

Bernd Glück

**SIMULATIONSMODELL
ZWEIDIMENSIONALE
WÄRMELEITUNG**

**zur Berechnung von
stationären und instationären
Temperaturfeldern in Festkörpern
mit Kanaldurchdringungen
und Einsatz von Phasenwandelmateriale (PCM)
bei unterschiedlichen Randbedingungen**

Version 1 (VisualBasic.Net Standard) 2011

Version 2 (VisualBasic 2010 Express) 2015

Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück, Beethovenstraße 16A, D-08547 Jößnitz (Plauen)

Tel. 03741 / 5950988 B.GLUECK@t-online.de <http://berndglueck.de/>

Inhaltsverzeichnis

1	Allgemeines zur Wärmeleitung	1
1.1	Temperaturfeld	1
1.2	Wärmestrom	2
1.3	Analytische Berechnung der Temperaturfelder und Wärmeströme	3
1.4	Notwendigkeit für die numerische Berechnung der Temperaturfelder und Wärmeströme	5
2	Überlegungen zur einfachen numerischen Modellierung der Wärmeleitung	7
2.1	Aktueller Sachstand	7
2.2	Zielstellung und Prämissen der vorliegenden Ausarbeitung	7
3	Gittermodellierung	9
3.1	Objektdarstellung	9
3.2	Genauigkeitsverbesserung bei der Berandung – Berührungslängenkorrektur	12
4	Wärmetransport	13
4.1	Thermische und stoffliche Objekteigenschaften	13
4.2	Temperaturfeld und Startbedingung	13
4.3	Wärmeströme zwischen den Volumenelementen innerhalb des Festkörpers	13
4.4	Wärmeströme an die Volumenelemente an den Rändern des Festkörpers	14
4.5	Wärmebilanz des Volumenelementes	16
4.6	Wärmetechnische Approximation des Phasenwandels	16
4.7	Zustandsgrößen am Ende des Zeitintervalls	19
4.8	Stabilitätskriterium für die numerische Berechnung	21
4.9	Berechnungen am Ende eines Zeitschrittes	21
5	Berechnungsstrategie	22
6	Rechenprogramm	23
6.1	Haupteingabe, Datenspeicherung und Kontrollanzeige	23
6.2	Eingabe der Zeitverläufe als "Tagesgänge", Datenspeicherung und Kontrollanzeige	27
6.3	Datenverwaltung	29
6.4	Programmlisting, Programmgrundlagen, Installation und Abarbeitung	29
6.5	Ausgaben	31
7	Testbeispiele	32
7.1	Test_1	32
7.2	Test_2	35
8	Beispiele	39
8.1	Beispiel_1	39
8.2	Beispiel_2	48
8.3	Beispiel_3	53

Wichtiger Hinweis

Alle in diesem Forschungsbericht und dem zugehörigen Rechenprogrammen enthaltenen Angaben, Daten, Berechnungsverfahren usw. wurden vom Autor mit bestem Wissen erstellt und sorgfältig geprüft. Dennoch sind inhaltliche Fehler nicht vollständig auszuschließen, deshalb erfolgen alle Angaben usw. ohne jegliche Verpflichtung und Garantie des Autors. Es wird keinerlei Verantwortung und Haftung für etwaige inhaltliche Unrichtigkeiten übernommen.

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen und Einspeicherung sowie Verarbeitung in elektronischen Systemen, die über die Eigennutzung hinausgehen, sowie für Übersetzungen und Mikroverfilmungen.

1 Allgemeines zur Wärmeleitung

Wird ein Festkörper ohne innere Wärmequellen und -senken an seinen Oberflächen auf unterschiedlichen Temperaturen gehalten, so tritt in seinem Inneren ein Wärmetransport durch Wärmeleitung auf.

- Sind diese Oberflächentemperaturen fest definiert, so spricht man von einer Randbedingung 1. Art. Dieser einfache Fall kommt in praxi relativ selten vor.
- Grenzen die Oberflächen des Festkörpers an ein Fluid mit bekannter Temperatur, liegt eine Randbedingung 3. Art vor. Dies bedeutet, dass zwischen Fluid und Festkörperoberfläche noch ein Wärmeübergang zu berücksichtigen ist. – Trifft auf die Oberfläche noch eine Wärmestrahlung auf, dann ist diese zusätzlich zu berücksichtigen. Vereinfachend erfolgt dies bei annähernd gleichen Fluid- und Strahlungstemperaturen durch eine Erhöhung des Wärmeübergangskoeffizienten bei gleich bleibender Fluidtemperatur. Gegenteilig verfährt man oftmals bei besonnten Flächen, z. B. Gebäudeaußenwänden. Die absorbierte Strahlung wird in eine äquivalente Sonnenlufttemperatur umgerechnet und der konvektive Wärmeübergangskoeffizient beibehalten. In beiden Fällen findet das Modell mit einer Randbedingung 3. Art näherungsweise Verwendung.
- Selten ist die Wärmestromdichte an der Festkörperoberfläche vorgegeben. In diesem Fall handelt es sich um eine Randbedingung 2. Art. Ein praktisches Beispiel stellt eine auf die Festkörperoberfläche aufgeklebte elektrische Heizfolie dar, die nahezu temperaturunabhängig einen bestimmten Wärmestrom pro Flächeneinheit übergibt.

Schließlich könnte eine Wärmeleitung im Festkörper auch bei gleichen Oberflächentemperaturen vorliegen, wenn im Inneren des Körpers eine Wärmequelle und/oder -senke wirkte. Dies wäre beispielsweise gegeben, wenn eine Kugel im Mittelpunkt beheizt würde. Man kann sich aber auch vorstellen, dass in einem Teilbereich des Festkörpers ein Phasenwandel durch kristalline Veränderungen erfolgt und Wärme freisetzt oder aufnimmt. Im Weiteren wird nur noch von Wärmequellen gesprochen, denn Wärmesenken stellen negative Wärmequellen dar.

1.1 Temperaturfeld

Im allgemeinen Fall ist anzunehmen, dass

- die Oberflächentemperaturen des Körpers örtlich unterschiedlich sind,
- Wärmequellen im Körperinneren existieren und
- die Temperaturen und die Intensität der Wärmequellen Zeitfunktionen sind.

Somit kann das Temperaturfeld im Festkörper eine Funktion des Ortes mit beispielsweise den kartesischen Koordinaten x , y , z und der Zeit τ sein. Eine Momentaufnahme zeigt das Bild 1.1.

Das Temperaturfeld $t = t(x, y, z, \tau)$ in einem homogenen Festkörper mit isotropen Eigenschaften wird mathematisch durch die Lösung der FOURIERSchen Differenzialgleichung

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_E}{\rho c} \quad (1.1)$$

beschrieben. Es bedeuten:

t	Temperatur
τ	Zeitkoordinate
x, y, z	Ortskoordinaten
a	Temperaturleitfähigkeit ($a = \lambda / (\rho c)$)
$\dot{q}_E$	volumenbezogene Wärmestromergiebigkeit einer Wärmequelle
λ	Wärmeleitfähigkeit
ρ	Dichte
c	spezifische Wärmekapazität.

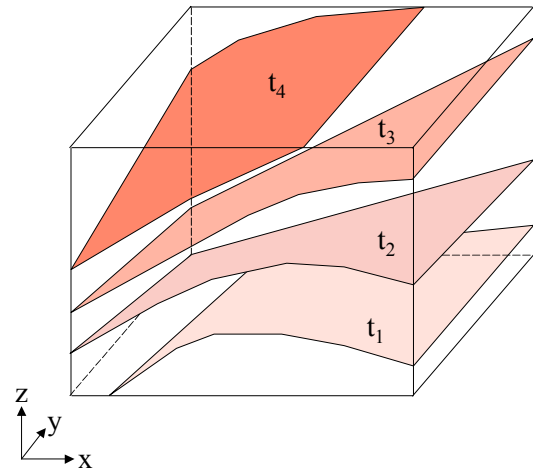


Bild 1.1 Temperaturfeld – gekennzeichnet durch die Isothermenflächen $t_1 \dots t_4$ – in einem quaderförmigen Körper

Je nach der Form der Isothermenflächen unterscheidet man **ein-, zwei- oder dreidimensionale Temperaturfelder**. Bei einer Zeitveränderlichkeit spricht man von einem **instationären Temperaturfeld**. $t = t(x, y, \tau)$ beschreibt somit z. B. ein instationäres, zweidimensionales Temperaturfeld.

Sind die Temperaturfelder über den betrachteten Zeitraum unveränderlich, handelt es sich um ein **stationäres Temperaturfeld**. So kennzeichnet beispielsweise $t = t(x, y)$ ein stationäres, zweidimensionales Temperaturfeld. Für ein wärmequellenfreies, stationäres zweidimensionales Temperaturfeld reduziert sich die FOURIERSchen Differenzialgleichung gemäß Gl. (1.1) dann auf die "ebene" **LAPLACESche Differenzialgleichung**

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0. \quad (1.2)$$

1.2 Wärmestrom

Der Wärmetransport innerhalb des Festkörpers wird durch den **Wärmestrom** $\dot{Q}$ quantifiziert. Er ist proportional der Wärmeleitfähigkeit λ , dem Betrag des Temperaturgradienten dt/dn sowie der Fläche A , die in der Isothermenfläche t liegt und in deren Bereich $\lambda = \text{const}$ und $dt/dn = \text{const}$ gelten (Bild 1.2). Der Temperaturgradient steht senkrecht auf der Isothermenfläche und entspricht dem größten Temperaturanstieg. Die Vektoren $\vec{q}$ und $\text{grad } t$ sind entgegengesetzt gerichtet. Ein positiver Wärmestrom ist somit stets an einen negativen Temperaturanstieg – d. h. ein Temperaturgefälle – gebunden. Mathematisch werden diese Zusammenhänge durch das **FOURIERSche Erfahrungsgesetz**

der Wärmeleitung erfasst:

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dn} A \quad \text{bzw.} \quad \dot{q} = -\lambda \frac{dt}{dn} \quad (1.3)$$

$\dot{Q}$ Wärmestrom

$\dot{q}$ Wärmestromdichte

λ Wärmeleitfähigkeit (auch Wärmeleitkoeffizient genannt)

A Fläche, die in der Isothermenfläche t liegt

dt/dn Temperaturgradient.

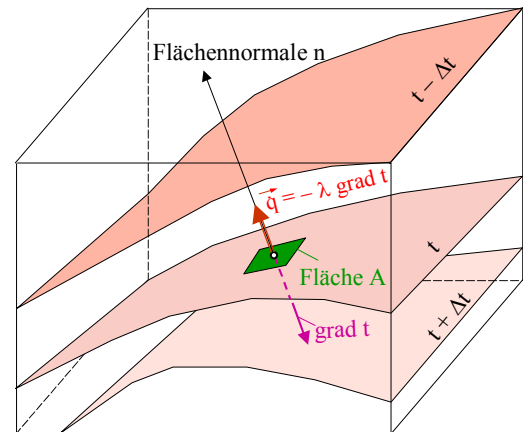


Bild 1.2 Isothermenflächen $t - \Delta t$, t , $t + \Delta t$ mit einer ausgewählten Fläche A innerhalb von t und Darstellung des Temperaturgradienten $\text{grad } t$ sowie der Wärmestromdichte $\dot{q}$

1.3 Analytische Berechnung der Temperaturfelder und Wärmeströme

Zur Berechnung der Wärmeleitung wurde eine **große Vielzahl von Modellen** entwickelt, wobei die **einfach handhabbaren Modellierungen** in der Regel für die **eindimensionale Wärmeleitung** gelten. So beispielsweise

- für die stationäre Wärmeleitung durch eine ebene ein- und mehrschichtige Wand, die Wärmeleitung in Rippen usw.
- für die instationäre Wärmeleitung in der halbumendlich dicken Wand nach einem Temperatursprung oder infolge periodischer Temperaturschwingungen usw.

Zur einfachen Anpassung der vorhandenen Körpergeometrien ist es mitunter auch sinnvoll das Temperaturfeld in einem **veränderten Koordinatensystem** zu betrachten. So würde man beispielsweise die Temperaturfelder in Zylindern und Rohren vorteilhaft durch die FOURIERSche Differenzialgleichung in Zylinderkoordinaten

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_E}{\rho c} \quad (1.4)$$

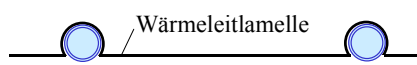
beschreiben. Damit ist beispielsweise die rein radiale Wärmeleitung in einer Zylinderwand wieder als ein eindimensionales Problem in Abhängigkeit vom Radius r darstellbar.

Die vorgenannten Aufgaben werden in allen gängigen Büchern zum Thema Wärmeleitung ausführlich behandelt und analytische Lösungen angeboten. So auch in:

<http://berndglueck.de/Waermeuebertragung>.

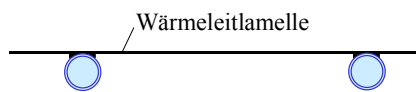
Für viele **technisch relevante Spezialfälle der stationären Wärmeleitung** sind ebenfalls analytische Lösungen erarbeitet worden. Als Beispiele seien genannt:

- Wärmeleitung von einem Rohr an eine teilweise formschlüssig anliegende Wärmeleitlamelle



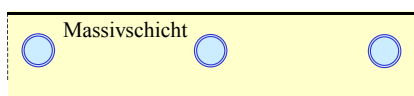
Siehe: <http://berndglueck.de/LowEx> Bericht, Seite 91 und zugehöriges Rechenprogramm bzw. Detaillierung: <http://berndglueck.de/Strahlungsheizung> Buch, Seite 239

- Wärmeleitung von einem Rohr an eine stoffschlüssig verbundene Wärmeleitlamelle



Siehe: <http://berndglueck.de/LowEx> Bericht, Seite 92 und zugehöriges Rechenprogramm bzw. Detaillierung: <http://berndglueck.de/Strahlungsheizung> Buch, Seite 244

- Wärmeleitung in einer Platte mit einem eingeformten Rohrregister



Siehe: <http://berndglueck.de/LowEx> Bericht, Seite 51 und zugehöriges Rechenprogramm bzw. Detaillierung: <http://berndglueck.de/Strahlungsheizung> Buch, Seite 63

Bei den beiden letztgenannten Fällen ist aber die rechentechnische Abarbeitung unerlässlich, da eine zweidimensionale Wärmeleitung zu betrachten ist und die Anpassung der realen Geometrien mathematische Reihenentwicklungen erforderlich macht. Dennoch sind diese Lösungen gegenüber rein numerischen Algorithmen schneller in der Abarbeitung, da der Diskretisierungsaufwand entfällt. Somit sind geometrische Parametervariationen besonders leicht möglich. Die Ergebnisse besitzen einen hohen Genauigkeitsgrad.

Eine **weitere Berechnungsstrategie** arbeitet bei stationärer Wärmeleitung zwischen *zwei* Körperoberflächen mit sogenannten **Formfaktoren**. Im VDI-Wärmeatlas¹ sind für eine Vielzahl von Körperformen die Formfaktoren S angegeben. Die Ermittlung erfolgte in der Regel nach anspruchsvollen analytischen Methoden. Es sind aber auch experimentelle Auswertungen der Potenzialfelder, die beispielsweise auf elektrisch leitendem Papier erzeugt wurden, üblich gewesen. Derzeit wird die Wärmeleitung in den mitunter komplizierten Körperstrukturen in der Regel numerisch simuliert und S aus dem ermittelten Wärmestrom $\dot{Q}_{12}$ und den Oberflächentemperaturen t_1 sowie t_2 eliminiert:

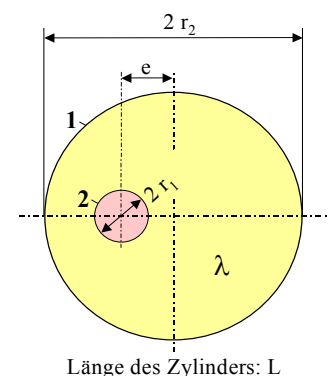
$$S = \frac{\dot{Q}_{12}}{\lambda L (t_1 - t_2)} \quad (1.5)$$

Beispiel: Wärmeleitung zwischen einem Innenrohr und einem Hüllrohr der Längen L

$$S = \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} \frac{r_1^2 + r_2^2 - e^2}{2 r_1 r_2}}$$

Diese Methode hat den Vorteil, dass die aufwendige Ermittlung lediglich einmal vorzunehmen ist. Neuerdings wurde auch eine erweiterte Formfaktorenmethode für *drei* Körperoberflächen ermittelt.

Siehe: <http://berndglueck.de/Erdwaermesonde> Bericht, Seite 19.



¹ HAHNE, E.: VDI-Wärmeatlas (Abschnitt: Zweidimensionale Wärmeleitung), 9. Auflage. Düsseldorf: VDI-Verlag 2002

1.4 Notwendigkeit für die numerische Berechnung der Temperaturfelder und Wärmeströme

Die drei nachfolgenden Beispiele sollen zeigen, dass bereits einfach erscheinende Fragestellungen bei vertretbarem Aufwand nicht mehr mit analytischen Berechnungsmethoden zu lösen sind, sondern numerisch arbeitende Algorithmen erforderlich werden.

Beispiel 1:

Die **Außenwand eines Hauses** aus der Altbaubsubstanz soll eine Wärmedämmung erhalten. Die Balkone stellen eine Kragplatte aus Stahlbeton dar, die als verlängerte Geschossdecke ausgebildet ist. Sie wirkt wärmetechnisch als Rippe, die aus dem zu dämmenden Gebäude herausragt. Damit stellt sich die Frage, inwieweit diese ebenfalls mit einer Dämmung zu versehen ist. Bild 1.3 zeigt den Istzustand und zwei Dämmvarianten.

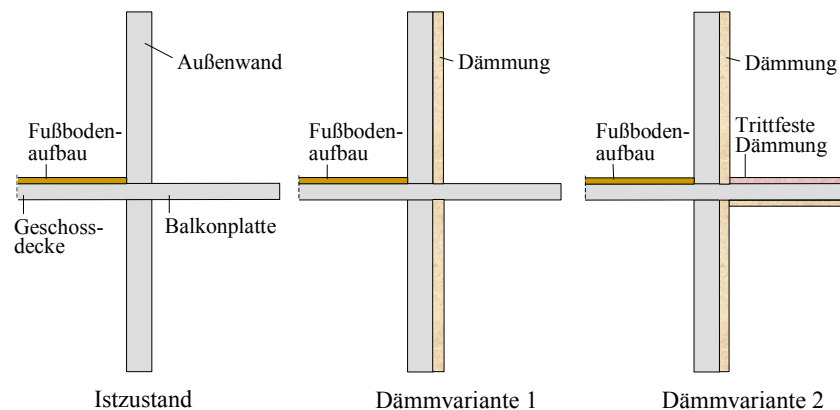


Bild 1.3 Außenwand mit Geschossdecke und Balkonplatte im Istzustand und mit zwei verschiedenen Dämmungen

Dämmvariante 1 besitzt nur die beabsichtigte Wanddämmung. Variante 2 ist durch die Dämmung der Balkonplatte auf der Ober- und Unterseite gekennzeichnet. In Anbetracht, dass die begehbare Oberfläche des Balkons besonderen bautechnischen Aufwand erfordert, stellt sich die Frage, inwieweit diese Maßnahme sinnvoll ist. Um eine fachlich fundierte Diskussion führen zu können, müssen die **Wärmeströme** und **signifikante Wandinnentemperaturen** der Varianten wenigstens für einen **stationären, winterlichen Extremzustand** bestimmt werden.

Beispiel 2:

Eine **Erdwärmesonde** ist wärmetechnisch im Jahregang zu simulieren. Das entscheidende dynamischen Wärmeverhalten wird durch die Wärmespeicherung im Erdreich und den Wärmetransportvorgängen an der Erdoberfläche, an der Sohle des Simulationsgebietes und am Sondenumfang bestimmt. Die Wärmespeicherung innerhalb der Sonde ist gegenüber der im Erdreich unbedeutend, sodass zwischen dem Sondenumfang und der Sondenverrohrung für diskrete Zeitschritte eine stationäre Wärmeleitung simuliert werden kann. Wegen der zahlreichen wiederholenden Rechnungen ist es sinnvoll, für den Sondenquerschnitt (Bild 1.4) einmalig **Formfaktoren** zu bestimmen.

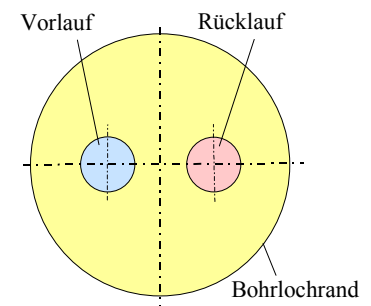


Bild 1.4 Querschnitt durch eine U-Rohr-Sonde

Beispiel 3:

Feuchtes **Erdreich** sei im Winter bis in eine Tiefe von 1 m gefroren. Es folgen nacheinander mehrere heitere Februartage, die zeitlich und örtlich zum Auftauen des Erdreichs führen. Es sollen modellhaft die Veränderungen im Boden untersucht und dem Verhalten von trockenem Erdreich gegenübergestellt werden.

Dabei handelt es sich um ein instationäres Problem, wobei mehrere **Tagesgänge** zu untersuchen sind und die **latenten Wärmespeichereffekte** Beachtung finden. Es ist somit ein möglichst **einfaches dynamisches Simulationsmodell** aufzustellen, welches dann durch Mehrfachanwendung zu den gewünschten Aussagen führen könnte.

Weiterführende Hinweise:

Instationäre Wärmeleitvorgänge in Stoffen mit **Phasenwandel** sind besonders schwierig zu simulieren. Baustoffe mit Phasenwandel, sogenannte PCMs, werden zunehmend verwendet, um Gebäude energiesparend zu betreiben. So versucht man die zeitlich begrenzt verfügbare Umweltenergie zu speichern und zeitversetzt zu nutzen. Beispielsweise werden raumbegrenzende Bauteile im Sommer durch nächtliche Raumlüftung heruntergekühlt, um bei der Wärmebelastung am Tage Wärme aus dem Raum aufnehmen zu können. Die Besonderheit der PCMs (z. B. verkapselte Paraffine) besteht darin, dass diese mitunter keine feste Phasenwandeltemperatur aufweisen, sondern sich durch einen Phasenwandelbereich auszeichnen. Ein solcher Bereich entsteht mitunter durch Materialmischungen und/oder Verunreinigungen. Dies ist beim o. g. Beispiel – dem gefrorenen Erdreich – nicht der Fall, da Wasser unter normalen Bedingungen den Phasenwandel stets bei 0 °C vollzieht.

Für mehrschichtige Speicherplatten (z. B. Wände, Decken, Fußböden mit PCM), die auch Rohrregister enthalten können, steht in <http://berndglueck.de/LowEx> Bericht, Seite 119 eine sehr aufwendige Lösung zur Verfügung.

Noch bedeutend umfassender sind Simulationsmodelle für komplette Räume mit thermisch aktiven und/oder passiven Raumumfassungen in Gebäuden. Ein Modell ist gegeben in:

<http://berndglueck.de/Raummodell>.

2 Überlegungen zur einfachen numerischen Modellierung der Wärmeleitung

2.1 Aktueller Sachstand

Es gibt eine Vielzahl von numerisch arbeitenden **Simulationsmodellen zur Lösung der instationären Wärmeleitungsgleichung**. Diese sind meistens komplizierte Modellierungen, die bei entsprechender Netzgenerierung sehr genau die Realität wiedergeben und deren mathematische Löser äußerst effizient arbeiten, sodass kurze Rechenzeiten entstehen.

Allein die Gittergenerierung ist bereits ein fachliches Spezialgebiet geworden. So wird beispielsweise ein räumliches Gebiet durch Tetraeder- oder Quaderelemente möglicherweise aber auch durch kummelnig berandete Elemente diskretisiert. Für ebene Grundgebiete verwendet man z. B. Dreiecke, Parallelogramme aber auch krummlinige Dreiecke, wobei besonders spitze oder extrem stumpfe Winkel zwischen den aneinandergrenzenden Berandungen zur Erzielung einer hohen Genauigkeit zu vermeiden sind. Bild 2.1 zeigt ein zweidimensionales Netz mit speziellen Verfeinerungen.

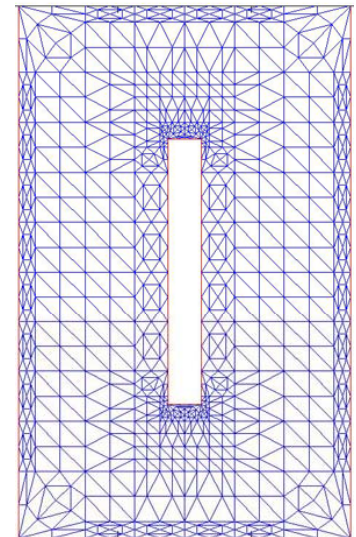


Bild 2.1 Zweidimensionales Gitter aus Dreieckselementen
(Quelle: <http://binomi.math.uni-paderborn.de/Beispiele/07/>)

Generell sind für den Anwender professionelle Simulationsmodelle zu empfehlen. Dabei kommt es vor allem darauf an, das Handling der Programmnutzung bestens zu beherrschen. Der detaillierte Programminhalt wird dem Anwender in der Regel nicht bekannt gemacht.

2.2 Zielstellung und Prämissen der vorliegenden Ausarbeitung

Der Lernende sollte nicht nur die **Programminhalte** sondern auch die **Komplexität der Zusammenhänge** und die **Probleme der geeignetsten Darstellung** erkennen. Hierbei kommt es jedoch nicht auf die "genialste" Lösung an, sondern auf das inhaltliche Grundverständnis. Deshalb wird im Weiteren versucht, die Zusammenhänge möglichst einfach darzustellen und die eventuell auftretenden Ungenauigkeiten zu benennen. Hat man die einfach gestalteten Algorithmen verstanden, wird man auch den professionellen Programmen entsprechendes Verständnis und Vertrauen entgegenbringen.

Folgende Festlegungen werden getroffen:

- Es werden nur **zweidimensionale Wärmeleitprobleme** in der x, y-Ebene betrachtet. Wenn in z-Richtung keine Querschnittsveränderung erfolgt und die Randbedingungen unverändert gelten, können die Ergebnisse natürlich sofort auf säulenförmige Körper übertragen werden.
- Die **Diskretisierung** des Grundgebietes erfolgt mit **gleichgroßen Quadraten**. Dies ist ein besonders einfacher Ansatz. Er beinhaltet Fehler bei runden oder schrägen Flächenbegrenzungen.
- Es wird das **Finite-Volumen-Verfahren** verwendet, da es bei instationären Wärmeleitproblemen einschließlich der eventuell Phasenwandlung besonders anschaulich erklärbar ist.

- Es kommt ein **explizites Verfahren** zur Anwendung, d. h., alle Temperatur- und Phasenänderungen im Element sind aus den Vorgängerwerten zu bestimmen. Aus einer Stabilitätsbetrachtung ergibt sich der maximale Zeitschritt. Nachteilig ist, dass dieser relativ klein werden kann, wodurch sich die Rechenzeit vergrößert. Implizite Verfahren haben diesen Nachteil nicht, sind für den Anfänger aber schwerer verständlich.
- Die Berechnung geht immer von einer geschätzten Temperaturverteilung aus, und der Algorithmus arbeitet **stets** ein **instationäres Wärmeleitproblem** über einen vorgegebenen Zeitraum ab.

Handelt es sich bei den Randbedingungen um **regelmäßige Temperaturschwingungen** (beispielsweise durch Tagesgänge verursacht), sollte man mehrere Perioden – in der Regel wenigstens drei Verläufe – simulieren, um einem näherungsweise eingeschwungenen Zustand zu erhalten.

Bei **stationärer Wärmeleitung** wird ausgehend vom geschätzten Anfangszustand solange mit dem instationären Algorithmus gerechnet, bis sich eine annähernd konstant bleibende Temperaturverteilung ergibt.

- Der Algorithmus wird in einzelne, gut verknüpfbare **Module** aufgelöst. Sie sind jederzeit ergänzbar und/oder austauschbar. Bei der Erarbeitung der Teilalgorithmen werde auf deren inhaltliche Grenzen sowie den getroffenen Vereinfachungen und/oder verwendeten Näherungen verwiesen. Somit sind auch die eventuellen Verbesserungsmöglichkeiten leicht erkennbar. Die Module werden im Listing ausgewiesen.
- Als Programmiersprache für die Ursprungsversion V1 wurde **VisualBasic.NET Standard** verwendet, das weit verbreitet und kostengünstig zu beziehen war. Zusatzprogramme wurden nicht verwendet, um Studenten zusätzliche Kosten zu ersparen. Stattdessen wurde eine Verbindung zu MS WORD hergestellt. Die überarbeitete Version V2 basiert auf **VisualBasic 2010 Express**, das kostenlos downloadbar ist.

Die Anwendung des Simulationsmodells zur Lösung der bereits vorgestellten drei Beispiele soll die **Nutzungsvielfalt** des Rechenprogramms verdeutlichen.

3 Gittermodellierung

Um eine große Vielfalt von **realen säulenförmigen Körpern** – d. h. deren Querschnitte – möglichst realistisch darstellen zu können, werden nachfolgende Maßnahmen getroffen.

- Die **Darstellungsebene** kann wahlweise in den **Längeneinheiten** m, dm, cm oder mm gestaltet werden.
- Die **Elementabmessung** (Auflösung in Quadrate) ist frei wählbar. Generell gilt: "Je kleiner desto länger die Rechenzeit". Die Elementabmessung wird als Teil der gewählten Längeneinheit angegeben. Wäre die gewählte Längeneinheit cm und die Elementeinheit $EA = 0,1$, so beträgt die reale Elementabmessung des Quadrates 1 mm. **Zu kleine Abmessungen können im Ausnahmefall aber numerische Komplikationen hervorrufen (bitte Ergebnisse auf Sinnhaftigkeit prüfen).**
- Das Gitter, das die Darstellungsebene ($x_{max} \times y_{max}$) ausfüllt, erstreckt sich in Abszissenrichtung von $i = 0$ bis $i_{max} = \text{Int}(x_{max} / EA)$ und in Ordinatenrichtung von $j = 0$ bis $j_{max} = \text{Int}(y_{max} / EA)$.
- Der zu simulierende Querschnitt mit den entscheidenden Randgebieten kann mit Hilfe von **maximal 20 Objekten** dargestellt werden. Man kann diese auf **drei verschiedenen Ebenen** (Layer) anordnen.

