitverschiebungen im Bild 5 ergänzt.

2. Pauschale Ermittlung der Temperaturänderungen in Netzen

2.1. *Temperaturänderungsfunktion bei konstantem Massendurchsatz*

Mit relativ einfachen Mitteln ist die Änderung der Vorlauftemperatur oder der Rücklauftemperatur der Abnehmer im Netz zu verfolgen und die Gesamt-Rücklauftemperatur am Eintritt des Wassererwärmers als Zeitfunktion zu bestimmen. Hinweise werden auch in [1] gegeben. Voraussetzungen sind allerdings konstante Massenströme und Temperaturabfälle an den Abnehmerpunkten.

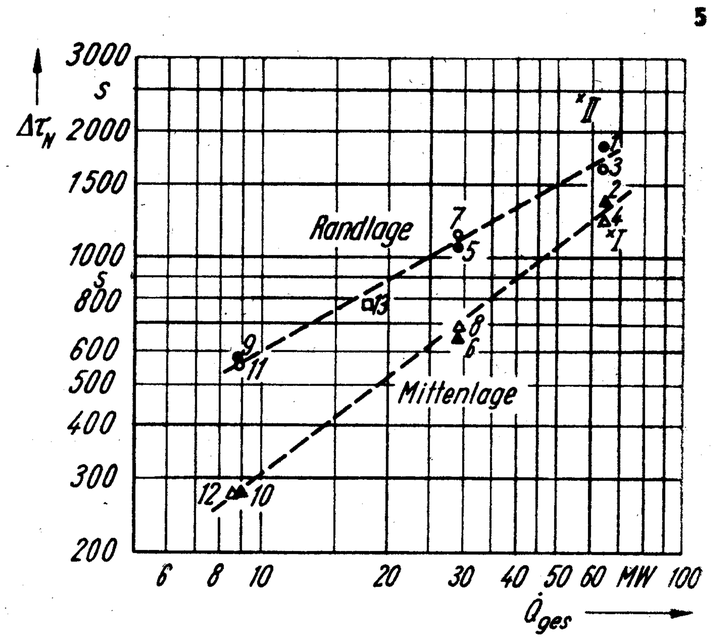
Die Berechnungsmöglichkeiten für das Netz werden an der Netzgrafik Bild 8 erläutert.

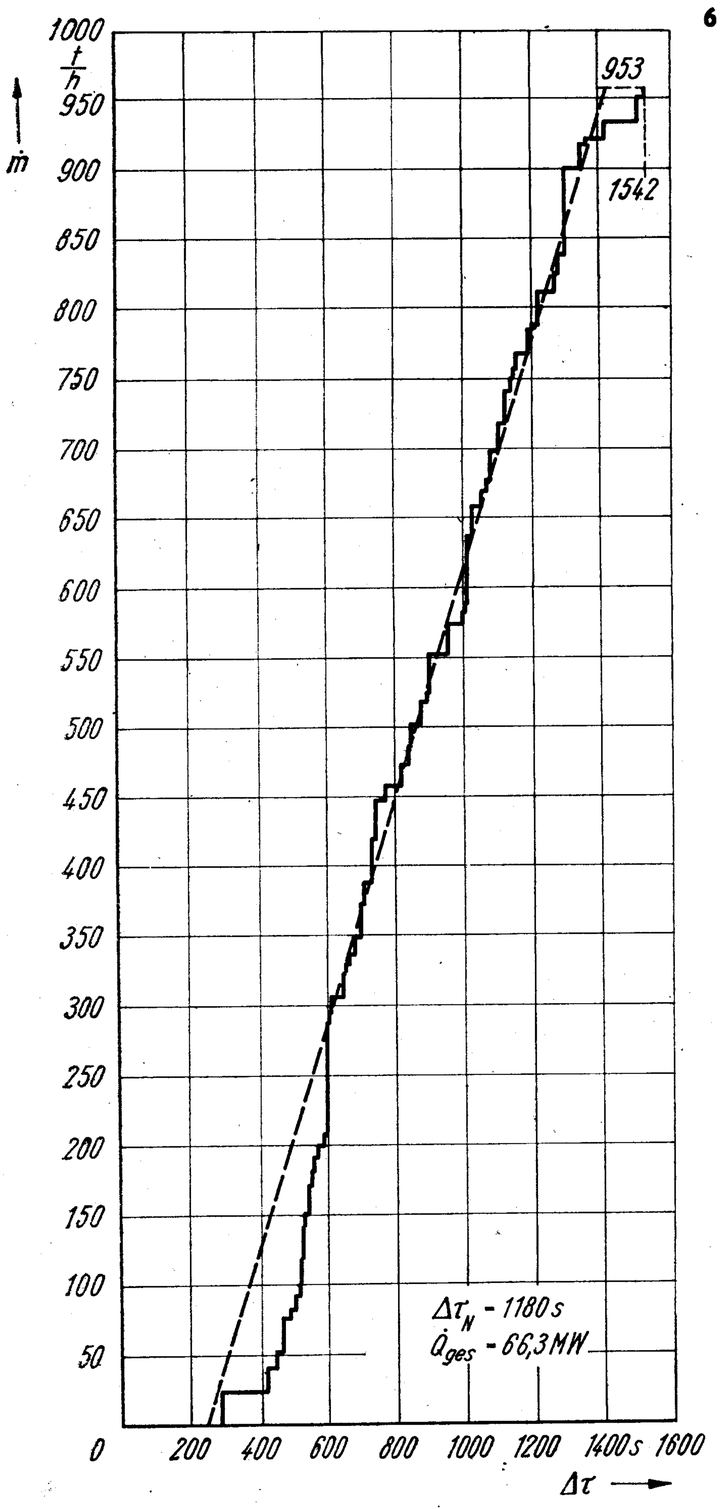
Ändert sich die Vorlauftemperatur am Austritt des Wassererwärmers zur Zeit $\tau = 0$ von $t_V°$ auf t_V', so macht sich diese Veränderung erst nach der Zeit $\Delta\tau_1$ am Abnehmer 1, nach der Zeit $\Delta\tau_j$ am Abnehmer j usw. bemerkbar. Die Transportzeiten sind durch Gl. (1)

