Strahlungswärmestrom von Fußboden-Heizflächen

Dr. sc. techn. Bernd GLÜCK
VEB Forschung und Rationalisierung Technische Gebäudeausrüstung

In /1/ wurden unter anderem die Strahlungsanteile einiger typischer Heizflächen auf der Grundlage üblicher Literaturangaben aufgeführt. Dabei war für Fußbodenheizungen $s = 0{,}60 \ldots 0{,}70$ genannt worden.
Eine Reihe von Fachkollegen zweifelte diesen Wert an, da nach den bisherigen Überlegungen sich stets niedrigere Werte ergaben. Die Ursache dafür liegt in einer detaillierteren Betrachtungsweise, die sowohl bei der Neufassung der DIN 4701 (Wärmebedarf 1983) als auch in der DIN 4725 (Wärmetechnische Prüfung von Warmwasser-Fußbodenheizungen, Entwurf 1983) berücksichtigt wurde.
Wie angekündigt, werden weitere Normenerarbeitungen ebenfalls darauf Bezug nehmen, beispielsweise bei der Bemessung (Auswahl) von Heizflächen.
Aus diesen Gründen sei eine weitere Erläuterung gestattet.

Bisherige Betrachtungsweise

Der spezifische Strahlungswärmestrom vom beheizten Fußboden an die Raumumfassung berechnet sich unter Annahme einer einheitlichen Oberflächentemperatur der Umfassung nach dem konventionellen Modell zu

$$\dot{q}_{FB,S} = \varepsilon_{FB}\,\varepsilon_U\,\sigma(T_{FB}^4 - T_U^4) = \alpha_S(t_{FB} - t_U) \qquad (1)$$

mit

ε_{FB} Emissionskoeffizient des Fußbodens
ε_U Emissionskoeffizient der Umfassung
T_{FB} Absolute Temperatur des Fußbodens ($T_{FB} = t_{FB} + 273$ K)
T_U Absolute Temperatur der Umfassung ($T_U = t_U + 273$ K)
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(m²K⁴)
α_S Wärmeübergangskoeffizient durch Strahlung.

Der spezifische, konvektive Wärmestrom von der Heizfläche an die Raumluft ergibt sich zu

$$\dot{q}_{FB,K} = \alpha_K\,(t_{FB} - t_L) \qquad (2)$$

mit

$$\alpha_K = a\,(t_{FB} - t_L)^{0{,}25} \qquad (3)$$

α_K Konvektiver Wärmeübergangskoeffizient
t_L Lufttemperatur
a Koeffizient (Fußboden-Heizfläche : $a = 2{,}67$ W/(m²K$^{1{,}25}$).

Damit folgen der vom Fußboden abgegebene Gesamtwärmestrom

$$\dot{q}_{FB} = \dot{q}_{FB,S} + \dot{q}_{FB,K} \qquad (4)$$

und der Strahlungsanteil

$$s = \frac{\dot{q}_{FB,S}}{\dot{q}_{FB}}\,. \qquad (5)$$

Unter der Annahme $t_U = t_L$ kann auch

$$s = \frac{\alpha_S}{\alpha_K + \alpha_S} \qquad (6)$$

geschrieben werden.

Für $t_U = t_L = 20\,°C$ und $\varepsilon_{FB} = \varepsilon_U = 0{,}93$ ergeben sich in Abhängigkeit von der Fußboden-Oberflächentemperatur:

t_{FB} °C	α_S W/(m²K)	α_K W/(m²K)	s
24	5,04	3,78	0,57
26	5,09	4,18	0,55
28	5,14	4,49	0,53
30	5,19	4,75	0,52

Neue Betrachtungsweise

Die spezifische Wärmeabgabe des Fußbodens korreliert nach /2, 3/ sehr gut mit der Raumtemperatur t_i (≡ Norm-Innentemperatur ≡ Empfindungstemperatur t_E), so daß gemäß der sogenannten *Basiskennlinie* für den spezifischen Gesamtwärmestrom

$$\dot{q}_{FB} = 8{,}92\,(t_{FB} - t_i)^{1{,}1} \text{ in W/m}^2 \qquad (7)$$

gilt.