3.1 Objektdarstellung

Die darstellbaren Flächen – Kreise, Ellipsen und Vielecke – werden als **Objekte** bezeichnet.

- **Kreise** sind definiert durch die Mittelpunktskoordinaten x_{KM} , y_{KM} und dem Radius R_K .
- **Ellipsen** werden durch die Mittelpunktskoordinaten x_{EM} , y_{EM} und die Halbachsen in x- und y-Richtung R_{Ex} sowie R_{Ey} vorgegeben.
- **Vielecke** sind durch einen umschließenden Polygonzug, der aus 3 bis 10 Geraden besteht, gekennzeichnet. Als Eingabewerte gelten die Eckpunkte x_P und y_P , die im Uhrzeigersinn aufzuführen sind.

Die **Ebene 1** verkörpert die **Umgebungsebene**. Die Summe der in ihr liegenden Objekte (in der Regel werden Vielecke gewählt) muss den eigentlich zu untersuchenden Festkörper an allen Seiten mit mindestens zwei Elementreihen umschließen. Diese Objekte kennzeichnen die unterschiedlichen Randbedingungen für den zu untersuchenden Festkörper, z. B. konstante Randtemperatur, konstante Wärmestromdichte, adiabate Begrenzung usw. Es sind maximal **vier unterschiedliche Umgebungen U1 ... U4** definierbar. Sie können von Objekten der Ebenen 2 und 3 überdeckt werden.

In der **Ebene 2** wird der zu untersuchende **Festkörperquerschnitt** festgelegt, wobei als Objekte **Kreise**, **Ellipsen** und **Vielecke** verwendbar sind. Bezüglich ihrer wärmetechnischen Eigenschaften sind sechs verschiedene **Stoffwertzuordnungen S1 ... S6** möglich. Die Ebene 2 kann von Objekten der Ebene 3 überdeckt werden.

In **Ebene 3** werden **Durchdringungen – Kanäle** – des Festkörperquerschnitts, angeordnet. Als Objekte sind wiederum **Kreise**, **Ellipsen** und **Vielecke** darstellbar. Für die darin herrschenden **Randbedin-**

gungen sind vier Varianten K1 ... K4 definierbar.

Alle Objekte – unabhängig von der Ebene – werden fortlaufend nummeriert. Befinden sich in einer Ebene mehrere Objekte, die sich überlappen, dann sind die Objektflächen mit der jeweils höheren Objektzahl dominierend.

Bild 3.1 zeigt eine Beispieldarstellung bei der alle denkbaren Varianten implementiert sind. Die Dateneingabe wird später noch erläutert.

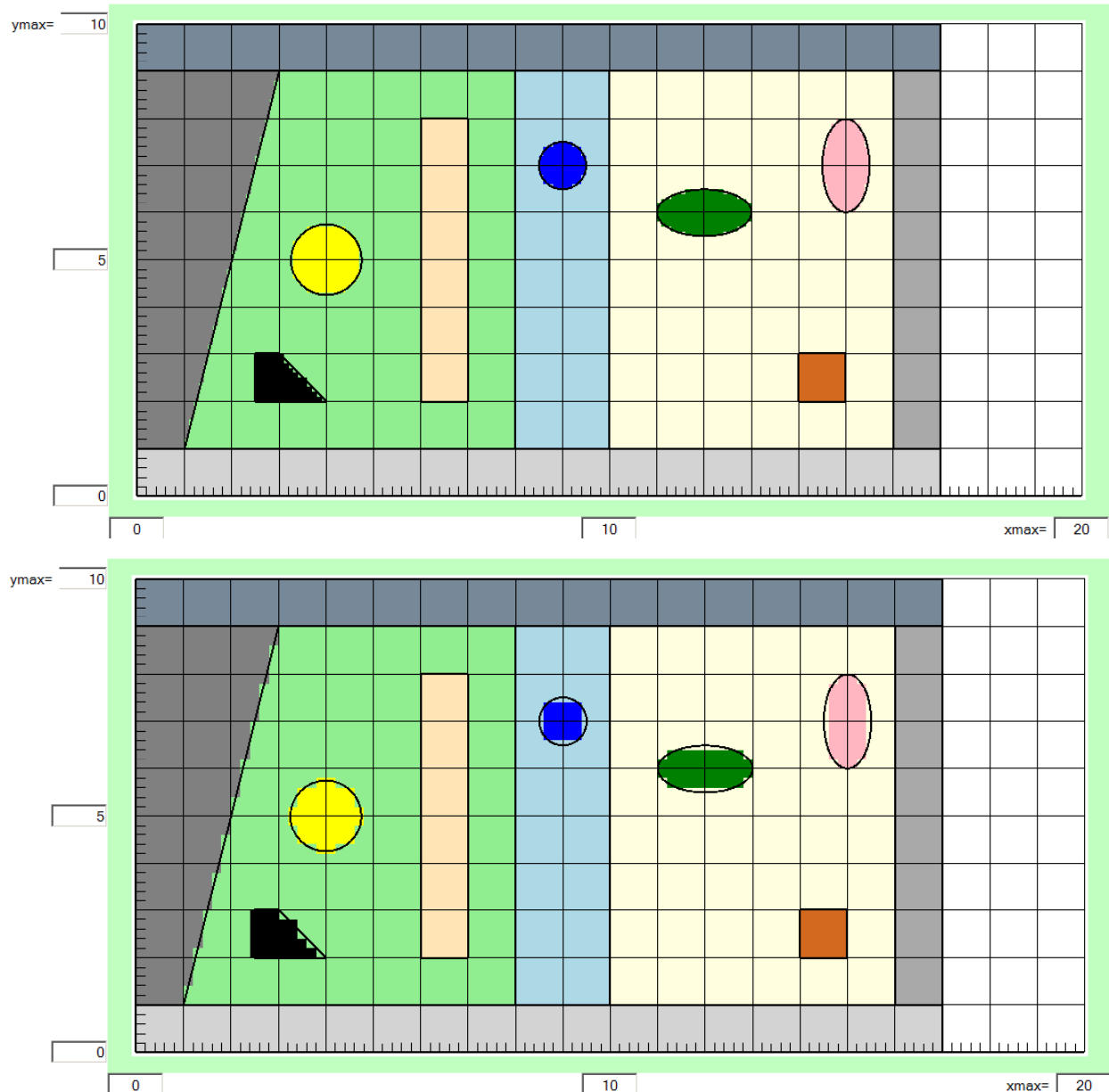


Bild 3.1 Ausschnitt einer Bildschirmkopie mit einem Extrembeispiel von maximal 14 unterschiedlichen Objekten bei der gewählten Elementabmessung

oben: EA = 0,1 $\rightarrow$ imax = 170, jmax = 100

unten: EA = 0,2 $\rightarrow$ imax = 85, jmax = 50.

In der Ebene 1 wird die Umgebung beschrieben. Die Flächen sind durch Grautöne gekennzeichnet.

Objekt 10: Hellgraues Vieleck mit den Punkten: (0;0), (0;1), (17;1), (17;0)
Es ist Teil der Umgebung mit der Kennzeichnung U1.

- Objekt 11: Blaugraues Vieleck mit den Punkten: (0;9), (0;10), (17;10), (17;9)
Es ist Teil der **Umgebung** mit der Kennzeichnung **U2**.
- Objekt 12: Dunkelgraues Vieleck mit den Punkten: (0;1), (0;9), (10;9), (10;1)
Es ist Teil der **Umgebung** mit der Kennzeichnung **U3**.
- Objekt 20: Mittelgraues Vieleck mit den Punkten: (16;1), (16;9), (17;9), (17;1)
Es ist Teil der **Umgebung** mit der Kennzeichnung **U4**.

In der Ebene 2 befinden sich die Objekte des zu untersuchenden Körperquerschnittes. Sie sind durch mittlere Farbtöne gekennzeichnet.

- Objekt 1: Hellgrünes Vieleck mit den Punkten: (1;1), (3;9), (8;9), (8;1)
Es ist Teil des **Körpers** mit der Kennzeichnung **S1**.
- Objekt 3: Hellblaues Vieleck mit den Punkten: (8;1), (8;9), (10;9), (10;1)
Es ist Teil des **Körpers** mit der Kennzeichnung **S6**.
- Objekt 5: Hellgelbes Vieleck mit den Punkten: (10;1), (10;9), (16;9), (16;1)
Es ist Teil des **Körpers** mit der Kennzeichnung **S3**.
- Objekt 6: Hellpinke Ellipse mit dem Mittelpunkt (15;7) und den Halbmessern 0,5 und 1
Es ist Teil des **Körpers** mit der Kennzeichnung **S4**.
- Objekt 16: Schokobraunes Vieleck mit den Punkten: (14;2), (14;3), (15;3), (15;2)
Es ist Teil des **Körpers** mit der Kennzeichnung **S5**.
- Objekt 17: Gelbbraunes Vieleck mit den Punkten: (6;2), (6;8), (7;8), (7;2)
Es ist Teil des **Körpers** mit der Kennzeichnung **S2**.

In Ebene 3 liegen die Durchströmquerschnitte (Kanäle). Zur Kennzeichnung werden kräftige Farben gewählt.

- Objekt 2: Gelber Kreis mit dem Mittelpunkt (4;5) und dem Radius 0,75
Er verkörpert einen **Kanal (Durchströmteil)** mit der Kennzeichnung **K1**.
- Objekt 7: Grüne Ellipse mit dem Mittelpunkt (12;6) und den Halbmessern 1 und 0,5
Er verkörpert einen **Kanal (Durchströmteil)** mit der Kennzeichnung **K2**.
- Objekt 8: Blauer Kreis mit dem Mittelpunkt (9;7) und dem Radius 0,5
Er verkörpert einen **Kanal (Durchströmteil)** mit der Kennzeichnung **K3**.
- Objekt 4: Schwarzes Vieleck mit den Punkten: (2,5;2), (2,5;3), (3;3), (4;2)
Er verkörpert einen **Kanal (Durchströmteil)** mit der Kennzeichnung **K4**.

Die Objekte 9, 13, 14, 15, 18 und 19 existieren nicht. In realen Berechnungsfällen wird man in der Regel die Objektfolge geordneter als bei diesem Test wählen.

Bild 3.2 zeigt ein Fantasiegebilde, wobei der Festkörper aus drei Einzelkörpern mit gleichen Stoffeigenschaften zusammengesetzt ist. Die Konturen der Ellipse und des Kreises im Festkörper stellen dabei keine Berechnungsgrenzen dar, sondern kennzeichnen lediglich die verwendeten Geometrien.

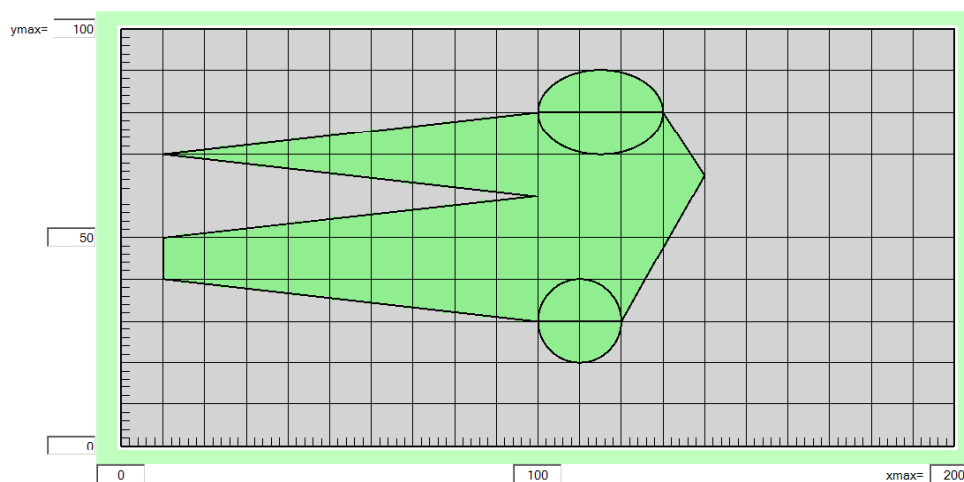


Bild 3.2 Extreme Formgebung eines Festkörpers und beispielhafte Darstellung wie ein einheitlicher Festkörper aus mehreren Objekten mit der gleichen Stoffeigenschaft z. B. S1 zusammengesetzt werden kann

3.2 Genauigkeitsverbesserung bei der Berandung – Berührungslängenkorrektur

Mit kleiner werdender Elementabmessung EA werden die Querschnittsflächen genauer ausgefüllt, wodurch eine beliebig **genaue Flächenapproximation möglich** ist. Von dieser **Genauigkeitsverbesserung sind aber die Objektränder** nicht betroffen. Die **Berührungslängen** der Objekte sollten aber auch möglichst der Realität entsprechen, um beispielsweise den Wärmeübergang an das Objekt bei Randbedingungen 3. Art genau wiederzugeben.

Würde beispielsweise gemäß Bild 3.3 ein kreisförmiges Objekt existieren, so wäre der Umfang $\pi \times d$, der Umfang der Quadratstufungen beträgt bei feiner oder sehr feiner Unterteilung $4 \times d$. Damit beträgt der **Korrekturfaktor der Berührungslänge für einen Kreis stets**

$$LKorr_{Kreis} = \frac{\pi d}{4 d} = \frac{\pi}{4} = 0,785. \quad (3.1)$$

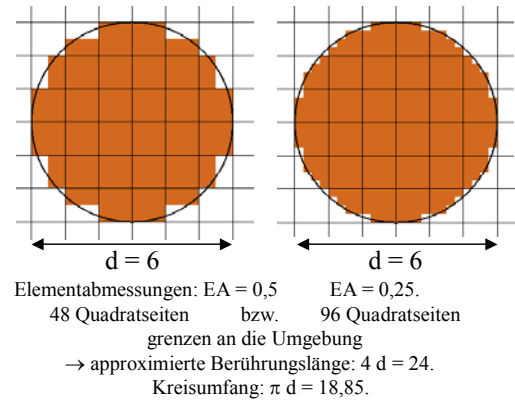


Bild 3.3 Zwei Kreisflächen mit unterschiedlich feiner Gitterteilung

Analog dazu ergibt sich der **Korrekturfaktor der Berührungslänge für eine Ellipse** (Bild 3.4). Der Umfang beträgt näherungsweise

$$L_E = \pi \{1,5(a+b) - \sqrt{ab}\} \quad (3.2)$$

$$\text{Damit folgt variantenabhängig } LKorr_{Ellipse} = \frac{L_E}{4(a+b)}. \quad (3.3)$$

$$\text{Im vorliegenden Beispiel gilt: } LKorr_{Ellipse} = \frac{\pi \{1,5(3+2) - \sqrt{3 \cdot 2}\}}{4(3+2)} = 0,793.$$

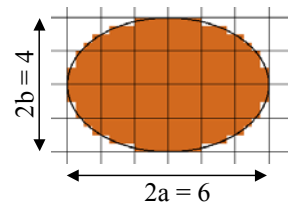


Bild 3.4 Ellipse mit den Halbachsen a und b

Schließlich sind noch die **Vielecke** zu betrachten. Die Korrekturfaktoren sind von der Orientierung der Seiten abhängig. Bild 3.5 zeigt eine beliebige Begrenzung. Die reale Länge der schrägen Berandung beträgt

$$L_{sR} = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (3.4)$$

woraus der variantenabhängige Korrekturfaktor folgt:

$$LKorr_{schräger Rand} = \frac{L_{sR}}{a+b}. \quad (3.5)$$

$$\text{Im vorliegenden Beispiel gilt: } LKorr_{schräger Rand} = \frac{\sqrt{3^2 + 2^2}}{3+2} = 0,721.$$

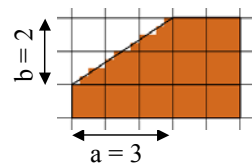


Bild 3.5 Schräge Vieleckberandung mit den auf die Koordinatenachsen projizierten Seiten-

Bei senkrechten oder waagerechten Berandungen ist selbstverständlich der Korrekturfaktor 1.

Zur Genauigkeitsverbesserung kann in erster Näherung bei Randbedingungen 3. Art der vorgegebene Wärmeübergangskoeffizient um den entsprechenden Faktor reduziert werden.

4 Wärmetransport

Primär ist die **Wärmeleitung von Element zu Element** zu untersuchen. Hierbei stellen die **Wärmeleitfähigkeit**¹ der Elemente und die **Temperaturdifferenz** zwischen den angrenzenden Elementen die entscheidenden Parameter dar. Bei instationären Vorgängen ist weiterhin die **Wärmespeicherung** im Element von großem Einfluss. Hierbei sind die **Dichte** und die **Wärmekapazität** des Materials bedeutungsvoll. Besonders schwierig gestaltet sich die Algorithmmierung des **Phasenwandels** im Material. Die Wandlung der Materialstruktur ist von der **Phasenwandeltemperatur** und der **Phasenwandelenthalpie** abhängig. Der Phasenwandel kann sich auch über einen Temperaturbereich erstrecken.

Handelt es sich beim betrachteten Element um ein **Randelement**, dann sind die **Wärmeübergangsbedingungen** einzuarbeiten.

Im Weiteren werden die **wärmetechnischen Modellierungen** auf Basis der im Abschnitt 2 getroffenen Prämissen schrittweise vorgestellt.

4.1 Thermische und stoffliche Objekteigenschaften

Gehören die Objekte nicht zum eigentlichen Festkörper, dann repräsentieren sie die **Randbedingungen der Umgebung U1 ... U4** um den Festkörper oder **der Kanäle K1 ... K4** im Festkörper. Diese Eigenschaften werden fortlaufend mit der **Zählvariablen Eigen = 1 ... 8** aufgelistet. Es handelt sich um die Größen: Temperatur **tR(Eigen)**, Wärmeübergangskoeffizient **α R(Eigen)** und Wärmestromdichte **qR(Eigen)**.

Die **Eigenschaften der Festkörperobjekte S1 ... S6** werden unter der **Zählvariable Eigen = 9 ... 14** gespeichert. Einige Stoffwerte und Zustandsgrößen sind von der Stoffphase "fest" oder "flüssig" abhängig. Es sind dies: Dichte **rhoS(Eigen)**, Wärmeleitfähigkeit "fest" **lamS(Eigen)** und "flüssig" **lamflS(Eigen)**, Wärmekapazität "fest" **cS(Eigen)** und "flüssig" **cflS(Eigen)**, Phasenwandelenthalpie **rS(Eigen)**, Phasenwandeltemperatur "Unterwert" **tWandeluS(Eigen)** und "Oberwert" **tWandeloS(Eigen)**, Starttemperatur bei Berechnungsbeginn **Start_t(Eigen)**.

4.2 Temperaturfeld und Startbedingung

Das Temperaturfeld wird durch die **Elementtemperaturen $t_{i,j}$** diskretisiert. Sie gelten für die Mittelpunkte der Elemente:

$t_{i,j} \equiv t(i, j)$ Temperatur zu Beginn eines Zeitschrittes

$tn_{i,j} \equiv tn(i, j)$ Temperatur am Ende eines Zeitschrittes (n bedeutet "neu").

Die Simulation beginnt mit einer Starttemperatur, die für jedes Objekt unterschiedlich vorgegeben sein kann. Sie muss bei möglichem Phasenwechsel stets unter oder oberhalb des Phasenwandelbereiches liegen.

4.3 Wärmeströme zwischen den Volumenelementen innerhalb des Festkörpers

Im Bild 4.1 ist der Querschnitt eines **Volumenelementes im Gitternetz an der Stelle i, j** mit den Nachbarelementen gezeigt.

¹ Die Wärmeleitfähigkeit bei Phasenwandelmateriale ist abhängig vom Phasenzustand nach Gl. (4.18).

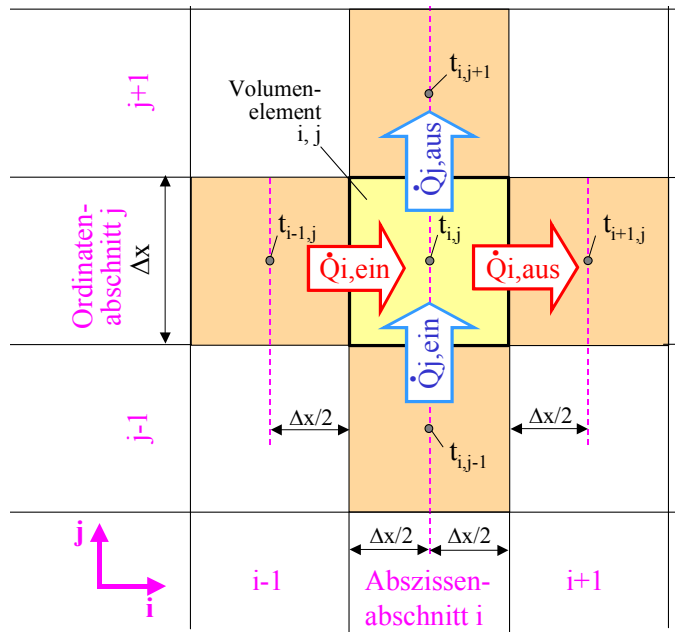


Bild 4.1 Draufsicht auf das Volumenelement i, j und dessen Nachbarelemente mit Angabe der Elementtemperaturen $t_{i,j}$ usw. Zusätzlich sind die ein- und austretenden Wärmeströme in und aus dem Volumenelement i, j durch Wärmeleitung vermerkt. Die Abmessungen des Volumenelementes betragen $\Delta x \times \Delta x \times L$. L zeigt in die Tafelebene hinein.

Aufgrund der Prämissen haben die Elemente quadratischen Querschnitt mit der **Seitenlänge Δx** . Sie wird programmiert intern aus den Eingabedaten mit der Einheit m bestimmt (Δx = Elementabmessung EA / Längeneinheit LE). Die Länge des Volumenelementes in die Tafelebene hinein beträgt stets **$L = 1$ m**. Damit hat das Element ein Volumen von

$$VE = \Delta x^2 L \text{ in m}^3. \quad (4.1)$$

Zusätzlich sind im Bild 4.1 die Elementtemperaturen und die durch die Elementoberflächen tretenden **Wärmeströme** vermerkt. Für diese gelten:

$$\dot{Q}_{i,ein_{i,j}} = \left(\frac{\Delta x/2}{\lambda_{i-1,j}} + \frac{\Delta x/2}{\lambda_{i,j}} \right)^{-1} \Delta x L (t_{i-1,j} - t_{i,j}) \quad (4.2)$$

$$\dot{Q}_{i,aus_{i,j}} = \left(\frac{\Delta x/2}{\lambda_{i,j}} + \frac{\Delta x/2}{\lambda_{i+1,j}} \right)^{-1} \Delta x L (t_{i,j} - t_{i+1,j}) \quad (4.3)$$

$$\dot{Q}_{j,ein_{i,j}} = \left(\frac{\Delta x/2}{\lambda_{i,j-1}} + \frac{\Delta x/2}{\lambda_{i,j}} \right)^{-1} \Delta x L (t_{i,j-1} - t_{i,j}) \quad (4.4)$$

$$\dot{Q}_{j,aus_{i,j}} = \left(\frac{\Delta x/2}{\lambda_{i,j}} + \frac{\Delta x/2}{\lambda_{i,j+1}} \right)^{-1} \Delta x L (t_{i,j} - t_{i,j+1}). \quad (4.5)$$

Damit sind alle Wärmeströme innerhalb des Körpers bestimmbar. Da nur eine zweidimensionale Wärmeleitung betrachtet wird, treten in die bzw. aus der Tafelebene keine Wärmeströme.

4.4 Wärmeströme an die Volumenelemente an den Rändern des Festkörpers

Hierbei sind sowohl die **Trennflächen zwischen Objekten der Umgebung und Objekten des Körpers** als auch zwischen **Kanalobjekten und Körperobjekten** von Interesse, d. h. die äußeren Wärmeübergangsbedingungen – die Randbedingungen – sind entsprechend der im Abschnitt 4.1 definierten

Eigenschaften zu beachten.

Randbedingung 1. Art

Wenn für die jeweils an das Element angrenzende Umgebung nur die Eingabe $tR(\text{Eigen})$ existiert, ist dies gleichbedeutend mit einer Randbedingung 1. Art. D. h., es liegt am angrenzenden **Körperrand** die **angegebene Temperatur** an. Die Gln. (4.2) bis (4.5) reduzieren sich auf beispielsweise

$$\dot{Q}_{\text{ein},i,j} = \left(\frac{\Delta x / 2}{\lambda_{i,j}} \right)^{-1} \Delta x L (tR_{\text{Eigen}} - t_{i,j}) \quad (4.6)$$

$$\dot{Q}_{\text{jaus},i,j} = \left(\frac{\Delta x / 2}{\lambda_{i,j}} \right)^{-1} \Delta x L (t_{i,j} - tR_{\text{Eigen}}). \quad (4.7)$$

Randbedingung 2. Art

Existiert nur die Eingabe $\dot{q}R(\text{Eigen})$, liegt eine Randbedingung 2. Art vor. Somit wird am angrenzenden **Körperrand** die **definierte Wärmestromdichte** in den Körper eingetragen. Z. B. gelten:

$$\dot{Q}_{\text{ein},i,j} = \dot{q}R_{\text{Eigen}} \Delta x L \quad (4.8)$$

$$\dot{Q}_{\text{jaus},i,j} = -\dot{q}R_{\text{Eigen}} \Delta x L. \quad (4.9)$$

Die Vorgabe $\dot{q}R(\text{Eigen}) \neq 0$ ist in praxi relativ selten. Sie träfe beispielsweise zu, wenn am Körper-rand eine elektrische Heizfolie mit vorgegebener Leistung aufgeklebt wäre.

Häufiger wird $\dot{q}R(\text{Eigen}) = 0$ gelten, denn dies stellt einen **adiabaten Körperrand** dar. Gleichzeitig ist dies auch bei einer **Symmetriebedingung eines Temperaturfeldes** zutreffend, denn an dieser Stelle fließt auch kein Wärmestrom.

Randbedingung 3. Art

Wenn die Eingaben $tR(\text{Eigen}) \neq 0$ und $\alpha R(\text{Eigen}) \neq 0$ ausgefüllt sind, weist dies auf eine Randbedingung 3. Art hin. Der angrenzende **Körperrand** wird dann von einem **Fluid** (Luft, Wasser usw.) **umspült**, dessen Temperatur und Wärmeübergangskoeffizient bekannt sind. Die Gln. (4.2) bis (4.5) nehmen dann beispielsweise nachfolgende Formen an:

$$\dot{Q}_{\text{ein},i,j} = \left(\frac{1}{\alpha R_{\text{Eigen}}} + \frac{\Delta x / 2}{\lambda_{i,j}} \right)^{-1} \Delta x L (tR_{\text{Eigen}} - t_{i,j}) \quad (4.10)$$

$$\dot{Q}_{\text{jaus},i,j} = \left(\frac{\Delta x / 2}{\lambda_{i,j}} + \frac{1}{\alpha R_{\text{Eigen}}} \right)^{-1} \Delta x L (t_{i,j} - tR_{\text{Eigen}}). \quad (4.11)$$

Praktische Näherungen

Körperbegrenzung: Luft und Solarstrahlung

In vielen praktischen Fällen grenzen die zu untersuchenden Körper an die **Außenluft** und empfangen zeitweise zusätzlich die **Solarstrahlung**. Dies trifft z. B. bei Hauswänden, Solarabsorbern und dem Erdbreich zu. Zweckmäßigerweise arbeitet man anstelle mit der Lufttemperatur mit der sogenannten

Sonnenlufttemperatur. Damit kann näherungsweise das Modell mit der Randbedingung 3. Art beibehalten werden. Näheres ist zu finden: <http://berndglueck.de/LowEx> → Bericht_LowEx → Seite 43ff.

Kanal mit eigener Wandung

Die Objekte, die durchströmte Kanäle und Rohre symbolisieren, werden häufig vereinfacht ohne ihre Wandung geometrisch approximiert. Der Wärmeleitwiderstand dieser **Kanalwand** mit der Dicke δ_w und der Wärmeleitfähigkeit λ_w ist aber zu berücksichtigen, indem wenigstens der eigentliche Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{\text{Fluid-Wand}}$ modifiziert wird:

$$\alpha_R(\text{Eigen}) = \left(\frac{1}{\alpha_{\text{Fluid-Kanalwand}}} + \frac{\delta_w}{\lambda_w} \right)^{-1}. \quad (4.12)$$

Bei **Rohrwänden** kann die Näherung noch verbessert werden¹:

$$\alpha_R(\text{Eigen}) = \left(\frac{d_{\text{Rohr, außen}}}{d_{\text{Rohr, innen}} \alpha_{\text{Fluid-Rohrwand}}} + \frac{d_{\text{Rohr, außen}}}{2 \lambda_{\text{Rohrwand}}} \ln \frac{d_{\text{Rohr, außen}}}{d_{\text{Rohr, innen}}} \right)^{-1}. \quad (4.13)$$

4.5 Wärmebilanz des Volumenelementes

Schließlich ergibt sich die **Wärmezufuhr an das Volumenelement während des betrachteten Zeitintervalls** $\Delta\tau$ zu:

$$QE_{i,j} = (\dot{Q}_{\text{iein},i,j} + \dot{Q}_{\text{jein},i,j} - \dot{Q}_{\text{iaus},i,j} - \dot{Q}_{\text{jaus},i,j}) \Delta\tau. \quad (4.14)$$

Aus diesem kalorischen Wert kann sofort die Zustandsgröße Temperatur am Ende des Zeitschrittes bestimmt werden, wenn das eingesetzte Material keinem Phasenwandel unterliegt. Für allgemeingültige Simulationsrechnungen sind aber die weiteren nachfolgenden Betrachtungen nötig.

4.6 Wärmetechnische Approximation des Phasenwandels

Generell können **Stoffe ohne Änderung der Phase** oder **Latentspeichermaterialien mit Änderung der Phase** (Aggregatzustandsänderung und/oder interkristalliner Phasenwandel) innerhalb des betrachteten Temperaturbereiches zum Einsatz kommen. In <http://berndglueck.de/Waermespeicher> → Bericht_Waermespeicher → Seite 9ff. ist ein Algorithmus dargelegt, der einen Phasenwandelsbereich und eine Hysterese beinhaltet. Im Weiteren wird dieser verkürzt vorgestellt, wobei zur vereinfachten Darstellung die Elementindizierung entfällt.