Tabelle 2

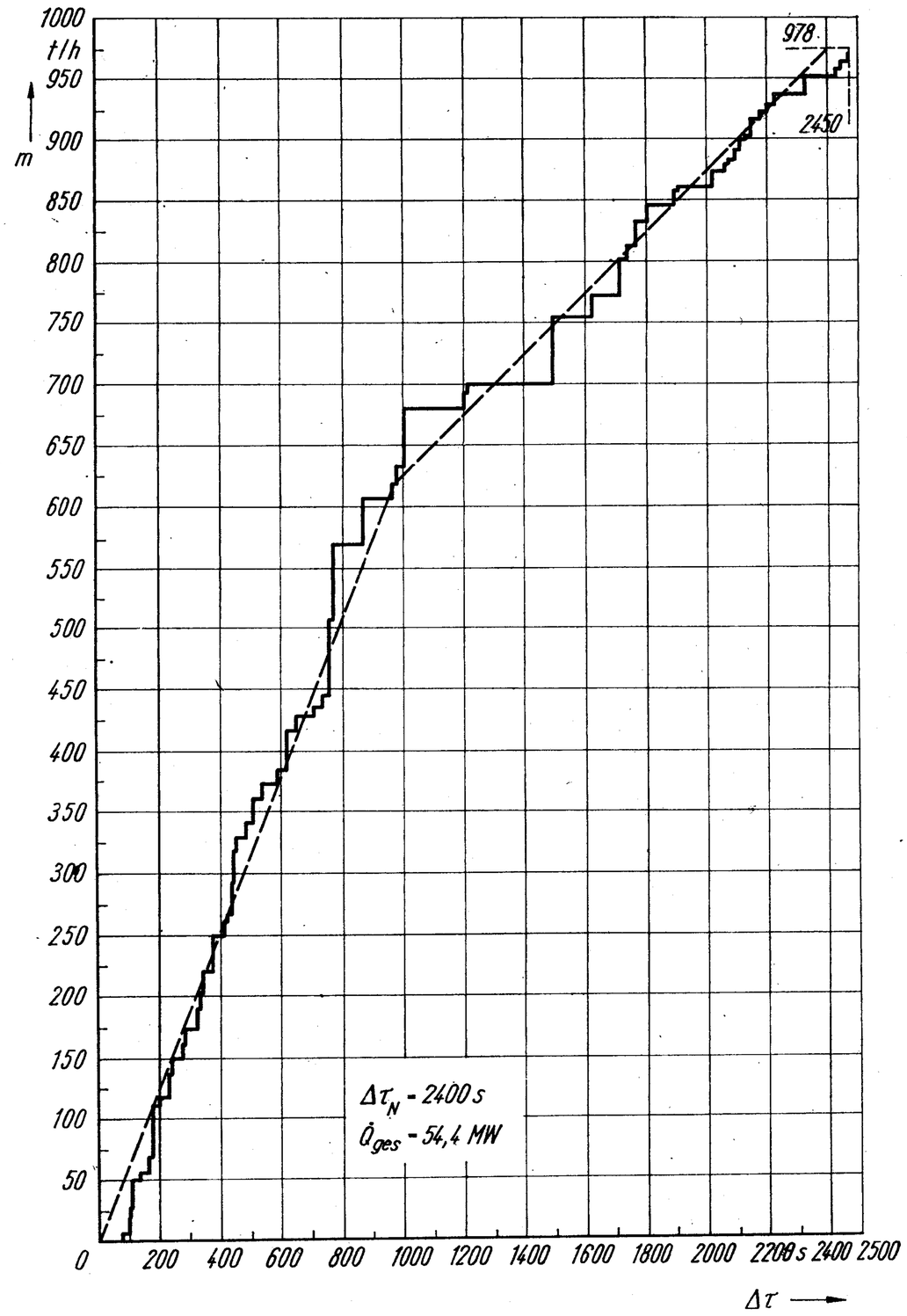
Variante	Anzahl d. Wohnungseinheiten	Gesamtwärmeleistung $\dot{Q}_{ges}$ MW	Versorgungsradius m	Einwohner pro ha	Auslegungstemperatur °C/°C	Lage d. Einspeis.	Anzahl d. Abnehmer	Zeitverschiebung im Wärmenetz in s τ_t	$\Delta\tau_N$
1	9733	64,3	626	245	150/70	Rand	88	0	1830
2						Mitte		110	1370
3					130/70	Rand		70	1630
4						Mitte		100	1230
5	4424	29,2	422	245	150/70	Rand	40	100	1070
6						Mitte		200	660
7					130/70	Rand		100	1120
8						Mitte		165	680
9	1327	8,8	231	245	150/70	Rand	12	90	580
10						Mitte		160	280
11					130/70	Rand		90	570
12						Mitte		170	280
13	2654	17,5	345	220	150/70	Rand	24	200	780