Dies verwundert zunächst, da die vom Menschen empfundene Temperatur, die natürlich auch von der Fußbodentemperatur maßgeblich beeinflußt wird, nicht notwendigerweise mit der Umgebungstemperatur der Heizfläche identisch ist. Durch eingehende Untersuchungen /3/ ist Gl. (7) jedoch für übliche Räume abgesichert.

Eine Wärmebilanz

$$\dot{Q}_T + \dot{Q}_L = A_{FB}\,\dot{q}_{FB} \quad \text{bzw.} \quad \varphi\,\dot{Q}_T = A_{FB}\,\dot{q}_{FB} \qquad (8)$$

mit

$\dot{Q}_T$ Transmissionswärmebedarf ohne Fußboden
$\dot{Q}_L$ Lüftungswärmebedarf
A_{FB} Fußboden-Heizfläche
φ Faktor $\varphi = (\dot{Q}_T + \dot{Q}_L)/\dot{Q}_T$

liefert nach Substitution der Gl. (7) zu den vorgegebenen Werten t_{FB}, t_i und φ die Kenngröße

$$\frac{\dot{Q}_T}{A_{FB}} = \frac{8{,}92}{\varphi}\,(t_{FB} - t_i)^{1{,}1}\,. \qquad (9)$$

Der Strahlungswärmeaustausch zwischen dem beheizten Fußboden und der übrigen Raumumschließung (Decke, Innen- und Außenwände) setzt die Kenntnis der entsprechenden Oberflächentemperaturen und der Einstrahlzahlen voraus. Dies erfordert den Einsatz eines komplexen Rechenprogramms, das den Raum wärmetechnisch modelliert.
Zur Abschätzung des Strahlungsanteils s sei jedoch auf diesen Aufwand verzichtet und von einem sehr stark vereinfachten Modell ausgegangen, das den gesamten Halbraum über der Heizfläche mit einer homogenen, mittleren Oberflächentemperatur t_U annimmt. Diese sei, ausgehend von den Algorithmen der Wärmebedarfsrechnung, zu

$$t_U = t_i - \frac{\dot{Q}_T}{\alpha_i A_U} = t_i - R_i \frac{\dot{Q}_T}{\left(\frac{1}{\xi} - 1\right) A_{FB}} \qquad (10)$$

berechnet. Es gelten:

α_i Wärmeübergangskoeffizient
R_i Wärmeübergangswiderstand ($R_i = 1/\alpha_i = 0{,}13$ m²K/W)
A_U Umfassungsfläche des Raumes ohne Fußbodenfläche
ξ Flächenverhältnis ($\xi = A_{FB}/A_G$)
A_G Summe aller Raumumschließungsflächen ($A_G = A_U + A_{FB}$).

Da das für Strahlungsaustauschberechnungen maßgebliche *Stephan-Boltzmannsche-Gesetz* die absoluten Temperaturen in der vierten Potenz enthält, ist die vorgeschlagene linearisierte Mittelwertbildung natürlich fehlerhaft. Andererseits liegen die Absolutwerte der Einzeltemperaturen der Decke, der Innen- und Außenwände bei gut wärmegedämmten Räumen – und nur in solchen ist eine Fußbodenheizung überhaupt realisierbar – relativ nahe beieinander.
Ein typisches Zahlenbeispiel für die auf die Heizfläche bezogene Strahlungstemperatur, die aus den Komponenten

$\Phi_{FB,1} = 0{,}4$; $t_1 = 15\,°C$ und $\Phi_{FB,2} = 0{,}6$; $t_2 = 20\,°C$

gebildet wird, zeigt, daß diese Fehler ohne weiteres vertretbar sind:

$$\{[0{,}4\,(15 + 273)^4 + 0{,}6\,(20 + 273)^4]^{0{,}25} - 273\}\,°C = 18{,}03\,°C$$
$$(0{,}4 \cdot 15 + 0{,}6 \cdot 20)\,°C = 18{,}00\,°C.$$

Das Verwenden der Flächenverhältnisse anstelle der Einstrahlzahlen bewirkt zwar mitunter größere, aber für allgemeingültige Betrachtungen dennoch akzeptable Abweichungen.