Die Stoffdaten des Speichermaterials für Temperaturen unterhalb eines eventuellen Phasenwandels – d. h. für die **feste Phase** – lauten:

ρ Dichte

λ Wärmeleitfähigkeit des erstarrten ("festen") Materials

c spezifische Wärmekapazität des erstarrten ("festen") Materials.

Diese Größen finden auch Anwendung, wenn Stoffe ohne Phasenwandel betrachtet werden. Bei Phasenwandel tritt oberhalb der Phasenwandelttemperatur die **flüssige Phase** mit den Stoffwerten auf:

λ_{fl} Wärmeleitfähigkeit des geschmolzenen ("flüssigen") Materials

¹<http://berndglueck.de/Waermuebertragung> → Buch, Seite 227

c_{fl} spezifische Wärmekapazität des geschmolzenen ("flüssigen") Materials

r Phasenwandelenthalpie

$t_{Wandelu} / t_{Wandelo}$ Materialtemperatur bei Beginn / Ende des Phasenwandels ("Unter- / Oberwert").

Zur schnelleren numerischen Berechnung werden elementbezogene Größen definiert:

$mE = VE \rho$ Elementmasse (Masse des Volumenelementes)

$Q_{Phase} = mE r$ Phasenumwandlungswärme für die Elementmasse (4.15)

$CE = c mE$ Elementwärmekapazität des erstarrten Materials (4.16)

$CE_{fl} = c_{fl} mE$ Elementwärmekapazität des geschmolzenen Materials. (4.17)

Der geschmolzene Masseanteil ist ortsabhängig unterschiedlich. Deshalb gelten für jedes Volumenelement zusätzlich zu den Temperaturen $t_{i,j}$ die Definitionen:

Phase $_{i,j}$ Phasenzustand (geschmolzener Anteil) im Volumenelement an der Stelle i, j

Phase $_{i,j} = 0$: völlig "festes" Material

Phase $_{i,j} = 1$ völlig "flüssiges" Material.

$\lambda_{PH} = \lambda (1 - \text{Phase}_{i,j}) + \lambda_{fl} \text{Phase}_{i,j}$ Wärmeleitfähigkeit im Phasenwechselbereich. (4.18)

Im Idealfall liegt eine **einheitliche Schmelz- und Erstarrungstemperatur** t_{Wandel} ($\equiv t_{Wandelu} \equiv t_{Wandelo}$) vor. Dies trifft beispielsweise auf den bekanntesten Fall Wasser / Eis zu. Auch bei reinen Paraffinen ist dies näherungsweise gegeben. Während des Phasenwandels bleibt die Temperatur ($\equiv$ Phasenwandeltemperatur t_{Wandel}) konstant. Der temperaturabhängige Verlauf der spezifischen Enthalpie $h(t)$ ist im Bild 4.2 gezeigt. Der betrachtete Idealfall zeichnet sich durch lineare Anstiege im "festen" Stoff von $dh/dt = c$ und im "flüssigen" Stoff von $dh/dt = c_{fl}$ aus. Im Bereich des Phasenwandels von Phase 0 ... 1 ist die Temperatur konstant (t_{Wandel}), sodass hier eine fiktive spezifische Wärmekapazität $c_{Phasenwandel} \rightarrow \infty$ gelten würde. Zur rechnerischen Verfolgung des Schmelz- bzw. Erstarrungsvorganges wird der vertikale Enthalpiesprung vom Phasenzustand linear geteilt. Somit stellt h eine Funktion der Temperatur t und des Phasenzustandes Phase dar:

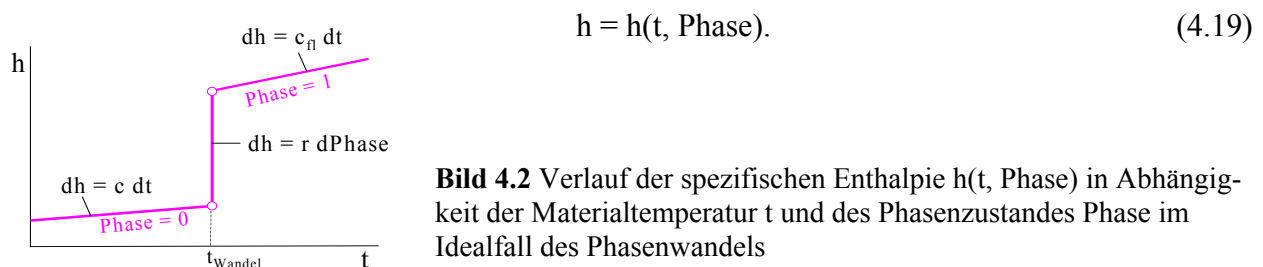
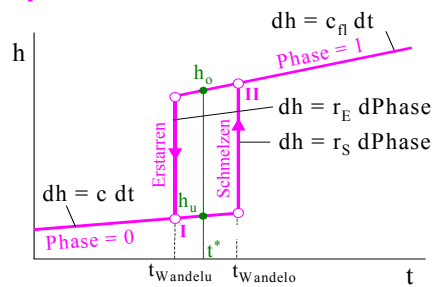


Bild 4.2 Verlauf der spezifischen Enthalpie $h(t, \text{Phase})$ in Abhängigkeit der Materialtemperatur t und des Phasenzustandes Phase im Idealfall des Phasenwandels

Bei den meisten realen Latentspeichermaterialien – vor allem bei Materialmischungen z. B. bei Salzhydraten, Paraffin-Gemischen – unterscheiden sich die Schmelz- und Erstarrungsverläufe voneinander. Es treten verschiedene Arten der **Hysterese** auf. Die im Bild 4.3 dargestellten Varianten verkörpern zum Teil wiederum Idealisierungen der Wirklichkeit.

Da die genaue Algorithmierung der vorgestellten Hystereseformen A und B sehr aufwendig wäre und weiterhin auch nur für bestimmte Materialien zuträfe, wird eine weitere Näherung zur Modellierung des Phasenwandels eingeführt und im Folgenden verwendet. Sie ist im Bild 4.4 erläutert.

Hysterese nach Form A



Der Phasenwandel erfolgt bei unterschiedlichen Temperaturen:

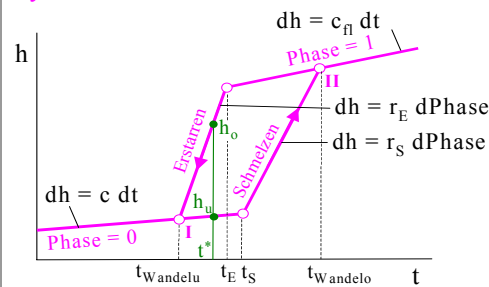
t_{Wandelo} (Schmelzen)

t_{Wandelu} (Erstarren).

Während des Phasenwandels bleibt die jeweilige Temperatur konstant.

Um die Abläufe zu algorithmieren, wären die Wandelttemperaturen t_{Wandelo} sowie t_{Wandelu} und die Wandelenthalpien r_S (Schmelzen) sowie r_E (Erstarren) einzuführen. Letztere ergäben sich wegen der ungleichen Werte für c und c_n , die über die Temperaturdistanz ($t_{\text{Wandelo}} - t_{\text{Wandelu}}$) wirken.

Hysterese nach Form B



Der Phasenwandel erfolgt bei gleichzeitiger Temperaturänderung. Zudem beginnt er jeweils bei unterschiedlichen Temperaturen:

t_S Beginn des Schmelzens

t_E Beginn des Erstarrens

t_{Wandelo} Ende des Schmelzens

t_{Wandelu} Ende des Erstarrens.

Der Gesamtvorgang vollzieht sich wiederum im Temperaturbereich: $t_{\text{Wandelu}} \dots t_{\text{Wandelo}}$.

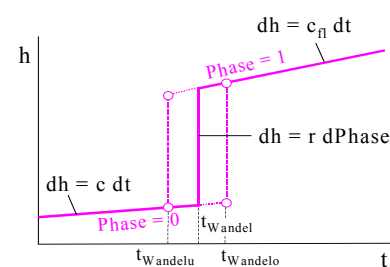
Auch für diesen speziellen Ablauf könnte man bei Beachten der vier signifikanten Temperaturen, die den Phasenwandel einleiten bzw. beenden sowie der unterschiedlichen Phasenwandelenthalpien beim Schmelzen und Erstarren einen umfangreichen Algorithmus erstellen.

Bild 4.3 Hystereseformen A und B in vereinfachter Darstellung

Näherungsalgorithmen zur Nachbildung der Hysterese

Spezielle Näherung für Hystereseform A analog Bild 4.3) für

$$t_{\text{Wandel}} = 0,5 (t_{\text{Wandelo}} + t_{\text{Wandelu}})$$

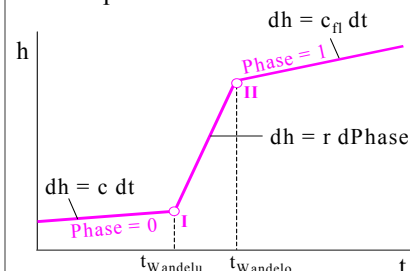


Allgemeingültige Näherung für die Hystereseformen A und B durch Annahme eines linearen Zustandsverlaufs zwischen

Punkt I (t_{Wandelu} , Phase = 0) und

Punkt II (t_{Wandelo} , Phase = 1).

Damit erfolgt jedoch der Phasenwandel bei sich ändernder Temperatur.



Diese Näherung wird im Weiteren verwendet!

Bild 4.4 Wärmetechnischen Modellierung der Hystereseformen A und B

Anmerkungen zur Hysterese und ihre vereinfachte Nachbildung

- Die spezifische Enthalpie h stellt im allgemeinen Fall zwischen Schmelzen und Erstarren keine reine Zustandsgröße, sondern eine von der Prozessführung – also eine vom Weg – abhängige Größe dar. Im Bereich $t_{\text{Wandelu}} \dots t_{\text{Wandelo}}$ können z. B. zur Temperatur t^* zwei Grenzspeicherzustände h_u und h_o gehören, wie die grünen Eintragungen im Bild 4.3 zeigen.
- Eine genaue Algorithmierung wäre nur dann sinnvoll, wenn die Lade- und Entladezyklen stets

vollkommen erfolgten. Dies ist in praxi durch Teilent- und Teilbeladungen nicht gegeben.

- Für die realen Vorgänge sind in der Regel keine definierten Eckpunkte der Zustandsverläufe existent (Bild 4.5, links). Die Temperaturänderungsgeschwindigkeit im Speichermaterial beeinflusst mitunter signifikant die Form¹ des Phasenwechsels (Bild 4.5, rechts). Dabei stellt die resultierende Temperaturänderungsgeschwindigkeit an den einzelnen Orten i, j eine sehr komplexe Funktion dar, die eine Vorausberechnung meistens nicht ermöglicht.

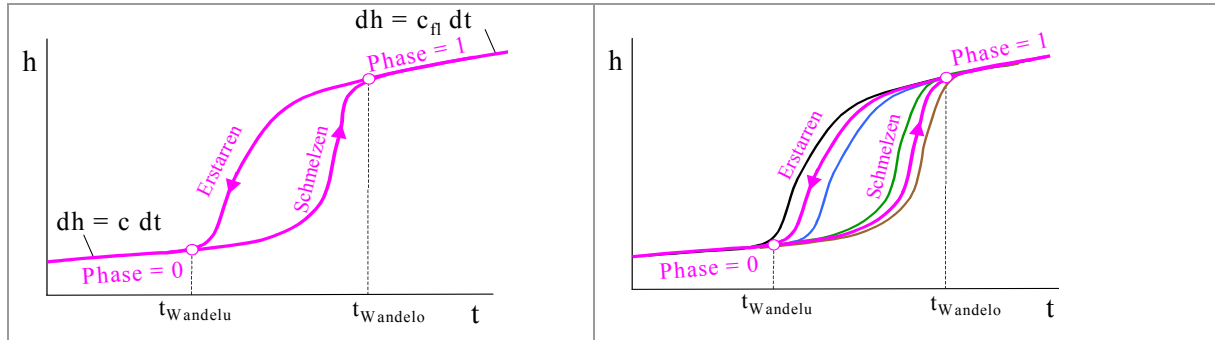


Bild 4.5 Reale Formen der komplexen Hysterese beim Phasenwandel
Im rechten Bild wirken unterschiedliche Temperaturänderungsgeschwindigkeiten.

Einheitliche Näherung für den Phasenwandel mit Hysterese

Die Näherung nach Bild 4.4 (rechts) verkörpert einen Ersatzprozess der realen Vielfalt. Es besteht eine eindeutige Funktion zwischen der spezifischen Enthalpie h und der Materialtemperatur t . Im Bereich $t_{\text{Wandelu}} \dots t_{\text{Wandelo}}$ sei weiterhin ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Temperatur t und dem geschmolzenen Materialanteil Phase gegeben:

$$h = h(t); \quad \text{Phase} = \text{Phase}(t = t_{\text{Wandelu}} \dots t_{\text{Wandelo}}). \quad (4.20)$$

Mit der Definition für den Phasenzustand $\text{Phase}_{i,j}$ (siehe Seite 17) gilt die Zuordnung:

$$t_{i,j} = t_{\text{Wandelu}} + \text{Phase}_{i,j} (t_{\text{Wandelo}} - t_{\text{Wandelu}}) \quad \text{für } t_{i,j} = t_{\text{Wandelu}} \dots t_{\text{Wandelo}}. \quad (4.21)$$

4.7 Zustandsgrößen am Ende des Zeitintervalls

Erfolgt **kein Phasenwandel**, so ergibt sich mit QE gemäß Gl. (4.14) die Temperaturänderung Δt im Volumenelement bei **festem Material** mit CE nach Gl. (4.16) zu

$$\Delta t = \frac{QE}{mE c} = \frac{QE}{CE} \quad (4.22)$$

bzw. bei **geschmolzenem Material** mit CE_{fl} nach Gl. (4.17) zu

$$\Delta t = \frac{QE}{mE c_{\text{fl}}} = \frac{QE}{CE_{\text{fl}}}. \quad (4.23)$$

Damit folgt sofort die neue Temperatur $tn_{i,j}$ am Ende eines Zeitschrittes:

$$tn_{i,j} = t_{i,j} + \Delta t. \quad (4.24)$$

Bei Vorliegen eines **Phasenwandels** bedarf es der differenzierteren Betrachtung, wobei die Ausgangstemperatur $t_{i,j}$, der Ausgangsphasenzustand $\text{Phase}_{i,j}$ und die Art des Phasenwandels bedeu-

¹ SCHMITZ, H. (Delft): Aussagen zum thermischen Verhalten von PCMs (persönliche Mitteilung), 2005

tungsvoll sind. Modellgemäß werden die im Bild 4.6 dargestellten Varianten (idealer Phasenwandel bei konstanter Temperatur sowie Phasenwandelbereich ggf. mit Hysterese) zugrunde gelegt. Zur rechnerischen Verfolgung der Temperaturänderung und des Phasenwandels ist der im Bild 4.7 vorgestellte, allgemeingültige Ablauf entwickelt worden. Er berücksichtigt die Zustandsänderungen, die von allen real möglichen Punkten A, B, C, D, E ausgehen und deren Wärmeeintrag in das Volumenelement i, j positiv oder negativ ist ($Q_E > 0$, $Q_E = 0$, $Q_E < 0$). Weiterhin finden unterschiedliche Größen des Wärmeeintrags Beachtung: $|Q_E| = 0 \dots > Q_{\text{Phase}}$. Damit kann der komplette Phasenwandel von "fest" bis "flüssig" oder umgekehrt verfolgt werden.

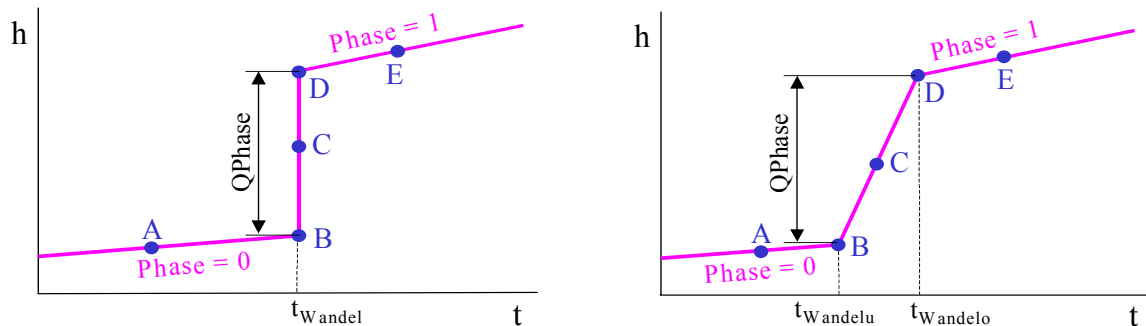


Bild 4.6 Links: Idealfall des Phasenwandels bei konstanter Temperatur $t_{\text{Wandel}} = t_{\text{Wandelu}} = t_{\text{Wandelo}}$
 Rechts: Näherung für Phasenwandel mit veränderlicher Temperatur $t_{\text{Wandelu}} \dots t_{\text{Wandelo}}$ (Hysterese)
 Die Punkte A bis E können Ausgangspunkte aber auch Endpunkte der Zustandsänderung sein.

```

'Zuordnung der Elementwärme und neuer thermischer Zustand
If rF(i, j) = 0 Then
  'Festkörper ohne Phasenwandel
  tn(i, j) = tE + QE / CEF(i, j)
Else
  'Festkörper mit Phasenwandel
  PH = Phase(i, j)
  tWu = tWuF(i, j)
  tWo = tWoF(i, j)
  QPH = QPhaseF(i, j)
  C = CEF(i, j)
  Cfl = CflEF(i, j)
  'Ermittlung der neuen Temperatur ohne Beachten des Phasenwandels
  QER = 0
  'QER verkörpert die Restwärme im Element
  If tE <= tWu And PH = 0 Then
    tneu = tE + QE / C
    If tneu >= tWu Then QER = QE - C * (tWu - tE)
  ElseIf tE >= tWo And PH = 1 Then
    tneu = tE + QE / Cfl
    If tneu <= tWo Then QER = QE - Cfl * (tWo - tE)
  Else
    QER = QE
    tneu = tE
  End If
  'Phasenwandel im Idealfall oder mit Hysterese
  If PH < 1 And QER > 0 Then
    'Aufheizfall
    If QER < (1 - PH) * QPH Then
      PH = PH + QER / QPH
      tneu = tWu + PH * (tWo - tWu)
    Else
      tneu = tWo + (QER - (1 - PH) * QPH) / Cfl
      PH = 1
    End If
  ElseIf PH > 0 And QER < 0 Then
    'Abkühlfall
    If Math.Abs(QER) < PH * QPH Then
      PH = PH + QER / QPH
      tneu = tWu + PH * (tWo - tWu)
    Else
      tneu = tWo + QER / Cfl
      PH = 0
    End If
  End If
  tn(i, j) = tneu
  Phase(i, j) = PH
End If

```

Zur Verringerung der Zugriffszeiten erfolgt die Übergabe der Feldgrößen Phase, Phasenwandeltemperaturen, Phasenumwandlungswärme des Elementes, spezifische Wärmekapazitäten für feste und flüssige Phase an nicht indizierte Größen.

```

        Else
            tneu = tWu + (QER + PH * QPH) / C
            PH = 0
        End If
    End If
    tn(i, j) = tneu
    Phase(i, j) = PH
End If

```

'Rückgabe der ermittelten, nicht indizierten Zustandsgrößen
als Feldgrößen

Bild 4.7 Universeller Algorithmus zur Berechnung der thermodynamischen Zustandsänderung in Materialien ohne und mit Phasenwandel (vgl. auch Bild 4.6)

Nach Abschluss der Temperaturermittlung werden für die Volumenelemente i, j , die Bestandteil des materialgefüllten Körpers sind, die "neuen" Temperaturen $tn_{i,j}$ für die Betrachtung des nächsten Zeitschrittes auf die früheren "Eingangsplätze" $t_{i,j}$ gesetzt:

$$t(i,j) = tn(i,j). \quad (4.25)$$

4.8 Stabilitätskriterium für die numerische Berechnung

Verwendet man große Zeitschritte $\Delta\tau$ verkürzt sich die Simulationsrechenzeit. Das Ergebnis wird aber ungenauer, da man die jeweiligen Randbedingungen während $\Delta\tau$ konstant betrachtet. Bei zu großen Zeitschritten kann das Ergebnis sogar falsch werden. Die logischen Grenzen der möglichen Temperaturänderungen gibt der II. Hauptsatz der Thermodynamik vor. So kann die neue Temperatur eines Elementes z. B. nicht durch Wärmeaufnahme aus einer Umgebung niedrigerer Temperatur hervorgehen. Für **rein explizite Zeitschrittverfahren** gilt allgemein für den dreidimensionalen Fall die Beschränkung

$$\Delta\tau \leq \frac{1}{2a \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)},$$

die sich für das vorliegende spezielle Gitter und Volumenelement ändert zu:

$$\Delta\tau \leq \frac{1}{2a \left(\frac{2}{\Delta x^2} + 1 \right)}. \quad (4.26)$$

Dabei ist vereinbarungsgemäß nach S.14 die Längeneinheit für Δx in m zu verwenden. Bei Einhalten dieses Grenzwertes ist eine konvergente Lösungsentwicklung gegeben. Wegen der stoffabhängigen Temperaturleitfähigkeit a , sind die eingesetzten Speichermaterialien bei den möglichen Phasenzuständen "fest" und "flüssig" vor Beginn der numerischen Berechnung zu überprüfen.

4.9 Berechnungen am Ende eines Zeitschrittes

Um die Lade- und Entladedynamik des Körpers verfolgen zu können, werden die in jedem Zeitintervall **getauschten und gespeicherten Wärmemengen** bestimmt und zu speziellen Größen aufsummiert. Ihre Ermittlung erfolgt in Abhängigkeit der Berechnungsstrategie, die sich bei stationärer und instationärer Wärmeleitung unterscheidet.

5 Berechnungsstrategie

Wie bereits im Abschnitt 2 ausgeführt, geht die Berechnung immer von einer realen oder geschätzten Temperaturverteilung aus und der Algorithmus arbeitet stets ein **instationäres Wärmeleitproblem** über eine Vielzahl von Zeitschritten ab. Damit gilt der Berechnungskern unverändert. Dennoch existieren notwendigerweise Unterschiede, ob eine stationäre oder instationäre Wärmeleitung zu untersuchen ist. Die Besonderheiten werden im Weiteren tabellarisch gegenübergestellt.

Lösung des stationären Wärmeleitproblems	Lösung des instationären Wärmeleitproblems
- Es wird in den Festkörperobjekten generell keine Phasenänderung betrachtet. Damit genügt die Eingabe der Wärmeleitfähigkeit λ als einzige Stoffeigenschaft. Die zur Abarbeitung des Algorithmus notwendigen Größen Dichte und spezifische Wärmekapazität werden programmintern stoffunabhängig gesetzt: $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$; $c = 1000 \text{ J/(kg K)}$. - Der maximal zulässige Zeitschritt wird nach Gl. (4.26) bestimmt und den weiteren Berechnungen unverändert zugrunde gelegt. - Die Anzahl der Berechnungsschritte richtet sich primär nach einem Genauigkeitskriterium. Der Gesamtwärmestrom in den Festkörper Q_{total} muss im stationären Zustand 0 sein. Er wird ins Verhältnis zur Summe aller mit dem Festkörper getauschten Wärmeströme absoluter Größe Q_{positiv} verglichen. Als Genauigkeitsgrenze gilt: $Q_{\text{total}} / Q_{\text{positiv}} < 0,001$. Es müssen aber mindestens $\text{Schrittmax} = 10000$ Zeitschritte abgearbeitet werden. Bei $\text{Schrittmax} = 100000$ erfolgt ein Zwangsabbruch. Nach je 1000 Berechnungsschritten (gezählt als BS = 1, 2, ...) erfolgt die Speicherung der Wärmeströme, die die Umgebungs- und Kanalgrenzen zum Festkörper überschreiten $QS_U1(\text{BS}) \dots QS_U4(\text{BS})$; $QS_K1(\text{BS}) \dots QS_K4(\text{BS})$ und die Speicherung des Wärmestromes in den Festkörper $QS(\text{BS})$. - Am Berechnungsende werden bei entsprechender Eingabe noch Formfaktoren bestimmt. Sie sind nach Gl. (1.5) wie folgt definiert: - bei Vorhandensein von einer Umgebung U1, einem Kanal K1 und einem Stoff S1 als $S = QS_K1 / (tR(1) - tR(5) / \lambda mS(9))$ - bei Vorhandensein von einer Umgebung U1, zwei Kanälen K1, K2 und einem Stoff S1 als $S1 = QS_K1 / (tR(1) - tR(5) / \lambda mS(9))$ $S2 = QS_K2 / (tR(1) - tR(6) / \lambda mS(9))$.	- Die Phasenänderung wird gemäß der realen Stoffeigenschaften der Festkörperobjekte betrachtet. - Der maximal zulässige Zeitschritt wird nach Gl. (4.26) bestimmt und, da stündliche Ergebnisse erzeugt werden sollen ggf. programmintern verkleinert, um eine ganzzahlige Schrittzahl pro Stunde zu erreichen. - Eine manuelle Eingabe kleinerer Zeitschrittwerten ist über die Bildschirm-Eingabemaske jedoch möglich. - Da es sich bei dieser Simulation um eine "echte" instationäre Wärmeleitung handelt, besteht auch die Möglichkeit die Randbedingungen tR bzw. qR als Zeitfunktionen einzugeben. Sie erfolgt für einen Tagesgang mit stündlichen Stützstellen (24 Werte für 1^{00} bis 24^{00} Uhr). Zwischen diesen Stützzeiten erfolgt eine lineare Interpolation. - Ein eventuell vorgegebener Wärmeübergangskoeffizient gilt als konstant während der gesamten Simulation. - Die Dauer der Simulation stellt einen Eingabewert dar, beispielsweise bei Randbedingungen im Tagesrhythmus sollten mindestens $BS_{\text{max}} = 72$ Stunden gewählt werden. Am Ende einer vollen Stunde werden die während der jeweils vergangenen Stunde gemittelten Wärmeströme bestimmt und gespeichert. Es sind dies: $QS_U1(\text{BS}) \dots QS_U4(\text{BS})$; $QS_K1(\text{BS}) \dots QS_K4(\text{BS})$. - Zusätzlich wird die im Festkörper gespeicherte Wärme $QS(\text{BS})$ ermittelt. Sie bezieht sich auf die eingegebene Bezugstemperatur t_{Bezug}, die kleiner als die niedrigste Phasenwandeltemperatur, die die Stoffeigenschaft des Festkörpers kennzeichnet, sein muss.

6 Rechenprogramm

Alle Maskendarstellungen entsprechen der Ursprungsversion V1!

Zu Beginn ist im entsprechenden Verzeichnis ein Ordner mit dem Namen eines Beispiels anzulegen.

Beim **Programmstart** erscheint ein Fenster (Bild 6.1) mit dem Vorschlag einer Pfadangabe und des Ordners. Diese Angabe kann programmintern geändert werden. Der gewünschte und für das Objekt vorbereitete Pfad und Ordner sind einzugeben. Nach der einmaligen Korrektur wird er für das Beispiel beibehalten.

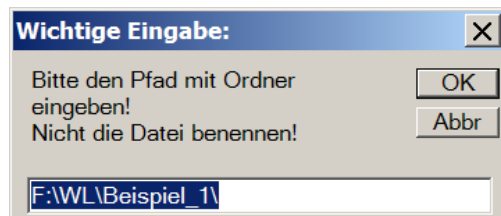


Bild 6.1 Fenster mit Pfad- und Ordnerangabe, die für den jeweiligen Fall anzupassen ist
Sie wird für das gesamte Beispiel beibehalten.

Im angegebenen Ordner werden alle zum Beispiel gehörigen, relevanten Dateien gespeichert.

6.1 Haupteingabe, Datenspeicherung und Kontrollanzeige

Nachfolgend werden die Eingabedaten erläutert. Im Bild 6.2 findet sich die Eingabeoberfläche mit den eingetragenen Daten bei einem Neustart.

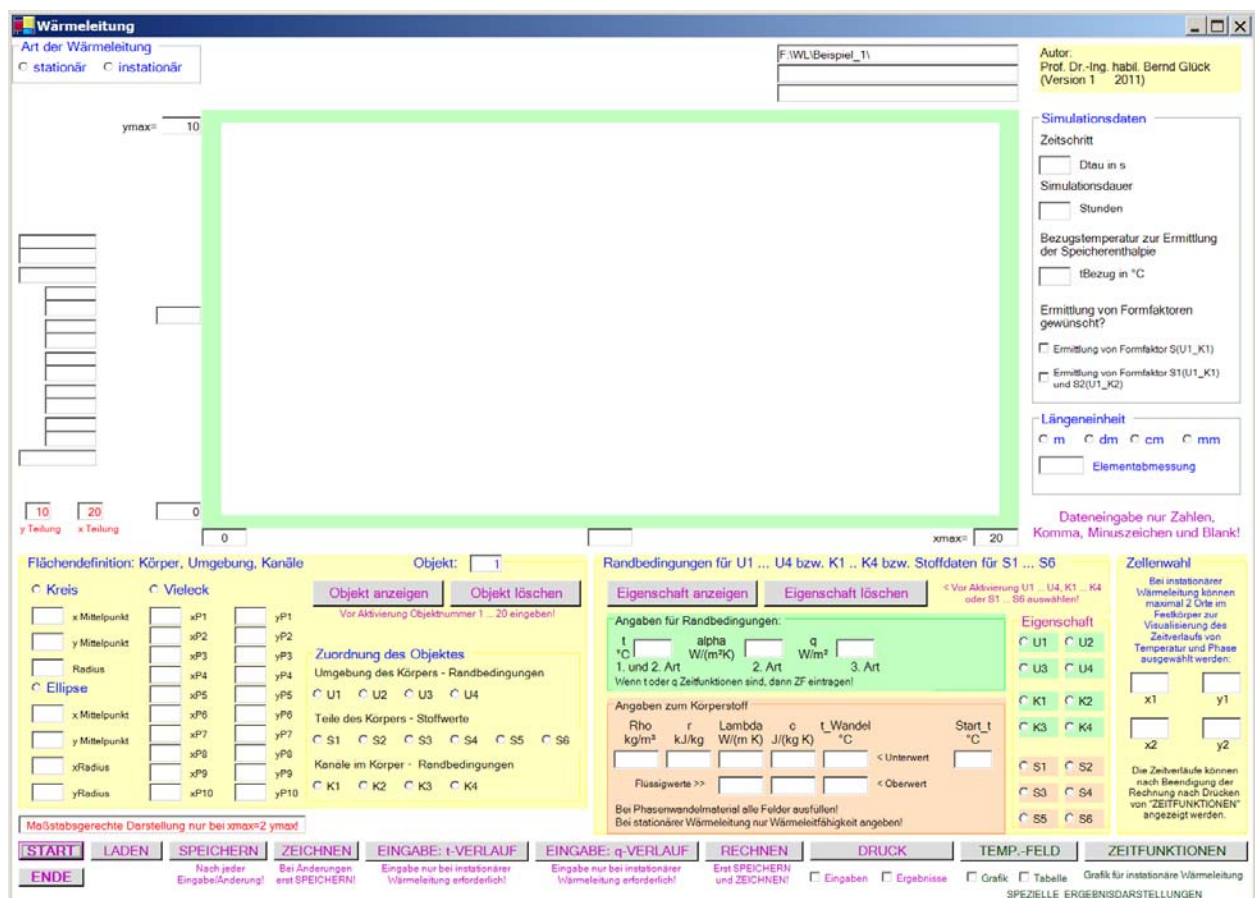


Bild 6.2 Benutzeroberfläche (Maske 1) des Rechenprogramms zur Simulation der zweidimensionalen Wärmeleitung nach dem Programmstart

Mit Hilfe der angeordneten Steuerelemente können alle Eingaben, Berechnungsabläufe und Ausgaben einschließlich der Öffnungen weiterer Bedienflächen ("Fenster") betätigt werden.