5





6



7

definiert. Entsprechend der Linearisierung der Abnahme (Bild 1) würde der erste Abnehmer, der natürlich nicht mit $j = 1$ identisch sein muß, zur Zeit τ_t erreicht und der letzte zur Zeit $\tau_t + \Delta\tau_N$. Bei konstantem Temperaturabfall von Δt_A an jedem Abnehmer ergibt sich die Rücklauftemperatur zu

$$t_R^\circ = t_V^\circ - \Delta t_A \quad \text{oder} \quad t_R' = t_V' - \Delta t_A \,. \tag{10}$$

Durch Mischung entsteht die Gesamt-Rücklauftemperatur t_R. Entsprechend der Enthalpiebilanz gilt

$$c\,\dot m_{ges}\,t_R = c\,\dot m\,t_R' + c\,(\dot m_{ges} - \dot m)\,t_R^\circ \,.$$

Substituiert man Gl. (10), so folgt

$$c\,\dot m_{ges}\,t_R = c\,\dot m\,(t_V' - \Delta t_A) + c\,(\dot m_{ges} - \dot m)\,(t_V^\circ - \Delta t_A) \,. \tag{11}$$

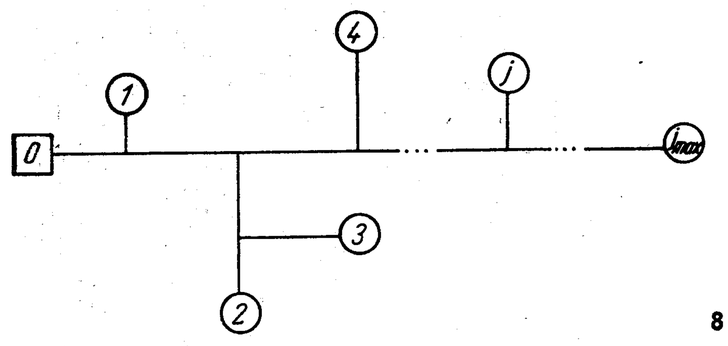
Dabei ist $\dot m = \dot m\,(\tau)$ die Massenstromfunktion nach Abschnitt 1.1. Unter der Annahme, daß diese Massenstromfunktion eine lineare Abhängigkeit der Zeit darstellt, liefert das Einsetzen der Gl. (9) die Rücklauftemperatur

$$t_R = \frac{t_V' - t_V^\circ}{2\,\Delta\tau_N}\,(\tau - 2\,\tau_t) + t_V^\circ - \Delta t_A \,. \tag{12}$$