Damit sind analog Gl. (1) der Strahlungswärmestrom $\dot{q}_{FB,S}$ und nach Gl. (5) der Strahlungsanteil s bestimmbar, wenn t_{FB}, t_i, φ und ξ gegeben sind und $\varepsilon_{FB} = \varepsilon_U = 0{,}93$ weiterhin gelten (Datenflußplan im Bild 1).

Eingabe $\{tFB;\ ti;\ \varphi;\ \xi\}$

$\dot{q}FB = 8{,}92\ (tFB - ti)^{1{,}1}$

$$\left(\frac{\dot{Q}T}{AFB}\right) = \frac{\dot{q}FB}{\varphi}$$

$$tU = ti - \frac{0{,}13}{\frac{1}{\xi} - 1} \cdot \left(\frac{\dot{Q}T}{AFB}\right)$$

$$\dot{q}FBS = 0{,}93 \cdot 0{,}93 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ ((tFB + 273)^4 - (tU + 273)^4)$$

$$s = \frac{\dot{q}FBS}{\dot{q}FB}$$

Ausgabe $\{s\}$

1 Flußplan zur Berechnung des Strahlungsanteils bei Fußbodenheizungen (Temperaturen in °C)

Auswertung

Die Berechnung von s ist nur für reale Räume mit ihren jeweiligen geometrischen und wärmetechnischen Gegebenheiten möglich. Es gilt für übliche Raumgeometrien

$\xi = A_{FB}/A_G = 0{,}2 \ldots 0{,}4.$

Der Faktor $\varphi = 1 + \dot{Q}_L/\dot{Q}_T$ liegt meistens im Bereich von 1,3 bis 1,6. Mit zunehmender Wärmedämmung und damit sinkendem Transmissionswärmebedarf $\dot{Q}_T$ wird bei konstantem hygienisch bedingtem Lüftungswärmebedarf $\dot{Q}_L$ künftig die Größe φ ansteigen. Diese Tendenz kann sich erst dann ändern, wenn Außenluft-Durchlaßelemente mit Wärmerückgewinnung zum Einsatz kommen.
Im weiteren wird der Bereich $\varphi = 1{,}5 \ldots 2$ untersucht. Für $t_i = 20\,°C$ folgen nach dem im Bild 1 dargestellten Flußplan beispielsweise:

Eingabewerte			Ergebnisse		
t_{FB} °C	φ	ξ	q W/m²	t_U °C	s
24	1,5	0,2	41	19,1	0,60
		0,3	41	18,5	0,67
		0,4	41	17,6	0,77
	2	0,2	41	19,3	0,57
		0,3	41	18,9	0,63
		0,4	41	18,2	0,70
26	1,5	0,3	64	17,6	0,66
28	1,5	0,3	88	16,7	0,65
30	1,5	0,2	112	17,6	0,57
		0,3	112	15,8	0,64
		0,4	112	13,5	0,74
	2	0,2	112	18,2	0,54
		0,3	112	16,9	0,60
		0,4	112	15,1	0,67

Die Strahlungsanteile s sind im starken Maße von den Eingabeparametern abhängig. Sie liegen aber deutlich über denen des früheren Modells.

Literatur

/1/ *Glück, B.* : Ermittlung und Umrechnung von Leistungswerten für Raumheizkörper.
„*Stadt- und Gebäudetechnik*" **41** (1987) 5, S. 130 bis 135

/2/ DIN 4725: Warmwasser-Fußbodenheizungen (Wärmetechnische Prüfung; Entwurf) 1983

/3/ *Konzelmann, M. / Zöllner, G.*: Wärmetechnische Prüfung von Fußbodenheizungen.
„*Heizung – Lüftung – Haustechnik*" (1982) 4