Die bei der Erläuterung der Eingabedaten verwendeten Bezeichnungen und Einheiten entsprechen im Allgemeinen den Beschriftungen in der Eingabeoberfläche. Sie unterscheiden sich mitunter von den programmintern verwendeten Größen, die im Listing zu finden sind. Sie werden magentafarben ergänzt, damit das Lesen und/oder Verändern des Listings erleichtert wird.

Hinweis: Datenfelder sind nur mit Zahlen, Komma und Minuszeichen zu füllen oder als "Blank" zu belassen (Ausnahme: Randbedingungen t und q). Alle Felder können überschrieben werden. Art der Wärmeleitung		
Buttonauswahl	-	stationär (WL = 1) oder instationär (WL = 2) [WL]
Simulationsdaten		
Dtau	s	Zeitschritt [Dtau] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung sinnvoll und auch nur dann, wenn Dtau bewusst kleiner als bei programminterner Wahl sein soll.}
Stunden	h	Simulationsdauer [Stunden] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung notwendig.}
tBezug	°C	Bezugstemperatur zur stündlichen Berechnung der Speicherwärme im Festkörper [tBezug] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung notwendig.}
CheckBox Kennzeichnung	-	Ermittlung des Formfaktors zwischen Umgebung U1 und Kanal K1 gewünscht? {Eingabe nur bei stationärer Wärmeleitung sinnvoll und wenn nur diese zwei Randbedingungen vorhanden sind.} Ermittlung der Formfaktoren zwischen Umgebung U1 und den Kanälen K1 sowie K2 gewünscht? {Eingabe nur bei stationärer Wärmeleitung sinnvoll und wenn nur diese drei Randbedingungen vorhanden sind.}
Längeneinheit		
Buttonauswahl	-	Als Maßstab für die Zeichenebene kann die Einheit m, dm, cm oder mm gewählt werden. [LE] Wichtiger Hinweis: Eingabe von LE muss mit xmax und ymax korrespondieren! x Teilung und y Teilung sind so einzugeben, dass ein gut lesbares Netz entsteht!
Elementabmessung	Einheit	Abmessung des Elementes Δx gemäß Bild 4.1. Sie gilt in x- und y-Richtung.
xmax	-	Maximale Länge der Zeichenebene in x-Richtung [xmax]
ymax	-	Maximale Höhe der Zeichenebene in y-Richtung [ymax]
Randbedingungen und Stoffwerte (max. 14)		
Nach Eingabe der Eigenschaft U1 ... U4, K1 ... K4 oder S1 ... S6 [Eigen = 1 ... 14] und Buttonbetätigung Eigenschaft anzeigen erscheinen die bereits bekannten Eigenschaftsdaten oder wenn keine vorhanden, leere Felder für eine Neufüllung. Durch die Buttonaktivierung Eigenschaft löschen werden alle Felder geleert.		
Buttonauswahl	-	Angaben zu den Randbedingungen oder zum Körperstoff: Umgebung U1 ... U4 oder K1 ... K4 oder S1 ... S6 [Eigen]
Randbedingungen		
t	°C	Temperatur der Umgebung U1 ... K4 [tR(Eigen)] {Eingabe bei Randbedingungen 1. und 3. Art erforderlich!} Wenn anstelle des Temperaturwertes die Buchstaben ZF eingegeben werden, wird bei der Simulation die Zeitfunktion als "Tagesgang" verwendet.

alpha	W/(m ² K)	Wärmeübergangskoeffizient der Umgebung U1 ... K4 [alphaR(Eigen)] {Eingabe bei Randbedingung 3. Art erforderlich!}
q	W/m ²	Wärmestromdichte der Umgebung U1 ... K4 [qR(Eigen)] {Eingabe bei Randbedingungen 2. Art erforderlich!} Die Festlegung dieser Randbedingung hat sparsam und wohlüberlegt zu erfolgen. Würde beispielsweise bei einer stationären Wärmeleitung im Festkörper allen Umfassungen eine Wärmestromdichte aufgeprägt, deren vorzeichenbehafteten Wärmeströme in den Körper in der Summe $\neq 0$ sind, wäre überhaupt kein thermisch stationärer Zustand im Festkörper möglich. Wenn anstelle der Wärmestromdichte die Buchstaben ZF eingegeben werden, wird bei der Simulation die Zeitfunktion als "Tagesgang" verwendet.
Stoffwerte des Festkörpers		
Rho	kg/m ³	Dichte des Stoffes S1 ... S6 [rhoS(Eigen)] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung erforderlich!}
r	kJ/kg	Phasenwandelenthalpie des Stoffes S1 ... S6 [rS(Eigen)] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung und rS > 0 erforderlich!}
Lambda ("fest")	W/(m K)	Wärmeleitfähigkeit (Phase = 0) des Stoffes S1 ... S6 [lamS(Eigen)] {Eingabe stets erforderlich!}
c ("fest")	J/(kg K)	Spez. Wärmekapazität (Phase = 0) des Stoffes S1 ... S6 [cS(Eigen)] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung erforderlich!}
Lambda ("flüssig")	W/(m K)	Wärmeleitfähigkeit (Phase = 1) des Stoffes S1 ... S6 [lamfS(Eigen)] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung und rS > 0 erforderlich!}
c ("flüssig")	J/(kg K)	Spez. Wärmekapazität (Phase = 1) des Stoffes S1 ... S6 [cflS(Eigen)] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung und rS > 0 erforderlich!}
t_Wandel (Oberwert)	°C	Phasenwandeltemperatur (Oberwert des Phasenwandelbereiches, Phase = 1) des Stoffes S1 ... S6 [tWandeloS(Eigen)] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung und rS > 0 erforderlich!}
t_Wandel (Unterwert)	°C	Phasenwandeltemperatur (Unterwert des Phasenwandelbereiches, Phase = 0) des Stoffes S1 ... S6 [tWandeluS(Eigen)] {Eingabe nur bei instationärer Wärmeleitung und rS > 0 erforderlich!} Liegt kein Phasenwandelbereich vor (z. B. Wasser/Eis), tWandeloS(Eigen) = tWandeluS(Eigen)!
Start_t	°C	Temperatur des Stoffes S1 ... S6 zu Beginn der Simulation [Start_t(Eigen)] {Eingabe stets erforderlich!} Bei instationärer Wärmeleitung ist die tatsächliche Anfangstemperatur im Festkörper einzugeben, wenn z. B. thermischen Folgewirkungen von Sprungfunktionen realistisch zu untersuchen sind. Will man dagegen die Temperaturgänge im Festkörper bei sich zeitlich wiederholenden Randbedingungen betrachten, ist der Startwert grundsätzlich von geringer Bedeutung, wenn man die Simulation bis zu einem eingeschwungenen Zustand führt. Die Rechenzeit verkürzt sich jedoch, wenn man einen Startwert wählt, der z. B. der späteren mittleren Temperatur nahe kommt. Bei stationärer Wärmeleitung ist das Ergebnis eine Temperaturverteilung im Festkörper. Die Zahl der notwendigen Berechnungsschritte bis zum Erreichen der vorgegebenen Genauigkeit ist umso kleiner, je näher der Startwert an der berechneten Endtemperatur liegt. Er sollte sich deshalb mindestens zwischen den Temperaturen der Randbedingungen befinden.

Flächendefinitionen der Objekte (max. 20)

Nach Eingabe der Objektnummer [Obj = 1 ... 20] und Buttonbetätigung **Objekt anzeigen** erscheinen die bereits eingegebenen Flächendaten oder wenn keine vorhanden, leere Felder für eine Neufüllung. Durch die Buttonaktivierung **Objekt löschen** werden alle Felder geleert.

Buttonauswahl	-	Flächenform: Kreis, Ellipse oder Vieleck (Dreieck bis Zehneck) [KGO(Obj)]
---------------	---	---

Kreis (Der Kreis muss bezüglich seines Radius in der Tafelebene komplett darstellbar sein.)

xMittelpunkt	Einheit	Abstand des Kreismittelpunktes auf der x-Achse von $x = 0$ [xKM(Obj)]
--------------	---------	---

yMittelpunkt	Einheit	Abstand des Kreismittelpunktes auf der y-Achse von $y = 0$ [yKM(Obj)]
--------------	---------	---

Radius	Einheit	Kreisradius [RK(Obj)]
--------	---------	-----------------------

Ellipse (Die Ellipse muss bezüglich ihrer Halbachsen in der Tafelebene komplett darstellbar sein.)

xMittelpunkt	Einheit	Abstand des Ellipsenmittelpunktes auf der x-Achse von $x = 0$ [xEM(Obj)]
--------------	---------	--

yMittelpunkt	Einheit	Abstand des Kreismittelpunktes auf der y-Achse von $y = 0$ [yEM(Obj)]
--------------	---------	---

xRadius	Einheit	Halbachse der Ellipse in x-Richtung [REx(Obj)]
---------	---------	--

yRadius	Einheit	Halbachse der Ellipse in y-Richtung [REy(Obj)]
---------	---------	--

Vieleck

xP1	Einheit	Abstand des Vieleckpunktes 1 auf der x-Achse von $x = 0$ [xP(Obj, k=1)]
-----	---------	---

yP1	Einheit	Abstand des Vieleckpunktes 1 auf der y-Achse von $y = 0$ [yP(Obj, k=1)]
-----	---------	---

Es müssen mindestens 3 Punkte und dürfen maximal 10 Punkte eingetragen werden. Die Reihenfolge der Eckpunkte entlang des Polygonzuges ist im Uhrzeigersinn vorzunehmen.

xP10	Einheit	Abstand des Vieleckpunktes 10 auf der x-Achse von $x = 0$ [xP(Obj, k=10)]
------	---------	---

yP10	Einheit	Abstand des Vieleckpunktes 10 auf der y-Achse von $y = 0$ [yP(Obj, k=10)]
------	---------	---

Zuordnung des Objektes

Buttonauswahl	-	Das Objekt kann der Umgebung U1 ... U4 [Objektart(Obj) = 1 ... 4] zugeordnet sein, einen Teil des Festkörpers mit den Stoffeigenschaften S1 .. S6 [Objektart(Obj) = 9 ... 14] bilden oder einen Kanal [Objektart(Obj) = 5 ... 8] verkörpern.
---------------	---	--

Reihenfolge: Festkörper überdeckt die Umgebung, Kanal überdeckt Festkörper und Umgebung. Innerhalb der Bereiche überdecken Objekte mit höherer Objektnummer solche mit kleinerer Nummer.

Zellenwahl

Bei der Simulation der **stationären Wärmeleitung** können **zwei Punkte** $x_1, y_1; x_2, y_2$ im Festkörper festgelegt werden, für die die stündlichen Werte für Temperatur und Phase gespeichert werden. Programmintern erfolgt die Umrechnung der Koordinaten entsprechend der gewählten Einheit in Zellenwerte $i_1, j_1; i_2, j_2$.

x1	Einheit	Abstand des Kontrollpunktes auf der x-Achse von $x = 0$ [xx1]
----	---------	---

y1	Einheit	Abstand des Kontrollpunktes auf der y-Achse von $y = 0$ [yy1]
----	---------	---

x2	Einheit	Abstand des Kontrollpunktes auf der x-Achse von x = 0 [xx2]
y2	Einheit	Abstand des Kontrollpunktes auf der y-Achse von y = 0 [yy2]

Soll ein bereits vorhandenes Beispiel datenmäßig weiterbearbeitet werden, so sind die Felder der Eingabemaske durch Buttonbetätigung **LADEN** zu füllen.

Eingegebene oder korrigierte Datenfelder sind einzeln oder blockweise (z. B. Objektdaten für Obj = 3 oder Eigenschaftsdaten für U3 [= Eigen = 3]) zu speichern: Buttonaktivierung **SPEICHERN**. Falls noch keine Datei existiert, wird diese im gewählten Ordner unter **Eingabe.dat** angelegt.

Zur Kontrolle der Objekteingabe ist die **Visualisierung** der bisherigen Geometrieingabe durch Drücken des Buttons **ZEICHNEN** zu empfehlen. Die Farbgebung ist auf den Seiten 10 und 11 beschrieben worden. Die **ausgewählten Zellen** zur speziellen zeitlichen Verfolgung der Temperatur und Phase werden bei der visuellen Darstellung durch **kleine schwarze Kreise** gekennzeichnet.

Die **Dokumentation** aller Eingabewerte ist durch Aktivieren von **DRUCK** nach vorherigem Markieren der CheckBox "Eingaben" möglich.

Die Funktionen der weiteren Button in Maske 1 sind in der Regel selbsterklärend.

6.2 Eingabe der Zeitverläufe als "Tagesgänge", Datenspeicherung und Kontrollanzeige

Durch die Aktivierung der Buttons **EINGABE: t-VERLAUF** und **EINGABE: q-VERLAUF**, die in Maske 1 vorhanden sind, gelangt man zu den beiden analog gestalteten Masken 2 bzw. 3.

Sie stellen die Eingabe- und Bedienoberfläche für die zeitlichen Temperaturverläufe (Tagesgänge) dar. Im Bild 6.3 sind diese im Falle der Neueingabe gezeigt.

Fortsetzung des Bildes 6.3 auf nächster Seite.

Zeitliche Wärmestromdichtenverläufe der thermischen Randbedingungen im Tagesgang

F:\WL\Beispiel_3\ZVerlaufq.dat

Tagesstunde

Typ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

qU1 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung U1 in W/m²

U1

qU2 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung U2 in W/m²

U2

qU3 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung U3 in W/m²

U3

qU4 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung U4 in W/m²

U4

qK1 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung K1 in W/m²

K1

qK2 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung K2 in W/m²

K2

qK3 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung K3 in W/m²

K3

qK4 Wärmestromdichtenverlauf der Randbedingung K4 in W/m²

K4

Die Richtigkeit und die Plausibilität der Eingaben obliegt der Verantwortung des Nutzers.

Hinweise:

1. Stundenfelder für nicht existierende Wärmestromdichtenverläufe mit -273 füllen!
2. Bei zeitweise adiabaten Rändern gilt $q = 0$!

Abläufe

1. DATEI LADEN / ANZEIGEN drücken!
2. Daten überschreiben (Bitte nur Zahlen, Komma, Minuszeichen verwenden)! Bei völliger Neueingabe des gewählten Entwurfsstages NEUEINGABE drücken!
3. DATENSPEICHERUNG drücken!
4. Evtl. KONTROLLDRUCK und/oder KONTROLLGRAFIK erzeugen!

DATEILADEN / ANZEIGEN NEUFÜLLUNG DATENSPEICHERUNG KONTROLLDRUCK KONTROLLGRAFIK BEENDEN

Bild 6.3 Eingabe- und Bedienoberflächen (Maske 2 und 3) für die Tagesgänge der Temperatur und der Wärmestromdichte, die die zeitabhängigen Randbedingungen für den Festkörper darstellen. Mit Hilfe der angeordneten Steuerelemente können vorhandene Dateien geladen und Neueingaben sowie Eingabekorrekturen gespeichert, Kontrolldrucke und grafische Darstellungen bewirkt werden.

Die Temperaturverläufe sind in der Datei **ZVerlauft.dat** und die Verläufe der Wärmestromdichten in der Datei **ZVerlaufq.dat** gespeichert. Falls diese Dateien noch nicht existieren, werden sie automatisch angelegt. Der Pfad mit Ordner und vorhandenem bzw. zukünftigem Dateinamen werden stets in den Masken oben rechts angezeigt.

Bei der Neueingabe erfolgt zunächst eine "neutrale" Datenfüllung (alle Werte: -273). Diese Anzeige ist mit den realen Werten zu überschreiben. Vorhandene Werte können ebenfalls durch Überschreiben korrigiert werden.

Die Eingabe des Tagesganges ist für die jeweilige Randbedingung unbedingt erforderlich, wenn in Maske 1 unter "Angaben für Randbedingungen" anstelle der Temperatur oder der Wärmestromdichte die Buchstaben ZF vermerkt wurden.

Die bei der folgenden Eingabeerläuterung verwendeten Bezeichnungen und Einheiten entsprechen den Beschriftungen in der Eingabeoberfläche (Bild 6.3). Programmintern sind mitunter detailliertere Größenbezeichnungen notwendig (Einzelheiten finden sich im Programmtext).

Generell werden alle Größen für die vollen Stunden von 1⁰⁰ bis 24⁰⁰ Uhr angegeben. Intern wird der Wert für 0⁰⁰ Uhr gleich dem für 24⁰⁰ Uhr gesetzt, sodass der jeweilige Tagesgang in rhythmischer Folge für alle Tage der Simulationszeit gilt.

24 Stunden-Tagesgänge für die Randbedingungen Temperaturen bzw. Wärmestromdichten

- $t_{U1} \dots t_{U4}, t_{K1} \dots t_{K4}; q_{U1} \dots q_{U4}, q_{K1} \dots q_{K4}$ stellen den jeweiligen Tagesverlauf dar.
- Die Werte gelten jeweils für die volle Stunde. Zwischenwerte werden programmintern linear interpoliert.
- Temperaturen und Wärmestromdichten > -273 werden als reale Werte im Programm verarbeitet.

tU1(Stunde) . tU4(Stunde) tK1(Stunde) . tK4(Stunde)	°C	Temperatur der Umgebung zur angegebenen Uhrzeit Temperatur des Kanals zur angegebenen Uhrzeit
qU1(Stunde) . qU4(Stunde) qK1(Stunde) . qK4(Stunde)	W/m ²	Wärmestromdichte der Umgebung an den Festkörper zur angegeb. Uhrzeit Wärmestromdichte des Kanals an den Festkörper zur angegebenen Uhrzeit

Die Aktivierung von **DATENSPEICHERUNG** aktualisiert den Bestand in der Datei **ZVerlauft.dat** bzw. **ZVerlaufq.dat**.

Zur Kontrolle der Tagesverläufe können durch Betätigen des Buttons **KONTROLLDRUCK** die Eingabewerte in einer MS Word-Datei erzeugt und anschließend ausgedruckt werden. Bei Aktivierung von **KONTROLLGRAFIK** zeigt eine Vektorgrafik die entsprechenden Tagesgänge.

6.3 Datenverwaltung

In dem vom Nutzer angelegten Ordner befinden sich oder werden bei Neueingabe die folgenden Dateien angelegt:

Eingabe.dat (Speicherdaten gemäß Maske 1, Bild 6.2)
ZVerlauft.dat, ZVerlaufq.dat (Zeitverläufe der Randbedingungen gemäß Maske 2 bzw. 3, Bild 6.3)
Ergebnis_stat.dat (Ergebnisdaten der Simulation bei stationärer Wärmeleitung).
Ergebnis_instat.dat (Ergebnisdaten der Simulation bei instationärer Wärmeleitung).

- Erfolgt eine Neueingabe über die Oberflächen (Maske 1 und ggf. Maske 2 sowie Maske 3), dann werden die Dateien automatisch angelegt.
- Soll ein vorhandenes Simulationsbeispiel durch Aktivierung des Buttons **RECHNEN** (Maske 1, Bild 6.2) abgearbeitet werden, müssen die Dateien **Eingabe.dat** und ggf. **ZVerlauft.dat, ZVerlaufq.dat** bereits existieren und ordnungsgemäß gefüllt sein. Des Weiteren muss vor der Berechnung **ZEICHNEN** aktiviert werden, da dort Vorarbeiten zur Objektaufbereitung erfolgen.
- Am Ende der Berechnung werden die Ergebnisse automatisch in die Datei **Ergebnis_stat.dat** bzw. **Ergebnis_instat.dat** geschrieben. Existiert die Datei bereits, erfolgt ein Überschreiben.

6.4 Programmlisting, Programmgrundlagen, Installation und Abarbeitung

Das Rechenprogramm (Version V2) ist in VisualBasic 2010 Express geschrieben. Es sollte vorzugsweise direkt in der verwendeten Programmierungsumgebung **MICROSOFT VISUALBASIC 2010 EXPRESS** genutzt werden, da somit mögliche Fehlbedienungen und/oder noch vorhandene Programmfehler durch Nutzung des Debuggers relativ leicht auffindbar sind.

Die komplette Darstellung des Berechnungsablaufes – **das Programmlisting** – ist dann einsehbar und auch veränderbar nach individuellen Bedürfnissen.

Alle Module sind gut strukturiert und mit zahlreichen Kommentaren versehen, sodass eine Einarbeitung rasch möglich ist. Die Programmierung erfolgte in sehr einfacher Form, Anregungen zu eigenen Verbesserungen sind vielfach offensichtlich.

Auf jegliche Spezialsoftware, die einige wesentliche Programmiererleichterungen – beispielsweise bei der Erzeugung von Ausgabetafeln – bewirkt hätte, wurde bewusst verzichtet. Es werden lediglich Verbindungen zu MICROSOFT WORD hergestellt.

Gliederung des Rechenprogramms:

Form1.vb	Hauptprogramm mit Ablaufsteuerung und Ergebnisausdruck
Form2.vb	Eingabe der Tagesgänge "Temperaturen der Umgebung und der Kanäle" mit Kontrollausdruck
Form3.vb	Eingabe der Tagesgänge "Wärmestromdichten der Umgebung und der Kanäle" mit Kontrollausdruck
Form4.vb	Kontrollgrafik der Tagesgänge "Temperaturen der Umgebung und der Kanäle"
Form5.vb	Kontrollgrafik der Tagesgänge "Wärmestromdichten der Umgebung und der Kanäle"
Form6.vb	Anzeige zum Simulationsstand in Anzahl der Berechnungsschritte bei der stationären Wärmeleitung und in Stunden bei der instationären Wärmeleitung während der Berechnung
Form7.vb	Ergebnisgrafik in Form von Zeitverläufen für die Wärmeströme an die Umgebungen und an die Kanäle sowie für die Speicherenthalpie in Abhängigkeit eines frei auswählbaren Betriebszeitraumes Darstellung des Temperatur- und Phasenverlaufs

Grundlagen für die Programmanwendung:

Die Programmierung und die Testung des Rechenprogramms erfolgte unter den Voraussetzungen:

- Betriebssystem MICROSOFT WINDOWS 10
- Programmierumgebung MICROSOFT VISUALBASIC 2010 EXPRESS
- Bildschirmeinstellung Auflösung 1920 × 1800 Pixel.

Start des Rechenprogramms:

- Die übergebenen [.zip-Dateien](#) sind zu entpacken und in ein eigenes Verzeichnis auf die Festplatte zu schreiben, z. B. in F:\WL\. Es werden die Ordner
 Wärmeleitung TEST_1 TEST_2
 Beispiel_1 Beispiel_1a Beispiel_1b
 Beispiel_2 Beispiel_2a Beispiel_3 Beispiel_3a
 mit den entsprechenden Dateien angelegt.
- Es wird empfohlen für die Berechnung der Beispiele jeweils mit einen Neustart zu beginnen, damit nicht Dateireste früherer Beispiele die Monitoranzeige verfälschen.

- Abarbeitung ohne Entwicklungsumgebung:

Ordner "Wärmeleitung" öffnen ⇒ Datei "bin" öffnen ⇒ "Waermeleitung.exe" Doppelklick

- Abarbeitung mit Entwicklungsumgebung:

Visual Basic 2010 Express starten ⇒ Menüleiste "Datei" ⇒ "Öffnen" ⇒ "Projekt" Einfachklick
⇒ Ordner "Wärmeleitung" auswählen ⇒ "Waermeleitung.sin" Doppelklick
⇒ Menüleiste "Debuggen" Einfachklick ⇒ "Starten" Einfachklick

- Zu Beginn wird in einem Fenster (Bild 6.1) ein Pfad für das zu bearbeitende Beispiel angegeben. Dieser Vorschlag ist in der Regel mit dem selbst gewählten Pfad zu überschreiben! Alles Weitere wurde bereits in den Abschnitten 6.1 und 6.2 beschrieben.

Bearbeitung des Programmlistings:

Im Ordner "Wärmeleitung" sind alle Dateien mit den Quellcodes (Form 1 bis 7: Formulare für die Benutzeroberflächen und Programmcodes) enthalten (Auswahl mit Hilfe des Projektmappen-Explorers).

6.5 Ausgaben

Die Zusammenstellungen der Eingabewerte sowie der Ergebnisse werden als Word-Datei angezeigt, sodass diese individuell geändert, gespeichert und ausgedruckt werden können. Zusätzlich ist eine umfangreiche Grafikausgabe möglich.

Die Ausgaben sind selbsterklärend und werden im Weiteren anhand der beiden Testbeispiele und der umfangreichen drei Beispiele, die gemäß der obigen Aufstellung mitgeliefert werden, erläutert.

Die Monitorbilder entsprechen jedoch der Version V1!

7 Testbeispiele

Alle Maskendarstellungen entsprechen der Ursprungsversion V1!

Sinn der Testbeispiele ist es, einfache geometrische Gebilde nachzurechnen, deren wärmetechnische Ergebnisse auch analytisch zu ermitteln sind. Somit können die Ergebnisse verglichen werden.

7.1 Test_1

Es wird eine Außenwand eines Gebäudes betrachtet (Bild 7.1). Zu bestimmen ist der Wärmestrom im stationären Zustand.

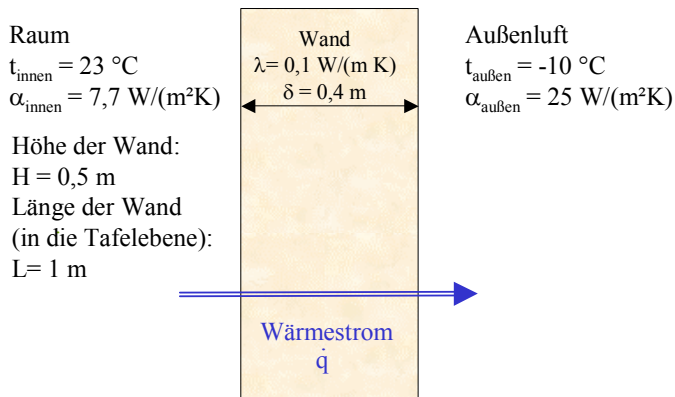


Bild 7.1 Wand mit den wärmetechnischen Parametern des Testbeispiels 1

Es werden nachfolgend die Ein- und Ausgaben des Rechenprogramms wiedergegeben sowie Kommentare ergänzt.