Diese Gleichung gilt im Zeitintervall von $2\,\tau_t$ bis $2\,(\tau_t + \Delta\tau_N)$ einschließlich dieser Grenzen. Außerhalb des Zeitraumes sind die Rücklauftemperaturen aller Abnehmer gleich

$$t_R = t_V^\circ - \Delta t_A \qquad \text{für} \quad \tau < 2\,\tau_t$$
$$t_R = t_V' - \Delta t_A \qquad \text{für} \quad \tau > 2\,(\tau_t + \Delta\tau_N) \,.$$

Komplizierter ist die Ermittlung der Rücklauftemperatur, wenn die Änderung der Vorlauftemperatur in kürzeren Zeitabständen



8

als die maximale Transportzeit $2\,\Delta\tau_N$ erfolgt. Gl. (11) kann modifiziert geschrieben werden

$$c\,\dot m_{ges}\,t_R = c\,\dot m'\,(t_V' - \Delta t_A) + c\,\dot m''\,(t_V'' - \Delta t_A) + \dots + c\,\dot m^\circ\,(t_V^\circ - \Delta t_A) \,. \tag{13}$$

Dabei sind $\dot m'$, $\dot m''$ usw. die jeweils mit t_V', t_V'' usw. behafteten aktuellen Massenstromanteile ($\dot m' = \dot m'\,(\tau)$; $\dot m'' = \dot m''\,(\tau)$, wobei $(\dot m^\circ + \dot m' + \dot m'' + \dots)$ zu jedem Betrachtungszeitpunkt gleich $\dot m_{ges}$ sein muß. Somit kann auch

$$t_R = \mu'\,t_V' + \mu''\,t_V'' + \dots + \mu^\circ\,t_V^\circ - \Delta t_A \tag{14}$$

mit den dimensionslosen Massenstromanteilen

$$\mu' = \frac{\dot m'}{\dot m_{ges}} \qquad \mu'' = \frac{\dot m''}{\dot m_{ges}} \qquad \text{usw.}$$

geschrieben werden. Die μ-Werte lassen sich mit der Gl. (9) als Zeitfunktion beschreiben. Dabei ist aber die Definition der Zeitkoordinate zu beachten, die bei jeder Änderung t_V° zu t_V', t_V' zu t_V'' usw. für die Berechnung des Massenstromanteils mit $\tau = 0$ beginnt.

Am einfachsten wird die Ermittlung der Anteile grafisch vorgenommen (vgl. 2.2. Beispiel 1).

Ein weiteres Problem ist die Bestimmung der Rücklauftemperatur bei konstanter Vorlauftemperatur aber gleichzeitiger und gleichmäßiger Änderung der Temperatur am Abnehmeraustritt von t_R° auf t_R'. Für eine einmalige Änderung gilt:

$$c\,\dot m_{ges}\,t_R = c\,\dot m\,t_R' + c\,(\dot m_{ges} - \dot m)\,t_R^\circ \tag{15}$$

und nach Substitution der Gl. (8) für $\tau_t < \tau < \tau_t + \Delta\tau_N$

$$t_R = \frac{t_R' - t_R^\circ}{\Delta\tau_N}\,(\tau - \tau_t) + t_R^\circ \,. \tag{16}$$

Bei sich überlagernden Änderungen der Rücklauftemperatur gilt analog zu Gl. (14)

$$t_R = \mu'\,t_R' + \mu''\,t_R'' + \dots + \mu^\circ\,t_R^\circ \,. \tag{17}$$

Die dimensionslosen Massenstromanteile sind entsprechend Gl. (8) zu bestimmen.

Die Gln. (14) und (17) gelten auch für nichtlineare Massenstromfunktionen. Die partiellen Werte μ', μ'', ..., μ° sind dann beispielsweise einer Grafik zu entnehmen, in der die Massenstromkurven

$\dot{m} = \dot{m}(\tau)$ — jeweils äquidistant um die Zeitintervalle $\Delta\tau^*$, $\Delta\tau^{**}$ usw. verschoben — eingetragen sind. Die genannten Zeitintervalle stellen die Abstände zwischen den aufeinanderfolgenden Temperatursprüngen der Vor- bzw. Rücklauftemperaturen dar.