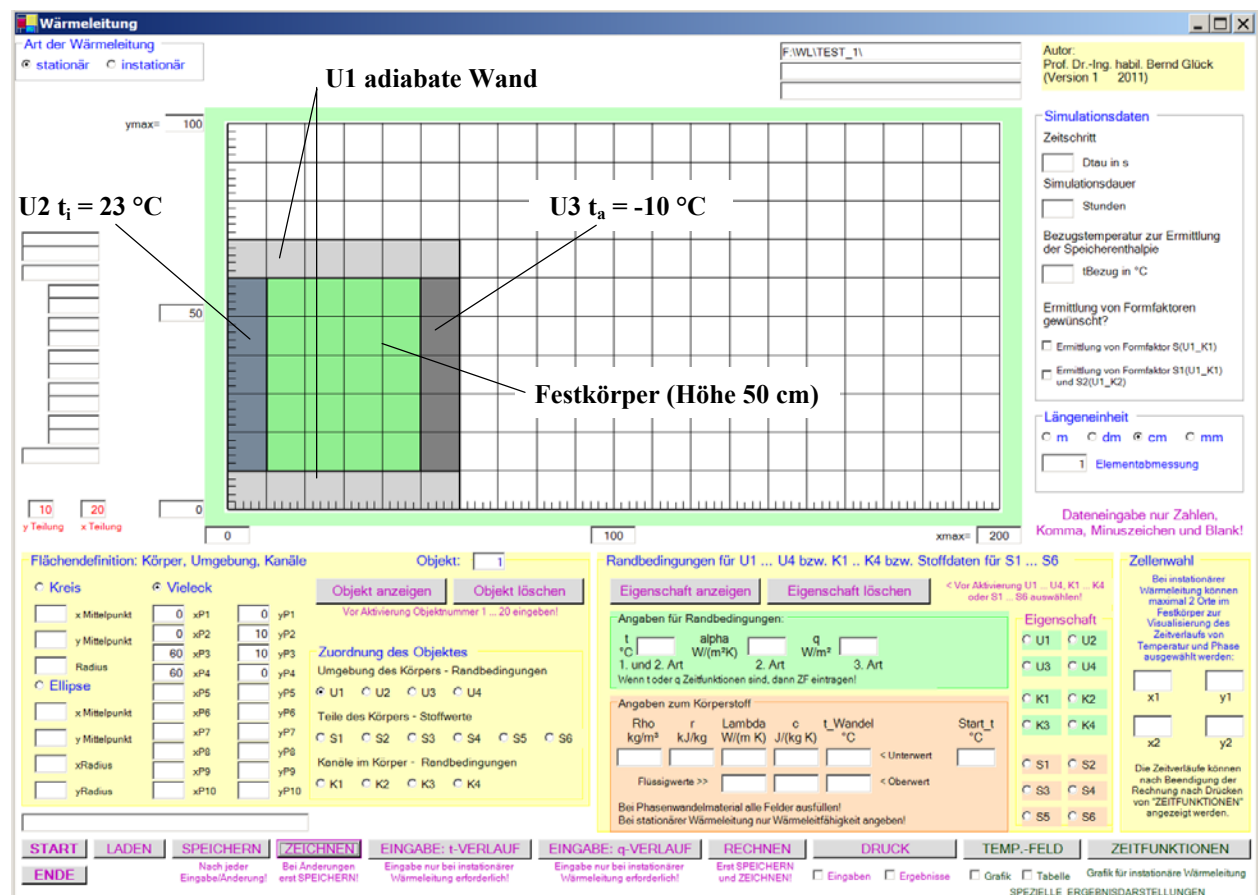


Bild 7.2 Haupteingabemaske mit der Zeichnung der verwendeten Objekte

Druckausgabe aller Eingabedaten und der Ergebnisse:

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\TEST_1\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Objektgeometrie:

				Abmessungen in: cm		Elementabmessung:		1,00	
Objekt:	1	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U1						
P1:	0,0/	0,0	P2: 0,0/ 10,0	P3: 60,0/ 10,0	P4: 60,0/ 0,0	P5: - / -			
Objekt:	2	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U1						
P1:	0,0/	60,0	P2: 0,0/ 70,0	P3: 60,0/ 70,0	P4: 60,0/ 60,0	P5: - / -			
Objekt:	3	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U2						
P1:	0,0/	10,0	P2: 0,0/ 60,0	P3: 10,0/ 60,0	P4: 10,0/ 10,0	P5: - / -			
Objekt:	4	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U3						
P1:	50,0/	10,0	P2: 50,0/ 60,0	P3: 60,0/ 60,0	P4: 60,0/ 10,0	P5: - / -			
Objekt:	5	Form: Vieleck	Eigenschaft: Stoffart S1						
P1:	10,0/	10,0	P2: 10,0/ 60,0	P3: 50,0/ 60,0	P4: 50,0/ 10,0	P5: - / -			

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl W/(m K)	c W/(kg K)	cfl W/(kg K)	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	-	-	0,0									
U2	23,0	7,7	-									
U3	-10,0	25,0	-									
U4	-	-	-									
K1	-	-	-									
K2	-	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-		0,10							10,0
S2	-	-	-									
S3	-	-	-									
S4	-	-	-									
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-				W/m					
1000	-0,8	0,0	-3,6	4,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2000	-0,2	0,0	-3,9	4,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10000	-0,0	0,0	-4,0	4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
BS Anzahl der Berechnungsschritte		QS Wärmestrom an den Körper		QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4 QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4					

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Schrittzahl: 10000 Zeitschritt Dtau: 374,981 s (programminterne Festlegung)

Kommentar

Die manuelle Berechnung des Wärmestromes liefert:

Wärmedurchgangskoeffizient k

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a} = \left(\frac{1}{7,7} + \frac{0,400}{0,1} + \frac{1}{25} \right) \text{m}^2\text{K/W} \rightarrow k = 0,24 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$\text{Wärmestrom } \dot{q} = k (t_i - t_a) A = 0,24 (23 - (-10)) 0,5 \text{ W} = 4,0 \text{ W.}$$

Es besteht völlige Übereinstimmung mit der Simulation.

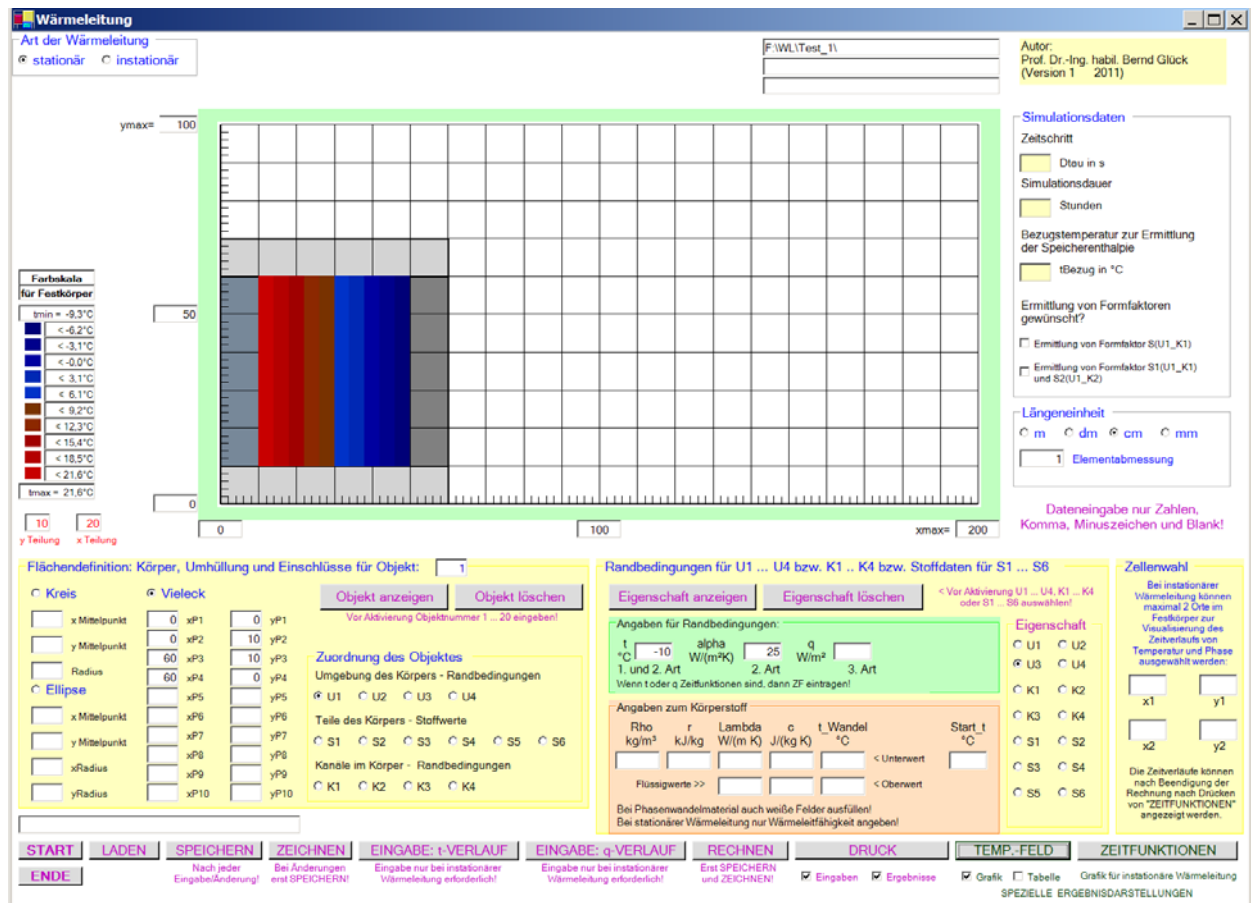


Bild 7.3 Haupteingabemaske mit der errechneten Temperaturverteilung (TEMP.-FELD, Grafik)

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\TEST_1\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
x =	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
j	y	Temperaturen in °C																		
60	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
57	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
55	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
52	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
50	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
47	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
45	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
42	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
39	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
37	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
34	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
32	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
29	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
26	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
24	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
21	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
19	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
16	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
14	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3
11	21,6	20,0	18,4	16,8	15,3	13,7	12,1	10,5	8,9	7,3	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3,0	-4,5	-6,1	-7,7	-9,3

i Ausgewählte Gitternummer in der Horizontale
 j Ausgewählte Gitternummer in der Vertikale

x Zugehöriger Abszissenwert in der Einheit: cm
 y Zugehöriger Ordinatenwert in der Einheit: cm

Kommentar

- Da es sich um eine ebene Wand handelt und oben und unten eine adiabate Begrenzung vorliegt, müssen die Isothermen parallel zur Wandoberfläche verlaufen.
- Da die Wärmeleitfähigkeit im Festkörper konstant ist, muss der Temperaturgradient in der Wand ebenfalls konstant sein.

- Die Temperaturen im Element $i = 11$ und $i = 50$ verkörpern die Temperaturen in Elementmitte. Die Oberflächentemperaturen sind somit beim vorhandenen Temperaturgradienten: $t_{oi} = 22,0$ °C; $t_{oa} = -9,7$ °C. Hinweis: Die Abmessungen x, y sind gerundete Werte.

7.2 Test_2

Es wird ein Zylinder mit einem exzentrisch angeordneten Innenrohr untersucht (Bild 7.4). Zu bestimmen sind der Wärmestrom im stationären Zustand und der Formfaktor.

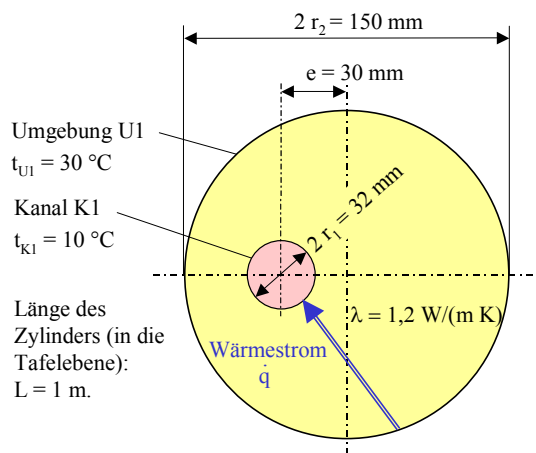


Bild 7.4 Zylinder mit Innenrohr mit den wärmetechnischen Parametern des Testbeispiels 2 (nicht maßstäblich)

Es werden nachfolgend die Ein- und Ausgaben des Rechenprogramms wiedergegeben.

Bild 7.5 Haupteingabemaske mit der Zeichnung der verwendeten Objekte

Druckausgabe aller Eingabedaten und der Ergebnisse:

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\TEST_2\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Objektgeometrie:

			Abmessungen in: mm		Elementabmessung: 1,00					
Objekt:	1	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U1							
P1:	0,0/	0,0	P2:	0,0/ 160,0	P3:	160,0/ 160,0	P4:	160,0/ 0,0	P5:	- / -
Objekt:	2	Form: Kreis	Eigenschaft: Stoffart S1							
xKM:	80,0;	yKM:	80,0;	RK:		75,0				
Objekt:	3	Form: Kreis	Eigenschaft: Kanal K1							
xKM:	50,0;	yKM:	80,0;	RK:		16,0				

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl W/(m K)	c W/(kg K)	cfl W/(kg K)	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	30,0	-	-									
U2	-	-	-									
U3	-	-	-									
U4	-	-	-									
K1	10,0	-	-									
K2	-	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-		1,2							20,0
S2	-	-	-									
S3	-	-	-									
S4	-	-	-									
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-					W/m				
1000	86,1	-185,9	0,0	0,0	0,0	99,8	0,0	0,0	0,0
2000	43,4	-145,3	0,0	0,0	0,0	101,9	0,0	0,0	0,0
3000	26,2	-131,1	0,0	0,0	0,0	104,9	0,0	0,0	0,0
4000	16,7	-123,9	0,0	0,0	0,0	107,1	0,0	0,0	0,0
5000	10,9	-119,5	0,0	0,0	0,0	108,6	0,0	0,0	0,0
6000	7,2	-116,8	0,0	0,0	0,0	109,6	0,0	0,0	0,0
7000	4,7	-115,0	0,0	0,0	0,0	110,3	0,0	0,0	0,0
8000	3,1	-113,8	0,0	0,0	0,0	110,7	0,0	0,0	0,0
9000	2,1	-113,1	0,0	0,0	0,0	111,0	0,0	0,0	0,0
10000	1,4	-112,6	0,0	0,0	0,0	111,2	0,0	0,0	0,0
11000	0,9	-112,2	0,0	0,0	0,0	111,3	0,0	0,0	0,0
12000	0,6	-112,0	0,0	0,0	0,0	111,4	0,0	0,0	0,0
13000	0,4	-111,9	0,0	0,0	0,0	111,5	0,0	0,0	0,0
14000	0,3	-111,8	0,0	0,0	0,0	111,5	0,0	0,0	0,0

BS Anzahl der Berechnungsschritte QS Wärmestrom an den Körper QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4
QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Schrittzahl: 14000 Zeitschritt Dtau: 0,312 s (programminterne Festlegung)

Formfaktor: $S = 4,65$ für $Q(U1-K1) = S \cdot \text{lamS}(S1) \cdot (t_{U1} - t_{K1})$

Kommentar

Die manuelle Berechnung des Formfaktors liefert nach Seite 4:

$$S = \frac{2\pi}{\text{ar cosh} \frac{r_1^2 + r_2^2 - e^2}{2 r_1 r_2}} = \frac{2\pi}{\text{ar cosh} \frac{75^2 + 16^2 - 30^2}{2 \cdot 75 \cdot 16}} = 4,622.$$

Der durch Simulation ermittelte Wert hat einen Fehler von 0,6 %.

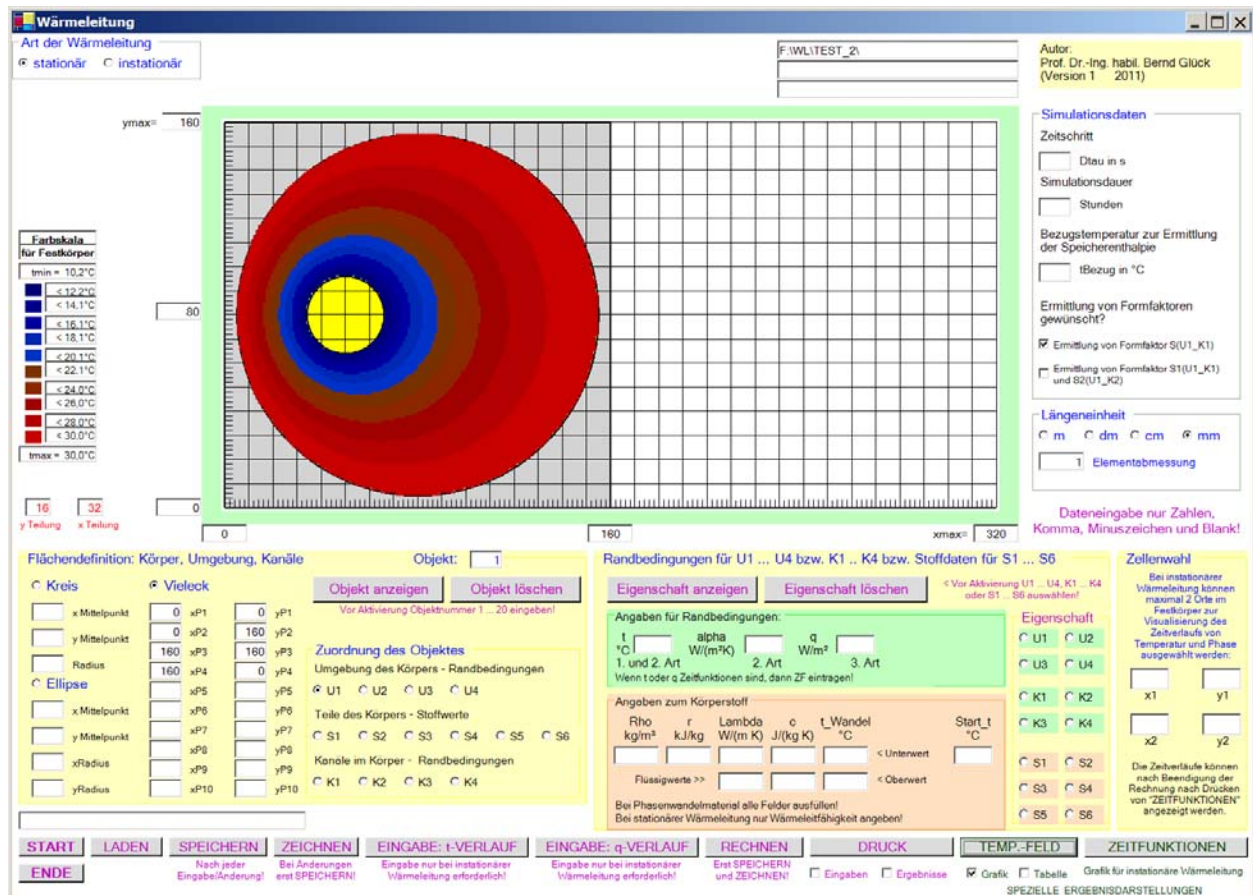


Bild 7.6 Haupteingabemaske mit der errechneten Temperaturverteilung (TEMP.-FELD, Grafik)

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\TEST_2\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	6	14	22	30	37	45	53	61	69	77	84	92	100	108	116	124	131	139	147	155
x =	6	14	22	30	37	45	53	61	69	77	84	92	100	108	116	124	131	139	147	155
Temperaturen in °C																				
j	y																			
155	155																			
147	147																			
139	139																			
131	131																			
124	124																			
116	116																			
108	108																			
100	100																			
92	92																			
84	84																			
77	77																			
69	69																			
61	61																			
53	53																			
45	45																			
37	37																			
30	30																			
22	22																			
14	14																			
6	6																			

i Ausgewählte Gitternummer in der Horizontale
j Ausgewählte Gitternummer in der Vertikalex Zugehöriger Abszissenwert in der Einheit: mm
y Zugehöriger Ordinatenwert in der Einheit: mm

Kommentar

- Die Visualisierung der Temperaturverteilung in Maske 1 gibt sehr schnell einen guten qualitativen Überblick über die thermischen Verhältnisse im Festkörper.
- Der zahlenmäßige Ausdruck zeigt zwar die errechneten Temperaturen genau, aber die Wiedergabe ist auf die ausgewählten Stellen im Festkörper begrenzt. Die Auswahl der Orte erfolgt nach

einem speziellen, programminternen Algorithmus, wobei das gesamte Gebiet abgedeckt ist, aber infolge von Rundungen mitunter keine gleichmäßige Rasterung entsteht. Wenn spezielle Gebiete gezoomt werden sollen, sind Veränderungen im Listing generell möglich.

- Deutlich ist die Symmetrie des Temperaturfeldes zu erkennen, sie liegt bei $y = 80 \text{ mm}$.
- Die Ermittlung des Formfaktors S setzt das Vorhandensein der Umgebung $U1$, des Kanals $K1$ und des Festkörpers $S1$ mit einer einheitlichen Wärmeleitfähigkeit λ voraus.

Gemäß der Definitionsgleichung (1.5) berechnet sich der Wärmestrom von $U1$ zu $K1$ für die Zylinderlänge $L = 1 \text{ m}$ zu:

$$\dot{Q} = S \lambda_{S1} L (t_{U1} - t_{K1}) = 4,65 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot (30 - 10) \text{ W} = 111,6 \text{ W}.$$

Gemäß Ergebnistabelle (S. 36) liegt dieser Wert richtigerweise zwischen

Wärmestrom zur Umgebung $U1$: $-111,8 \text{ W/m}$; Wärmestrom zum Kanal $K1$: $111,5 \text{ W/m}$.

- Nach 14000 Berechnungsschritten ist zwar die programmintern vorgegebene Genauigkeits-schranke unterschritten, dennoch fließt in den Festkörper noch ein summativer Wärmestrom von $0,3 \text{ W/m}$.

8 Beispiele

Alle Maskendarstellungen entsprechen der Ursprungsversion V1!

Im Weiteren werden die im Abschnitt 1 vorgestellten Aufgabenstellungen als spezielle Beispiele vorgestellt und abgearbeitet. Diese Beispiele und die zugehörige Beschreibung sollen die mögliche Vielfalt der Programmnutzung und die Handhabung des Rechenprogramms verdeutlichen.

8.1 Beispiel_1

Die **Außenwand eines Hauses** aus der Altbausubstanz soll eine Wärmedämmung erhalten. Die Balkone stellen eine Kragplatte aus Stahlbeton dar, die als verlängerte Geschossdecke ausgebildet ist. Sie wirkt wärmetechnisch als Rippe, die aus dem zu dämmenden Gebäude herausragt. Damit stellt sich die Frage, inwieweit diese ebenfalls mit einer Dämmung zu versehen ist. Bild 8.1 zeigt den Istzustand und zwei Dämmvarianten.

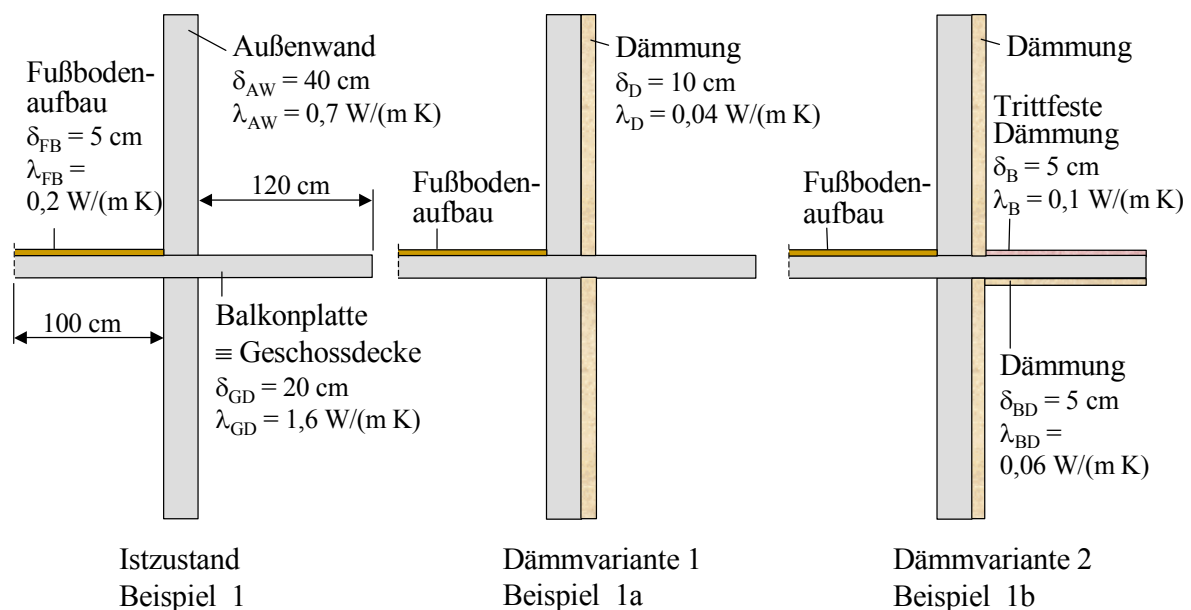


Bild 8.1 Außenwand mit Geschossdecke und Balkonplatte im Istzustand und mit zwei verschiedenen Dämmvarianten (nicht maßstäblich)

Es werden jeweils nur 0,5 m hohe Wandabschnitte in die Simulation einbezogen, da zunächst angenommen wird, dass darüber hinaus der wärmetechnische Einfluss der Betonplatte relativ gering ist.

Dämmvariante 1 besitzt nur die beabsichtigte Wanddämmung. Variante 2 ist durch die Dämmung der Balkonplatte auf der Ober- und Unterseite gekennzeichnet. In Anbetracht, dass die begehbare Oberfläche des Balkons besonderen bautechnischen Aufwand erfordert, stellt sich die Frage, inwieweit diese Maßnahme sinnvoll ist. Um eine fachlich fundierte Diskussion führen zu können, sind die **Wärmeströme** und **signifikante Wandinnentemperaturen** für einen **stationären, winterlichen Extremzustand** zu bestimmen.

Für diesen Zustand werden nachfolgende Annahmen getroffen:

Raumtemperatur	22 °C	innerer Wärmeübergangskoeffizient	7,0 W/(m²K)
Außentemperatur	-12 °C	äußerer Wärmeübergangskoeffizient	20,0 W/(m²K).

Im Weiteren werden die Masken und Ausdrücke wiedergegeben und kommentiert.

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl	c W/(kg K)	cfl	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U3	-	-	0,0									
U4	-	-	-									
K1	-	-	-									
K2	-	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-		1,6							10,0
S2	-	-	-		0,70							10,0
S3	-	-	-		0,20							20,0
S4	-	-	-									
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-				W/m					
1000	-85,7	-91,6	177,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2000	-21,0	-68,4	89,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3000	-12,7	-60,7	73,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4000	-9,6	-58,3	67,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5000	-7,2	-57,8	65,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6000	-5,2	-58,0	63,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7000	-3,7	-58,4	62,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8000	-2,6	-58,8	61,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9000	-1,8	-59,1	60,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10000	-1,2	-59,3	60,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
11000	-0,8	-59,5	60,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12000	-0,6	-59,6	60,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
13000	-0,4	-59,7	60,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14000	-0,3	-59,8	60,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15000	-0,2	-59,8	60,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
16000	-0,1	-59,8	59,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

BS Anzahl der Berechnungsschritte QS Wärmestrom an den Körper QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4
 QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Schrittzahl: 16000 Zeitschritt Dtau: 23,436 s (programminterne Festlegung)

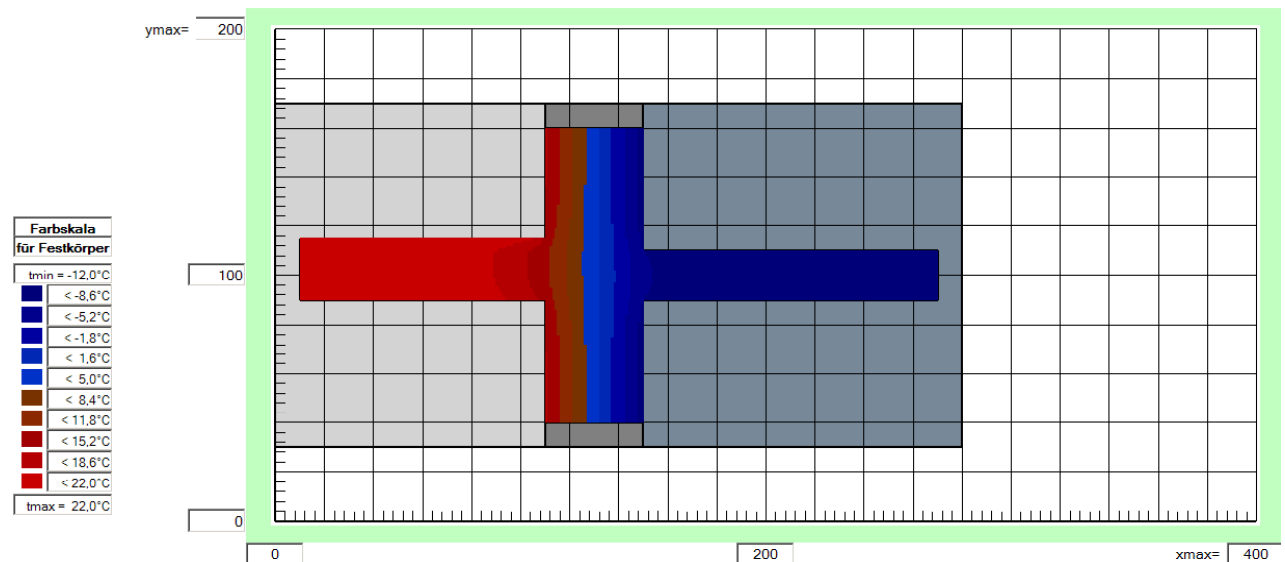


Bild 8.3 Ausschnitt aus der Haupteingabemaske mit der errechneten Temperaturverteilung (Grafikausgabe)

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_1\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	11	25	38	52	66	79	93	106	120	134	147	161	175	188	202	215	229	243	256	270
x =	11	25	38	52	66	79	93	106	120	134	147	161	175	188	202	215	229	243	256	270
j	y	Temperaturen in °C																		
160	160	9,5 0,6 -7,6																		
154	154	9,5 0,6 -7,6																		
147	147	9,5 0,6 -7,6																		
141	141	9,5 0,6 -7,6																		
135	135	9,4 0,6 -7,6																		
129	129	9,2 0,6 -7,5																		
122	122	8,9 0,6 -7,4																		
116	116	8,5 0,6 -7,1																		
110	110	21,9	21,9	21,8	21,5	21,0	20,1	18,1	14,4	8,1	0,7	-6,3	-10,8	-11,7	-11,9	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
104	104	21,9	21,9	21,7	21,5	21,0	20,0	17,9	14,2	8,0	0,8	-5,8	-10,2	-11,5	-11,9	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
97	97	21,9	21,9	21,8	21,5	21,0	20,1	18,2	14,7	8,2	0,8	-5,8	-10,2	-11,5	-11,9	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
91	91	21,9	21,9	21,8	21,6	21,2	20,4	18,8	15,7	8,4	0,8	-6,2	-10,8	-11,7	-11,9	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
85	85	8,9 0,7 -7,1																		
79	79	9,2 0,7 -7,4																		
72	72	9,4 0,7 -7,5																		
66	66	9,5 0,7 -7,5																		
60	60	9,5 0,7 -7,6																		
54	54	9,6 0,7 -7,6																		
47	47	9,6 0,7 -7,6																		
41	41	9,6 0,7 -7,6																		

i Ausgewählte Gitternummer in der Horizontale

x Zugehöriger Abszissenwert in der Einheit: cm

j Ausgewählte Gitternummer in der Vertikale

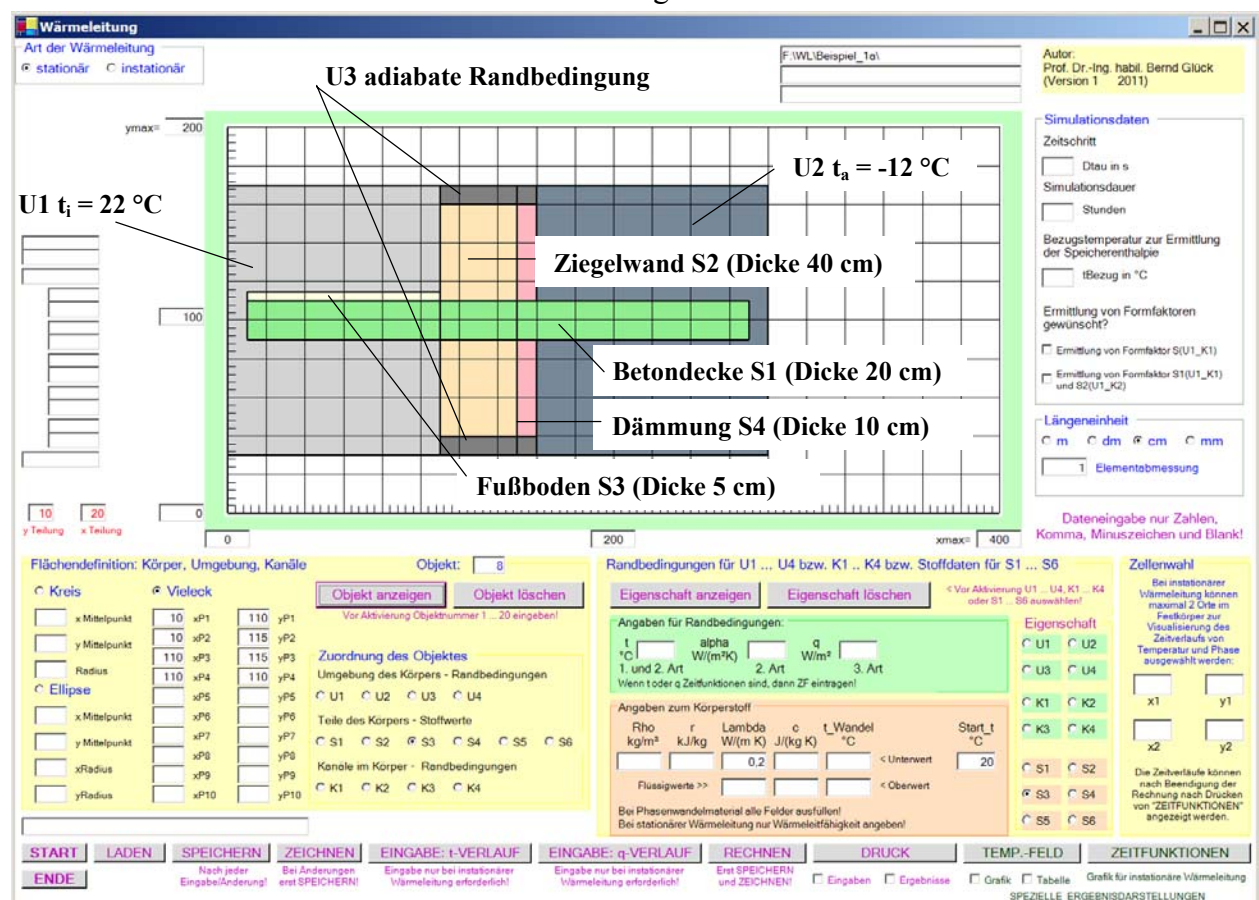
y Zugehöriger Ordinatenwert in der Einheit: cm

Kommentar:

- Man sieht deutlich wie im Deckenbereich zur Außenwand hin niedrigere Temperaturen und in der Balkonplatte zur Außenwand hin höhere Temperaturen auftreten.

Dämmvariante 1 (Beispiel 1a)

Die Außenwand erhält eine 10 cm dicke Dämmung.

**Bild 8.4** Haupteingabemaske mit der Zeichnung der verwendeten Objekte bei Dämmvariante 1

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_1A\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern**Objektgeometrie:**

				Abmessungen in: cm		Elementabmessung: 1,00			
Objekt:	1	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Umgebung U1					
P1:	0,0/	30,0	P2:	0,0/	170,0	P3:	110,0/	170,0	P4: 110,0/ 30,0 P5: - / -
Objekt:	2	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Umgebung U2					
P1:	150,0/	30,0	P2:	150,0/	170,0	P3:	280,0/	170,0	P4: 280,0/ 30,0 P5: - / -
Objekt:	3	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Umgebung U3					
P1:	110,0/	30,0	P2:	110,0/	40,0	P3:	160,0/	40,0	P4: 160,0/ 30,0 P5: - / -
Objekt:	4	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Umgebung U3					
P1:	110,0/	160,0	P2:	110,0/	170,0	P3:	160,0/	170,0	P4: 160,0/ 160,0 P5: - / -
Objekt:	5	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Stoffart S1					
P1:	10,0/	90,0	P2:	10,0/	110,0	P3:	270,0/	110,0	P4: 270,0/ 90,0 P5: - / -
Objekt:	6	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Stoffart S2					
P1:	110,0/	40,0	P2:	110,0/	90,0	P3:	150,0/	90,0	P4: 150,0/ 40,0 P5: - / -
Objekt:	7	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Stoffart S2					
P1:	110,0/	110,0	P2:	110,0/	160,0	P3:	150,0/	160,0	P4: 150,0/ 110,0 P5: - / -
Objekt:	8	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Stoffart S3					
P1:	10,0/	110,0	P2:	10,0/	115,0	P3:	110,0/	115,0	P4: 110,0/ 110,0 P5: - / -
Objekt:	9	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Stoffart S4					
P1:	150,0/	110,0	P2:	150,0/	160,0	P3:	160,0/	160,0	P4: 160,0/ 110,0 P5: - / -
Objekt:	10	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Stoffart S4					
P1:	150,0/	40,0	P2:	150,0/	90,0	P3:	160,0/	90,0	P4: 160,0/ 40,0 P5: - / -

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl W/(m K)	c W/(kg K)	cfl W/(kg K)	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	22,0	7,0	-									
U2	-12,0	20,0	-									
U3	-	-	0,0									
U4	-	-	-									
K1	-	-	-									
K2	-	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-		1,6							10,0
S2	-	-	-		0,70							10,0
S3	-	-	-		0,20							20,0
S4	-	-	-		0,04							0,0
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-					W/m				
1000	-11,0	-90,6	101,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2000	23,3	-61,6	38,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3000	17,5	-47,5	30,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
36000	0,1	-29,4	29,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
37000	0,1	-29,3	29,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

BS Anzahl der Berechnungsschritte QS Wärmestrom an den Körper QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4
 QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Schrittzahl: 37000 Zeitschritt Dtau: 23,436 s (programinterne Festlegung)

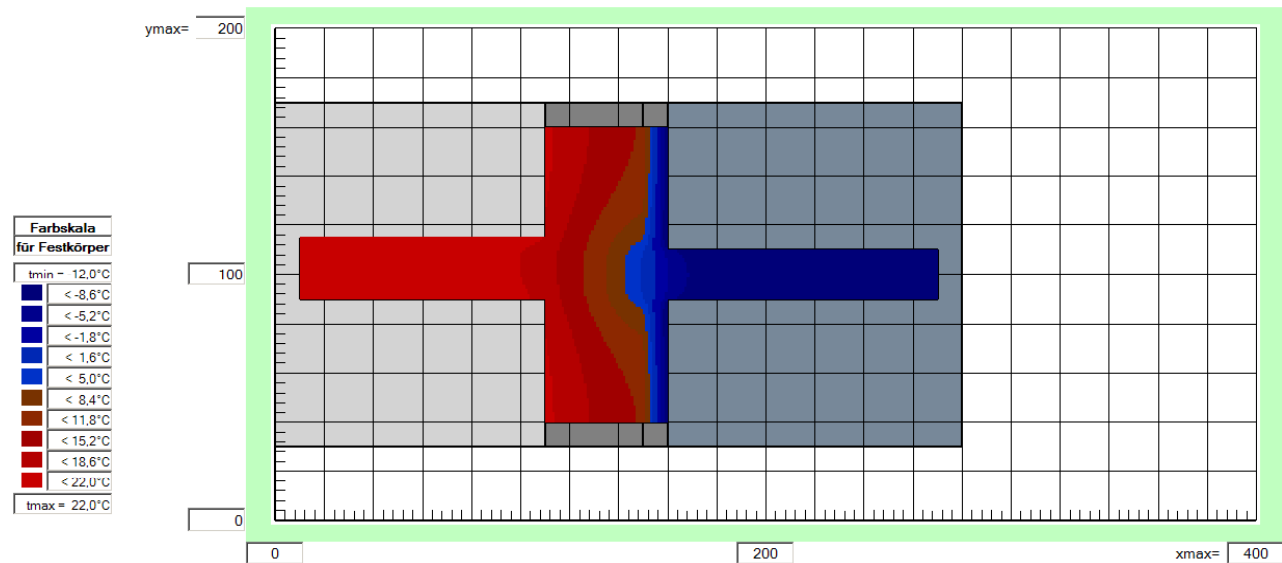


Bild 8.5 Ausschnitt aus der Haupteingabemaske mit der errechneten Temperaturverteilung – Dämmvariante 1

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_1A\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	11	25	38	52	66	79	93	106	120	134	147	161	175	188	202	215	229	243	256	270
x =	11	25	38	52	66	79	93	106	120	134	147	161	175	188	202	215	229	243	256	270
j	y	Temperaturen in °C																		
160	160								17,1	14,1	11,8									
154	154								17,1	14,0	11,8									
147	147								16,9	13,7	11,5									
141	141								16,7	13,4	11,0									
135	135								16,3	12,9	10,4									
129	129								15,9	12,2	9,6									
122	122								15,3	11,2	8,1									
116	116								14,6	10,2	6,3									
110	110	22,0	21,9	21,9	21,7	21,4	20,9	19,7	17,6	14,0	9,3	3,8	-6,6	-10,7	-11,6	-11,9	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
104	104	22,0	21,9	21,9	21,7	21,4	20,8	19,6	17,5	13,8	9,0	3,1	-5,4	-10,1	-11,4	-11,8	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
97	97	22,0	21,9	21,9	21,7	21,4	20,9	19,8	17,8	13,9	9,0	3,1	-5,4	-10,1	-11,4	-11,8	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
91	91	22,0	21,9	21,9	21,8	21,5	21,1	20,2	18,4	14,2	9,3	3,8	-6,6	-10,7	-11,6	-11,9	-12,0	-12,0	-12,0	-12,0
85	85									14,8	10,2	6,3								
79	79									15,4	11,2	8,2								
72	72									16,0	12,2	9,6								
66	66									16,4	12,9	10,5								
60	60									16,7	13,4	11,1								
54	54									16,9	13,8	11,5								
47	47									17,1	14,0	11,8								
41	41									17,1	14,1	11,9								

i Ausgewählte Gitternummer in der Horizontale x Zugehöriger Abszissenwert in der Einheit: cm
j Ausgewählte Gitternummer in der Vertikale y Zugehöriger Ordinatenwert in der Einheit: cm

Kommentar:

- Die Temperaturen in der Außenwand und auch in der Geschossdecke liegen deutlich höher.
- Der Wärmestrom im untersuchten Bereich nach außen hat sich von 59,9 W auf 29,3 W verringert, dies sind nur noch 49 %.

Dämmvariante 2 (Beispiel 1b)

Die Außenwand erhält eine 10 cm dicke Dämmung. Zusätzlich wird die Balkonplatte mit je 5 cm gedämmt. Da die obere Dämmung trittfest sein muss, ist deren Wärmeleitfähigkeit größer.

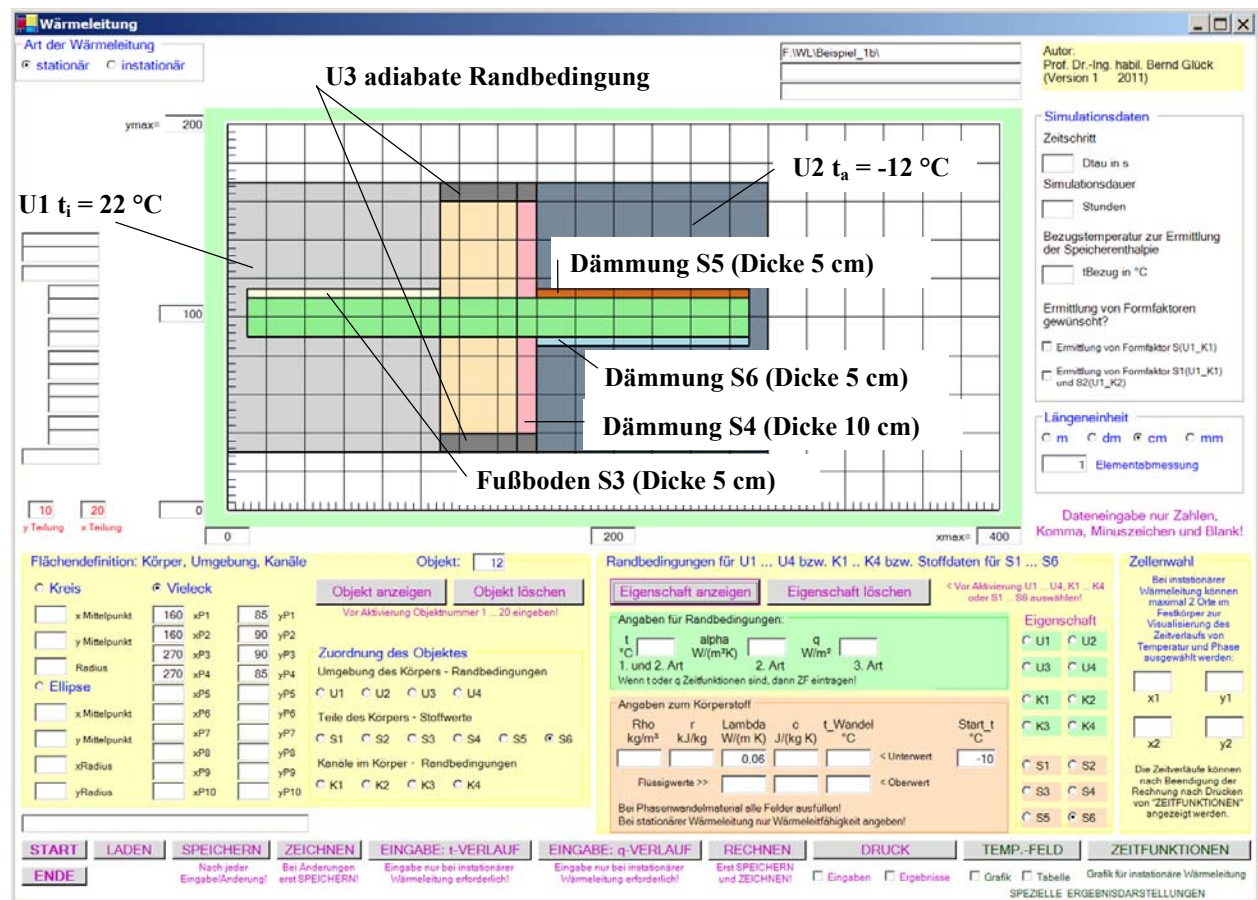


Bild 8.6 Haupteingabemaske mit der Zeichnung der verwendeten Objekte bei Dämmvariante 2

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_1B\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Objektgeometrie:

Objekt		Form		Eigenschaft		Abmessungen in: cm		Elementabmessung: 1,00	
Objekt: 1	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U1							
P1: 0,0/ 30,0	P2: 0,0/ 170,0	P3: 110,0/ 170,0	P4: 110,0/ 30,0	P5: - / -					
Objekt: 2	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U2							
P1: 150,0/ 30,0	P2: 150,0/ 170,0	P3: 280,0/ 170,0	P4: 280,0/ 30,0	P5: - / -					
Objekt: 3	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U3							
P1: 110,0/ 30,0	P2: 110,0/ 40,0	P3: 160,0/ 40,0	P4: 160,0/ 30,0	P5: - / -					
Objekt: 4	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U3							
P1: 110,0/ 160,0	P2: 110,0/ 170,0	P3: 160,0/ 170,0	P4: 160,0/ 160,0	P5: - / -					
Objekt: 5	Form: Vieleck	Eigenschaft: Stoffart S1							
P1: 10,0/ 90,0	P2: 10,0/ 110,0	P3: 270,0/ 110,0	P4: 270,0/ 90,0	P5: - / -					
Objekt: 6	Form: Vieleck	Eigenschaft: Stoffart S2							
P1: 110,0/ 40,0	P2: 110,0/ 90,0	P3: 150,0/ 90,0	P4: 150,0/ 40,0	P5: - / -					
Objekt: 7	Form: Vieleck	Eigenschaft: Stoffart S2							
P1: 110,0/ 110,0	P2: 110,0/ 160,0	P3: 150,0/ 160,0	P4: 150,0/ 110,0	P5: - / -					
Objekt: 8	Form: Vieleck	Eigenschaft: Stoffart S3							
P1: 10,0/ 110,0	P2: 10,0/ 115,0	P3: 110,0/ 115,0	P4: 110,0/ 110,0	P5: - / -					
Objekt: 9	Form: Vieleck	Eigenschaft: Stoffart S4							
P1: 150,0/ 110,0	P2: 150,0/ 160,0	P3: 160,0/ 160,0	P4: 160,0/ 110,0	P5: - / -					

Objekt: 10 Form: Vieleck Eigenschaft: Stoffart S4
 P1: 150,0/ 40,0 P2: 150,0/ 90,0 P3: 160,0/ 90,0 P4: 160,0/ 40,0 P5: - / -

Objekt: 11 Form: Vieleck Eigenschaft: Stoffart S5
 P1: 160,0/ 110,0 P2: 160,0/ 115,0 P3: 270,0/ 115,0 P4: 270,0/ 110,0 P5: - / -

Objekt: 12 Form: Vieleck Eigenschaft: Stoffart S6
 P1: 160,0/ 85,0 P2: 160,0/ 90,0 P3: 270,0/ 90,0 P4: 270,0/ 85,0 P5: - / -

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl	c W/(kg K)	cfl	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	22,0	7,0	-									
U2	-12,0	20,0	-									
U3	-	-	0,0									
U4	-	-	-									
K1	-	-	-									
K2	-	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-		1,6							10,0
S2	-	-	-		0,70							10,0
S3	-	-	-		0,20							20,0
S4	-	-	-		0,04							0,0
S5	-	-	-		0,10							-10,0
S6	-	-	-		0,06							-10,0

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-					W/m				
1000	13,8	-90,6	76,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2000	1,7	-61,0	59,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3000	-2,3	-45,9	48,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
43000	0,1	-23,0	23,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
44000	0,0	-23,0	23,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

BS Anzahl der Berechnungsschritte QS Wärmestrom an den Körper QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4
 QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Schrittzahl: 44000 Zeitschritt Dtau: 23,436 s (programinterne Festlegung)

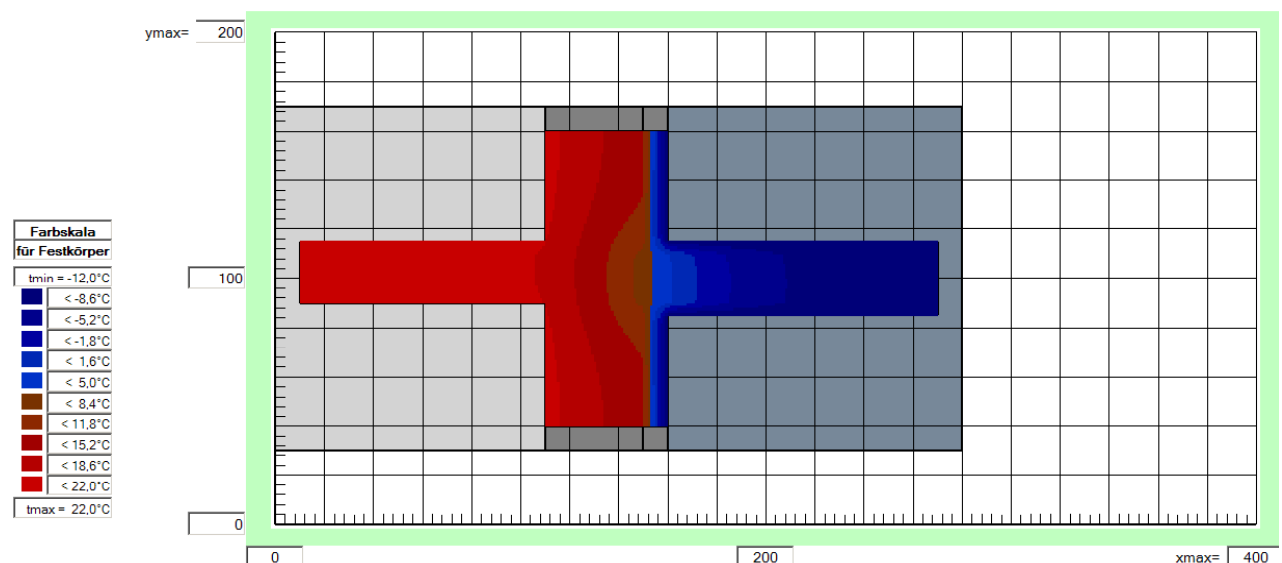


Bild 8.7 Ausschnitt aus der Haupteingabemaske mit der errechneten Temperaturverteilung – Dämmvariante 2

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_1B\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	11	25	38	52	66	79	93	106	120	134	147	161	175	188	202	215	229	243	256	270	
x =	11	25	38	52	66	79	93	106	120	134	147	161	175	188	202	215	229	243	256	270	
j	y	Temperaturen in °C																			
160	160	17,9 15,3 13,2																			
154	154	17,9 15,2 13,1																			
147	147	17,8 15,1 13,0																			
141	141	17,7 14,9 12,7																			
135	135	17,5 14,6 12,4																			
129	129	17,2 14,2 11,9																			
122	122	16,8 13,6 11,1																			
116	116	16,4 13,0 10,0																			
110	110	22,0	21,9	21,9	21,8	21,6	21,1	20,3	18,7	15,9	12,4	8,5	1,8	-3,0	-5,9	-8,0	-9,3	-10,3	-11,0	-11,4	-11,8
104	104	22,0	21,9	21,9	21,8	21,5	21,1	20,2	18,6	15,8	12,3	8,1	2,2	-2,6	-5,6	-7,8	-9,2	-10,2	-10,9	-11,4	-11,8
97	97	22,0	21,9	21,9	21,8	21,6	21,2	20,3	18,8	15,9	12,3	8,1	2,3	-2,5	-5,6	-7,8	-9,2	-10,2	-10,9	-11,4	-11,8
91	91	22,0	22,0	21,9	21,8	21,6	21,3	20,6	19,3	16,1	12,5	8,6	2,1	-2,7	-5,7	-7,9	-9,2	-10,2	-10,9	-11,4	-11,8
85	85	16,5 13,0 10,1																			
79	79	16,9 13,6 11,1																			
72	72	17,3 14,2 11,9																			
66	66	17,5 14,6 12,4																			
60	60	17,7 14,9 12,8																			
54	54	17,8 15,1 13,0																			
47	47	17,9 15,3 13,2																			
41	41	18,0 15,3 13,2																			
i Ausgewählte Gitternummer in der Horizontale									x Zugehöriger Abszissenwert in der Einheit: cm												
j Ausgewählte Gitternummer in der Vertikale									y Zugehöriger Ordinatenwert in der Einheit: cm												

Kommentar:

- Die Temperaturen in der Außenwand und auch in der Geschossdecke haben sich gegenüber der Dämmvariante 1 nochmals erhöht.
- Der Wärmestrom im untersuchten Bereich nach außen hat sich auf 23 W verringert, sodass sich der nachfolgende Zusammenhang ergibt:

Istzustand	59,9 W	100 %
Dämmvariante 1	29,3 W	49 %
Dämmvariante 2	23,0 W	38 %

- Die Dämmung der Balkonplatte ist nicht nur hinsichtlich des verringerten Wärmeverlustes vom Raum nach außen, sondern sollte auch bezüglich der Bauteiltemperaturen im raumnahen Bereich zu beurteilen. Niedrige Bauteiltemperaturen bei gleichzeitig hoher Raumluftheuchte führen zur Unterschreitung des Taupunktes. Es tritt dann Kondensation und damit verbunden Schimmelbildung auf.

8.2 Beispiel_2

Der Wärmestrom in einer Erdwärmesonde nach Bild 8.8 soll stationär betrachtet werden.

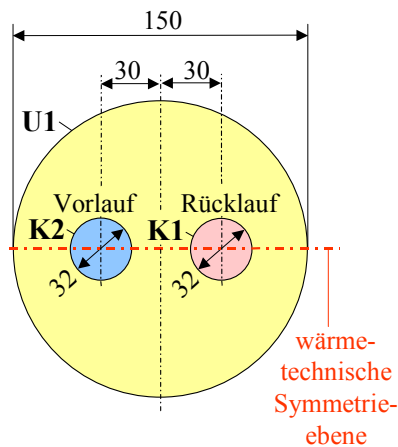


Bild 8.8 Querschnitt durch eine Erdwärmesonde (Maße in mm, nicht maßstäblich)
Die Variante zeigt eine U-Rohr-Sonde (sogenannte Einfachsonde).

Gemäß der Beschreibung auf Seite 5 und nach <http://berndglueck.de/Erdwaermesonde> Bericht, Seite 19 ff. ist es sinnvoll, die **Formfaktoren S1** für den Wärmestrom vom Umfang der Bohrung U1 zum Rohr K1 und **S2** für den Wärmestrom vom Umfang der Bohrung U1 zum Rohr K2 zu ermitteln. Mit dem vorliegenden Simulationsmodell ist dies sowohl für das Gesamtgebilde als auch für eine Symmetriehälfte möglich.

Im Weiteren werden wiederum die Masken und Ausdrücke wiedergegeben und kommentiert.

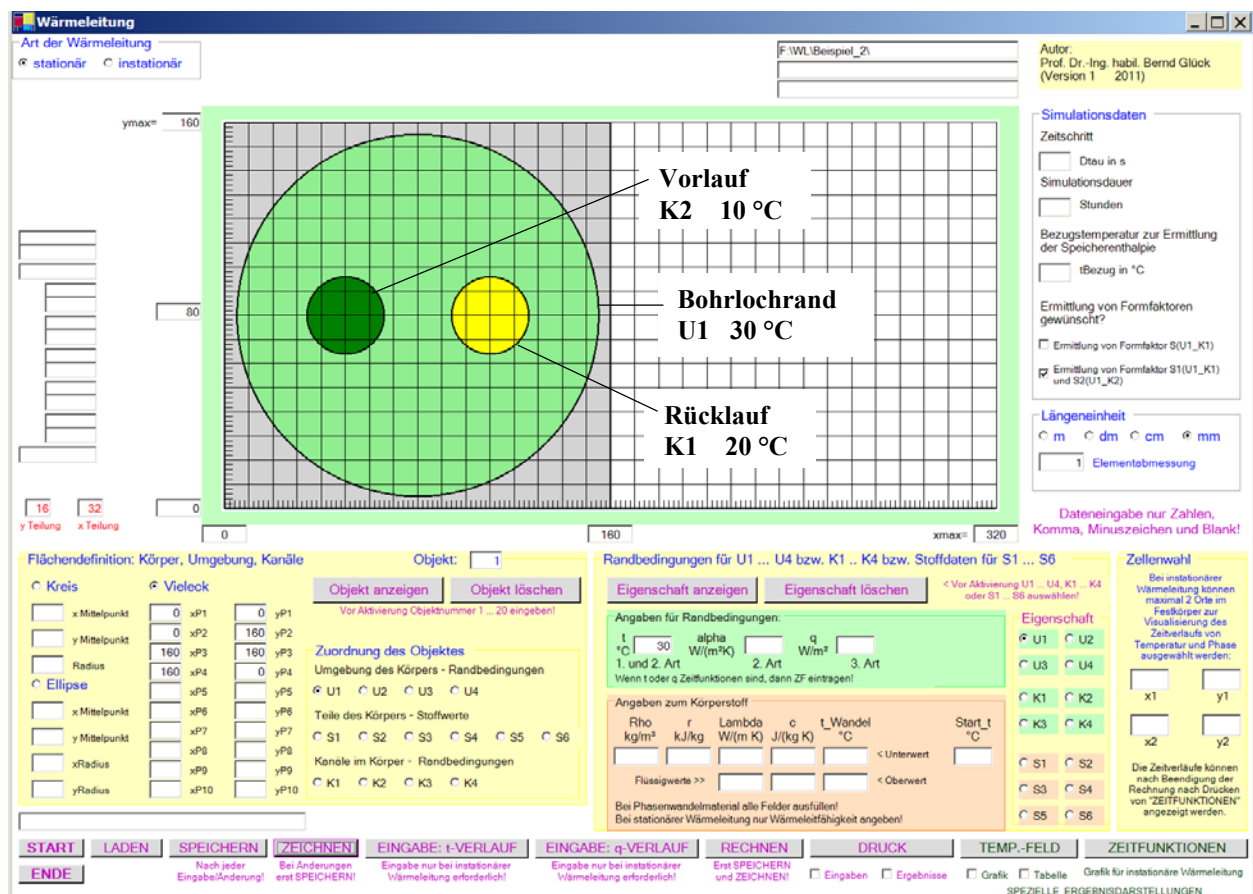


Bild 8.9 Haupteingabemaske mit der Zeichnung der verwendeten Objekte bei Abbildung der Gesamtsonde

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_2\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern**Objektgeometrie:**

			Abmessungen in: mm		Elementabmessung: 1,00	
Objekt:	1	Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U1			
P1:	0,0/	0,0	P2:	0,0/ 160,0	P3:	160,0/ 160,0
			P4:	160,0/ 0,0	P5:	- / -
Objekt:	2	Form: Kreis	Eigenschaft: Stoffart S1			
xKM:	80,0;	yKM:	80,0;	RK: 75,0		
Objekt:	3	Form: Kreis	Eigenschaft: Kanal K1			
xKM:	110,0;	yKM:	80,0;	RK: 16,0		
Objekt:	4	Form: Kreis	Eigenschaft: Kanal K2			
xKM:	50,0;	yKM:	80,0;	RK: 16,0		

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl W/(m K)	c W/(kg K)	cfl W/(kg K)	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	30,0	-	-									
U2	-	-	-									
U3	-	-	-									
U4	-	-	-									
K1	20,0	-	-									
K2	10,0	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-		1,0							25,0
S2	-	-	-									
S3	-	-	-									
S4	-	-	-									
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

Wenn nur die Formfaktoren bestimmt werden sollen, ist die Annahme der Wärmeleitfähigkeit bedeutungslos.