Abschließend werden noch die Vorgänge gleitender Temperaturänderung bei weiterhin konstantem Massenstrom betrachtet. Zur Lösung gibt es verschiedene Möglichkeiten. Am einfachsten ist eine grafisch-rechnerische Methode. Der vorhandene Temperaturverlauf $t = t(\tau)$ wird in diskrete Schritte zerlegt und die Ermittlung der am Eintritt des Wärmebereitstellers vorliegenden Temperatur auf der Grundlage der Gln. (14) oder (17) vorgenommen. Der Lösungsweg ist dem Beispiel 1 — Abschnitt 2.2. — nach dem Festlegen der Temperaturschritte völlig analog.

Weiterhin kann die Lösung auf analytische Weise erfolgen. Bild 9 zeigt den Verlauf der Vorlauftemperatur als Zeitfunktion $t_V = t_V(\tau)$. Zur Zeit τ soll die Rücklauftemperatur am Eintritt des Wassererwärmers bei stets konstantem Temperaturabfall am Abnehmer $\Delta\tau_A$ ermittelt werden. Diese ergibt sich als Mischtemperatur verschiedener Austrittstemperaturen $(t_V(\tau) - \Delta\tau_A)$. Das Rücklaufwasser der nächstgelegensten Abnehmer kommt mit der Temperatur $t_V(\tau - 2\tau_t) - \Delta t_A$, das der entferntesten Abnehmer mit $t_V(\tau - 2\tau_t - 2\Delta\tau_N) - \Delta t_A$ an. Die Massenanteile folgen aus der Massenstromfunktion $\dot{m} = \dot{m}(\tau)$, die im Bild 9 zwischen den Punkten A und B als $\dot{m} = \dot{m}(-\tau)$ aufgetragen ist. Der integrale Mittelwert ergibt

$$t_R = \frac{1}{\dot{m}_{ges}} \int_0^{\dot{m}_{ges}} t_V(\tau)\, d\dot{m} - \Delta t_A \tag{18}$$

bzw. mit $d\dot{m} = f'(-\tau)\, d\tau$

$$t_R = \frac{1}{\dot{m}_{ges}} \int_{\tau-2\tau_t}^{\tau-2\tau_t-2\Delta\tau_N} t_V(\tau)\, f'(-\tau)\, d\tau - \Delta t_A\,. \tag{19}$$

Bei einer Massenstromfunktion (Gl. (9)) $\dot{m} = \dot{m}_{ges}(\tau - 2\tau_t)/2\Delta\tau_N$ gilt für

$$f'(-\tau) = -\dot{m}_{ges}/2\,\Delta\tau_N\,, \tag{20}$$

und damit wird Gl. (19)

$$t_R = \frac{1}{2\,\Delta\tau_N} \int_{\tau-2\tau_t-2\Delta\tau_N}^{\tau-2\tau_t} t_V(\tau)\, d\tau - \Delta t_A\,. \tag{21}$$

Besonders einfach läßt sich das Integral lösen, wenn die Temperaturfunktion ebenfalls linear ist. Mit $t_V(\tau) = a + b\tau$ gilt für Gl. (21)

$$t_R = \frac{1}{2\,\Delta\tau_N}\left(a\tau + b\frac{\tau^2}{2}\right)\Bigg|_{\tau-2\tau_t-2\Delta\tau_N}^{\tau-2\tau_t} - \Delta t_A = a + b(\tau - 2\tau_t - \Delta\tau_N) - \Delta t_A\,. \tag{22}$$

Besteht die Temperaturkurve aus verschiedenen Funktionen mit aneinandergereihten Gültigkeitsbereichen oder enthält die stetige Funktion singuläre Punkte, dann ist die in Gl. (21) enthaltene Funktion abschnittsweise zu integrieren. Es gilt dann beispielsweise bei drei Kurvenabschnitten mit zwei Knickpunkten bei τ^* und τ^{**} für einen Integrationsbereich von $(\tau - 2\tau_t - 2\Delta\tau_N)$ bis $(\tau - 2\tau_t)$, der die Knickpunkte τ^* und τ^{**} einschließt,

$$t_R = \frac{1}{2\,\Delta\tau_N}\left[\int_{\tau-2\tau_t-2\Delta\tau_N}^{\tau^*} t_{V,1}(\tau)\, d\tau + \int_{\tau^*}^{\tau^{**}} t_{V,2}(\tau)\, d\tau + \int_{\tau^{**}}^{\tau-2\tau_t} t_{V,3}(\tau)\, d\tau\right] - \Delta t_A\,. \tag{23}$$