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-					W/m				
1000	-23,9	-108,4	0,0	0,0	0,0	30,9	101,3	0,0	0,0
2000	-9,9	-109,5	0,0	0,0	0,0	27,0	92,4	0,0	0,0
3000	-4,3	-112,0	0,0	0,0	0,0	25,9	90,4	0,0	0,0
4000	-1,9	-113,2	0,0	0,0	0,0	25,4	89,7	0,0	0,0
5000	-0,8	-113,8	0,0	0,0	0,0	25,2	89,5	0,0	0,0
6000	-0,4	-114,1	0,0	0,0	0,0	25,1	89,4	0,0	0,0
7000	-0,2	-114,2	0,0	0,0	0,0	25,1	89,3	0,0	0,0
8000	-0,1	-114,3	0,0	0,0	0,0	25,0	89,3	0,0	0,0
9000	-0,0	-114,3	0,0	0,0	0,0	25,0	89,3	0,0	0,0
10000	-0,0	-114,3	0,0	0,0	0,0	25,0	89,3	0,0	0,0

BS Anzahl der Berechnungsschritte QS Wärmestrom an den Körper QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4
 QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Schrittzahl: 10000 Zeitschritt Dtau: 0,375 s (programminterne Festlegung)

Formfaktor: S1 = 2,504 für Q1(U1-K1) = S1 . lamS(S1) . (t_U1 - t_K1)

Formfaktor: S2 = 4,465 für Q2(U1-K2) = S2 . lamS(S1) . (t_U1 - t_K2)

Übertemperaturverhältnis: theta = (t_K1 - t_U1) / (t_K2 - t_U1) = 0,500

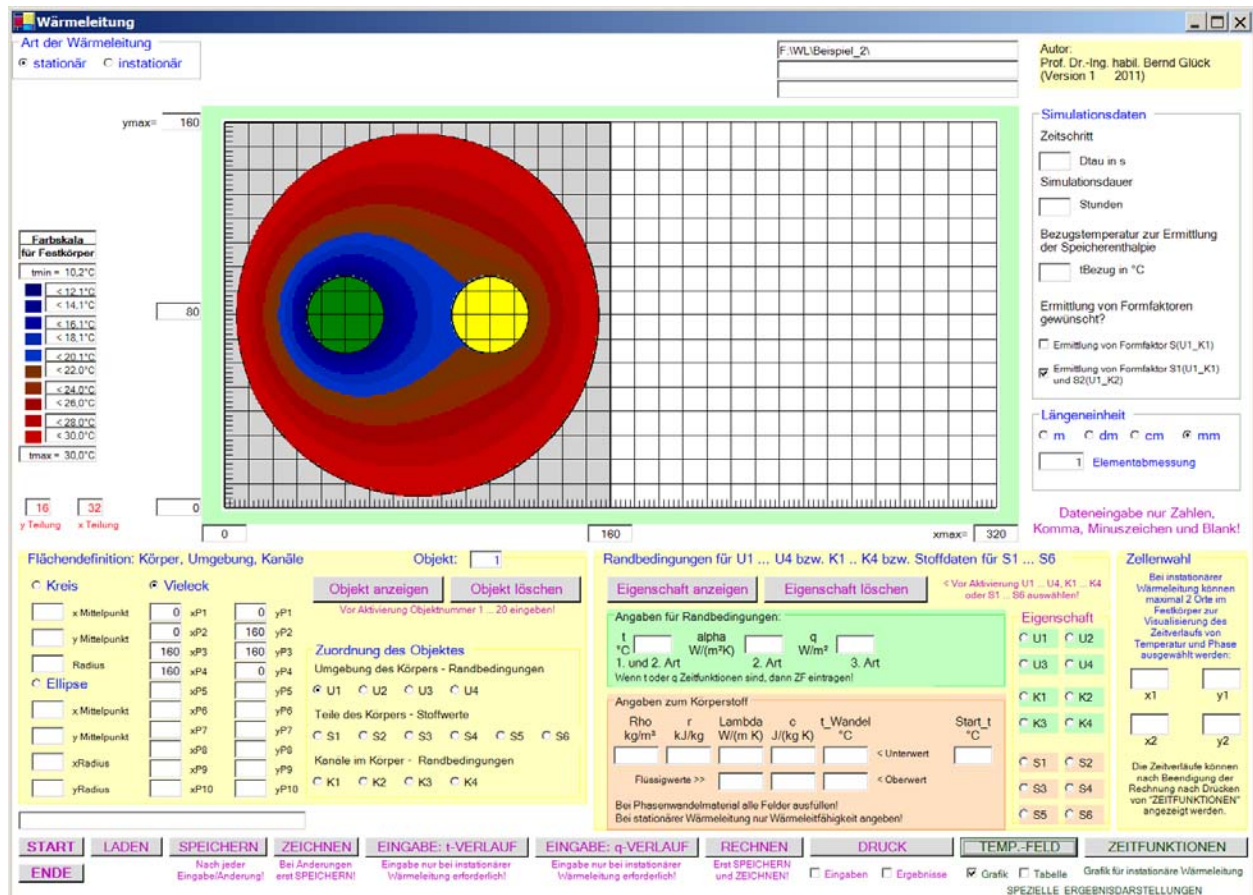


Bild 8.10 Haupteingabemaske mit Visualisierung des sich einstellenden Temperaturfeldes

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_2\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	6	14	22	30	37	45	53	61	69	77	84	92	100	108	116	124	131	139	147	155
x =	6	14	22	30	37	45	53	61	69	77	84	92	100	108	116	124	131	139	147	155
j	y	Temperaturen in °C																		
155	155											29,9	29,9							
147	147											28,6	28,6	28,8	29,1	29,5				
139	139											27,2	27,0	27,2	27,5	27,9	28,4	29,0	29,7	
131	131											25,3	25,3	25,6	26,0	26,5	27,1	27,8	28,6	29,4
124	124											23,4	23,4	23,4	24,1	24,6	25,2	25,9	26,7	27,6
116	116											21,7	21,7	22,3	23,0	23,7	24,4	25,3	26,3	27,4
108	108											19,7	19,7	20,6	21,5	22,2	22,8	23,6	24,8	26,1
100	100											17,9	19,0	20,2	20,8	21,0	21,5	23,0	24,7	26,7
92	92											16,0	17,9	19,4				23,3	25,9	28,1
84	84	29,8										15,1	17,3	19,3				22,3	25,4	27,8
77	77	29,8										15,1	17,3	19,3				22,3	25,4	27,8
69	69											13,3	16,0	19,4				20,8	23,3	25,9
61	61											15,8	17,7	19,0	20,2	20,8	21,0	21,5	23,0	24,7
53	53											17,6	19,7	20,6	21,5	22,2	22,8	23,6	24,8	26,1
45	45											21,1	21,7	22,3	23,0	23,7	24,4	25,3	26,3	27,4
37	37											23,4	23,4	23,4	23,7	24,1	24,6	25,2	25,9	26,7
30	30											25,3	25,3	25,2	25,3	25,6	26,0	26,5	27,1	27,8
22	22											27,2	27,2	27,0	27,0	27,2	27,5	27,9	28,4	29,0
14	14											28,4	28,9	28,6	28,6	28,8	29,1	29,5		
6	6											29,9	29,9							

i Ausgewählte Gitternummer in der Horizontale
j Ausgewählte Gitternummer in der Vertikalex Zugehöriger Abszissenwert in der Einheit: mm
y Zugehöriger Ordinatenwert in der Einheit: mm

Kommentar:

- Die Temperaturverteilung war in der berechneten Form qualitativ zu erwarten.
- Die Nutzung der berechneten Formfaktoren im Rahmen der sogenannten "Erweiterten Formfaktorenmethode" für Erdwärmesonden ist in nach <http://berndglueck.de/Erdwaermesonde> Bericht, Seite 23 ff. dargestellt. Dabei besteht das Ziel, die Formfaktoren als Funktionen des Übertempe-

raturverhältnisses $\Theta = \frac{t_{K1} - t_{U1}}{t_{K2} - t_{U1}}$ darzustellen. Aus diesem Grund ist zur weiteren Rechenerleichterung im Rechnerausdruck auch bereits Θ ($\equiv$ theta) vermerkt.

- Die Genauigkeit der Formfaktoren hängt auch von der Gitterteilung ab. Aus diesem Grund ist die Berechnung mit der Elementabmessung 0,5 mm wiederholt worden. Nach sehr langer Rechenzeit ergaben sich die blau eingetragenen Tabellenwerte.

Elementabmessung	0,5 mm	1 mm	Abweichung
S1	2,507	2,504	0,1 %
S2	4,454	4,465	0,2 %

Man sieht, dass zu der gewählten, bereits sehr feinen Gitterteilung von 1 mm, die Unterschiede praktisch bedeutungslos sind. Die sehr viel größere Berechnungszeit muss nicht in Anspruch genommen werden.

Nutzung der Symmetrieeigenschaft (Beispiel_2a)

Gemäß Bild 8.8 wird die Symmetrieachse genutzt, indem dort die Erdwärmesonde halbiert wird. Die Symmetriebedingung wird durch Eintragen eines Objektes mit der Eigenschaft $\dot{q} = 0$ realisiert. Dabei kann nur ein Kanalobjekt mit der Objekt Nummer > 4 Anwendung finden, da dieses Objekt die anderen überdeckt. Es wird ein Objekt 6 definiert. (Man hätte auch Objekt 5 wählen können.)

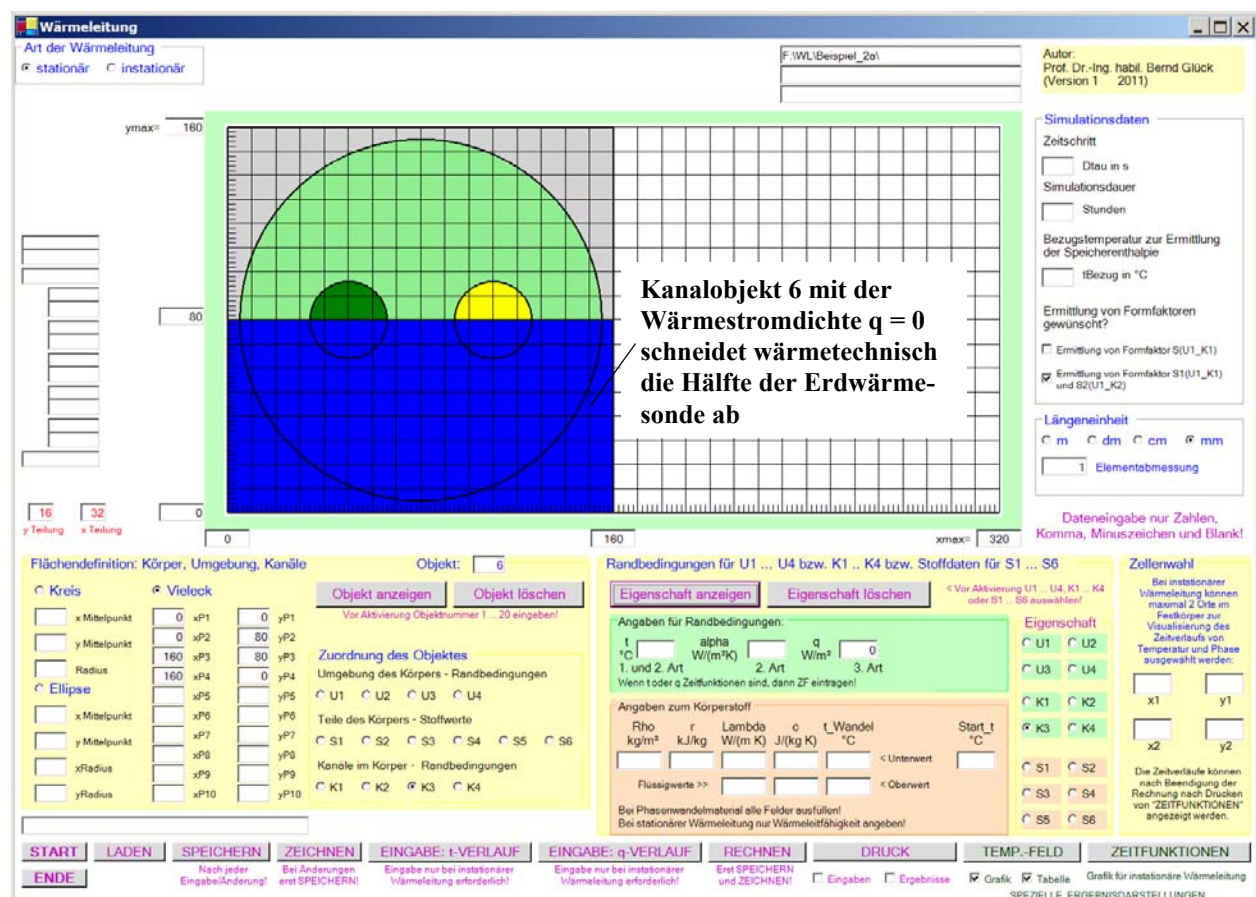


Bild 8.11 Haupteingabemaske mit Darstellung einer Sondenhälfte

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_2A\

Stationäre Wärmeleitung in Körpern**Objektgeometrie:**

Objekt: 1		Form: Vieleck	Eigenschaft: Umgebung U1	Abmessungen in: mm		Elementabmessung: 1,00		
P1:	0,0/	0,0	P2: 0,0/	160,0	P3: 160,0/	160,0	P4: 160,0/	0,0 P5: - / -
Objekt: 2		Form: Kreis	Eigenschaft: Stoffart S1					
xKM:	80,0;	yKM: 80,0;	RK: 75,0					
Objekt: 3		Form: Kreis	Eigenschaft: Kanal K1					
xKM:	110,0;	yKM: 80,0;	RK: 16,0					
Objekt: 4		Form: Kreis	Eigenschaft: Kanal K2					
xKM:	50,0;	yKM: 80,0;	RK: 16,0					
Objekt: 5		Form: -	Eigenschaft: -					
Objekt: 6		Form: Vieleck	Eigenschaft: Kanal K3					
P1:	0,0/	0,0	P2: 0,0/	80,0	P3: 160,0/	80,0	P4: 160,0/	0,0 P5: - / -

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl W/(m K)	c W/(kg K)	cfl W/(kg K)	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	30,0	-	-									
U2	-	-	-									
U3	-	-	-									
U4	-	-	-									
K1	20,0	-	-									
K2	10,0	-	-									
K3	-	-	0,0									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-		1,0							25,0
S2	-	-	-									
S3	-	-	-									
S4	-	-	-									
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-					W/m				
1000	-12,0	-54,2	0,0	0,0	0,0	15,5	50,7	0,0	0,0
2000	-4,9	-54,8	0,0	0,0	0,0	13,5	46,2	0,0	0,0
10000	-0,0	-57,2	0,0	0,0	0,0	12,5	44,6	0,0	0,0

BS Anzahl der Berechnungsschritte QS Wärmestrom an den Körper QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4
 QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Schrittzahl: 10000 Zeitschritt Dtau: 0,375 s (programminterne Festlegung)

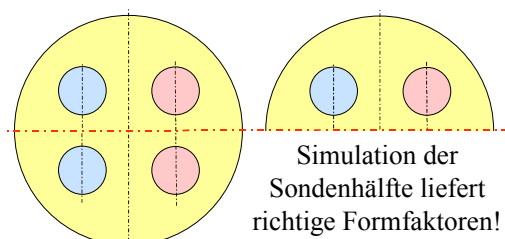
Formfaktor: **S1 = 1,252** für Q1(U1-K1) = S1 · lamS(S1) · (t_U1 - t_K1)

Formfaktor: **S2 = 2,232** für Q2(U1-K2) = S2 · lamS(S1) · (t_U1 - t_K2)

Übertemperaturverhältnis: theta = (t_K1 - t_U1) / (t_K2 - t_U1) = 0,500

Kommentar:

- Die Formfaktoren sind halb so groß, wie bei der ursprünglichen Berechnung, da das gesamte Gebilde halbiert ist. Für eine reale, volle Erdwärmesonde müssen die berechneten Formfaktoren mit 2 multipliziert werden.
- Wenn geometrische und wärmetechnische Symmetrie vorliegt und kein Schnitt durch die inneren Kanäle erfolgt, muss keine Umrechnung vorgenommen werden.



8.3 Beispiel_3

Feuchtes **Erdreich** ist im Winter bis in eine Tiefe von 1 m gefroren. Es hat eine einheitliche Temperatur von $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Es folgen nacheinander drei heitere Februartage, die zeitlich und örtlich zum Auftauen des Erdreichs führen. Es sollen modellhaft die Veränderungen im Boden untersucht und dem Verhalten von trockenem Erdreich gegenübergestellt werden.

Es wird ein Quader aus dem Erdreich betrachtet: Höhe 1m; Breite 0,5 m; Länge in die Tafelebene programmintern 1 m. Die Stoffwerte des Bodens gehen aus den Eingabedaten hervor.

Eine spezielle Verfolgung der Temperatur und der Phase erfolgt in der ersten Elementschicht von der Erdoberfläche aus gesehen und in 0,5 m Tiefe.

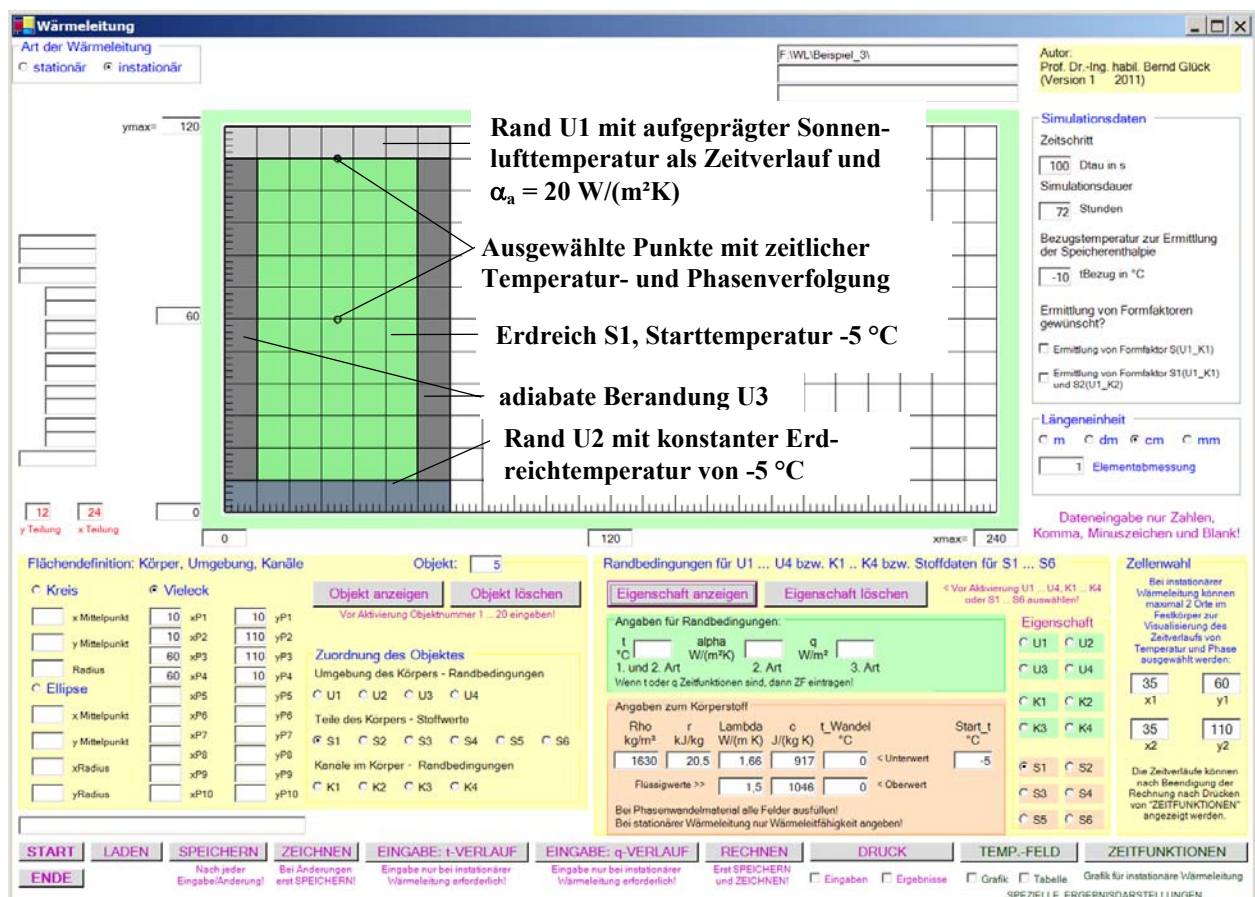


Bild 8.12 Haupteingabemaske mit Kennzeichnung des zu untersuchenden Erdreichquaders (Abmessung in die Tafelebene 1 m) und Kennzeichnung der Randbedingungen

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL 3\

Instationäre Wärmeleitung in Körpern

Objektgeometrie:

Objektgeometrie:			Abmessungen in: cm		Elementabmessung:		1,00								
Objekt:	1	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Umgebung U2											
P1:	0,0/	0,0	P2:	0,0/	10,0	P3:	70,0/	10,0	P4:	70,0/	0,0	P5:	-	/	-
Objekt:	2	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Umgebung U1											
P1:	0,0/	110,0	P2:	0,0/	120,0	P3:	70,0/	120,0	P4:	70,0/	110,0	P5:	-	/	-
Objekt:	3	Form: Vieleck	Eigenschaft:	Umgebung U3											
P1:	0,0/	10,0	P2:	0,0/	110,0	P3:	10,0/	110,0	P4:	10,0/	10,0	P5:	-	/	-

Objekt: 4 Form: Vieleck Eigenschaft: Umgebung U3
 P1: 60,0/ 10,0 P2: 60,0/ 110,0 P3: 70,0/ 110,0 P4: 70,0/ 10,0 P5: - / -

Objekt: 5 Form: Vieleck Eigenschaft: Stoffart S1
 P1: 10,0/ 10,0 P2: 10,0/ 110,0 P3: 60,0/ 110,0 P4: 60,0/ 10,0 P5: - / -

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl	c W/(kg K)	cfl	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	Zeitf	20,0	-									
U2	-5,0	-	-									
U3	-	-	0,0									
U4	-	-	-									
K1	-	-	-									
K2	-	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-	1630,0	1,7	1,5	917	1046	21	0,0	0,0	-5,0
S2	-	-	-									
S3	-	-	-									
S4	-	-	-									
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

Bezugstemperatur für Speicherwärme: -10,0 °C

Ausgewählte Zustandspunkte in x-, y-Koordinaten gemäß Eingabemaßstab:

x1: 35,00 y1: 60,00 x2: 35,00 y2: 110,00

Daten zum Simulationsablauf:

Zeitschritt Dtau: 100,000 s Simulationsstunden: 72 h

Da die Temperatureingabe für U1 auf eine Zeitfunktion verweist, muss diese nach Aktivierung des Button **EINGABE: t-VERLAUF** gefüllt werden. Dies erfolgte:

Zeitliche Temperaturverläufe der thermischen Randbedingungen im Tagesgang

F:\WL\Beispiel_3\ZVerlaufe.dat

Tagesstunde

Typ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
tU1 Temperaturverlauf der Randbedingung U1 in °C	-3,8	-4,2	-4,7	-5,1	-5,4	-5,6	-5,6	-1,2	4,7	10,9	15,5	18	18,3	16,2	12,1	6,7	1,6	0,4	-0,6	-1,3	-1,9	-2,5	-3,1	-3,5
tU2 Temperaturverlauf der Randbedingung U2 in °C	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273
tU3 Temperaturverlauf der Randbedingung U3 in °C	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273
tU4 Temperaturverlauf der Randbedingung U4 in °C	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273
tK1 Temperaturverlauf der Randbedingung K1 in °C	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273
tK2 Temperaturverlauf der Randbedingung K2 in °C	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273
tK3 Temperaturverlauf der Randbedingung K3 in °C	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273
tK4 Temperaturverlauf der Randbedingung K4 in °C	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273	-273

Die Richtigkeit und die Plausibilität der Eingaben obliegt der Verantwortung des Nutzers.

Hinweise:

1. Stundenfelder für nicht existierende Temperaturverläufe mit -273 füllen!
2. Bei besonnten Oberflächen (z. B. bei Außenwänden, Erdoberflächen oder Umweltenergieabsorbern) sind die Sonnenlufttemperaturen einzugeben!

Abläufe:

1. DATEI LADEN / ANZEIGEN drücken!
2. Daten überschreiben (Bitte nur Zahlen, Komma, Minuszeichen verwenden!) Bei völliger Neueingabe des gewählten Entwurfslogs NEUEINGABE drücken!
3. DATENSPEICHERUNG drücken!
4. Evtl. KONTROLLDRUCK und/oder KONTROLLGRAFIK erzeugen!

DATEI LADEN / ANZEIGEN NEUFÜLLUNG DATENSPEICHERUNG KONTROLLDRUCK **KONTROLLGRAFIK** BEENDEN

Bild 8.13 Maske für die zeitlichen Temperaturverläufe

tU1 ist mit den Sonnenlufttemperaturen für einen heiteren Wintertag am Standort Kassel gefüllt worden. Als Quelle wurde benutzt: <http://berndglueck.de/LowEx> Bericht, Seite 47. Dabei galt $\alpha/\alpha_a = 0,04 \text{ m}^2\text{K/W}$. Mit $\alpha_a = 20 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ist damit ein Absorptionskoeffizienten der Solarstrahlung an der Oberfläche von $a = 0,8$ gültig. Dies ist ein realistischer Wert.

Nach Aktivierung von **KONTROLLGRAFIK** folgt:

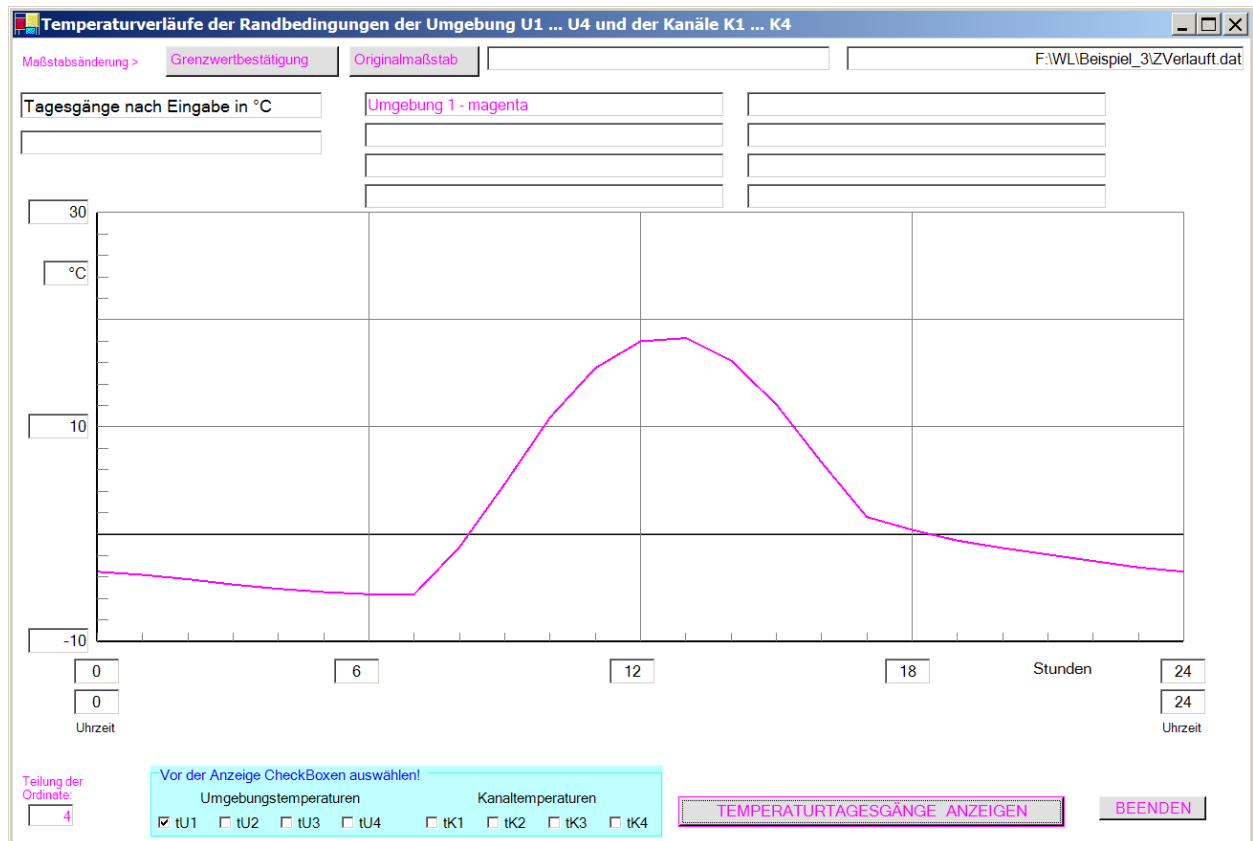


Bild 8.14 Sonnenlufttemperatur an einem heiteren Wintertag als Randbedingung der Umgebung U1 (Erdoberfläche)

Die Knickpunkte im Kurvenverlauf deuten auf den Sonnenauf- und -untergang hin.

Die Ordinatenwerte und die Teilung der Ordinate können durch Überschreiben und **Grenzwertbestätigung** verändert werden. Aktivierung von **TEMPERATURTAGESGÄNGE ANZEIGEN** liefert eine neue Darstellung.

Das Ausdrucken der Ergebnisse liefert:

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL_3\

Instationäre Wärmeleitung in Körpern

Ergebnisse:

BS	QS	QU1	QU2	QU3	QU4	QK1	QK2	QK3	QK4
-	kWh/m				W/m				
1	1046,3	-8,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	1050,1	-3,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3	1050,8	-0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	1049,2	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	1046,2	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6	1042,6	3,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	1039,3	3,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	1051,6	-12,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	1092,0	-40,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	1167,2	-75,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
11	1279,5	-112,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	1401,1	-121,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
13	1517,5	-116,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14	1615,5	-98,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15	1686,8	-71,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
16	1726,7	-40,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
17	1737,5	-10,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
18	1736,8	0,6	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
19	1733,7	3,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20	1724,7	8,9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
21	1709,5	15,1	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22	1688,5	20,7	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	1664,3	23,9	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
24	1636,2	27,8	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

BS –	QS kWh/m	QU1	QU2	QU3	QU4	W/m	QK1	QK2	QK3	QK4
25	1607,7	28,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
26	1577,2	29,9	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
27	1545,1	31,3	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
28	1511,6	32,7	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	1476,8	33,8	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30	1442,5	33,3	1,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
31	1409,3	32,0	1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
32	1398,7	9,3	1,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
33	1421,5	-24,2	1,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
34	1491,5	-71,6	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
35	1594,2	-104,3	1,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
36	1706,0	-113,6	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
37	1812,9	-108,8	1,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
38	1902,4	-91,4	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
39	1965,7	-65,5	2,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40	1998,5	-35,0	2,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
41	2003,4	-7,2	2,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
42	1997,5	3,6	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
43	1990,4	4,7	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
44	1978,9	8,9	2,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
45	1961,3	15,0	2,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
46	1937,9	20,7	2,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
47	1911,2	24,0	2,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
48	1880,5	27,9	2,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
49	1849,6	28,1	2,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50	1816,7	30,0	2,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
51	1782,4	31,3	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
52	1746,6	32,8	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
53	1709,6	33,9	3,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
54	1673,1	33,3	3,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
55	1637,3	32,6	3,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
56	1617,8	16,2	3,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
57	1633,0	-18,5	3,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
58	1698,7	-69,1	3,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
59	1795,0	-99,8	3,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
60	1901,1	-109,5	3,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
61	2001,8	-104,3	3,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
62	2084,1	-85,9	3,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
63	2140,0	-59,5	3,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
64	2166,3	-30,0	3,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
65	2165,7	-3,2	3,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
66	2155,8	6,1	3,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
67	2145,8	6,2	3,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
68	2132,8	9,1	3,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
69	2113,9	15,0	3,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
70	2089,3	20,7	3,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
71	2061,1	24,3	3,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
72	2029,2	27,9	4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

BS Anzahl der Berechnungsstunden QS Wärmestrom an den Körper QU1...4 Wärmestrom an die Umgebung 1..4
 QK1...4 Wärmestrom an den Kanal 1..4

Daten zum Simulationsablauf:

Maximale Stundenzahl: 72 Zeitschritt Dtau: 20,000 s

Durch Buttonaktivierung **ZEITFUNKTIONEN** in der Haupteingabemaske sind detaillierte Darstellungen möglich.