Ausgehend von Gl. (23), kann man zum Beispiel auch die Rücklauftemperatur bei sprunghafter Änderung der Vorlauftemperatur von $t_V{}^\circ$ auf $t_V{}'$ zum Zeitpunkt τ^* berechnen. Es ergeben sich

$$t_R = \frac{1}{2\,\Delta\tau_N}\left[\int_{\tau-2\tau_t-2\Delta\tau_N}^{\tau^*} t_V{}^\circ\, d\tau + \int_{\tau^*}^{\tau-2\tau_t} t_V{}'\, d\tau\right] - \Delta t_A \tag{24}$$

$$t_R = t_V{}^\circ\,\frac{\tau^* - \tau + 2\tau_t + 2\Delta\tau_N}{2\,\Delta\tau_N} + t_V{}'\,\frac{\tau - 2\tau_t - \tau^*}{2\,\Delta\tau_N} - \Delta t_A\,.$$

Erfolgte der Temperatursprung zur Zeit $\tau^* = 0$, so ergibt sich die früher bereits abgeleitete Berechnungsgleichung (12).

Sollen Temperaturänderungen am Austritt der Abnehmer bis zum Eintritt in den Wärmebereitsteller verfolgt werden, ändern sich der Integrand und wegen der kürzeren Transportzeit auch die Integrationsgrenzen. Analog zu den Gln. (21) und (23) gelten

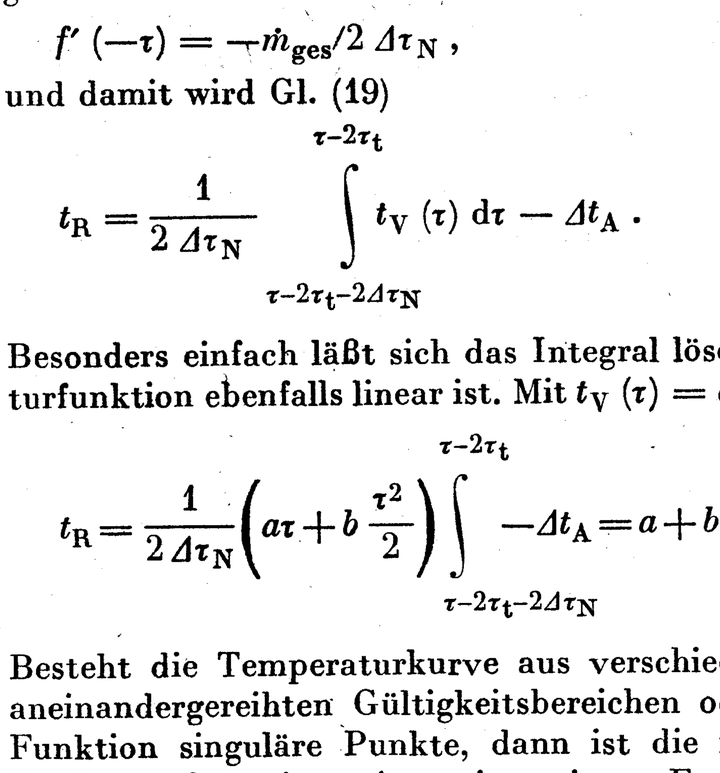
$$t_R = \frac{1}{\Delta\tau_N} \int_{\tau-\tau_t-\Delta\tau_N}^{\tau-\tau_t} t_R(\tau)\, d\tau \tag{25}$$

bzw. bei einem über die Knickpunkte hinausreichenden Integrationsbereich

$$t_R = \frac{1}{\Delta\tau_N}\left[\int_{\tau-\tau_t-\Delta\tau_N}^{\tau^*} t_{R,1}(\tau)\, d\tau + \int_{\tau^*}^{\tau^{**}} t_{R,2}(\tau)\, d\tau + \int_{\tau^{**}}^{\tau-\tau_t} t_{R,3}(\tau)\, d\tau\right]. \tag{26}$$

Eine ausführliche Darstellung ist im Beispiel 3 — Abschnitt 2.2. — gegeben. Dabei wird auch deutlich, welche Integrationsgrenzen in den Gln. (23) und (26) in Abhängigkeit der Zeitkoordinate τ einzusetzen sind.

(Wird fortgesetzt)



9