Das nachfolgende Diagramm ist gegenüber dem Originalmaßstab verändert worden. Ordinaten-grenzwerte mit -150 und 50 überschrieben und durchgeführte **Grenzwertbestätigung** ergab eine gut ablesbare Darstellung. Eine weitere Änderung erfolgte anschließend für die Abszisse, um nur den letzten Tagesverlauf darzustellen. Minimalwert mit 48 überschrieben und erneute **Grenzwertbestätigung** und selbstverständlich Aktivierung von **Leistungs- / Speicherverläufe (Ergebnis)**.

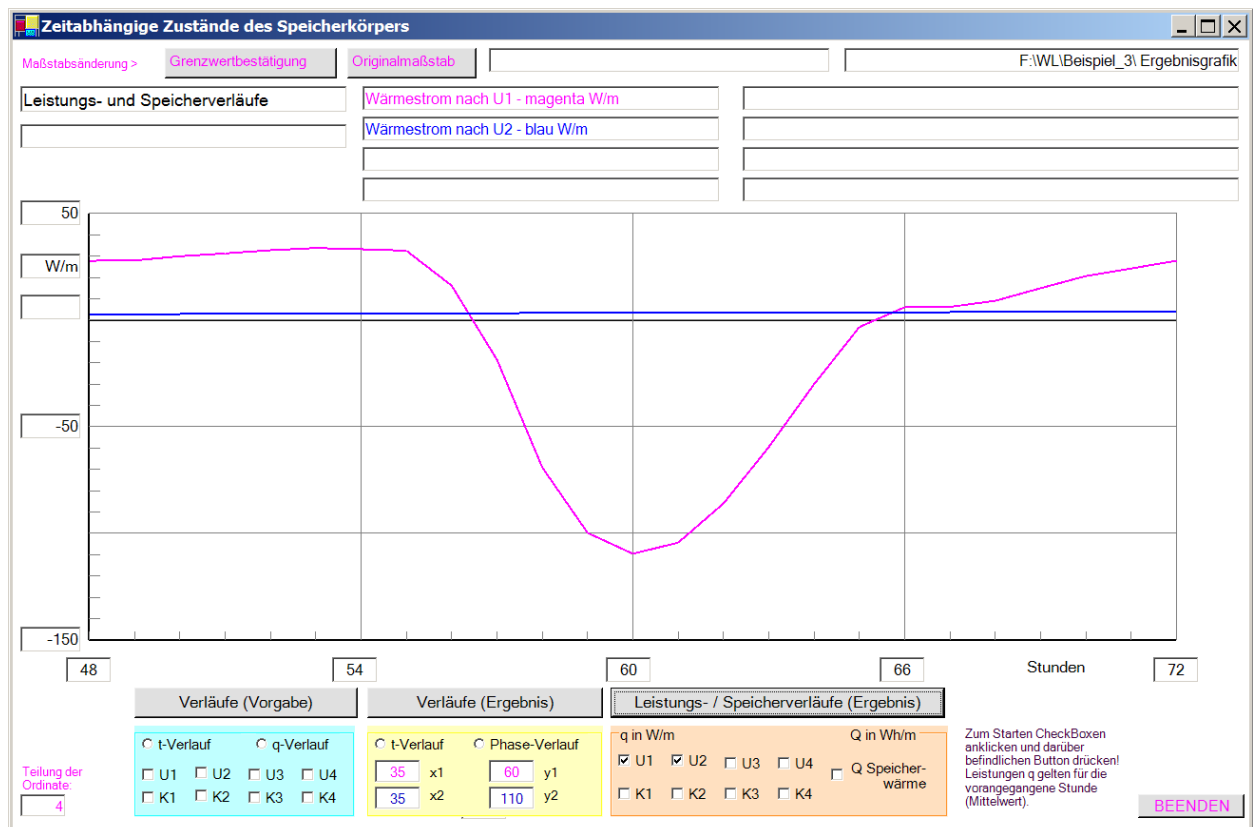
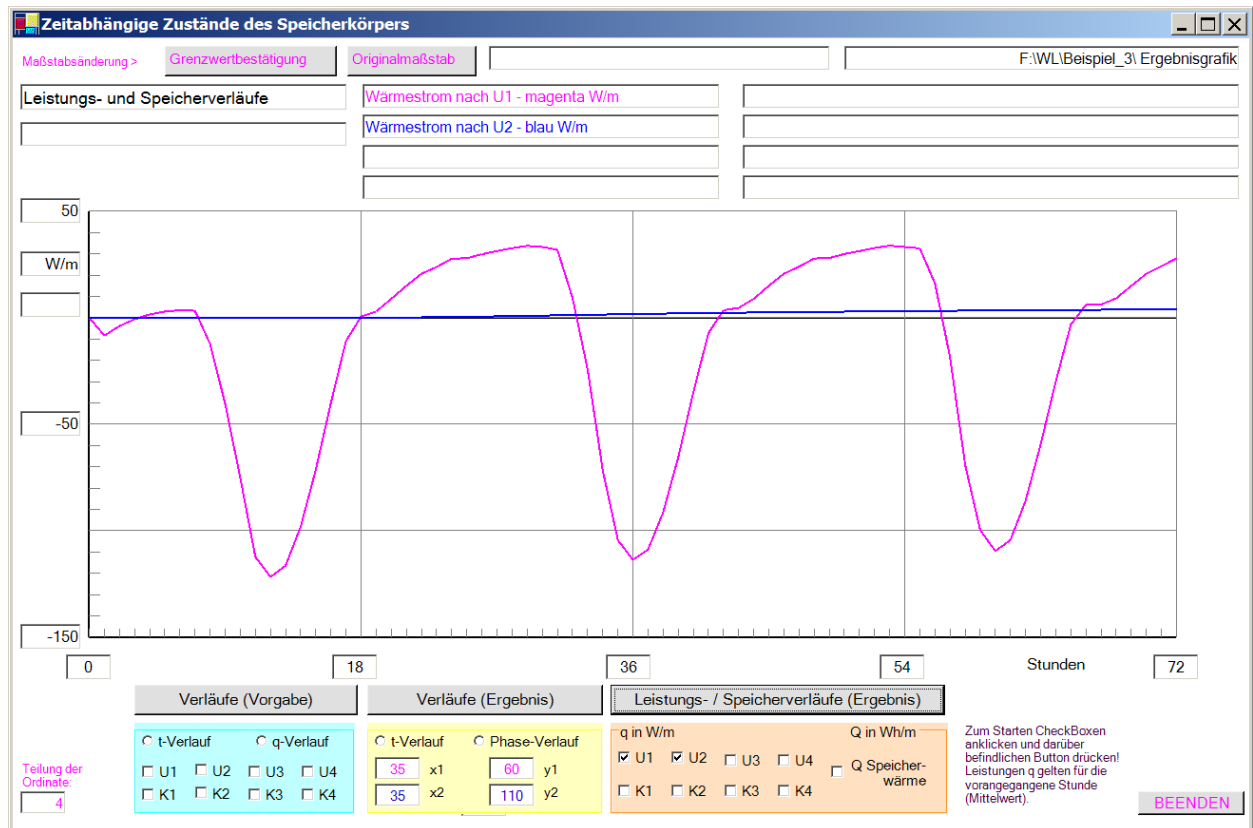


Bild 8.15 Wärmestrom vom Festkörper in die Umgebung U1 (d. h. in die Außenluft) und in das unter 1 m Tiefe liegende Erdrreich (Umgebung U2)

Beachte: Der Erdrreichquader hat eine Breite von 0,5 m. Der Ordinatenwert x in W/m gilt somit bezogen auf 1 m Länge. Der Zahlenwert x in W/m ist somit gleichbedeutend mit x in $W/(0,5 \text{ m}^2)$ oder $2x$ in W/m^2 .

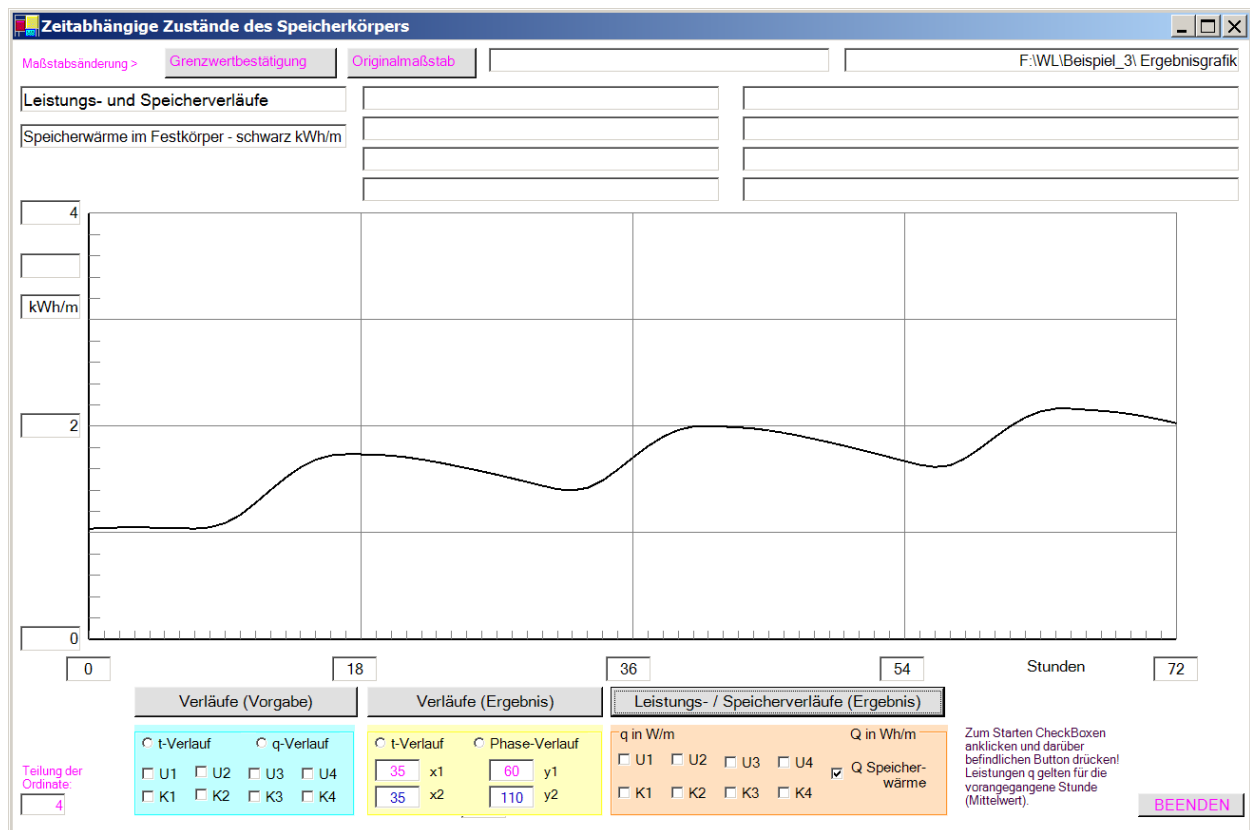


Bild 8.16 Speicherwärme des Festkörpers über die Simulationszeit

Die Ordinatenachse wurde wiederum entsprechend angepasst, um eine ablesbare Situation zu haben.

Überschlagsrechnung:

Zu Beginn hat der Festkörper eine Temperatur von $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Bezogen auf die Bezugstemperatur von $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ist dies eine Übertemperatur von $\Delta\vartheta = 5\text{ K}$.

Es gilt: $Q_S = V \rho c \Delta\vartheta = 0,5\text{ m}^3 \cdot 1630\text{ kg/m}^3 \cdot 917\text{ Ws/(kg K)} \cdot 5\text{ K} / (3600\text{ s/h}) = 1038\text{ Wh} = 1,038\text{ kWh}$.

Die im Diagramm angegebene Einheit kWh/m ist wiederum auf die Länge 1 m in die Tafelebene hinein zu verstehen.

Kommentar:

- Bei Außentemperaturen $>$ Erdreichoberflächentemperaturen (am 1. Simulationstag von 8^{00} bis 17^{00} Uhr) fließt ein Wärmestrom von der Außenatmosphäre in das Erdreich. Außerhalb dieser Zeit gibt das aufgeheizte Erdreich Wärme nach außen ab.
- An der unteren "Erdreichgrenze" beginnt nach ca. 18 h ein kleiner, aber ständig anwachsender Wärmestrom nach unten (in die Umgebung U2) zu fließen.
- Aufgrund der zunehmenden oberen Erdreichtemperatur nimmt der solare Eintrag von Tag zu Tag ab (siehe blaue Zahlen in Tabelle S. 55/56). Insgesamt wächst aber die eingetragene Wärme, sodass sich das Erdreich zunehmend erwärmt. Dies verdeutlicht der Verlauf der Speicherwärme im Festkörper. Am Ende des 3. Simulationstages ist noch kein stationärer Zustand erreicht.
- Da das Wetter ständigen Änderungen unterliegt, sind damit verbundene Untersuchungen stets instationär zu führen.

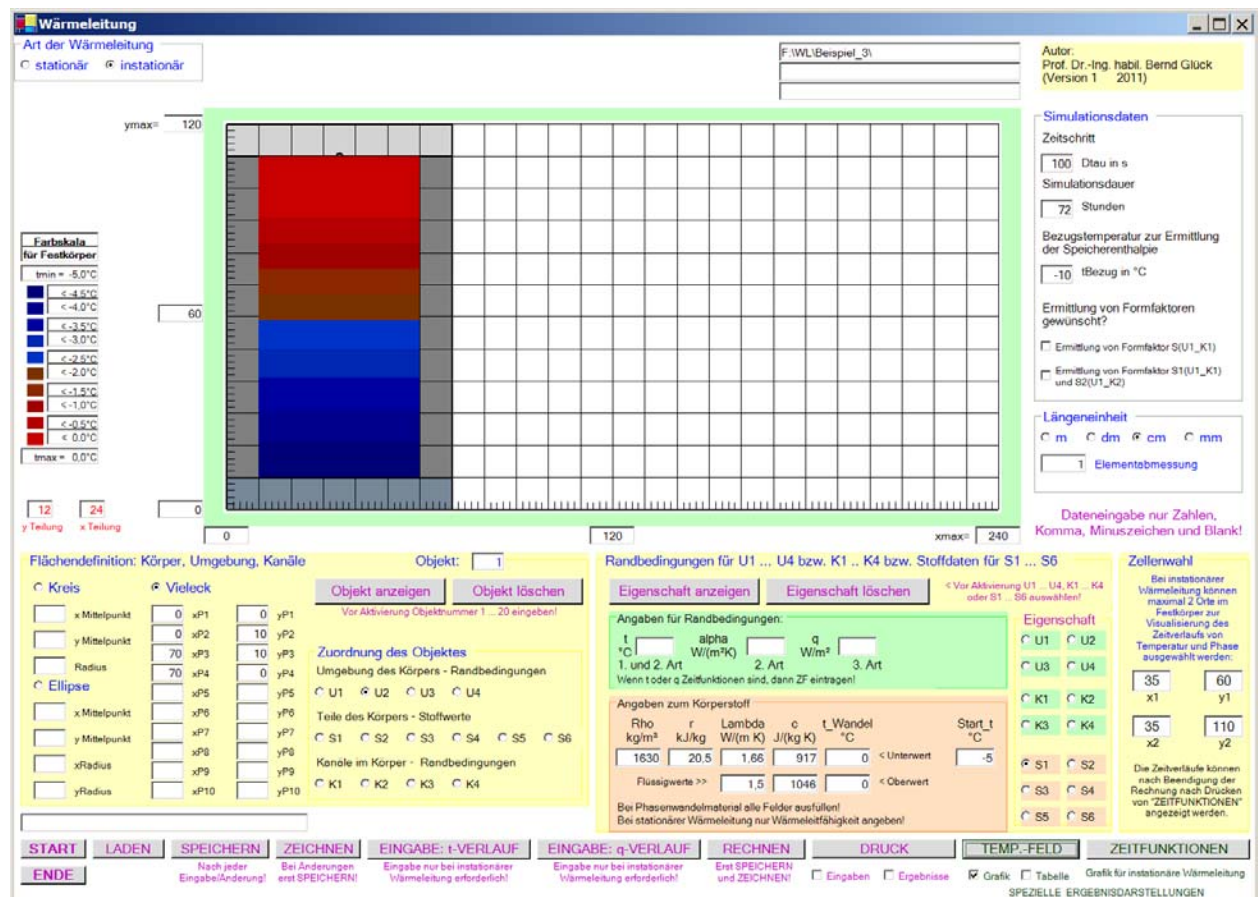


Bild 8.17 Visualisierung des Temperaturfeldes am Ende der Simulationszeit

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WLB\BEISPIEL_3\

Instationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	11	14	16	19	21	24	26	29	32	34	37	39	42	45	47	50	52	55	57	60
x =	11	14	16	19	21	24	26	29	32	34	37	39	42	45	47	50	52	55	57	60
j	y	Temperaturen in °C																		
110	110	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4
105	105	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100	100	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
94	94	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3
89	89	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7
84	84	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0
79	79	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3
74	74	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6	-1,6
68	68	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0
63	63	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3	-2,3
58	58	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6	-2,6
53	53	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9	-2,9
47	47	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2	-3,2
42	42	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4	-3,4
37	37	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7	-3,7
32	32	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0	-4,0
27	27	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2
21	21	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5
16	16	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7
11	11	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0	-5,0

Phasenverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

i =	11	14	16	19	21	24	26	29	32	34	37	39	42	45	47	50	52	55	57	60
x =	11	14	16	19	21	24	26	29	32	34	37	39	42	45	47	50	52	55	57	60
j	y	Phasenzustand 0 (=fest) ... 1 (=flüssig)																		
110	110	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
105	105	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
100	100	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
94	94	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
89	89	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
84	84	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
79	79	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
74	74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
68	68	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
63	63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
58	58	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
53	53	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
47	47	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
42	42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
37	37	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
32	32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
27	27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
21	21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
16	16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11	11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

i Ausgewählte Gitternummer in der Horizontale
j Ausgewählte Gitternummer in der Vertikale

x Zugehöriger Abszissenwert in der Einheit: cm
y Zugehöriger Ordinatenwert in der Einheit: cm

Kommentar:

- Die Temperaturverteilung am Ende der Simulationszeit (24⁰⁰ Uhr) zeigt an der Erdoberfläche eine Temperatur $< 0^\circ\text{C}$.
- In einer tieferen Schicht (ca. 5 ... 10 cm) beträgt die Temperatur 0°C . Das Wasser im Erdreich ist in diesem Bereich flüssig (Phase = 1).

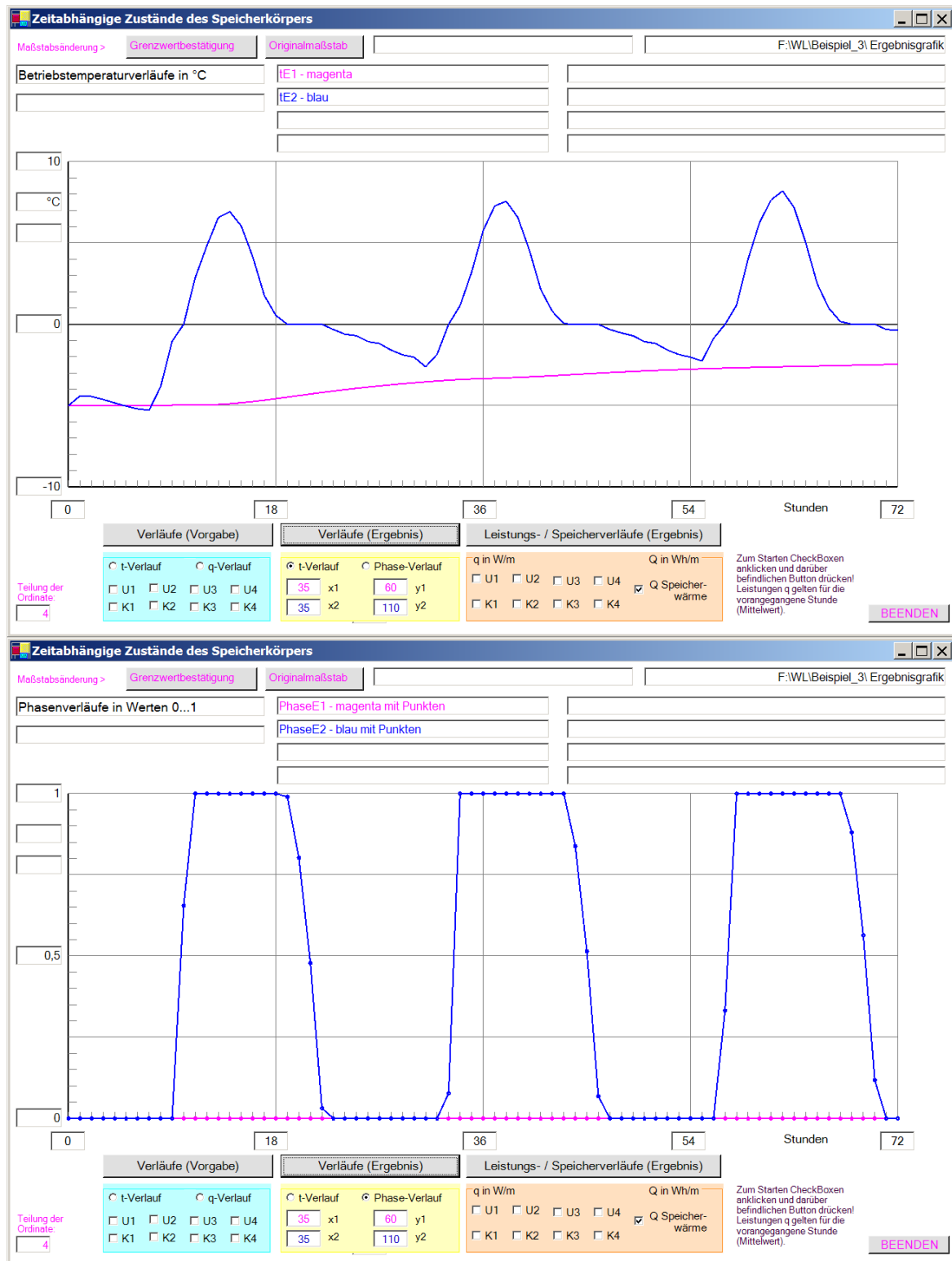


Bild 8.18 Temperatur und Phasenzustand an den ausgewählten Punkten (direkt unter der Erdoberfläche und in 0,5 m Tiefe)

Kommentar:

- In der Tiefe von 0,5 m bleibt das Erdreich stets gefroren (Phase = 0). Die Temperatur steigt aber kontinuierlich von -5 °C auf ca. -2,5 °C an. Der Tagesgang der Sonnenlufttemperatur bewirkt keine merkbaren Schwankungen.
- An der Erdoberfläche (genaue Tiefe 5 mm) bildet sich der Temperaturtagesgang sehr deutlich aus. Der Phasenzustand wechselt im Tagesverlauf.

Um 19⁰⁰ Uhr beginnt das Gefrieren des Wassers und um 23⁰⁰ Uhr ist das Wasser vollkommen erstarrt (Phase = 1).

Dieser relativ langsame Verlauf bildet sich auch in der Temperaturkurve ab, da während dieser Zeit die Temperatur bei 0 °C verharret.

Erdreich ohne Phasenwandel (Beispiel_3a)

Um den Einfluss des Phasenwandels zu demonstrieren, werden die Erdreicheigenschaften aus dem vorangegangenen Beispiel für die feste Phase übernommen, der Phasenwandel aber unterdrückt (keine Eingabe für die Phasenwandelenthalpie r).

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL 3A\

Instationäre Wärmeleitung in Körpern

Objekteigenschaften:

	tR °C	alphaR W/(m²K)	qR W/m²	rho kg/m³	lam W/(m K)	lamfl	c W/(kg K)	cfl	r kJ/kg	t_Wu	t_Wo °C	t_Start
U1	Zeitf	20,0	-									
U2	-5,0	-	-									
U3	-	-	0,0									
U4	-	-	-									
K1	-	-	-									
K2	-	-	-									
K3	-	-	-									
K4	-	-	-									
S1	-	-	-	1630,0	1,7		917					-5,0
S2	-	-	-									
S3	-	-	-									
S4	-	-	-									
S5	-	-	-									
S6	-	-	-									

OBJEKTBEZEICHNUNG: F:\WL\BEISPIEL 3A\

Instationäre Wärmeleitung in Körpern

Temperaturverteilung im Festkörper am Ende der Berechnung:

[illegible]

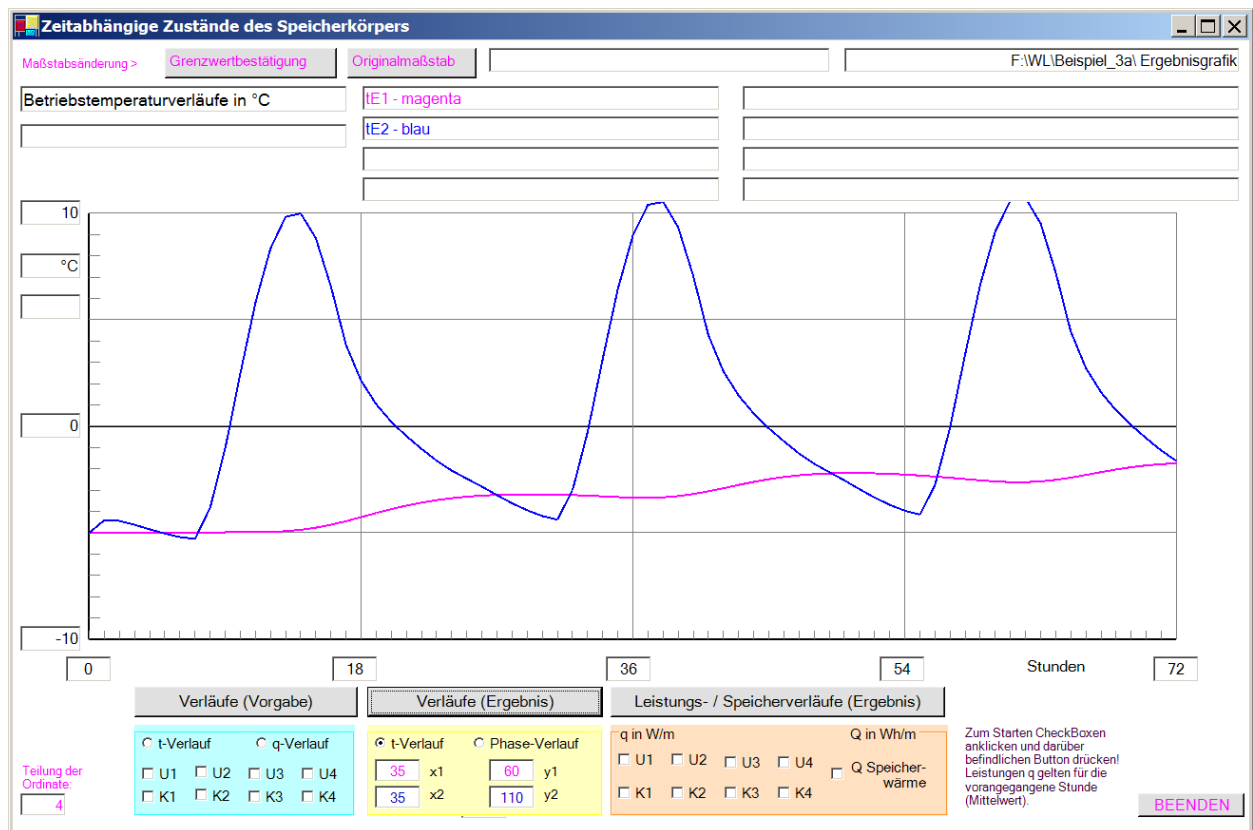


Bild 8.19 Temperatur an den ausgewählten Punkten (direkt unter der Erdoberfläche und in 0,5 m Tiefe)

Kommentar:

- Im Originalbeispiel entsteht durch den Phasenwandel quasi eine "Pufferzone", die den Wärmetransport ins tiefere Erdreich "bremst". Während der Simulationszeit bildete sich in der Schicht von ca. 5 bis 10 cm Tiefe ein täglicher Phasenwandel aus. Um 24⁰⁰ Uhr waren dort 0 °C. Nunmehr ist zu dieser Zeit dort die Temperatur <0 °C. Die tags eingestrahlte Wärme wandert tiefer, sodass um 24⁰⁰ Uhr der Bereich etwa von 15 bis 25 cm unter der Oberfläche frostfrei ist.
- Der Temperaturverlauf nahe der Oberfläche zeigt keine Bereiche konstanter Temperatur mehr, da der Phasenwandel entfällt. Die Temperatur-Tagesamplitude steigt logischerweise auf ca. 15 K an (früher ca. 11 K).
- Der Temperaturverlauf in 0,5 m Tiefe wird nunmehr vom Außentemperaturverlauf beeinflusst.